BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CÁC QUY TẮC TÍNH ĐẠO HÀM

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Quy tắc tính đạo hàm

- $(C)' = 0$
- $(x)' = 1$
- $(x^n)' = nx^{n-1}, n \in \mathbf{N}^*$
- $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

2. Đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương của hàm số

- $(u \pm v)' = u' \pm v' \Rightarrow (u_1 \pm u_2 \pm \ldots \pm u_n)' = u_1' \pm u_2' \pm \ldots \pm u_n'$
- $(uv)' = u'v + v'u \Rightarrow (uvw)' = u'vw + uv'w + uvw'$
- $(ku)' = ku'$
- $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2} \Rightarrow \left(\dfrac{1}{v}\right)' = -\dfrac{v'}{v^2}$.

3. Đạo hàm của hàm số hợp

Cho hàm số $y = f(u(x)) = f(u)$ với $u = u(x)$. Khi đó $y'_x = y'_u . u'_x$.

4. Bảng công thức đạo hàm các hàm sơ cấp cơ bản

Đạo hàm	Hàm hợp
$(c)' = 0$	
$(x)' = 1$	
$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$	$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} . u'$
$\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$
$\left(\sqrt[n]{x}\right)' = \dfrac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$\left(\sqrt[n]{u}\right)' = \dfrac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$

B – BÀI TẬP

DẠNG 1: TÍNH ĐẠO HÀN BẰNG CÔNG THỨC TẠI MỘT ĐIỂM HOẶC BẰNG MTCT

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x) = 2x^2 + 1$. Giá trị $f'(-1)$ bằng:

A. 2. **B.** 6. **C.** -4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có : $f'(x) = 4x \Rightarrow f'(-1) = -4$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = -x^4 + 4x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ xác định trên $\mathbb{R}$. Giá trị $f'(-1)$ bằng:

A. 4. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 24.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

·Ta có: $f'(x)=-4x^3+12x^2-6x+2$. Nên $f'(-1)=24$.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $f(x)=(x^2+1)^4$ tại điểm $x=-1$ là:

A. -32. **B.** 30. **C.** -64. **D.** 12.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có : $y'=4(x^2+1)^3(x^2+1)'=8x(x^2+1)^3$

$\Rightarrow y'(-1)=-64$.

Câu 4. Với $f(x)=\dfrac{x^2-2x+5}{x-1}$. Thì $f'(-1)$ bằng:

A. 1. **B.** -3. **C.** -5. **D.** 0.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $f(x)=\dfrac{x^2-2x+5}{x-1}=x-1+\dfrac{4}{x-1}\Rightarrow f'(x)=1-\dfrac{4}{(x-1)^2}\Rightarrow f'(-1)=0$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x)=\sqrt{x^2}$. Giá trị $f'(0)$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có : $f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2}}$

$\Rightarrow f'(x)$ không xác định tại $x=0$

$\Rightarrow f'(0)$ không có đạo hàm tại $x=0$.

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}$. $y'(0)$ bằng:

A. $y'(0)=\dfrac{1}{2}$. **B.** $y'(0)=\dfrac{1}{3}$. **C.** $y'(0)=1$. **D.** $y'(0)=2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có : $y'=\dfrac{\sqrt{4-x^2}-x\dfrac{-x}{\sqrt{4-x^2}}}{\left(\sqrt{4-x^2}\right)^2}=\dfrac{4}{\left(\sqrt{4-x^2}\right)^3}$

$\Rightarrow y'(0)=\dfrac{1}{2}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x)=\sqrt[3]{x}$. Giá trị $f'(-8)$ bằng:

A. $\dfrac{1}{12}$. **B.** $-\dfrac{1}{12}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $-\dfrac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$y=\sqrt[3]{x}\Rightarrow y^3=x\Rightarrow 3y^2.y'=1\Rightarrow y'=\frac{1}{3y^2}=\frac{1}{3\left(\sqrt[3]{x}\right)^2}$$

Ta có :

$\Rightarrow y'(-8)=\frac{1}{12}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ bởi $f(x)=\frac{2x}{x-1}$. Giá trị của $f'(-1)$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** -2. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có : $f'(x)=\frac{2(x-1)-2x}{(x-1)^2}=\frac{-2}{(x-1)^2}\Rightarrow f'(-1)=-\frac{1}{2}$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ xác định bởi $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} & (x\neq 0)\\ 0 & (x=0)\end{cases}$. Giá trị $f'(0)$ bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có : $f'(0)=\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt{x^2+1}+1}=\frac{1}{2}$.

Câu 10. Cho hàm số $y=\frac{x^2+x}{x-2}$ đạo hàm của hàm số tại $x=1$ là:

A. $y'(1)=-4$. **B.** $y'(1)=-5$. **C.** $y'(1)=-3$. **D.** $y'(1)=-2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có : $y'=\frac{(2x+1)(x-2)-(x^2+x)}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x-2}{(x-2)^2}$

$\Rightarrow y'(1)=-5$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)=\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$. Tính $y'(0)$ bằng:

A. $y'(0)=\frac{1}{2}$. **B.** $y'(0)=\frac{1}{3}$. **C.** $y'(0)=1$. **D.** $y'(0)=2$.

.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $y'=f'(x)=\left(\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\right)'=\frac{x'.\sqrt{4-x^2}-x.\left(\sqrt{4-x^2}\right)'}{4-x^2}=\frac{\sqrt{4-x^2}+\frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}}{4-x^2}$

$\Rightarrow y'(0)=\frac{\sqrt{4}}{4}=\frac{1}{2}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+x}{x-2}$, đạo hàm của hàm số tại $x=1$ là:

A. $y'(1)=-4$. **B.** $y'(1)=-3$. **C.** $y'(1)=-2$. **D.** $y'(1)=-5$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $y=\dfrac{x^2+x}{x-2}=x+3+\dfrac{6}{x-2}\Rightarrow y'=1-\dfrac{6}{(x-2)^2}\Rightarrow y'(1)=1-6=-5$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=\sqrt[3]{x}$. Giá trị $f'(8)$ bằng:

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{12}$. **C.** $-\dfrac{1}{6}$. **D.** $-\dfrac{1}{12}$.

Hướng dẫn giải::

Với $x>0$

$f'(x)=\left(x^{\frac{1}{3}}\right)'=\dfrac{1}{3}x^{\frac{-2}{3}}\Rightarrow f'(8)=\dfrac{1}{3}.8^{\frac{-2}{3}}=\dfrac{1}{3}2^{-2}=\dfrac{1}{12}$.

Đáp án B.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x-1}$. Đạo hàm của hàm số tại $x=1$ là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 0 **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D.

Ta có $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}$

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)=\sqrt{4x+1}$. Khi đó $f'(2)$ bằng:

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** 2.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $y'=\dfrac{2}{\sqrt{4x+1}}$ nên $f'(2)=\dfrac{2}{3}$.

Chọn A.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1-x}{2x+1}$ thì $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ có kết quả nào sau đây?

A. Không xác định. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải:

Hàm số không xác định tại $x=-\dfrac{1}{2}$ nên $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ không xác định

Chọn A.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{3x^2+2x+1}{2\sqrt{3x^3+2x^2+1}}$. Giá trị $f'(0)$ là:

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** Không tồn tại. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$$f'(0)=\frac{\left(3x^2+2x+1\right)'.2\sqrt{3x^3+2x^2+1}-\left(3x^2+2x+1\right).\left(2\sqrt{3x^3+2x^2+1}\right)'}{\left(2\sqrt{3x^3+2x^2+1}\right)^2}$$

$$=\frac{(6x+2)2\sqrt{3x^3+2x^2+1}-\left(3x^2+2x+1\right)\frac{9x^2+4x}{\sqrt{3x^3+2x^2+1}}}{\left(2\sqrt{3x^3+2x^2+1}\right)^2}=\frac{9x^4+6x^3-9x^2+8x+4}{4\left(3x^3+2x^2+1\right)\sqrt{3x^3+2x^2+1}}.$$

$$f'(0)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}.$$

Câu 18. Cho $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}+\frac{3}{x^3}$. Tính $f'(-1)$.

A. -14 **B. 12** **C. 13** **D. 10**

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Bước đầu tiên tính đạo hàm sử dụng công thức $\left(\frac{1}{x^\alpha}\right)'=\frac{-\alpha}{x^{\alpha+1}}$

$$f'(x)=\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}+\frac{3}{x^3}\right)'=-\frac{1}{x^2}-\frac{4}{x^3}-\frac{9}{x^4}\Rightarrow f'(1)=-1-4-9=-14$$

Câu 19. Cho $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+x^2$. Tính $f'(1)$

A. $\frac{1}{2}$ **B. 1** **C. 2** **D. 3**

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có $f'(x)=\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}+x^2\right)'=-\frac{1}{x^2}-\frac{\left(\sqrt{x}\right)'}{x}+2x=-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{2x\sqrt{x}}+2x$

Vậy $f'(1)=-1-\frac{1}{2}+2=\frac{1}{2}$

Câu 20. Cho $f(x)=x^5+x^3-2x-3$. Tính $f'(1)+f'(-1)+4f(0)$

A. 4 **B. 5** **C. 6** **D. 7**

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có $f'(x)=\left(x^5+x^3-2x-3\right)'=5x^4+3x^2-2$

$f'(1)+f'(-1)+4f(0)=(5+3-2)+(5+3-2)+4.(-2)=4$

Câu 21. Cho $f(x)=\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$. Tính $f'(0)$

A. $\frac{1}{4}$ **B. 1** **C. 2** **D. 3**

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$f'(x)=\left(\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\right)'=\frac{x'\sqrt{4-x^2}-x\left(\sqrt{4-x^2}\right)'}{\left(\sqrt{4-x^2}\right)^2}=\frac{\sqrt{4-x^2}+\frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}}{\left(4-x^2\right)}=\frac{4}{\left(4-x^2\right)\sqrt{4-x^2}}$$

Vậy $f'(0)=\frac{1}{4}$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\frac{-3x+4}{2x+1}$ tại điểm $x=-1$ là

A. $-\frac{11}{3}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** -11. **D.** $-\frac{11}{9}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$f'(x)=\frac{-11}{(2x+1)^2}\Rightarrow f'(-1)=\frac{-11}{1}=-11$$

.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\frac{x+9}{x+3}+\sqrt{4x}$ tại điểm $x=1$ bằng:

A. $-\frac{5}{8}$. **B.** $\frac{25}{16}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{11}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$f'(x)=\frac{-6}{(x+3)^2}+\frac{2}{\sqrt{4x}}$$

$$f'(1)=\frac{-6}{(1+3)^2}+\frac{2}{\sqrt{4.1}}=\frac{5}{8}$$

.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=k.\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}$. Với giá trị nào của k thì $f'(1)=\frac{3}{2}$?

A. $k=1$. **B.** $k=\frac{9}{2}$. **C.** $k=-3$. **D.** $k=3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có $f'(x)=\left(k.x^{\frac{1}{3}}+\sqrt{x}\right)'=k.\frac{1}{3}.\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}+\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$f'(1)=\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{3}k+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{3}k=1\Leftrightarrow k=3$$

Câu 25. Đạo hàm của hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{x^2}$ tại điểm $x=0$ là kết quả nào sau đây?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Tập xác định của hàm số là: $D=(0;+\infty)$.

$x=0\notin D\Rightarrow$ không tồn tại đạo hàm tại $x=0$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)=2x^3+1$. Giá trị $f'(-1)$ bằng:

A. Câu . **B.** 3. **C.** -2. **D.** -6.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Có $f(x)=2x^3+1 \Rightarrow f'(x)=6x^2 \Rightarrow f'(-1)=6.(-1)^2=6.$

Câu 27. Cho hàm số $y=\sqrt{1-x^2}$ thì $f'(2)$ là kết quả nào sau đây?

A. $f'(2)=\frac{2}{\sqrt{3}}.$ **B.** $f'(2)=\frac{-2}{\sqrt{3}}.$ **C.** $f'(2)=\frac{-2}{\sqrt{-3}}.$ **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Ta có $f'(x)=\left(\sqrt{1-x^2}\right)'=\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}=\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$

Không tồn tại $f'(2)$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)=\frac{2x}{x-1}$. Giá trị $f'(1)$ là

A. $\frac{1}{2}.$ **B.** $-\frac{1}{2}.$ **C.** – 2. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Ta có $f'(x)=\left(\frac{2x}{x-1}\right)'=\frac{2(x-1)-2x}{(x-1)^2}=\frac{-2}{(x-1)^2}$

Suy ra không tồn tại $f'(1)$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=(3x^2-1)^2$. Giá trị $f'(1)$ là

A. 4. **B.** 8. **C.** -4. **D.** 24.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Ta có $f'(x)=2(3x^2-1)(3x^2-1)'=12x(3x^2-1)\Rightarrow f'(1)=24$

Câu 30. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{x}$. Đạo hàm của f tại $x=\sqrt{2}$ là

A. $\frac{1}{2}.$ **B.** $-\frac{1}{2}.$ **C.** $\frac{1}{\sqrt{2}}.$ **D.** $-\frac{1}{\sqrt{2}}.$

Hướng dẫn giải:

Đáp án B

$f'(x)=-\frac{1}{x^2}\Rightarrow f'\left(\sqrt{2}\right)=-\frac{1}{2}$

Câu 31. Cho hàm số $f(x)=-x^4+4x^3-3x^2+2x+1$. Giá trị $f'(1)$ bằng:

A. 14. **B.** 24. **C.** 15. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Ta có $f'(x)=-4x^3+12x^2-6x+2$ suy ra $f'(1)=4$

Chọn D.

DẠNG 2: TÍNH ĐẠO HÀN BẰNG CÔNG THỨC

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y=10$ là:

A. $10.$ **B.** $-10.$ **C.** $0.$ **D.** $10x.$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Có $y=10\Rightarrow y'=0.$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=ax+b.$ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. $f'(x)=-a.$ **B.** $f'(x)=-b.$ **C.** $f'(x)=a.$ **D.** $f'(x)=b.$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Có $f(x)=ax+b\Rightarrow f'(x)=a.$

Câu 3. Cho $f\left(x\right)=x^2$ và $x_0\in\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $f'\left(x_0\right)=2x_0.$ **B.** $f'\left(x_0\right)=x_0.$

C. $f'\left(x_0\right)=x_0^2.$ **D.** $f'\left(x_0\right)$ không tồn tại.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$f\left(x\right)=x^2\Rightarrow f'\left(x\right)=2x$

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y=x^4-3x^2+x+1$ là

A. $y'=4x^3-6x^2+1.$ **B.** $y'=4x^3-6x^2+x.$ **C.** $y'=4x^3-3x^2+x.$ **D.** $y'=4x^3-3x^2+1.$

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Áp dụng công thức

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y=-2x^4+3x^3-x+2$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-16x^3+9x-1.$ **B.** $-8x^3+27x^2-1.$ **C.** $-8x^3+9x^2-1.$ **D.** $-18x^3+9x^2-1.$

Hướng dẫn giải:

Công thức $\left(Cx^n\right)'=Cnx^{n-1}$.

Chọn C.

Câu 6. $y=x^4-3x^2+2x-1$

A. $y'=4x^3-6x+3$ **B.** $y'=4x^4-6x+2$ **C.** $y'=4x^3-3x+2$ **D.** $y'=4x^3-6x+2$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $y'=4x^3-6x+2$

Câu7 . $y=-\frac{x^3}{3}+2x^2+x-1$

A. $y'=-2x^2+4x+1$ **B.** $y'=-3x^2+4x+1$ **C.** $y'=-\frac{1}{3}x^2+4x+1$ **D.** $y'=-x^2+4x+1$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có $y'=-x^2+4x+1$

Câu 8. Đạo hàm cấp một của hàm số $y=\left(1-x^3\right)^5$ là:

A. $y' = 5\left(1-x^3\right)^4$. **B.** $y' = -15x^2\left(1-x^3\right)^5$. **C.** $y' = -3\left(1-x^3\right)^4$. **D.** $y' = -5x^2\left(1-x^3\right)^4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có : $y' = 5\left(1-x^3\right)^4\left(1-x^3\right)' = -15x^2\left(1-x^3\right)^4$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x) = ax+b$, với a, b là hai số thực đã cho. Chọn câu đúng:

A. $f'(x) = a$. **B.** $f'(x) = -a$. **C.** $f'(x) = b$. **D.** $f'(x) = -b$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Sử dụng các công thức đạo hàm: $(c)' = 0$ với $c = const$; $x' = 1$; $(ku)' = ku'$ với $k = const$.

$\left(x^n\right)' = n.x^{n-1}$ với n là số nguyên dương ; $(u+v)' = u'+v'$;

Ta có $f'(x) = (ax+b)' = ax'+b' = a$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ bởi $f(x) = -2x^2+3x$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

A. $-4x-3$. **B.** $-4x+3$. **C.** $4x+3$. **D.** $4x-3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Sử dụng các công thức đạo hàm: $x' = 1$; $(ku)' = ku'$; $\left(x^n\right)' = n.x^{n-1}$; $(u+v)' = u'+v'$.

$f'(x) = \left(-2x^2+3x\right)' = -2\left(x^2\right)'+3x' = -4x+3$.

Câu 11. Đạo hàm của $y = \left(x^5-2x^2\right)^2$ là

A. $y' = 10x^9-28x^6+16x^3$. **B.** $y' = 10x^9-14x^6+16x^3$.

C. $y' = 10x^9+16x^3$. **D.** $y' = 7x^6-6x^3+16x$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Ta có $y' = 2.\left(x^5-2x^2\right)\left(x^5-2x^2\right)' = 2\left(x^5-2x^2\right)\left(5x^4-4x\right) = 10x^9-28x^6+16x^3$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = (7x-5)^4$ bằng biểu thức nào sau đây

A. $4(7x-5)^3$. **B.** $-28(7x-5)^3$. **C.** $28(7x-5)^3$. **D.** $A = y''+y = -3\sin x-2\cos x+3\sin x+2\cos x = 0$

Hướng dẫn giải:

Đáp án C

Vì $y' = 4\left(7x-5\right)^3\left(7x-5\right)' = 28\left(7x-5\right)^3$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = -2x^2+3x$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng

A. $4x-3$. **B.** $-4x+3$. **C.** $4x+3$. **D.** $-4x-3$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án B

$f(x) = -2x^2+3x \Rightarrow f'(x) = -4x+3$

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=(x^3-2x^2)^{2016}$ là:

A. $y'=2016(x^3-2x^2)^{2015}$.

B. $y'=2016(x^3-2x^2)^{2015}(3x^2-4x)$.

C. $y'=2016(x^3-2x^2)(3x^2-4x)$.

D. $y'=2016(x^3-2x^2)(3x^2-2x)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Đặt $u=x^3-2x^2$ thì $y=u^{2016}$, $y'_u=2016.u^{2015}$, $u'_x=3x^2-4x$.

Theo công thức tính đạo hàm của hàm số hợp, ta có: $y'_x=y'_u.u'_x$.

Vậy: $y'=2016.(x^3-2x^2)^{2015}.(3x^2-4x)$.

Câu 15. Đạo hàm của $y=\left(x^3-2x^2\right)^2$ bằng :

A. $6x^5-20x^4+16x^3$.

B. $6x^5+16x^3$.

C. $6x^5-20x^4+4x^3$.

D. $6x^5-20x^4-16x^3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Cách 1: Áp dụng công thức $\left(u^n\right)'$

Ta có $y'=2.\left(x^3-2x^2\right).\left(x^3-2x^2\right)'=2\left(x^3-2x^2\right).\left(3x^2-4x\right)$

$=6x^5-8x^4-12x^4+16x^3=6x^5-20x^4+16x^3$

Cách 2 : Khai triển hằng đẳng thức :

Ta có: $y=\left(x^3-2x^2\right)^2=x^6-4x^5+4x^4\Rightarrow y'=6x^5-20x^4+16x^3$

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y=\frac{1}{2}x^6-\frac{3}{x}+2\sqrt{x}$ là:

A. $y'=3x^5+\frac{3}{x^2}+\frac{1}{\sqrt{x}}$.

B. $y'=6x^5+\frac{3}{x^2}+\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

C. $y'=3x^5-\frac{3}{x^2}+\frac{1}{\sqrt{x}}$.

D. $y'=6x^5-\frac{3}{x^2}+\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$y'=3x^5+\frac{3}{x^2}+\frac{1}{\sqrt{x}}$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y=\left(3x^2-1\right)^2$ là y' bằng.

A. $2\left(3x^2-1\right)$.

B. $6\left(3x^2-1\right)$.

C. $6x\left(3x^2-1\right)$.

D. $12x\left(3x^2-1\right)$.

***Hướng dẫn giải:*:**

Chọn D

Ta có: $y=\left(3x^2-1\right)^2\Rightarrow y'=2\left(3x^2-1\right)\left(3x^2-1\right)'=12x\left(3x^2-1\right)$.

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2-2\right)(2x-1)$ là:

A. $y'=4x$.

B. $y'=3x^2-6x+2$.

C. $y'=2x^2-2x+4$.

D. $y'=6x^2-2x-4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$y=\left(x^2-2\right)(2x-1)\Rightarrow y'=2x(2x-1)+2\left(x^2-2\right)=6x^2-2x-4$

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(x^7+x\right)^2$

A. $y'=(x^7+x)(7x^6+1)$ **B.** $y'=2(x^7+x)$

C. $y'=2(7x^6+1)$ **D.** $y'=2(x^7+x)(7x^6+1)$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Câu 20. Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2+1\right)\left(5-3x^2\right)$

A. $y'=-x^3+4x$ **B.** $y'=-x^3-4x$ **C.** $y'=12x^3+4x$ **D.** $y'=-12x^3+4x$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $y=(x^3+2x)^3$

A. $y'=(x^3+2x)^2(3x^2+2)$ **B.** $y'=2(x^3+2x)^2(3x^2+2)$

C. $y'=3(x^3+2x)^2+(3x^2+2)$ **D.** $y'=3(x^3+2x)^2(3x^2+2)$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $y'=3(x^3+2x)^2\left(x^3+2x\right)'=3(x^3+2x)^2(3x^2+2)$

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y=(x^2-1)(3x^3+2x)$

A. $y'=x^4-3x^2-2$ **B.** $y'=5x^4-3x^2-2$ **C.** $y'=15x^4-3x^2$ **D.** $y'=15x^4-3x^2-2$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $y'=2x(3x^3+2x)+(x^2-1)(9x^2+2)=15x^4-3x^2-2$

Câu 23. Tính đạo hàm của hàm số $y=x^2\left(2x+1\right)(5x-3)$

A. $y'=40x^2-3x^2-6x$ **B.** $y'=40x^3-3x^2-6x$ **C.** $y'=40x^3+3x^2-6x$ **D.** $y'=40x^3-3x^2-x$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$y=10x^4-x^3-3x^2\Rightarrow y'=40x^3-3x^2-6x$

Câu 24. Tính đạo hàm của hàm số $y=(x+2)^3(x+3)^2$

A. $y'=3(x^2+5x+6)^3+2(x+3)(x+2)^3$ **B.** $y'=2(x^2+5x+6)^2+3(x+3)(x+2)^3$

C. $y'=3(x^2+5x+6)+2(x+3)(x+2)$ **D.** $y'=3(x^2+5x+6)^2+2(x+3)(x+2)^3$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$y'=3(x^2+5x+6)^2+2(x+3)(x+2)^3$

Câu 25. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y=\left(x^7+x\right)^2$.

A. $\left(x^7+x\right)\left(7x^6+1\right)$ **B.** $2\left(7x^6+1\right)$ **C.** $2\left(x^7+x\right)\left(x^6+1\right)$ **D.** $2\left(x^7+x\right)\left(7x^6+1\right)$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Sử dụng công thức $\left(u^{\alpha}\right)' = \alpha.u^{\alpha-1}.u'$ (với $u = x^7 + x$)

$y' = 2\left(x^7 + x\right).\left(x^7 + x\right)' = 2\left(x^7 + x\right)\left(7x^6 + 1\right)$

Câu 26. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \left(2x^3 - 3x^2 - 6x + 1\right)^2$.

A. $2\left(2x^3 - x^2 + 6x + 1\right)\left(6x^2 - 6x + 6\right).$

B. $2\left(2x^3 - 3x^2 + x + 1\right)\left(x^2 - 6x + 6\right).$

C. $2\left(2x^3 - 3x^2 + 6x + 1\right)\left(x^2 - 6x + 6\right).$

D. $2\left(2x^3 - 3x^2 + 6x + 1\right)\left(6x^2 - 6x + 6\right).$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Sử dụng công thức $\left(u^{\alpha}\right)'$ với $u = 2x^3 - 3x^2 - 6x + 1$

$y' = 2\left(2x^3 - 3x^2 + 6x + 1\right)\left(2x^3 - 3x^2 + 6x + 1\right)' = 2\left(2x^3 - 3x^2 + 6x + 1\right)\left(6x^2 - 6x + 6\right).$

Câu 27. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \left(1 - 2x^2\right)^3$.

A. $12x\left(1 - 2x^2\right)^2.$ **B.** $-12x\left(1 - 2x^2\right)^2.$ **C.** $-24x\left(1 - 2x^2\right)^2.$ **D.** $24x\left(1 - 2x^2\right)^2.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Sử dụng công thức $\left(u^{\alpha}\right)'$ với $u = 1 - 2x^2$

$y' = 3\left(1 - 2x^2\right)^2\left(1 - 2x^2\right)' = 3\left(1 - 2x^2\right)^2\left(-4x\right) = -12x\left(1 - 2x^2\right)^2.$

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \left(x - x^2\right)^{32}$.

A. $\left(x - x^2\right)^{31}.\left(1 - 2x\right)$

B. $32\left(x - x^2\right)^{31}$

C. $32\left(1 - x^2\right)^{31}$

D. $32\left(x - x^2\right)^{31}.\left(1 - 2x\right)$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Sử dụng công thức $\left(u^{\alpha}\right)'$ với $u = x - x^2$

$y' = 32\left(x - x^2\right)^{31}.\left(x - x^2\right)' = 32\left(x - x^2\right)^{31}.\left(1 - 2x\right)$

Câu29 . Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \left(x^2 + x + 1\right)^4$.

A. $4\left(x^2 + x + 1\right)^3.$

B. $\left(x^2 + x + 1\right)^3.\left(2x + 1\right)$

C. $\left(x^2 + x + 1\right)^3.$

D. $4\left(x^2 + x + 1\right)^3.\left(2x + 1\right)$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Sử dụng công thức $\left(u^{\alpha}\right)'$ với $u = x^2 + x + 1$

$y' = 4\left(x^2+x+1\right)^3.\left(x^2+x+1\right)' = 4\left(x^2+x+1\right)^3.(2x+1)$

Câu 30. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \left(x^2-x+1\right)^3.\left(x^2+x+1\right)^2$

A. $y' = \left(x^2-x+1\right)^2\left[3(2x-1)\left(x^2+x+1\right)+2(2x+1)\left(x^2-x+1\right)\right]$

B. $y' = \left(x^2-x+1\right)^2\left(x^2+x+1\right)\left[3(2x-1)\left(x^2+x+1\right)+\left(x^2-x+1\right)\right]$

C. $y' = \left(x^2-x+1\right)^2\left(x^2+x+1\right)\left[3(2x-1)\left(x^2+x+1\right)+2(2x+1)\left(x^2-x+1\right)\right]$

D. $y' = \left(x^2-x+1\right)^2\left(x^2+x+1\right)\left[3(2x-1)\left(x^2+x+1\right)-2(2x+1)\left(x^2-x+1\right)\right]$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Đầu tiên sử dụng quy tắc nhân.

$y' = \left[\left(x^2-x+1\right)^3\right]'\left(x^2+x+1\right)^2+\left[\left(x^2+x+1\right)^2\right]'\left(x^2-x+1\right)^3.$

Sau đó sử dụng công thức $\left(u^\alpha\right)'$

$y' = 3\left(x^2-x+1\right)^2\left(x^2-x+1\right)'\left(x^2+x+1\right)+2\left(x^2+x+1\right)\left(x^2+x+1\right)'\left(x^2-x+1\right)^3$

$y' = 3\left(x^2-x+1\right)^2(2x-1)\left(x^2+x+1\right)^2+2\left(x^2+x+1\right)(2x+1)\left(x^2-x+1\right)^3$

$y' = \left(x^2-x+1\right)^2\left(x^2+x+1\right)\left[3(2x-1)\left(x^2+x+1\right)+2(2x+1)\left(x^2-x+1\right)\right].$

Câu 31. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = (1+2x)\left(2+3x^2\right)\left(3-4x^3\right)$

A. $y' = \left(2+3x^2\right)\left(3-4x^3\right)+(1+2x)(6x)\left(3-4x^3\right)+(1+2x)\left(2+3x^2\right)\left(-12x^2\right)$

B. $y' = 4\left(2+3x^2\right)\left(3-4x^3\right)+(1+2x)(6x)\left(3-4x^3\right)+(1+2x)\left(2+3x^2\right)\left(-12x^2\right)$

C. $y' = 2\left(2+3x^2\right)\left(3-4x^3\right)+(1+2x)(6x)\left(3-4x^3\right)+(1-2x)\left(2+3x^2\right)\left(-12x^2\right)$

D. $y' = 2\left(2+3x^2\right)\left(3-4x^3\right)+(1+2x)(6x)\left(3-4x^3\right)+(1+2x)\left(2+3x^2\right)\left(-12x^2\right)$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$y' = (1+2x)'\left(2+3x^2\right)\left(3-4x^3\right)+(1+2x)\left(2+3x^2\right)'\left(3-4x^3\right)+(1+2x)\left(2+3x^2\right)\left(3-4x^3\right)'$

$y' = 2\left(2+3x^2\right)\left(3-4x^3\right)+(1+2x)(6x)\left(3-4x^3\right)+(1+2x)\left(2+3x^2\right)\left(-12x^2\right).$

Câu 32. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \dfrac{ax+b}{cx+d},\ ac \neq 0$

A. $\dfrac{a}{c}$ **B.** $\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$ **C.** $\dfrac{ad+bc}{(cx+d)^2}$ **D.** $\dfrac{ad-bc}{(cx+d)}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có $y' = \dfrac{ad-cb}{(cx+d)^2} = \dfrac{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}{(cx+d)^2}$

Câu 33. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \dfrac{2x+1}{x+2}$

A. $-\frac{3}{(x+2)^2}$ **B.** $\frac{3}{(x+2)}$ **C.** $\frac{3}{(x+2)^2}$ **D.** $\frac{2}{(x+2)^2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có $y'=\frac{(2x+1)'(x+2)-(x+2)'(2x+1)}{(x+2)^2}=\frac{3}{(x+2)^2}$

Câu 34. Cho hàm số $y=\frac{3x+5}{-1+2x}$. Đạo hàm y' của hàm số là:

A. $\frac{7}{(2x-1)^2}$. **B.** $\frac{1}{(2x-1)^2}$. **C.** $-\frac{13}{(2x-1)^2}$. **D.** $\frac{13}{(2x-1)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có $y'=\frac{(3x+5)'.(2x-1)-(3x+5)(2x-1)'}{(2x-1)^2}$

$=\frac{3(2x-1)-2(3x+5)}{(2x-1)^2}=\frac{-13}{(2x-1)^2}$

Có thể dùng công thức $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)'=\frac{a.d-b.c}{(cx+d)^2}$

Câu 35. Cho hàm số $f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$ xác định $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là:

A. $f'(x)=\frac{2}{(x+1)^2}$. **B.** $f'(x)=\frac{3}{(x+1)^2}$. **C.** $f'(x)=\frac{1}{(x+1)^2}$. **D.** $f'(x)=\frac{-1}{(x+1)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

·Sử dụng công thức đạo hàm: $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)'=\frac{a.d-b.c}{(cx+d)^2}$.

·Ta có : $f'(x)=\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)'=\frac{2.1+1.1}{(x+1)^2}=\frac{3}{(x+1)^2}$.

Câu 36. Hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có đạo hàm là:

A. $y'=2$. **B.** $y'=-\frac{1}{(x-1)^2}$. **C.** $y'=-\frac{3}{(x-1)^2}$. **D.** $y'=\frac{1}{(x-1)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có : $y'=\frac{2(x-1)-(2x+1)}{(x-1)^2}=\frac{-3}{(x-1)^2}$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)=\frac{-4x-3}{x+5}$. Đạo hàm $f'(x)$ của hàm số là

A. $-\frac{17}{(x+5)^2}$. **B.** $-\frac{19}{(x+5)^2}$. **C.** $-\frac{23}{(x+5)^2}$. **D.** $\frac{17}{(x+5)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $f'(x)=\dfrac{-4.5-1.(-3)}{(x+5)^2}=\dfrac{-17}{(x+5)^2}$.

Câu 38. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2-x}{3x+1}$ là:

A. $y'=\dfrac{-7}{3x+1}$. **B.** $y'=\dfrac{5}{(3x+1)^2}$. **C.** $y'=\dfrac{-7}{(3x+1)^2}$. **D.** $y'=\dfrac{5}{3x+1}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$y=\dfrac{2-x}{3x+1}\Rightarrow y'=\dfrac{-(3x+1)-3(2-x)}{(3x+1)^2}=\dfrac{-7}{(3x+1)^2}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

A. $\dfrac{2}{(x+1)^2}$. **B.** $\dfrac{3}{(x+1)^2}$. **C.** $\dfrac{1}{(x+1)^2}$. **D.** $\dfrac{-1}{(x+1)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Cách 1: Ta có $y'=\dfrac{(2x-1)'(x+1)-(2x-1)(x+1)'}{(x+1)^2}=\dfrac{2(x+1)-(2x-1)}{(x+1)^2}=\dfrac{3}{(x+1)^2}$

Cách 2: Ta có $y'=\dfrac{2.1-1.(-1)}{(x+1)^2}=\dfrac{3}{(x+1)^2}$.

Câu 40. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y=\dfrac{3}{(2x+5)^2}$

A. $-\dfrac{12}{(2x+5)^4}$ **B.** $\dfrac{12}{(2x+5)^3}$ **C.** $-\dfrac{6}{(2x+5)^3}$ **D.** $-\dfrac{12}{(2x+5)^3}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $y'=-\dfrac{3\left[(2x+5)^2\right]'}{(2x+5)^4}=-\dfrac{12(2x+5)}{(2x+5)^4}=-\dfrac{12}{(2x+5)^3}$

Câu 41. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$

A. $\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$ **B.** $\dfrac{x^2+2x}{(x-1)^2}$ **C.** $\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}$ **D.** $\dfrac{-2x-2}{(x-1)^2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $y'=\dfrac{(2x-1)(x-1)-(x^2-x+1)}{(x-1)^2}=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$

Câu 42. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{a'x+b'}$, $aa'\neq 0$.

A. $=\dfrac{aa'x^2+2ab'x+bb'-a'c}{(a'x+b')}$ **B.** $=\dfrac{aa'x^2+2ab'x+bb'-a'c}{(a'x+b')^2}$

C. $= \dfrac{aa'x^2 - 2ab'x + bb' - a'c}{(a'x+b')^2}$ **D.** $= \dfrac{aa'x^2 + 2ab'x - bb' - a'c}{(a'x+b')^2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $y' = \dfrac{(2ax+b)(a'x+b') - a'(ax^2+bx+c)}{(a'x+b')^2}$

$= \dfrac{aa'x^2 + 2ab'x + bb' - a'c}{(a'x+b')^2}$.

Câu 43. Tính đạo hàm của hàm số sau: $y = \dfrac{2 - 2x + x^2}{x^2 - 1}$

A. $\dfrac{2x^2+6x+2}{(x^2-1)^2}$ **B.** $\dfrac{2x^2-6x+2}{(x^2-1)^4}$ **C.** $\dfrac{2x^2-6x-2}{(x^2-1)^2}$ **D.** $\dfrac{2x^2-6x+2}{(x^2-1)^2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $y' = \dfrac{(2x-2)(x^2-1) - 2x(x^2-2x+2)}{(x^2-1)^2} = \dfrac{2x^2-6x+2}{(x^2-1)^2}$

Câu 44. Cho hàm số $y = \dfrac{8x^2+x}{4x+5}$. Đạo hàm y' của hàm số là

A. $\dfrac{32x^2+80x+5}{4x+5}$. **B.** $\dfrac{-32x^2+8x-5}{(4x+5)^2}$. **C.** $\dfrac{32x^2+80x+5}{(4x+5)^2}$. **D.** $\dfrac{16x+1}{(4x+5)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Lưu ý: *áp dụng công thức đạo hàm nhanh* $\left(\dfrac{ax^2+bx+c}{ex+d}\right)' = \dfrac{ae.x^2 + 2adx + bd - ec}{(ex+d)^2}$.

Chọn C.

Câu 45. Hàm số $y = \dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$ có y' bằng

A. $\dfrac{x^2+4x-3}{x+2}$. **B.** $\dfrac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$. **C.** $\dfrac{x^2+4x+3}{x+2}$. **D.** $\dfrac{x^2+4x+9}{(x+2)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Lưu ý: *áp dụng công thức đạo hàm nhanh* $\left(\dfrac{ax^2+bx+c}{ex+d}\right)' = \dfrac{ae.x^2 + 2adx + bd - ec}{(ex+d)^2}$.

Câu 46. Hàm số $y = \dfrac{(x-2)^2}{1-x}$ có đạo hàm là:

A. $y' = \dfrac{-x^2+2x}{(1-x)^2}$. **B.** $y' = \dfrac{x^2-2x}{(1-x)^2}$. **C.** $y' = -2(x-2)$. **D.** $y' = \dfrac{x^2+2x}{(1-x)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có : $y' = \dfrac{2(x-2)(1-x)-(x-2)^2(-1)}{(1-x)^2} = \dfrac{-x^2+2x}{(1-x)^2}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = \dfrac{-x^2+2x-3}{x-2}$. Đạo hàm y' của hàm số là biểu thức nào sau đây?

A. $-1-\dfrac{3}{(x-2)^2}$. **B.** $1+\dfrac{3}{(x-2)^2}$. **C.** $-1+\dfrac{3}{(x-2)^2}$. **D.** $1-\dfrac{3}{(x-2)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án C.

Ta có $y' = \dfrac{\left(-x^2+2x-3\right)'(x-2)-\left(-x^2+2x-3\right)(x-2)'}{(x-2)^2}$.

$= \dfrac{(-2x+2)(x-2)-\left(-x^2+2x-3\right).1}{(x-2)^2} = \dfrac{-x^2+4x-1}{(x-2)^2} = -1+\dfrac{3}{(x-2)^2}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2+2x-3}{x+2}$. Đạo hàm y' của hàm số là

A. $1+\dfrac{3}{(x+2)^2}$. **B.** $\dfrac{x^2+6x+7}{(x+2)^2}$. **C.** $\dfrac{x^2+4x+5}{(x+2)^2}$. **D.** $\dfrac{x^2+8x+1}{(x+2)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A.

$y' = \dfrac{\left(x^2+2x-3\right)'(x+2)-(x+2)'\left(x^2+2x-3\right)}{(x+2)^2} = \dfrac{(2x+2)(x+2)-\left(x^2+2x-3\right)}{(x+2)^2}$

$\dfrac{(2x+2)(x+2)-\left(x^2+2x-3\right)}{(x+2)^2} = \dfrac{x^2+4x+7}{(x+2)^2} = 1+\dfrac{3}{(x+2)^2}$.

Câu 49. Đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{1}{x^2-2x+5}$ bằng biểu thức nào sau đây

A. $y' = \dfrac{2x-2}{\left(x^2-2x+5\right)^2}$. **B.** $y' = \dfrac{-2x+2}{\left(x^2-2x+5\right)^2}$.

C. $y' = (2x-2)(x^2-2x+5)$. **D.** $y' = \dfrac{1}{2x-2}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án B

Vì $y' = -\dfrac{\left(x^2-2x+5\right)'}{\left(x^2-2x+5\right)^2} = \dfrac{-2x+2}{\left(x^2-2x+5\right)^2}$.

Câu 50. Đạo hàm của $y = \dfrac{1}{2x^2+x+1}$ bằng :

A. $\dfrac{-(4x+1)}{\left(2x^2+x+1\right)^2}$. **B.** $\dfrac{-(4x-1)}{\left(2x^2+x+1\right)^2}$. **C.** $\dfrac{-1}{\left(2x^2+x+1\right)^2}$. **D.** $\dfrac{(4x+1)}{\left(2x^2+x+1\right)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

$$y=\frac{1}{2x^2+x+1}\Rightarrow y'=\frac{-\left(2x^2+x+1\right)'}{\left(2x^2+x+1\right)^2}=\frac{-(4x+1)}{\left(2x^2+x+1\right)^2}$$

Câu 51. Cho hàm số $f(x)=x+1-\frac{2}{x-1}$. Xét hai câu sau:

(I) $f'(x)=\frac{x^2-2x-1}{(x-1)^2}\ \forall x\neq 1$ (II) $f'(x)>0\ \forall x\neq 1.$

Hãy chọn câu đúng:

A. Chỉ (I) đúng. **B.** Chỉ (II) đúng. **C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Đáp án B

$$f(x)=x+1-\frac{2}{x-1}\Rightarrow f'(x)=1+\frac{2}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x+3}{(x-1)^2}>0\ \forall x\neq 1$$

Câu 52. Cho hàm số $f(x)=\frac{x^2+x-1}{x-1}$. Xét hai câu sau:

$(I): f'(x)=1-\frac{1}{(x-1)^2},\ \forall x\neq 1.$ $(II): f'(x)=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2},\ \forall x\neq 1.$

Hãy chọn câu đúng:

A. Chỉ (I) đúng. **B.** Chỉ (II) đúng.

C. Cả $(I);(II)$ đều sai. **D.** Cả $(I);(II)$ đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Áp dụng công thức $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'.v-v'.u}{v^2}$ ta có:

$\forall x\neq 1$, ta có: $f(x)=\frac{x^2+x-1}{x-1}\Rightarrow f'(x)=\frac{(x^2+x-1)'.(x-1)-(x-1)'.(x^2+x-1)}{(x-1)^2}$

$\Rightarrow f'(x)=\frac{(2x+1).(x-1)-1.(x^2+x-1)}{(x-1)^2}=\frac{2x^2-2x+x-1-x^2-x+1}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}\Rightarrow (II)$ đúng.

Mặt khác: $f'(x)=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x+1-1}{(x-1)^2}=\frac{(x-1)^2-1}{(x-1)^2}=1-\frac{1}{(x-1)^2}\Rightarrow (I)$ đúng.

Câu 53. Đạo hàm của hàm số $y=\frac{x(1-3x)}{x+1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{-9x^2-4x+1}{(x+1)^2}$. **B.** $\frac{-3x^2-6x+1}{(x+1)^2}$. **C.** $1-6x^2$. **D.** $\frac{1-6x^2}{(x+1)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Áp dụng công thức $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'.v-v'.u}{v^2}$. Có : $y=\frac{x(1-3x)}{x+1}=\frac{-3x^2+x}{x+1}$, nên:

$y'=\frac{(-3x^2+x)'.(x+1)-(x+1)'.(-3x^2+x)}{(x+1)^2}=\frac{(-6x+1).(x+1)-1.(-3x^2+x)}{(x+1)^2}$

$\Rightarrow y'=\frac{-6x^2-6x+x+1+3x^2-x}{(x+1)^2}=\frac{-3x^2-6x+1}{(x+1)^2}.$

Chọn B

Câu 54. Cho hàm số $y=\dfrac{-2x^2+x-7}{x^2+3}$. Đạo hàm y' của hàm số là:

A. $\dfrac{-3x^2-13x-10}{(x^2+3)^2}$. **B.** $\dfrac{-x^2+x+3}{(x^2+3)^2}$. **C.** $\dfrac{-x^2+2x+3}{(x^2+3)^2}$. **D.** $\dfrac{-7x^2-13x-10}{(x^2+3)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Áp dụng công thức $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'.v-v'.u}{v^2}$. Ta có:

$y=\dfrac{-2x^2+x-7}{x^2+3} \Rightarrow y'=\dfrac{(-2x^2+x-7)'.(x^2+3)-(x^2+3)'.(-2x^2+x-7)}{(x^2+3)^2}$

$\Rightarrow y'=\dfrac{(-4x+1).(x^2+3)-2x.(-2x^2+x-7)}{(x^2+3)^2}=\dfrac{-4x^3-12x+x^2+3+4x^3-2x^2+14x}{(x^2+3)^2}$

$\Rightarrow y'=\dfrac{-x^2+2x+3}{(x^2+3)^2}$.

Câu 55. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x^2+3x+3}$. Đạo hàm y' của hàm số là:

A. $\dfrac{2x^2+10x+9}{(x^2+3x+3)^2}$. **B.** $\dfrac{-2x^2-10x-9}{(x^2+3x+3)^2}$. **C.** $\dfrac{x^2-2x-9}{(x^2+3x+3)^2}$. **D.** $\dfrac{-2x^2-5x-9}{(x^2+3x+3)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$y'=\dfrac{(2x+5)'.(x^2+3x+3)-(2x+5)(x^2+3x+3)'}{(x^2+3x+3)^2}$

Ta có

$=\dfrac{2(x^2+3x+3)-(2x+5).(2x+3)}{(x^2+3x+3)^2}=\dfrac{2x^2+6x+6-4x^2-6x-10x-15}{(x^2+3x+3)^2}$

$=\dfrac{-2x^2-10x-9}{(x^2+3x+3)^2}$.

Câu 56. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{x^2-2x+5}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{-2x-2}{(x^2-2x+5)^2}$. **B.** $\dfrac{-4x+4}{(x^2-2x+5)^2}$. **C.** $\dfrac{-2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$. **D.** $\dfrac{2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$y'=\dfrac{-(2x-2)}{(x^2-2x+5)^2}=\dfrac{-2x+2}{(x^2-2x+5)^2}$.

Câu 57. Hàm số $y=2x+1+\dfrac{2}{x-2}$ có y' bằng?.

A. $\dfrac{2x^2+8x+6}{(x-2)^2}$. **B.** $\dfrac{2x^2-8x+6}{x-2}$. **C.** $\dfrac{2x^2-8x+6}{(x-2)^2}$. **D.** $\dfrac{2x^2+8x+6}{x-2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có $y' = 2 - \frac{2}{(x-2)^2} = \frac{2x^2 - 8x + 6}{(x-2)^2}$.

Câu 58. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{(x-1)(x+3)}$ bằng biểu thức nào sau đây ?.

A. $\frac{1}{(x+3)^2(x-1)^2}$. **B.** $\frac{1}{2x+2}$. **C.** $-\frac{2x+2}{(x^2+2x-3)^2}$. **D.** $\frac{-4}{(x^2+2x-3)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có : $y = \frac{1}{(x-1)(x+3)} = \frac{1}{x^2+2x-3} \Rightarrow y' = -\frac{(x^2+2x-3)'}{(x^2+2x-3)^2} = -\frac{2x+2}{(x^2+2x-3)^2}$.

Câu 59. Cho hàm số $y = \frac{2x^2+3x-1}{x^2-5x+2}$. Đạo hàm y' của hàm số là.

A. $\frac{-13x^2-10x+1}{(x^2-5x+2)^2}$. **B.** $\frac{-13x^2+5x+11}{(x^2-5x+2)^2}$. **C.** $\frac{-13x^2+5x+1}{(x^2-5x+2)^2}$. **D.** $\frac{-13x^2+10x+1}{(x^2-5x+2)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $y = \frac{2x^2+3x-1}{x^2-5x+2}$.

$$y' = \frac{(2x^3+3x-1)'(x^2-5x+2)-(2x^3+3x-1)(x^2-5x+2)'}{(x^2-5x+2)^2}.$$

$$y' = \frac{(6x^2+3)(x^2-5x+2)-(2x^3+3x-1)(2x-5)}{(x^2-5x+2)^2} = \frac{-13x^2+10x+1}{(x^2-5x+2)^2}.$$

Câu 60. Hàm số nào sau đây có $y' = 2x + \frac{1}{x^2}$

A. $y = x^2 - \frac{1}{x}$. **B.** $y = 2 - \frac{2}{x^3}$. **C.** $y = x^2 + \frac{1}{x}$. **D.** $y = 2 - \frac{1}{x}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Vì $y' = \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)' = 2x + \frac{1}{x^2}$.

Câu 61. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{-3}{x^4} + \frac{1}{x^3}$. **B.** $\frac{-3}{x^4} + \frac{2}{x^3}$. **C.** $\frac{-3}{x^4} - \frac{2}{x^3}$. **D.** $\frac{3}{x^4} - \frac{1}{x^3}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Ta có $y' = \left(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2}\right)' = -\frac{3x^2}{x^6} + \frac{2x}{x^4} = -\frac{3}{x^4} + \frac{2}{x^3}$

Câu 62. Hàm số nào sau đây có $y' = 2x + \frac{1}{x^2}$?

A. $y=\dfrac{x^3-1}{x}$ **B.** $y=\dfrac{3(x^2+x)}{x^3}$ **C.** $y=\dfrac{x^3+5x-1}{x}$ **D.** $y=\dfrac{2x^2+x-1}{x}$

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Kiểm tra đáp án A $y=\dfrac{x^3-1}{x}=x^2-\dfrac{1}{x}\Rightarrow y'=2x+\dfrac{1}{x^2}$ đúng.

Câu 63. Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(x+\dfrac{2}{3x^2}\right)^2$

A. $y'=\left(x+\dfrac{2}{3x^2}\right)\left(1-\dfrac{4}{3x^3}\right)$ **B.** $y'=2\left(x+\dfrac{2}{3x^2}\right)\left(1+\dfrac{4}{3x^3}\right)$

C. $y'=\left(x+\dfrac{2}{3x^2}\right)\left(1+\dfrac{4}{3x^3}\right)$ **D.** $y'=2\left(x+\dfrac{2}{3x^2}\right)\left(1-\dfrac{4}{3x^3}\right)$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $y'=2\left(x+\dfrac{2}{3x^2}\right)\left(1-\dfrac{4}{3x^3}\right)$

Câu 64. Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(4x+\dfrac{5}{x^2}\right)^3$

A. $y'=3\left(4+\dfrac{10}{x^3}\right)\left(4x+\dfrac{5}{x^2}\right)^2$ **B.** $y'=3\left(4-\dfrac{10}{x^3}\right)\left(4x-\dfrac{5}{x^2}\right)^2$

C. $y'=\left(4x+\dfrac{5}{x^2}\right)^2$ **D.** $y'=3\left(4-\dfrac{10}{x^3}\right)\left(4x+\dfrac{5}{x^2}\right)^2$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$y'=3\left(4-\dfrac{10}{x^3}\right)\left(4x+\dfrac{5}{x^2}\right)^2$

Câu 65. Cho hàm số $y=\sqrt{3x^3+2x^2+1}$. Đạo hàm y' của hàm số là

A. $\dfrac{3x^2+2x}{2\sqrt{3x^3+2x^2+1}}$. **B.** $\dfrac{3x^2+2x+1}{2\sqrt{3x^3+2x^2+1}}$. **C.** $\dfrac{9x^2+4x}{\sqrt{3x^3+2x^2+1}}$. **D.** $\dfrac{9x^2+4x}{2\sqrt{3x^3+2x^2+1}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Công thức $\left(\sqrt{u}\right)'=\dfrac{1}{2\sqrt{u}}u'$

Câu 66. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{x^3-3x^2+2}$

A. $y'=\dfrac{3x^2-6x}{\sqrt{x^3-3x^2+2}}$ **B.** $y'=\dfrac{3x^2+6x}{2\sqrt{x^3-3x^2+2}}$ **C.** $y'=\dfrac{3x^2-6x}{2\sqrt{x^3-3x^2-2}}$ **D.** $y'=\dfrac{3x^2-6x}{2\sqrt{x^3-3x^2+2}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$y' = \frac{3x^2 - 6x}{2\sqrt{x^3 - 3x^2 + 2}}$$

Câu 67. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{1-2x^2}$ là kết quả nào sau đây?

A. $\frac{-4x}{2\sqrt{1-2x^2}}$. **B.** $\frac{1}{2\sqrt{1-2x^2}}$. **C.** $\frac{2x}{\sqrt{1-2x^2}}$. **D.** $\frac{-2x}{\sqrt{1-2x^2}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$y = \sqrt{1-2x^2} \Rightarrow y' = \frac{\left(1-x^2\right)'}{2\sqrt{1-2x^2}} = \frac{-2x}{\sqrt{1-2x^2}}.$$

Câu 68. Cho hàm số $f(x) = x\sqrt{x}$ có đạo hàm $f'(x)$ bằng.

A. $\frac{3\sqrt{x}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{x}}{2x}$. **C.** $\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{x}}{2}$.

Hướng dẫn giải:.

Chọn A

Ta có: $f(x) = x\sqrt{x} = x^{\frac{3}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{x}.$

Câu 69. Đạo hàm của hàm số $y = \left(x^3 - 5\right).\sqrt{x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{7}{2}\sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$. **B.** $3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}}$. **C.** $3x^2 - \frac{5}{2\sqrt{x}}$. **D.** $\frac{7}{2}\sqrt[5]{x^2} - \frac{5}{2\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$y' = \left(x^3 - 5\right)'\sqrt{x} + \left(x^3 - 5\right)\left(\sqrt{x}\right)' = 3x^2.\sqrt{x} + \left(x^3 - 5\right)\frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{7x^3 - 5}{2\sqrt{x}} = \frac{7}{2}\sqrt{x^5} - \frac{5}{2\sqrt{x}}.$$

Câu 70. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x^3}$ là :

A. $\frac{x - 6x^2}{\sqrt{x^2 - 4x^3}}$. **B.** $\frac{1}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}$. **C.** $\frac{x - 12x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}$. **D.** $\frac{x - 6x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$y' = \frac{2x - 12x^2}{2\sqrt{x^2 - 4x^3}} = \frac{x - 6x^2}{\sqrt{x^2 - 4x^3}}.$$

Câu 71. Đạo hàm của $y = \sqrt{3x^2 - 2x + 1}$ bằng:

A. $\frac{3x - 1}{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}$. **B.** $\frac{6x - 2}{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}$. **C.** $\frac{3x^2 - 1}{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}$. **D.** $\frac{1}{2\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Áp dụng công thức $\left(\sqrt{u}\right)' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$, ta được:

$$y = \sqrt{3x^2 - 2x + 1} \Rightarrow y' = \frac{(3x^2 - 2x + 1)'}{2\sqrt{3x^2 - 2x + 1}} = \frac{6x - 2}{2\sqrt{3x^2 - 2x + 1}} = \frac{3x - 1}{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}.$$

Câu 72. Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 5x - 4}$. Đạo hàm y' của hàm số là:

A. $\frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$. **B.** $\frac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$. **C.** $\frac{2x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$. **D.** $\frac{2x+5}{\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Áp dụng công thức $\left(\sqrt{u}\right)'=\frac{u'}{2\sqrt{u}}$, ta được:

$y=\sqrt{2x^2+5x-4}\Rightarrow y'=\frac{(2x^2+5x-4)'}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}=\frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x-4}}$.

Câu 73. Tính đạo hàm các hàm số sau $y=x\sqrt{x^2+1}$

A. $\frac{2x^2+1}{2\sqrt{x^2+1}}$ **B.** $\frac{x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$ **C.** $\frac{4x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$ **D.** $\frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $y'=x'\sqrt{x^2+1}+\left(\sqrt{x^2+1}\right)'x=\sqrt{x^2+1}+\frac{(x^2+1)'}{2\sqrt{x^2+1}}.x$

$=\sqrt{x^2+1}+\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}=\frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Câu 74. Đạo hàm của hàm số $y=x.\sqrt{x^2-2x}$ là

A. $y'=\frac{2x-2}{\sqrt{x^2-2x}}$. **B.** $y'=\frac{3x^2-4x}{\sqrt{x^2-2x}}$. **C.** $y'=\frac{2x^2-3x}{\sqrt{x^2-2x}}$. **D.** $y'=\frac{2x^2-2x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án C

$y=x.\sqrt{x^2-2x}\Rightarrow y'=\sqrt{x^2-2x}+x.\frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-2x}}=\frac{x^2-2x+x^2-x}{\sqrt{x^2-2x}}=\frac{2x^2-3x}{\sqrt{x^2-2x}}$

Câu 75. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $D=[0;+\infty)$ cho bởi $f(x)=x\sqrt{x}$ có đạo hàm là:

A. $f'(x)=\frac{1}{2}\sqrt{x}$. **B.** $f'(x)=\frac{3}{2}\sqrt{x}$. **C.** $f'(x)=\frac{1}{2}\frac{\sqrt{x}}{x}$. **D.** $f'(x)=x+\frac{\sqrt{x}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$(u.v)'=u'.v+u.v'$; $\left(\sqrt{x}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$; $x'=1$.

Ta có $f'(x)=\left(x\sqrt{x}\right)'=x'.\sqrt{x}+x.\left(\sqrt{x}\right)'=\sqrt{x}+\frac{x}{2\sqrt{x}}=\sqrt{x}+\frac{1}{2}\sqrt{x}=\frac{3}{2}\sqrt{x}$.

Câu 76. Tính đạo hàm của hàm số $y=(x+1)\sqrt{x^2+x+1}$.

A. $\frac{4x^2-5x+3}{2\sqrt{x^2+x+1}}$ **B.** $\frac{4x^2+5x-3}{2\sqrt{x^2+x+1}}$ **C.** $\frac{4x^2+5x+3}{\sqrt{x^2+x+1}}$ **D.** $\frac{4x^2+5x+3}{2\sqrt{x^2+x+1}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có $y'=\sqrt{x^2+x+1}+(x+1)\frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}=\frac{4x^2+5x+3}{2\sqrt{x^2+x+1}}$

Câu 77. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 + x\sqrt{x+1}$

A. $y' = 2x + \sqrt{x+1} - \dfrac{x}{2\sqrt{x+1}}$ **B.** $y' = 2x - \sqrt{x+1} + \dfrac{x}{2\sqrt{x+1}}$

C. $y' = \dfrac{x}{2\sqrt{x+1}}$ **D.** $y' = 2x + \sqrt{x+1} + \dfrac{x}{2\sqrt{x+1}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$y' = 2x + \sqrt{x+1} + \dfrac{x}{2\sqrt{x+1}}$

Câu 78. Tính đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

A. $y' = -\dfrac{a^2}{\sqrt{(a^2-x^2)^3}}$ **B.** $y' = \dfrac{a^2}{\sqrt{(a^2+x^2)^3}}$ **C.** $y' = \dfrac{2a^2}{\sqrt{(a^2-x^2)^3}}$ **D.** $y' = \dfrac{a^2}{\sqrt{(a^2-x^2)^3}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$y' = \dfrac{\sqrt{a^2-x^2} + \dfrac{x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}}{(a^2-x^2)} = \dfrac{a^2}{\sqrt{(a^2-x^2)^3}}$

Câu 79. Tính đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{1}{x\sqrt{x}}$

A. $y' = \dfrac{3}{2}\dfrac{1}{x^2\sqrt{x}}$ **B.** $y' = -\dfrac{1}{x^2\sqrt{x}}$ **C.** $y' = \dfrac{1}{x^2\sqrt{x}}$ **D.** $y' = -\dfrac{3}{2}\dfrac{1}{x^2\sqrt{x}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$y' = -\dfrac{(x\sqrt{x})'}{x^3} = -\dfrac{3}{2}\dfrac{1}{x^2\sqrt{x}}$

Câu 80. Tính đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{1+x}{\sqrt{1-x}}$

A. $y' = \dfrac{1-3x}{\sqrt{(1-x)^3}}$ **B.** $y' = \dfrac{1-3x}{3\sqrt{(1-x)^3}}$ **C.** $y' = -\dfrac{1}{3}\dfrac{1-3x}{2\sqrt{(1-x)^3}}$ **D.** $y' = \dfrac{1-3x}{2\sqrt{(1-x)^3}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$y' = \dfrac{\sqrt{1-x} - \dfrac{1+x}{2\sqrt{1-x}}}{1-x} = \dfrac{1-3x}{2\sqrt{(1-x)^3}}$

Câu 81. Cho hàm số $y = \left(\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)^2$. Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là:

A. $f'(x) = \dfrac{-2\left(1-\sqrt{x}\right)}{\left(1+\sqrt{x}\right)^3}$. **B.** $f'(x) = \dfrac{-2\left(1-\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^3}$.

C. $f'(x)=\dfrac{2\left(1-\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{2\left(1-\sqrt{x}\right)}{1+\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có : $y'=2\left(\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)\left(\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)'=2\left(\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)\dfrac{-2}{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}\left(\sqrt{x}\right)'=-\dfrac{2}{\sqrt{x}}\dfrac{1-\sqrt{x}}{\left(1+\sqrt{x}\right)^3}$.

Câu 82. Hàm số $f(x)=\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$ xác định trên $D=(0;+\infty)$. Có đạo hàm của $f(x)$ là:

A. $f'(x)=x+\dfrac{1}{x}-2$. **B.** $f'(x)=x-\dfrac{1}{x^2}$.

C. $f'(x)=\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **D.** $f'(x)=1-\dfrac{1}{x^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Sử dụng công thức đạo hàm hợp: $\left(u^n\right)'=n.u^{n-1}.u'$ và $\left(\dfrac{1}{u}\right)'=-\dfrac{u'}{u^2}$.

Ta có: $f'(x)=\left[\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^2\right]'=2.\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right).\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)'=2.\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)\left(\dfrac{1}{2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{2x\sqrt{x}}\right)$

$=2.\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=\left(1-\dfrac{1}{x}\right)\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=1-\dfrac{1}{x^2}$.

Câu 83. Hàm số $f(x)=\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^3$ xác định trên $D=(0;+\infty)$. Đạo hàm của hàm $f(x)$ là:

A. $f'(x)=\dfrac{3}{2}\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$. **B.** $f'(x)=\dfrac{3}{2}\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$.

C. $f'(x)=\dfrac{3}{2}\left(-\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$. **D.** $f'(x)=x\sqrt{x}-3\sqrt{x}+\dfrac{3}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Sử dụng công thức đạo hàm hợp: $\left(u^n\right)'=n.u^{n-1}.u'$ và $\left(\dfrac{1}{u}\right)'=-\dfrac{u'}{u^2}$.

·Ta có: $f'(x)=3\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^2.\left(\dfrac{1}{2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{2x\sqrt{x}}\right)=3.\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\left(x-2+\dfrac{1}{x}\right).\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$

$=\dfrac{3}{2\sqrt{x}}\left(x-1-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)=\dfrac{3}{2}\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{x\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x^2\sqrt{x}}\right)$.

Câu 84. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$. Đạo hàm y' của hàm số là biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$. **B.** $-\dfrac{x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$. **C.** $\dfrac{x}{2(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$. **D.** $-\dfrac{x(x^2+1)}{\sqrt{x^2+1}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án B.

$$y'=\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)'=\frac{-\left(\sqrt{x^2+1}\right)'}{x^2+1}=\frac{-\left(x^2+1\right)'}{2\sqrt{x^2+1}\left(x^2+1\right)}=\frac{-x}{\sqrt{x^2+1}\left(x^2+1\right)}.$$

Câu 85. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x-1}+\frac{1}{\sqrt{x-1}}$. Để tính f', hai học sinh lập luận theo hai cách:

(I) $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x-1}}\Rightarrow f'(x)=\frac{x-2}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$.

(II) $f(x)=\frac{1}{2\sqrt{x-1}}-\frac{1}{2(x-1)\sqrt{x-1}}=\frac{x-2}{2(x-1)\sqrt{x-1}}$.

Cách nào đúng?

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II) **C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D.

$\sqrt{x-1}+\frac{1}{\sqrt{x-1}}=\frac{x}{\sqrt{x-1}}$.

Lại có $\left(\frac{x}{\sqrt{x-1}}\right)'=\frac{\sqrt{x-1}-\frac{x}{2\sqrt{x-1}}}{x-1}=\frac{x-2}{2\sqrt{x-1}(x-1)}$ nên cả hai đều đúng.

Câu 86. Cho hàm số $y=f(x)=\left(1-2x^2\right)\sqrt{1+2x^2}$. Ta xét hai mệnh đề sau:

(I) $f'(x)=\frac{-2x\left(1+6x^2\right)}{\sqrt{1+2x^2}}$ (II) $f(x).f'(x)=2x\left(12x^4-4x^2-1\right)$

Mệnh đề nào đúng?

A. Chỉ (II). **B.** Chỉ (I). **C.** Cả hai đều sai. **D.** Cả hai đều đúng.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Ta có

$$f'(x)=\left(1-2x^2\right)'\sqrt{1+2x^2}+\left(1-2x^2\right)\left(\sqrt{1+2x^2}\right)'=-4x\sqrt{1+2x^2}+\left(1-2x^2\right)\frac{2x}{\sqrt{1+2x^2}}$$

$$=\frac{-4x\left(1+2x^2\right)+\left(1-2x^2\right).2x}{\sqrt{1+2x^2}}=\frac{-2x-12x^3}{\sqrt{1+2x^2}}=\frac{-2x\left(1+6x^2\right)}{\sqrt{1+2x^2}}$$

Suy ra

$$f(x).f'(x)=\left(1-2x^2\right)\sqrt{1+2x^2}.\frac{-2x\left(1+6x^2\right)}{\sqrt{1+2x^2}}=-2x\left(1-2x^2\right)\left(1+6x^2\right)$$

$$=-2x\left(-12x^4+4x^2+1\right)=2x\left(12x^4-4x^2-1\right)$$

Câu 87. Đạo hàm của hàm số $y=-2x^7+\sqrt{x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $-14x^6+2\sqrt{x}$. **B.** $-14x^6+\frac{2}{\sqrt{x}}$. **C.** $-14x^6+\frac{1}{2\sqrt{x}}$. **D.** $-14x^6+\frac{1}{\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án C

Ta có $y'=\left(-2x^7+\sqrt{x}\right)'=-14x^6+\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Câu 88. Đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{\frac{2x-1}{x+2}}$ là

A. $y' = \frac{5}{(2x-1)^2}.\sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}.$ **B.** $y' = \frac{1}{2}.\frac{5}{(2x-1)^2}.\sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}.$

C. $y' = \frac{1}{2}.\sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}.$ **D.** $y' = \frac{1}{2}.\frac{5}{(x+2)^2}.\sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}.$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D.

Ta có $y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{2x-1}{x+2}}}.\left(\frac{2x-1}{x+2}\right)' = \frac{1}{2}.\frac{5}{(x+2)^2}.\sqrt{\frac{x+2}{2x-1}}.$

Câu 89. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{1-2x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\frac{1}{2\sqrt{x}(1-2x)^2}$. **B.** $\frac{1}{-4\sqrt{x}}$. **C.** $\frac{1-2x}{2\sqrt{x}(1-2x)^2}$. **D.** $\frac{1+2x}{2\sqrt{x}(1-2x)^2}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn D

Ta có

$$y' = \frac{\left(\sqrt{x}\right)'.(1-2x)-(1-2x)'.\sqrt{x}}{(1-2x)^2} = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}.(1-2x)+2\sqrt{x}}{(1-2x)^2}$$

$$= \frac{\frac{1-2x+4x}{2\sqrt{x}}}{(1-2x)^2} = \frac{1+2x}{2\sqrt{x}(1-2x)^2}.$$

Câu 90. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x-3}{5+x} - \sqrt{2x}$ là:

A. $y' = \frac{13}{(x+5)^2} - \frac{1}{\sqrt{2x}}.$ **B.** $y' = \frac{17}{(x+5)^2} - \frac{1}{2\sqrt{2x}}.$

C. $y' = \frac{13}{(x+5)^2} - \frac{1}{2\sqrt{2x}}.$ **D.** $y' = \frac{17}{(x+5)^2} - \frac{1}{\sqrt{2x}}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$y' = \frac{(2x-3)'.(5+x)-(2x-3).(5+x)'}{(5+x)^2} - \frac{(2x)'}{2\sqrt{2x}}$$

Cách 1: Ta có

$$= \frac{2(5+x)-(2x-3)}{(5+x)^2} - \frac{2}{2\sqrt{2x}}. = \frac{10+2x-2x+3}{(5+x)^2} - \frac{x}{\sqrt{2x}} = \frac{13}{(5+x)^2} - \frac{x}{\sqrt{2x}}.$$

Cách 2: Ta có $y' = \frac{2.5+3.1}{(5+x)^2} - \frac{(2x)'}{2\sqrt{2x}} = \frac{13}{(5+x)^2} - \frac{x}{\sqrt{2x}}.$

Có thể dùng công thức $\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{a.d-b.c}{(cx+d)^2}$.

Câu 91. Đạo hàm của hàm số $y = (2x-1)\sqrt{x^2+x}$ là:

A. $y' = 2\sqrt{x^2+x} - \dfrac{4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}}$.
B. $y' = 2\sqrt{x^2+x} + \dfrac{4x^2-1}{\sqrt{x^2+x}}$.
C. $y' = 2\sqrt{x^2+x} + \dfrac{4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}}$.
D. $y' = 2\sqrt{x^2+x} + \dfrac{4x^2+1}{2\sqrt{x^2+x}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có $y' = (2x-1)'.\sqrt{x^2+x} + (2x-1).\left(\sqrt{x^2+x}\right)' = 2.\sqrt{x^2+x} + \dfrac{(2x-1)(2x+1)}{2\sqrt{x^2+x}} = 2\sqrt{x^2+x} + \dfrac{4x^2-1}{2\sqrt{x^2+x}}$

Câu 92. Đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$.
B. $\dfrac{1+x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$.
C. $\dfrac{2(x+1)}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$.
D. $\dfrac{x^2-x+1}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$$y' = \frac{(x-1)'.\sqrt{x^2+1} - (x-1)\left(\sqrt{x^2+1}\right)'}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2} = \frac{\sqrt{x^2+1} - (x-1)\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2} = \frac{x^2+1-x^2+x}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^3} = \frac{1+x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}.$$

Câu 93. Đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}$ là:

A. $y' = -\dfrac{1}{\left(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}\right)^2}$.
B. $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x-1}}$.
C. $y' = \dfrac{1}{4\sqrt{x+1}} + \dfrac{1}{4\sqrt{x-1}}$.
D. $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}} + \dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có: $y = \dfrac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}} = \dfrac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}{2}$

$$\Rightarrow y' = \frac{1}{2}\left(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}\right)' = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2\sqrt{x-1}}\right) = \frac{1}{4\sqrt{x+1}} + \frac{1}{4\sqrt{x-1}}.$$

Câu 94. Cho hàm số $f(x) = \left(\sqrt{x} - \dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$. Hàm số có đạo hàm $f'(x)$ bằng:

A. $\sqrt{x} - \dfrac{1}{\sqrt{x}}$.
B. $1 + \dfrac{1}{x^2}$.
C. $x + \dfrac{1}{x} - 2$.
D. $1 - \dfrac{1}{x^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có $f(x) = x + \dfrac{1}{x} - 2$. Suy ra $f'(x) = 1 - \dfrac{1}{x^2}$

Câu 95. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2+1} - \sqrt{1-x^2}$

A. $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}} + \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.
B. $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.
C. $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}} + \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.
D. $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$$y' = \left(\sqrt{x^2+1}\right)' - \left(\sqrt{1-x^2}\right)' = \frac{\left(x^2+1\right)'}{2\sqrt{x^2+1}} - \frac{\left(1-x^2\right)'}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Câu 96. $y = \sqrt{\frac{x^2+1}{x}}$.

A. $\frac{1}{\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}}\left(1-\frac{1}{x^2}\right)$

B. $\frac{1}{2\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}}$

C. $\frac{3}{2\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}}\left(1-\frac{1}{x^2}\right)$

D. $\frac{1}{2\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}}\left(1-\frac{1}{x^2}\right)$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Sử dụng công thức $\left(\sqrt{u}\right)'$ với $u = \frac{x^2+1}{x}$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}}.\left(\frac{x^2+1}{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^2+1}{x}}}\left(1-\frac{1}{x^2}\right)$$

Câu 97. Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)$.

A. $y' = 2\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right).\frac{1}{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$

B. $y' = 2\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right).\frac{-1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$

C. $y' = \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right).\frac{-1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$

D. $y' = 2\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right).\frac{1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$

Hướng dẫn giải:

Đáp án B

Đầu tiên sử dụng công thức $\left(u^\alpha\right)'$ với $u = \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$

$$y' = 2\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right).\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)'$$

Tính $\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right)' = \frac{\left(1-\sqrt{x}\right)'\left(1+\sqrt{x}\right) - \left(1+\sqrt{x}\right)'\left(1-\sqrt{x}\right)}{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$

$$= \frac{\frac{-1}{2\sqrt{x}}\left(1+\sqrt{x}\right) - \frac{1}{2\sqrt{x}}\left(1-x\right)}{\left(1+\sqrt{x}\right)^2} = \frac{-1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$$

Vậy $y' = 2\left(\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right).\frac{-1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$.

Câu 98. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

A. $\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{-1}{2\sqrt{x-1}(x-1)}$.

B. $\frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \frac{-1}{2\sqrt{x-1}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{-1}{\sqrt{x-1}(x-1)}$.

D. $\frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \frac{-1}{2\sqrt{x-1}(x-1)}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$$y' = \left(\sqrt{x-1}\right)' + \left(\frac{1}{\sqrt{x-1}}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \frac{-\left(\sqrt{x-1}\right)'}{\left(\sqrt{x-1}\right)^2} = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} + \frac{-1}{2\sqrt{x-1}(x-1)}.$$

Câu 99. Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$.

A. $5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}.x}\right)$

B. $5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}.x}\right)$

C. $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}.x}\right)$

D. $5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}.x}\right)$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Bước đầu tiên sử dụng $\left(u^\alpha\right)'$ với $u = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$

$$y' = 5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4.\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)' = 5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4.\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{\left(\sqrt{x}\right)'}{\left(\sqrt{x}\right)^2}\right)$$

$$= 5\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{2\sqrt{x}.x}\right)$$

Câu 100. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1+x}{\sqrt{1-x}}$.

A. $\frac{-x}{2\sqrt{1-x}(1-x)}$.

B. $\frac{3-x}{\sqrt{1-x}(1-x)}$.

C. $\frac{3}{2\sqrt{1-x}(1-x)}$.

D. $\frac{3-x}{2\sqrt{1-x}(1-x)}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Sử dụng $\left(\frac{u}{v}\right)'$ được: $y' = \frac{(1+x)'\sqrt{1-x} - \left(\sqrt{1-x}\right)'(1+x)}{\left(\sqrt{1-x}\right)^2} = \frac{\sqrt{1-x} - \frac{(1-x)'}{2\sqrt{1-x}}.(1+x)}{(1-x)}$

$= \frac{2(1-x)+(1+x)}{2\sqrt{1-x}.(1-x)} = \frac{3-x}{2\sqrt{1-x}(1-x)}.$

Câu 101. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}.$

A. $\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}.\left[1+\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x}}}.\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\right].$

B. $\frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}.\left[1+\frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{x}}}.\left(1+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\right].$

C. $\frac{1}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}.\left[1+\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x}}}.\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\right].$

D. $\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}.\left[1-\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x}}}.\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\right].$

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

Đầu tiên áp dụng $\sqrt{u}$ với $u = x+\sqrt{x+\sqrt{x}}$

$y' = \frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}\left(x+\sqrt{x+\sqrt{x}}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x}}}.\left(x+\sqrt{x}\right)'\right)$

$= \frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}.\left[1+\frac{1}{2\sqrt{x+\sqrt{x}}}.\left(1+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\right].$

Câu 102. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{4x+1}{\sqrt{x^2+2}}$ (áp dụng u chia v đạo hàm)

A. $\frac{-x}{\left(x^2+2\right)\sqrt{x^2+2}}$

B. $\frac{x+8}{\left(x^2+2\right)\sqrt{x^2+2}}$

C. $\frac{-x+8}{\left(x^2+3\right)\sqrt{x^2+2}}$

D. $\frac{-x+8}{\left(x^2+2\right)\sqrt{x^2+2}}$

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$y' = \frac{(4x+1)'\sqrt{x^2+2} - \left(\sqrt{x^2+2}\right)'.(4x+1)}{\left(\sqrt{x^2+2}\right)^2} = \frac{4.\sqrt{x^2+2} - \frac{\left(x^2+2\right)'}{2\sqrt{x^2+2}}.(4x+1)}{\left(x^2+2\right)}$

$$= \frac{4\sqrt{x^2+2} - \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}(4x+1)}{x^2+2} = \frac{4(x^2+2) - x(4x+1)}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}} = \frac{-x+8}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}}$$

Câu 103. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{\frac{x^3}{x-1}}$ (Áp dụng căn bậc hai của u đạo hàm).

A. $y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \frac{x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$.

B. $y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \frac{2x^3 - x^2}{(x-1)^2}$.

C. $y' = \frac{1}{\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$.

D. $y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \left(\frac{x^3}{x-1}\right)'$$

Ta có: $\left(\frac{x^3}{x-1}\right)' = \frac{(x^3)'(x-1) - (x-1)'x^3}{(x-1)^2} = \frac{3x^2(x-1) - x^3}{(x-1)^2} = \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$

Vậy $y' = \frac{1}{2\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}} \cdot \frac{2x^3 - 3x^2}{(x-1)^2}$.

Câu 104. Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{(x-2)^3}$.

A. $\frac{(x-2)}{2\sqrt{x-2}}$.

B. $\frac{(x-2)}{\sqrt{x-2}}$.

C. $\frac{3(x-2)}{\sqrt{x-2}}$.

D. $\frac{3(x-2)}{2\sqrt{x-2}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Đầu tiên áp dụng $\left(\sqrt{u}\right)'$ với $u = (x-2)^3$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{(x-2)^3}} \cdot \left((x-2)^3\right)' = \frac{1}{2\sqrt{(x-2)^3}} \cdot 3 \cdot (x-2)^2 = \frac{3(x-2)}{2\sqrt{x-2}}.$$

Câu 105. Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(1 + \sqrt{1-2x}\right)^3$.

A. $\frac{-6\left(1+\sqrt{1-2x}\right)^2}{\sqrt{1-2x}}$.

B. $\frac{-\left(1+\sqrt{1-2x}\right)^2}{2\sqrt{1-2x}}$.

C. $\frac{-\left(1+\sqrt{1-2x}\right)^2}{\sqrt{1-2x}}$.

D. $\frac{-6\left(1+\sqrt{1-2x}\right)^2}{2\sqrt{1-2x}}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án D

Bước đầu tiên áp dụng $\left(u^{\alpha}\right)'$ với $u=1+\sqrt{1-2x}$

$$y'=3\left(1+\sqrt{1-2x}\right)^2.\left(1+\sqrt{1-2x}\right)'=3\left(1+\sqrt{1-2x}\right)^2.\frac{(1-2x)'}{2\sqrt{1-2x}}=\frac{-6\left(1+\sqrt{1-2x}\right)^2}{2\sqrt{1-2x}}.$$

Câu 106. Tính đạo hàm của hàm số $y=\sqrt{\sqrt{x^2+1}+2x-1}$

A. $y'=\dfrac{x+2\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{(x^2+1)\left(\sqrt{x^2+1}+2x-1\right)}}$

B. $y'=\dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{(x^2+1)\left(\sqrt{x^2+1}+2x-1\right)}}$

C. $y'=\dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{2\sqrt{(x^2+1)\left(\sqrt{x^2+1}+2x-1\right)}}$

D. $y'=\dfrac{x+2\sqrt{x^2+1}}{2\sqrt{(x^2+1)\left(\sqrt{x^2+1}+2x-1\right)}}$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $y'=\dfrac{\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}+2}{2\sqrt{\sqrt{x^2+1}+2x-1}}=\dfrac{x+2\sqrt{x^2+1}}{2\sqrt{(x^2+1)\left(\sqrt{x^2+1}+2x-1\right)}}$.

Câu 107. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}x^2 & \text{khi } x\ge 1\\ 2x-1 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Hãy chọn câu **sai:**

A. $f'(1)=1$.

B. Hàm số có đạo hàm tại $x_0=1$.

C. Hàm số liên tục tại $x_0=1$.

D. $f'(x)=\begin{cases}2x & \text{khi } x\ge 1\\ 2 & \text{khi } x<1\end{cases}$.

Hướng dẫn giải::

Chọn A

Ta có: $f(1)=1$

$\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}x^2=1$ và $\lim\limits_{x\to 1^-}=\lim\limits_{x\to 1^-}(2x-1)=1$.

Vậy hàm số liên tục tại $x_0=1$. C đúng.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}(x+1)=2$

$\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{(2x-1)-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2(x-1)}{x-1}=2$

Vậy hàm số có đạo hàm tại $x_0=1$ và $\Rightarrow y'=-2\sin 2x\Rightarrow y''=-4\cos 2x\Rightarrow y''(0)=-4$

Câu 108. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+x+1 \text{ khi } x\le 1\\ \sqrt{x-1}+3 \text{ khi } x>1\end{cases}$

A. $f'(x)=\begin{cases}2x & \text{khi } x<1\\ \dfrac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x>1\end{cases}$

B. $f'(x)=\begin{cases}2x+1 & \text{khi } x<1\\ -\dfrac{1}{\sqrt{x-1}} & \text{khi } x>1\end{cases}$

C. $f'(x)=\begin{cases}2x+1 & \text{khi } x<1\\ \dfrac{1}{\sqrt{x-1}} & \text{khi } x>1\end{cases}$

D. $f'(x)=\begin{cases}2x+1 & \text{khi } x<1\\ \dfrac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x>1\end{cases}$

Hướng dẫn giải::

Chọn D

Với $x<1$ ta có: $f'(x)=2x+1$

Với $x>1$ ta có: $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}$

Tại $x=1$ ta có:

$\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2+x-2}{x-1}=3$

$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{x-1}}{x-1}=+\infty$ suy ra hàm số không có đạo hàm tại $x=1$

Vậy $f'(x)=\begin{cases}2x+1 & \text{khi } x<1\\ \dfrac{1}{2\sqrt{x-1}} & \text{khi } x>1\end{cases}$.

Câu 109. Tìm a,b để các hàm số sau có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. $f(x)=\begin{cases}x^2-x+1 & \text{khi } x\le 1\\ -x^2+ax+b & \text{khi } x>1\end{cases}$

A. $\begin{cases}a=13\\ b=-1\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}a=3\\ b=-11\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}a=23\\ b=-21\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}a=3\\ b=-1\end{cases}$

Hướng dẫn giải::

Chọn D

Với $x\ne 1$ thì hàm số luôn có đạo hàm

Do đó hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow$ hàm số có đạo hàm tại $x=1$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=1;\ \lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=a+b-1$

Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow a+b-1=1\Leftrightarrow a+b=2$

Khi đó: $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=1;$

$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{-x^2+ax+1-a}{x-1}=a-2$

Nên hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thì $\begin{cases}a+b=2\\ a-2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=-1\end{cases}$.

Câu 110. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+x+1}{x+1} & \text{khi } x\ge 0\\ x^2+ax+b & \text{khi } x<0\end{cases}$.

A. $a=0,b=11$ **B.** $a=10,b=11$ **C.** $a=20,b=21$ **D.** $a=0,b=1$

Hướng dẫn giải::

Chọn D

. Tương tự như ý 1. **ĐS:** $a=0,b=1$.

DẠNG 3: ĐẠO HÀM VÀ CÁC BÀI TOÁN GIẢI PT, BPT

Câu 1. Cho hàm số $y=x^3-3x^2-9x-5$. Phương trình $y'=0$ có nghiệm là:

A. $\{-1;2\}$. **B.** $\{-1;3\}$. **C.** $\{0;4\}$. **D.** $\{1;2\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có : $y'=3x^2-6x-9$

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0\Leftrightarrow x=-1;x=3$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=k\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}$ $(k\in\mathbb{R})$. Để $f'(1)=\frac{3}{2}$ thì ta chọn:

A. $k=1$. **B.** $k=-3$. **C.** $k=3$. **D.** $k=\frac{9}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $f(x)=k\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}\Rightarrow f'(x)=\left(k\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}\right)'=k\left(\sqrt[3]{x}\right)'+\left(\sqrt{x}\right)'$

$y=\sqrt[3]{x}\Rightarrow y^3=x\Rightarrow 3y^2y'=1\Rightarrow y'=\frac{1}{3y^2}=\frac{1}{3\left(\sqrt[3]{x}\right)^2}$.

Đặt

$f'(x)=k\left(\sqrt[3]{x}\right)'+\left(\sqrt{x}\right)'=\frac{k}{3\left(\sqrt[3]{x}\right)^2}+\frac{1}{2\sqrt{x}}$.Vậy để $f'(1)=\frac{3}{2}$ thì $\frac{k}{3}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}\Rightarrow k=3$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2\sqrt{2}x^2+8x-1$. Tập hợp những giá trị của x để $f'(x)=0$ là:

A. $\{-2\sqrt{2}\}$. **B.** $\{2;\sqrt{2}\}$. **C.** $\{-4\sqrt{2}\}$. **D.** $\{2\sqrt{2}\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có $f'(x)=x^2-4\sqrt{2}x+8$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-4\sqrt{2}x+8=0\Leftrightarrow x=2\sqrt{2}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=4x-\sqrt{x}$. Nghiệm của phương trình $y'=0$ là

A. $x=\frac{1}{8}$. **B.** $x=\sqrt{\frac{1}{8}}$. **C.** $x=\frac{1}{64}$. **D.** $x=-\frac{1}{64}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$y'=4-\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$y'=0\Leftrightarrow 4-\frac{1}{2\sqrt{x}}=0\Leftrightarrow 8\sqrt{x}-1=0\Leftrightarrow\sqrt{x}=\frac{1}{8}\Rightarrow x=\frac{1}{64}$.

Câu 5. Cho hàm số $y=-4x^3+4x$. Để $y'\geq 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây ?

A. $\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$. **B.** $\left[-\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}}\right]$.

C. $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{1}{\sqrt{3}}\right]\cup\left[\frac{1}{\sqrt{3}};+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có $y=-4x^3+4x \Rightarrow y'=-12x^2+4$.

Nên $y' \geq 0 \Leftrightarrow -12x^2+4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{1}{\sqrt{3}};\frac{1}{\sqrt{3}}\right]$.

Câu 6. $f'(x) \geq 0$ với $f(x)=2x^3-3x^2+1$

A. $\left[\begin{array}{l} x \leq 0 \\ x \geq 1 \end{array}\right.$ **B.** $x \leq 1$ **C.** $x \geq 0$ **D.** $0 \leq x \leq 1$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $f'(x)=6x^2-6x$, suy ra $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \leq 0 \\ x \geq 1 \end{array}\right.$

Câu 7. $f'(x)<0$ với $f(x)=-2x^4+4x^2+1$

A. $\left[\begin{array}{l} -1<x<0 \\ x>1 \end{array}\right.$ **B.** $-1<x<0$

C. $x>1$ **D.** $x<0$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $f'(x)=-8x^3+8x$, suy ra $f'(x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<x<0 \\ x>1 \end{array}\right.$

Câu 8. Cho hàm số $y=-3x^3+25.$ Các nghiệm của phương trình $y'=0$ là.

A. $x=\pm\frac{5}{3}$. **B.** $x=\pm\frac{3}{5}$. **C.** $x=0$. **D.** $x=\pm 5$.

Hướng dẫn giải: **:**

Chọn A

Ta có: $y'=-9x^2+25$

$y'=0 \Leftrightarrow -9x^2+25=0 \Leftrightarrow x=\pm\frac{5}{3}.$

Câu 9. Cho hàm số $y=2x^3-3x^2-5$. Các nghiệm của phương trình $y'=0$ là

A. $x=\pm 1.$ **B.** $x=-1 \vee x=\frac{5}{2}.$ **C.** $x=-\frac{5}{2} \vee x=1.$ **D.** $x=0 \vee x=1.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$y'=6x^2-6x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow 6x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+1}$. Tập nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ là

A. $\{0\}.$ **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}.$ **D.** $\varnothing.$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$f'(x)=\frac{2x\left(x^2+1\right)-2x\left(x^2-1\right)}{\left(x^2+1\right)^2}=\frac{4x}{\left(x^2+1\right)}\Rightarrow f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=0.$$

Câu 11. Cho hàm số $f(x)=\frac{x^3}{x-1}$. Tập nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ là

A. $\left\{0;\frac{2}{3}\right\}$. **B.** $\left\{-\frac{2}{3};0\right\}$. **C.** $\left\{0;\frac{3}{2}\right\}$. **D.** $\left\{-\frac{3}{2};0\right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có $f'(x)=\left(\frac{x^3}{x-1}\right)'=\frac{3x^2\left(x-1\right)-x^3}{\left(x-1\right)^2}=\frac{2x^3-3x^2}{\left(x-1\right)^2}\Rightarrow f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 2x^3-3x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{3}{2}\end{array}\right.$

Câu 12. Tìm số $f\left(x\right)=x^3-3x^2+1.$ Đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)$ âm khi và chỉ khi.

A. $0<x<2$. **B.** $x<1$. **C.** $x<0$ hoặc $x>1$. **D.** $x<0$ hoặc $x>2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có: $f'\left(x\right)=3x^2-6x.$

$f'\left(x\right)<0\Leftrightarrow 3x^2-6x<0\Leftrightarrow 0<x<2.$

Câu 13. Cho hàm số $y=-2\sqrt{x}+3x$. Để $y'>0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

A. $\left(-\infty;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{1}{9}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{9};+\infty\right)$. **D.** $\varnothing$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$y=-2\sqrt{x}+3x\Rightarrow y'=3-\frac{1}{\sqrt{x}};y'>0\Leftrightarrow 3-\frac{1}{\sqrt{x}}>0\Leftrightarrow\sqrt{x}>\frac{1}{3}\Rightarrow x>\frac{1}{9}$.

Câu 14. Cho hàm số $y=\left(2x^2+1\right)^3$. Để $y'\geq 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

A. $\varnothing$. **B.** $\left(-\infty;0\right]$. **C.** $\left[0;+\infty\right)$. **D.** $\square$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$y=\left(2x^2+1\right)^3\Rightarrow y'=12x\left(2x^2+1\right)^2\Rightarrow y'\geq 0\Leftrightarrow x\geq 0$

Câu 15. Cho hàm số $y=\sqrt{4x^2+1}$. Để $y'\leq 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

A. $\varnothing$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;0\right]$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$y=\sqrt{4x^2+1}\Rightarrow y'=\frac{4x}{\sqrt{4x^2+1}}\Rightarrow y'\leq 0\Leftrightarrow x\leq 0$

Câu 16. Cho hàm số $y=\frac{3}{1-x}$. Để $y'<0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây?

A. 1. **B.** 3. **C.** $\varnothing$. **D.** $\square$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Tập xác định $D=R\setminus\left\{1\right\}$.

$y' = \dfrac{3}{(1-x)^2} > 0 \forall x \in D$

.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{1-3x+x^2}{x-1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

$$f'(x) = \left(\frac{1-3x+x^2}{x-1}\right)'$$

$$= \frac{(1-3x+x^2)'(x-1) - (1-3x+x^2)(x-1)'}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{(-3+2x)(x-1) - (1-3x+x^2)}{(x-1)^2} = \frac{x^2-2x+2}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{(x-1)^2+1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1$$

Câu 18. Cho hàm số $y = 3x^3 + x^2 + 1$. Để $y' \leq 0$ thì x nhận các giá trị thuộc tập nào sau đây

A. $\left[-\dfrac{2}{9};0\right]$. **B.** $\left[-\dfrac{9}{2};0\right]$.

C. $\left(-\infty;-\dfrac{9}{2}\right] \cup [0;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;-\dfrac{2}{9}\right] \cup [0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Đáp án A

$y = 3x^3 + x^2 + 1 \Rightarrow y' = 9x^2 + 2x$

$y' \leq 0 \Rightarrow -\dfrac{2}{9} \leq x \leq 0$

Câu 19. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{5x-1}{2x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) < 0$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Lưu ý: Công thức đạo hàm nhanh $\left(\dfrac{ax+b}{cx+d}\right)' = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow \dfrac{2}{(2x)^2} < 0$: vô nghiệm.

Chọn A.

Câu 20. $2xf'(x) - f(x) \geq 0$ với $f(x) = x + \sqrt{x^2+1}$

A. $x \geq \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ **B.** $x > \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ **C.** $x < \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ **D.** $x \geq \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

Hướng dẫn giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $f'(x)=1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}=\frac{f(x)}{\sqrt{x^2+1}}$

Mặt khác: $f(x)>x+\sqrt{x^2}=x+|x|\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Nên $2xf'(x)-f(x)\geq 0\Leftrightarrow\frac{2xf(x)}{\sqrt{x^2+1}}-f(x)\geq 0$

$\Leftrightarrow 2x\geq\sqrt{x^2+1}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 0\\3x^2\geq 1\end{cases}\Leftrightarrow x\geq\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 21. $f'(x)>0$ với $f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$.

A. $-2\leq x\leq\sqrt{2}$ **B.** $x\leq\sqrt{2}$ **C.** $-2\leq x$ **D.** $x<0$

Hướng dẫn giải:

TXĐ: $D=[-2;2]$

Ta có: $f'(x)=1-\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\Rightarrow f'(x)>0\Leftrightarrow\sqrt{4-x^2}>x$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2\leq x<0\\\begin{cases}x\geq 0\\4-x^2>x^2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2\leq x<0\\0\leq x<\sqrt{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow -2\leq x<\sqrt{2}$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{x+1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)>0$ là

A. $(-\infty;1)\setminus\{-1;0\}$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$f'(x)>0\Leftrightarrow\frac{-x+1}{2\sqrt{x}.(x+1)^2}>0\Leftrightarrow\begin{cases}-x+1>0\\x\neq 0\\x\neq -1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<1\\x\neq 0\\x\neq -1\end{cases}.$$

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=\frac{x}{x^3+1}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x)\leq 0$ là

A. $\left(-\infty;\sqrt{\frac{1}{2}}\right]$. **B.** $\left[\sqrt{\frac{1}{2}};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right]$. **D.** $\left[\sqrt[3]{\frac{1}{2}};+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$f'(x)\leq 0\Leftrightarrow\frac{-2x^3+1}{(x^3+1)^2}\leq 0\Leftrightarrow\begin{cases}-2x^3+1\leq 0\\x\neq -1\end{cases}\Leftrightarrow x\geq\sqrt[3]{\frac{1}{2}}.$$

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=2mx-mx^3$. Số $x=1$ là nghiệm của bất phương trình $f'(x)\leq 1$ khi và chỉ khi:

A. $m\geq 1$. **B.** $m\leq -1$. **C.** $-1\leq m\leq 1$. **D.** $m\geq -1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Có $f(x)=2mx-mx^3\Rightarrow f'(x)=2m-3mx^2$. Nên $f'(1)\leq 1\Leftrightarrow 2m-3m\leq 1\Leftrightarrow m\geq -1$.

Câu 25. Tìm m để các hàm số $y=(m-1)x^3-3(m+2)x^2-6(m+2)x+1$ có $y'\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

A. $m \ge 3$ **B.** $m \ge 1$ **C.** $m \ge 4$ **D.** $m \ge 4\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có: $y' = 3\left[(m-1)x^2 - 2(m+2)x - 2(m+2)\right]$

Do đó $y' \ge 0 \Leftrightarrow (m-1)x^2 - 2(m+2)x - 2(m+2) \ge 0$ (1)

- $m = 1$ thì (1) $\Leftrightarrow -6x - 6 \ge 0 \Leftrightarrow x \le -1$ nên $m = 1$ (loại)
- $m \ne 1$ thì (1) đúng với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m-1 > 0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m+1)(4-m) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 4$

Vậy $m \ge 4$ là những giá trị cần tìm.

Câu 26. Tìm m để các hàm số $y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3m-1)x + 1$ có $y' \le 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m \le \sqrt{2}$ **B.** $m \le 2$ **C.** $m \le 0$ **D.** $m < 0$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có: $y' = mx^2 - 2mx + 3m - 1$

Nên $y' \le 0 \Leftrightarrow mx^2 - 2mx + 3m - 1 \le 0$ (2)

- $m = 0$ thì (1) trở thành: $-1 \le 0$ đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$
- $m \ne 0$, khi đó (1) đúng với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m < 0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m(1-2m) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 1 - 2m \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$

Vậy $m \le 0$ là những giá trị cần tìm.