

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN KIM THÀNH**

**ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI
MÔN: TOÁN 8
NĂM HỌC 2024-2025
Thời gian làm bài: 120 phút
(Không tính thời gian phát đề)
(Đề khảo sát gồm có 05 câu, 01 trang)**

Câu 1 (2,0 điểm)

1) Cho biểu thức:
$$A = \left[\frac{2}{3x} - \frac{2}{x+1} \cdot \left(\frac{x+1}{3x} - x - 1 \right) \right] : \frac{x-1}{x} \quad (\text{với } x \neq 0; x \neq -1; x \neq 1)$$

Rút gọn A và tìm giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

2) Tìm đa thức $f(x)$ biết: $f(x)$ chia cho $x - 3$ dư 2, $f(x)$ chia cho $x + 4$ dư 9, và $f(x) : x^2 + x - 12$ được thương là $x^2 + 3$ và còn dư

Câu 2 (2,0 điểm).

1) Giải phương trình:
$$\frac{1}{x^2 + 9x + 20} + \frac{1}{x^2 + 11x + 30} + \frac{1}{x^2 + 13x + 42} = \frac{1}{18}$$

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + xy + 1 = 0 \\ 3x - 2y = 22 \end{cases}$$

Câu 3 (2,0 điểm)

1) Tìm các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $x, y \in \square$ và $6x^2 + y^2 + 5xy - 8x - 3y + 7 = 0$

2) Cho $x; y; z$ là các số nguyên và

$$\begin{cases} P = (x + 2023)^5 + (2y - 2024)^5 + (3z + 2025)^5 \\ S = x + 2y + 3z + 2024 \end{cases}$$

Chứng minh rằng P chia hết cho 30 khi và chỉ khi S chia hết cho 30.

Câu 4 (3,0 điểm).

1) Cho tam giác ABC vuông tại A. Chứng minh rằng:
$$\tan \frac{\angle ABC}{2} = \frac{AC}{AB + BC}$$

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC.

b) Gọi O là trung điểm của BC, I là trung điểm của AH. Giao điểm EF và OI cắt nhau tại K. Chứng minh rằng: $AH^2 = 4IK \cdot IO$

Câu 5 (1,0 điểm)

Xét hai số thực a, b sao cho $1 \leq a \leq 2; 1 \leq b \leq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

thức
$$A = \left(a + b^2 + \frac{4}{a^2} + \frac{2}{b} \right) \left(b + a^2 + \frac{4}{b^2} + \frac{2}{a} \right)$$

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN KIM THÀNH**

**HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI
MÔN: TOÁN 8
NĂM HỌC 2024-2025
(Hướng dẫn chấm gồm có 05 trang)**

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	1	$A = \left[\frac{2}{3x} - \frac{2}{x+1} \cdot \left(\frac{x+1}{3x} - x - 1 \right) \right] : \frac{x-1}{x}$ $A = \left[\frac{2}{3x} - \frac{2}{x+1} \cdot \frac{(x+1) - 3x(x+1)}{3x} \right] : \frac{x-1}{x}$ $A = \left[\frac{2}{3x} - \frac{2(1-3x)}{3x} \right] \cdot \frac{x}{x-1}$	0,25
		$A = 2 \cdot \frac{x}{x-1} = \frac{2x}{x-1}$	0,25
		+ Với $x \neq 0; x \neq \pm 1$. Ta có $A = \frac{2x}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1}$	0,25
		+ Để $A \in \mathbb{Z}$ thì $(x-1)$ phải là ước của 2 suy ra $x-1 \in \{\pm 1; \pm 2\}$	
		+ Xét từng trường hợp tìm x + Đối chiếu điều kiện tìm được $x = 2$ hoặc $x = 3$ thỏa mãn và kết luận	0,25
	2	Do $f(x)$ chia cho $x^2 + x - 12 = (x-3)(x+4)$ được thương là $x^2 + 3$ còn dư nên ta có : $f(x) = (x+4)(x-3)(x^2+3) + ax + b$	0,25
		Cho $x = -4 \Rightarrow f(x) = -4a + b = 9$	
		Cho $x = 3 \Rightarrow f(x) = 3a + b = 2$	0,25
		Khi đó ta có hệ: $\begin{cases} -4a + b = 9 \\ 3a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7a = 7 \\ 3a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ 3(-1) + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 5 \end{cases}$	0,25
		$f(x) = (x+4)(x-3)(x^2+3) - x + 5$ $= (x^2 + x - 12)(x^2 + 3) - x + 5$ $= x^4 + x^3 - 9x^2 + 2x - 31$	0,25

Câu 2	1	$1) \frac{1}{x^2+9x+20} + \frac{1}{x^2+11x+30} + \frac{1}{x^2+13x+42} = \frac{1}{18}$ $\frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+7)} = \frac{1}{18}$ ĐK : $x \neq -4 ; x \neq -5 ; x \neq -6 ; x \neq -7$	0,25
-------	---	--	------

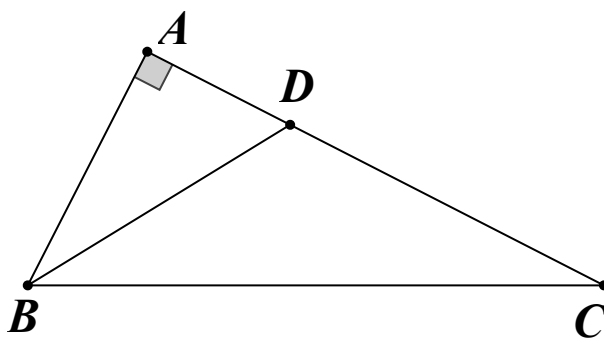
(2 điểm)	$\frac{1}{(x+4)} - \frac{1}{(x+5)} + \frac{1}{(x+5)} - \frac{1}{(x+6)} + \frac{1}{(x+6)} - \frac{1}{(x+7)} = \frac{1}{18}$ $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{18}$	0,25
--------------	---	------

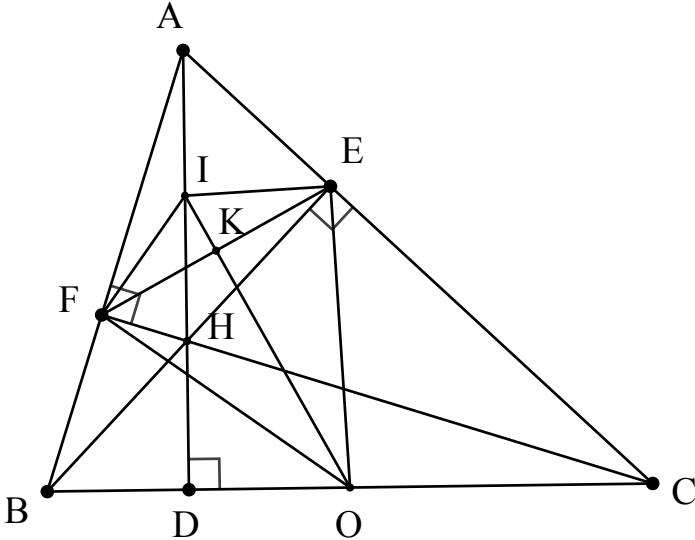
		$x^2 + 11x - 26 = 0$ $(x+13)(x-2) = 0$	0,25
		$x = -13 \text{ (t/m)} ; x = 2 \text{ (t/m)}$ $x_1 = -13; x_2 = 2$	0.25
	2	<p>Vậy phương trình có các nghiệm</p>	
		$\begin{cases} x + y + xy + 1 = 0 \\ 3x - 2y = 22 \end{cases}$ $\begin{cases} (x+1)(y+1) = 0 \\ 3x - 2y = 22 \end{cases}$ <p>Viết được thành</p>	0.25
		$\begin{cases} x + 1 = 0 \\ 3x - 2y = 22 \end{cases} \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} y + 1 = 0 \\ 3x - 2y = 22 \end{cases}$	0.25
		$\begin{cases} x + 1 = 0 \\ 3x - 2y = 22 \end{cases} \quad \text{giải được} \quad \begin{cases} x = -1 \\ y = -12,5 \end{cases}$ <p>1/</p>	0.25
		$\begin{cases} y + 1 = 0 \\ 3x - 2y = 22 \end{cases} \quad \text{giải được} \quad \begin{cases} y = -1 \\ x = \frac{20}{3} \end{cases}$ <p>2/</p>	0.25

Câu 3 (2 điểm)	1	<p>Ta có: $6x^2 + y^2 + 5xy - 8x - 3y + 7 = 0$</p> $4x^2 + 4xy + y^2 + 2x^2 + xy - 8x - 3y + 7 = 0$	0,25
		$(2x+y)^2 + (x-2)(y-1) + 3(2x-2)y = 2(x-3) + 1 = 0$ $(2x+y)^2 + (2x+y)(x+3) = 2(x-3) + 1 = 0$ $(2x+y-2)(3x+y-1) = -5$	0,25
		<p>TH1: $\begin{cases} 2x+y-2 = -5 \\ 3x+y-1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -13 \end{cases} (TM)$</p>	0,25
		<p>TH2: $\begin{cases} 2x+y-2 = 1 \\ 3x+y-1 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = 17 \end{cases} (TM)$</p>	
		<p>TH3: $\begin{cases} 2x+y-2 = 5 \\ 3x+y-1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = 21 \end{cases} (TM)$</p>	0,25

		<p>TH4: $\begin{cases} 2x + y - 2 = -1 \\ 3x + y - 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -9 \end{cases} (TM)$</p> <p>Vậy (x;y) là $(5; -13); (5; -9); (-7; 17); (-7; 21)$</p>	
--	--	--	--

2	Đặt $a = x + 2023; b = 2y - 2024; c = 3z + 2025$ với $a; b; c$ là các số nguyên. Khi đó ta có: $\begin{cases} P = a^5 + b^5 + c^5 \\ S = a + b + c \end{cases}$ Xét $P - S = (a^5 - a) + (b^5 - b) + (c^5 - c)$	0,25
	Ta có chứng minh với mọi số nguyên m thì $m^5 - m$ chia hết cho 30 Thật vậy: $\begin{aligned} m^5 - m &= m(m^4 - 1) = m(m^2 - 1)(m^2 + 1) \\ &= m(m^2 - 1)(m^2 - 4) + 5m(m^2 - 1) \\ &= m(m - 1)(m + 1)(m - 2)(m + 2) + 5m(m - 1)(m + 1) \end{aligned}$ Với mọi số nguyên m thì $m; (m - 1); (m + 1); (m - 2); (m + 2)$ là 5 số nguyên liên tiếp nên trong đó có một thừa số chia hết cho 2; một thừa số chia hết cho 3; một thừa số chia hết cho 5 mà 2; 3; 5 nguyên tố cùng nhau từng đôi một nên tích của chúng chia hết cho 2.3.5.	0,25
	Do đó $m(m - 1)(m + 1)(m - 2)(m + 2)$ chia hết cho 30. Tương tự $m(m - 1)(m + 1)$ chia hết cho 6, mà $\binom{5}{6} = 1$ nên $5m(m - 1)(m + 1)$ chia hết cho 30. Vậy với mọi số nguyên m thì $m^5 - m$ chia hết cho 30.	0,25
	Do đó $P - S = (a^5 - a) + (b^5 - b) + (c^5 - c)$ chia hết cho 30 với $a; b; c$ là các số nguyên. Suy ra $P - S \vdots 30$ do đó P chia hết cho 30 khi và chỉ khi S chia hết cho 30.	0,25

Câu 4.1 (1 điểm)	Cho tam giác ABC vuông tại A. Chứng minh rằng: $\tan \frac{\angle ABC}{2} = \frac{AC}{AB + BC}$	
		
	Vẽ phân giác AD của tam giác ABC,	

		$\tan \frac{\angle ABC}{2} = \tan \angle ABD = \frac{AD}{AB} \quad (1)$	
		$\frac{AD}{AB} = \frac{DC}{BC}$ <p>Mà BD là phân giác góc ABC nên</p>	
		$\frac{AD}{AB} = \frac{DC}{BC} = \frac{AD+DC}{AB+BC} = \frac{AC}{AB+BC} \quad (2)$ <p>Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ,</p>	
		$\tan \frac{\angle ABC}{2} = \frac{AC}{AB+BC}$ <p>Từ (1) và (2) suy ra</p>	
Câu 4.2 (2 điểm)			
	2a	<p>Xét $\triangle AEB$ và $\triangle AFC$ có:</p> <p>$\angle BAC$ chung</p> <p>$\angle AEB = \angle AFC = 90^\circ$</p> <p>$\triangle AEB \sim \triangle AFC (g.g)$ suy ra: $\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC}$</p> <p>Do đó:</p>	0,5
		<p>Xét $\triangle AEF$ và $\triangle ABC$ có:</p> <p>$\angle BAC$ chung</p> <p>$\frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC} (cmt)$</p> <p>$\triangle AEF \sim \triangle ABC (c.g.c)$</p> <p>Nên</p>	0,5
		<p>Các $\triangle AEH$ và $\triangle AFH$ vuông tại E và F có EI và FI là trung tuyến thuộc</p>	0,25

2b	<p>cạnh huyền AH nên $IE = IF = \frac{1}{2} AH \Rightarrow I \in$ đường trung trực của EF (1)</p> <p>Chứng minh tương tự: $OE = OF = \frac{1}{2} BC \Rightarrow O \in$ đường trung trực EF (2)</p> <p>$OI \perp EF$ tại K</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra: OI là đường trung trực của EF nên</p>	
	<p>Mặt khác: $IA = IF \left(= \frac{1}{2} AH \right) \Rightarrow \triangle AIF$ cân tại I nên $\angle FAI = \angle AFI$</p> <p>Tương tự: $\angle OFB = \angle OBF$</p> <p>$\angle OBF + \angle FAI = 90^\circ$ (do $\triangle ADB$ vuông tại D)</p> <p>Do đó: $\angle AFI + \angle BFO = 90^\circ \Rightarrow \angle IFO = 90^\circ$</p> <p>$\angle IEO = 90^\circ$</p> <p>Tương tự:</p>	0,25
	<p>Ta có: $\triangle IKF \sim \triangle IFO$ ($\angle FIO$ chung, $\angle IKF = \angle IFO = 90^\circ$)</p> <p>Nên $\frac{IF}{IO} = \frac{IK}{IF} \Rightarrow IF^2 = IK \cdot IO$</p>	0,25
	<p>Mà $IF = \frac{1}{2} AH \Rightarrow IF^2 = \frac{1}{4} AH^2$</p> <p>Vậy $AH^2 = 4IK \cdot IO$</p>	0,25

Câu 5 (1 điểm)	<p>Áp dụng BĐT $xy \leq \frac{(x+y)^2}{4}$ ta có</p> <p>$A = \left(a + b^2 + \frac{4}{a^2} + \frac{2}{b} \right) \left(b + a^2 + \frac{4}{b^2} + \frac{2}{a} \right) \leq \frac{\left(a + \frac{2}{a} + b + \frac{2}{b} + a^2 + \frac{4}{a^2} + b^2 + \frac{4}{b^2} \right)^2}{4}$</p>	0,25
	<p>Đặt $a + \frac{2}{a} = x; b + \frac{2}{b} = y$</p> <p>$\Rightarrow a^2 + \frac{4}{a^2} = x^2 - 4; b^2 + \frac{4}{b^2} = y^2 - 4$</p> <p>Lại có $1 \leq a \leq 2; 1 \leq b \leq 2$ suy ra $(a-1)(a-2) \leq 0 \Rightarrow a^2 \leq 3a - 2$</p> <p>$a + \frac{2}{a} = \frac{a^2 + 2}{a} \leq \frac{3a - 2 + 2}{a} = 3$ nên $0 < x \leq 3$</p>	0,25
	<p>$(b-1)(b-2) \leq 0 \Rightarrow b^2 \leq 3b - 2$</p>	0,25

	$b + \frac{2}{b} = \frac{b^2 + 2}{b} \leq \frac{3b - 2 + 2}{b} = 3 \quad \text{nên } 0 < y \leq 3$ $A \leq \frac{(x + y + x^2 + y^2 - 8)^2}{4} \leq \frac{(3 + 3 + 9 + 9 - 8)^2}{4} = 64$ <p>Nên</p>	
	<p>Đẳng thức xảy ra khi</p> $\begin{cases} a + b^2 + \frac{4}{a^2} + \frac{2}{b} = b + a^2 + \frac{4}{b^2} + \frac{2}{a} \\ (a-1)(a-2) = 0 \\ (b-1)(b-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 1 \\ a = b = 2 \end{cases}$ <p>Vậy</p> $Max A = 64 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 1 \\ a = b = 2 \end{cases}$	0,25

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN BÁ THƯỚC**

**ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
NĂM HỌC: 2024-2025**

MÔN THI: TOÁN LỚP 8

(ĐỀ CHÍNH THỨC)

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề thi có 10 câu, gồm 01 trang.

Câu 1 (2đ): Rút gọn biểu thức : $A = \left(\frac{2+x}{2-x} + \frac{4x^2}{4-x^2} - \frac{2-x}{2+x} \right) : \frac{x^2-3x}{2x^2-x^3}$ với $x \neq 0, x \neq \pm 2, x \neq 3$

Câu 2 (2đ): Cho a, b, c thỏa mãn đồng thời $a+b+c=6$ và $a^2+b^2+c^2=12$. Tính giá trị của biểu thức : $P = (a-3)^{2020} + (b-3)^{2020} + (c-3)^{2020}$

Câu 3 (2đ): Tìm x biết : $x^3 + (x-1)^3 = (2x-1)^3$.

Câu 4 (2đ): Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xét hai biến cố sau: A: “Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm”; B: “Tổng số chấm trên hai con xúc xắc lớn hơn 8”. Biến cố nào có khả năng xảy ra cao hơn?

Câu 5 (2đ): Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $5x^2 - 2xy + 4x + y^2 - 24 = 0$

Câu 6 (1,5đ): Cho n số nguyên dương sao cho $4n+13$ và $5n+16$ là các số chính phương. Chứng minh rằng $2023n+45$ chia hết cho 24.

Câu 7 (1,5đ): Người ta dùng 100 m rào để rào một mảnh vườn hình chữ nhật để thả gia súc. Biết một cạnh của hình chữ nhật là bức tường (không phải rào). Tính diện tích lớn nhất của mảnh vườn để có thể rào được ?

Câu 8 (4 đ): Cho hình vuông ABCD. Gọi I là một điểm bất kì trên cạnh AB (I khác A, I khác B), Tia CB cắt tia DI tại E. Đường thẳng CI cắt AE tại M, Trên tia đối của tia AB lấy N sao cho AN = BE.

$$\triangle NBC = \triangle ECD$$

a) Chứng minh: và I là trực tâm của tam giác NCE.

b) Chứng minh: $BM \perp DE$.

Câu 9 (1,5đ): Cho tam giác ABC vuông tại A với $BC = a, CA = b, AB = c$ và $a^2 = b^2 + c^2$. Hai tia phân giác trong BD và CE cắt nhau tại O (D thuộc AC, E thuộc AB). Tính

$$Q = \frac{BD}{BO} \cdot \frac{CE}{CO}$$

giá trị của biểu thức

Câu 10 (1,5đ): Phiên chợ hè Lotus sử dụng hai loại thẻ: loại thẻ có mệnh giá 3.000 đồng và loại thẻ có mệnh giá 4.000 đồng. Vào dịp nghỉ hè, bạn An muốn dùng hết số tiền tiết kiệm của mình để mua x thẻ loại có mệnh giá 3.000 đồng và y thẻ loại có mệnh giá 4.000 đồng. Tìm số cách mua có đủ cả hai loại thẻ nếu tiền tiết kiệm của bạn An là 2023000 đồng.

-----Hết-----

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Chữ kí của Giám thị 1:; Chữ kí của Giám thị 2:

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN BÁ THƯỚC**

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
NĂM HỌC: 2024-2025**

MÔN THI: TOÁN

Hướng dẫn chấm gồm có 06 trang.

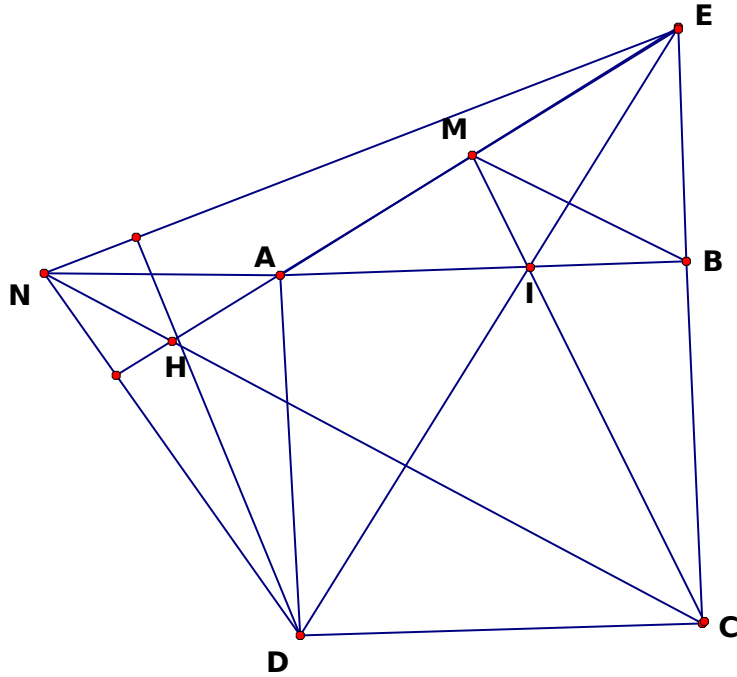
HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	NỘI DUNG	Điểm
1 2,0 điểm	Rút gọn biểu thức : $A = \left(\frac{2+x}{2-x} + \frac{4x^2}{4-x^2} - \frac{2-x}{2+x} \right) : \frac{x^2-3x}{2x^2-x^3}$ với $x \neq 0, x \neq \pm 2, x \neq 3$	2,0
	$A = \left(\frac{2+x}{2-x} + \frac{4x^2}{4-x^2} - \frac{2-x}{2+x} \right) : \frac{x^2-3x}{2x^2-x^3} = \frac{(2+x)^2 + 4x^2 - (2-x)^2}{(2-x)(2+x)} \cdot \frac{x^2(2-x)}{x(x-3)}$	0,5
	$= \frac{4x^2 + 8x}{(2-x)(2+x)} \cdot \frac{x(2-x)}{x-3}$	0,5
	$= \frac{4x(x+2)x(2-x)}{(2-x)(2+x)(x-3)}$ $= \frac{4x^2}{x-3}$	0,5

	Vậy với $x \neq 0, x \neq \pm 2, x \neq 3$ thì $A = \frac{4x^2}{x-3}$.	0,5
	Cho a, b, c thỏa mãn đồng thời $a+b+c=6$ và $a^2+b^2+c^2=12$. Tính giá trị của biểu thức: $P = (a-3)^{2020} + (b-3)^{2020} + (c-3)^{2020}$	2,0
	Ta có: $a^2 + b^2 + c^2 = 12 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 12 = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 24 + 12 = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 12 = 0$ $\Leftrightarrow a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 + c^2 - 4c + 4 = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow (a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 = 0$ Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = 2$	0,5
	$\Rightarrow P = (-1)^{2020} + (-1)^{2020} + (-1)^{2020} = 3$	0,5
3 2,0 điểm	Tìm x biết: $x^3 + (x-1)^3 = (2x-1)^3$ (1).	
	Ta thấy $x + (x-1) = 2x-1$	
	Đặt $x-1 = y$ (1) trở thành: $x^3 + y^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y)$ $\Leftrightarrow xy(x+y) = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow x = 0$ hoặc $y = 0$ hoặc $x + y = 0$	0,5
	TH1: $x = 0$ TH2: $x-1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ TH3: $2x-1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$	0,75
	$x \in \left\{0; 1; \frac{1}{2}\right\}$ Vậy	0,25
4 (2,0 điểm)	Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xét hai biến cố sau: A: “Xuất hiện hai mặt có cùng số chấm”; B: “Tổng số chấm trên hai con xúc xắc lớn hơn 8”. Biến cố nào có khả năng xảy ra cao hơn?	2,0
	Khi gieo hai con xúc xắc có 36 kết quả có thể xảy ra. Vì xúc xắc cân đối và đồng chất nên nó cùng khả năng xảy ra.	0,5
	Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 1 chấm và 1 chấm, 2 chấm và 2 chấm, 3 chấm và 3 chấm, 4 chấm và 4 chấm, 5 chấm và 5 chấm, 6 chấm và 6 chấm. Xác suất xảy ra biến cố A là: $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$	0,5
	Có 10 kết quả thuận lợi cho biến cố B là: 3 chấm và 6 chấm, 6 chấm và 3 chấm, 4 chấm và 6 chấm, 6 chấm và 4 chấm, 5 chấm và 6 chấm, 6 chấm và 5 chấm, 4 chấm và 5 chấm, 5 chấm và 4 chấm; 5 chấm và 5 chấm; 6 chấm và 6 chấm.	0,5

	Xác suất xảy ra biến cố B là: $P(B) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$	
	Do $\frac{5}{18} > \frac{1}{6}$ nên biến cố B có khả năng xảy ra cao hơn	0,5
5 (2 điểm)	Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $5x^2 - 2xy + 4x + y^2 - 24 = 0$	2,0
	$5x^2 - 2xy + 4x + y^2 - 24 = 0$ $\Rightarrow (2x+1)^2 + (x-y)^2 = 25$	0,5
	Ta có $(2x+1)^2 \leq 25$ và $2x+1$ là số lẻ nên $(2x+1)^2 \in \{1; 9; 25\}$ TH1: $\begin{cases} (2x+1)^2 = 1 \\ (x-y)^2 = 24 \end{cases}$ (loại)	0,5
	TH2: $\begin{cases} (2x+1)^2 = 9 \\ (x-y)^2 = 16 \end{cases}$ Vì x, y nguyên nên $\begin{cases} 2x+1=3 \\ x-y=4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} 2x+1=3 \\ x-y=-4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} 2x+1=-3 \\ x-y=4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} 2x+1=-3 \\ x-y=-4 \end{cases}$ Suy ra: $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=1 \\ y=5 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-2 \\ y=-6 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-2 \\ y=2 \end{cases}$	0,5
	TH3: $\begin{cases} (2x+1)^2 = 25 \\ (x-y)^2 = 0 \end{cases}$ Suy ra: $\begin{cases} x=-3 \\ y=-3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-3 \\ y=3 \end{cases}$ Vậy các cặp (x, y) thỏa mãn là: (1;5); (2;2); (-3;-3); (1;-3); (-2;-6) và (-2;2)	0,5
6 1,5 điểm	Cho n số nguyên dương sao cho $4n+13$ và $5n+16$ là các số chính phương. Chứng minh rằng $2023n+45$ chia hết cho 24.	1,5
	Giả sử $4n+13 = a^2$ và $5n+16 = b^2$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$), từ $4n+13 = a^2 \Rightarrow a$ là số lẻ $4n+13 = a^2 \Leftrightarrow 4(n+3) = a^2 - 1 \Leftrightarrow 4(n+3) = (a-1)(a+1)$ Ta có Vì a là số lẻ nên $a-1; a+1$ là hai số chẵn liên tiếp, do đó $(a-1)(a+1):8$ $\Rightarrow (n+3):2 \Rightarrow n$ là số lẻ $\Rightarrow b^2 = 5n+16$ là số lẻ	0,5

	<p>Lại có $5n+16=b^2 \Leftrightarrow 5(n+3)=(b-1)(b+1):8$, Mà $(5,8)=1 \Rightarrow (n+3):8(1)$</p> <p>Ta có $a^2+b^2=9n+29 \equiv 2 \pmod{3}$</p> <p>Mà $a^2 \equiv \{0,1\} \pmod{3}, b^2 \equiv \{0,1\} \pmod{3} \Rightarrow a^2 \equiv b^2 \equiv 1 \pmod{3}$</p>	0,5
	<p>$\Rightarrow \begin{cases} 4n+13 \equiv 1 \pmod{3} \\ 5n+16 \equiv 1 \pmod{3} \end{cases} \Rightarrow (n+3) \equiv 0 \pmod{3} (2)$</p> <p>Vì $(3;8)=1$ nên từ (1) và (2) suy ra $(n+3):24$</p> <p>Từ đó $2023n+45=2016n+7(n+3)+24:24$ (đpcm).</p>	0,5
7 1,5 điểm	<p>Người ta dùng 100 m rào để rào một mảnh vườn hình chữ nhật để thả gia súc. Biết một cạnh của hình chữ nhật là bức tường (không phải rào). Tính diện tích lớn nhất của mảnh vườn để có thể rào được ?</p>	1,5
	<p>Đặt cạnh của hình chữ nhật lần lượt là x, y (m) (với $x > 0; y > 0$). Ta có</p> <p>$2x+y=100$.</p> <p>$y=100-2x$</p>	0,5
	<p>Diện tích hình chữ nhật là</p> <p>$S=xy=x(100-2x)=100x-2x^2$</p> <p>$=-2(x^2-50x)=-2(x^2-2.25x+25^2-25^2)$</p> <p>$=-2(x-25)^2+1250$</p>	0,5
	<p>Do $2(x-25)^2+1250 \leq 1250$ Dấu “=” xảy ra khi $x=25$</p> <p>Nên $\max S=1250$ khi $x=25$</p> <p>Vậy diện tích lớn nhất của mảnh vườn là $1250 m^2$ khi $x=\frac{y}{2}$ và $2x+y=100$ hay $x=25; y=50$.</p>	0,5
Câu 8 (4,0 điểm)	<p>Cho hình vuông ABCD. Gọi I là một điểm bất kì trên cạnh AB (I khác A, I khác B), Tia CB cắt tia DI tại E. Đường thẳng CI cắt AE tại M, Trên tia đối của tia AB lấy N sao cho AN = BE.</p>	
	<p>a) Chứng minh: I là trực tâm của tam giác NCE</p>	2



Xét tam giác NBC và tam có mệnh giác ECD có:

$$BC = DC$$

$$\widehat{NBC} = \widehat{DCE}$$

$$NB = CE \text{ (GT)}$$

$$\Delta NBC = \Delta ECD \text{ (c.g.c)}$$

1

$$\Rightarrow \widehat{EDC} = \widehat{NCB}$$

$$\text{Mà } \widehat{NCE} + \widehat{NCD} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{NCD} + \widehat{EDC} = 90^\circ \Rightarrow NC \perp DE \text{ (1)}$$

0,5

Do $NB \perp EC$, $NC \perp DE \Rightarrow$ Suy ra I là trực tâm của tam có mệnh giác NCE

0,5

b) Chứng minh: $BM \perp DE$

2 đ

Gọi H là giao của NC và EA

Ta dễ chứng minh : $\Delta ABE = \Delta DAN \text{ (c.g.c)}$

$$\Rightarrow \widehat{EAB} = \widehat{ADN} \text{ (2 góc tương ứng)}$$

$$\text{mà } \widehat{HAN} = \widehat{AEB} \text{ (2 góc đối đỉnh)}$$

$$\text{nên } \widehat{HAN} = \widehat{ADN}$$

$$\text{Do } \widehat{ADN} + \widehat{DNA} = 90^\circ \text{ nên } \widehat{HAN} + \widehat{DNA} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow EA \perp ND$$

0,5

Xét ΔNED có $EA \perp ND$, $NC \perp DE$

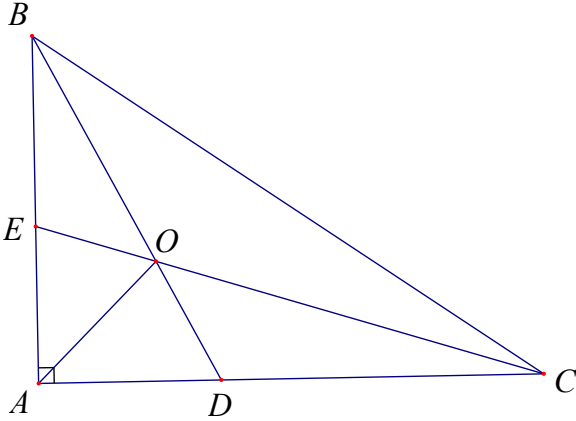
Nên H là trực tâm của tam giác NED

$$\Rightarrow DH \perp NE$$

Từ câu a suy ra :

$$CM \perp NE$$

0,5

	$\Rightarrow DH \parallel CM$ hay $MI \parallel HD$ (do $I \in MC$)	
	<p>Xét $\triangle EHD$ có $MI \parallel HD$ nên $\frac{EM}{EH} = \frac{EI}{ED}$ (2) (định lý Thales)</p> <p>Xét $\triangle EDC$ có $IB \parallel DC$ nên $\frac{EI}{ID} = \frac{EB}{EC}$ (3) (định lý Thales)</p>	0,5
	<p>Từ (2) và (3) suy ra $\frac{EM}{EH} = \frac{EB}{EC}$</p> <p>Xét $\triangle HEC$ có $\frac{EM}{EH} = \frac{EB}{EC}$</p> <p>$\Rightarrow BM \parallel CH$ (4) (định lý Thales đảo)</p> <p>Từ (1) và (4) suy ra $BM \perp DE$</p>	0,5
Câu 9:	<p>Cho tam giác ABC vuông tại A với $BC = a, CA = b, AB = c$ và $a^2 = b^2 + c^2$</p> <p>Hai tia phân giác trong BD và CE cắt nhau tại O (D thuộc AC, E thuộc AB).</p> <p>Tính giá trị của biểu thức $Q = \frac{BD}{BO} \cdot \frac{CE}{CO}$</p>	1,5
		
	<p>Theo tính chất phân giác ta có $\frac{DC}{DA} = \frac{BC}{BA} = \frac{a}{c} \Rightarrow \frac{DC+DA}{DA} = \frac{a+c}{c} \Rightarrow DA = \frac{bc}{a+c}$.</p>	0,5
	<p>Xét $\triangle ABD$ có OA là phân giác trong. Ta có :</p> $\frac{DO}{BO} = \frac{DA}{BA} \Rightarrow \frac{DO}{BO} = \frac{b}{a+c} \Rightarrow \frac{DB}{BO} = \frac{a+b+c}{a+c} \quad (1).$ $\frac{CE}{OC} = \frac{a+b+c}{a+b} \quad (2)$ <p>Chứng minh tương tự :</p>	0,5
	<p>Từ (1) và (2) suy ra $\frac{DO}{BO} \cdot \frac{CE}{CO} = \frac{(a+b+c)^2}{(a+c)(a+b)}$.</p> <p>Theo bài ra ta có: $c^2 + b^2 = a^2$</p> <p>Như vậy</p>	0,5

	$\frac{(a+b+c)^2}{(a+c)(a+b)} = \frac{a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac}{a^2+ab+bc+ca}$ $= \frac{2(a^2+ab+bc+ca)}{a^2+ab+bc+ca} = 2$	
10 1,5 điểm	Phiên chợ hè Lotus sử dụng hai loại thẻ: loại thẻ có mệnh giá 3000 đồng và loại thẻ có mệnh giá 4000 đồng. Vào dịp nghỉ hè, bạn An muốn dùng hết số tiền tiết kiệm của mình để mua x thẻ loại có mệnh giá 3000 đồng và y thẻ loại có mệnh giá 4000 đồng. Tìm số cách mua có đủ cả hai loại thẻ nếu tiền tiết kiệm của bạn An là 2023000 đồng.	1,5
	Ta có phương trình $3000x+4000y=2023000$ hay $3x+4y=2023$ Suy ra $y = \frac{2023-3x}{4} = \frac{2024-4x-1+x}{4} = 506-x+\frac{x-1}{4}$	0,5
	Để y nguyên thì $x-1$ chia hết cho 4 suy ra $x=1+4k, k \in \mathbb{Z}$ Khi đó $y = 505-3k$	0,5
	$1 \leq 1+4k \leq 673$ Do đó: $0 \leq k \leq 168$ Vậy có 169 cặp (x, y)	0,5

Chú ý:

Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần có mệnh giá khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.

- Để giải các dạng bài tập Hình Học trong đề thi học sinh chỉ sử dụng kiến thức đến tại thời điểm thi. Bài Hình nếu không vẽ hình hoặc vẽ hình sai thì không cho điểm.

- Học sinh được dùng dấu " $\Rightarrow$ ", " $\Leftrightarrow$ "

- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.

PHÒNG GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TIỀN HẢI

ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2024 - 2025
MÔN: TOÁN 8

Thời gian làm bài: 120 phút.

(Đề khảo sát gồm 1 trang)

Bài 1(5,0 điểm).

1) Phân tích đa thức $x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x - 4y$ thành nhân tử.

$$P = \frac{x+2}{x+3} - \frac{5}{(x+3)(x-2)} - \frac{1}{x-2} \quad x \neq 2, x \neq -3$$

2) Cho biểu thức

với

Rút gọn P và tìm các giá trị nguyên của X để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

3) Cho hai số a, b thỏa mãn $a^3 - 3a^2 + 5a - 2025 = 0$ và $b^3 - 3b^2 + 5b + 2019 = 0$.

Tính a + b.

Bài 2(4,0 điểm).

1) Tìm X biết $(x-7)(x-5)(x-4)(x-2) = 72$.

2) Bác Tâm gửi ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 8%/năm. Hỏi sau 2 năm tổng số tiền bác Tâm thu về là bao nhiêu? (Số tiền gửi của năm thứ hai bằng tổng số tiền gửi và lãi của năm thứ nhất).

Bài 3(4,0 điểm).

1) Tìm dư của đa thức f(x) khi chia cho đa thức $x^2 + x - 2$, biết rằng f(x) chia cho x - 1 dư 2 và f(x) chia cho x + 2 dư 3.

2) Cho hai số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + 1 = 2(xy + x + y)$. Chứng minh rằng x và y là hai số chính phương liên tiếp.

Bài 4(6,0 điểm).

1) Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ đường phân giác AD ($D \in BC$). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của D lên AB và AC.

a) Chứng minh tứ giác AEDF là hình vuông và $\frac{BE}{CF} = \frac{AB^2}{AC^2}$.

b) Cho AB = 3cm, AC = 4cm. Tính độ dài đoạn thẳng AD.

2) Cho tứ giác ABCD ($AC > CD$). Lấy điểm M, P theo thứ tự trên đoạn thẳng AB, AC sao

cho $\frac{AM}{AB} = \frac{CP}{CD}$. Trên tia CA lấy điểm K sao cho CK = CD. Chứng minh rằng khi M di động trên AB và P di động trên AC thỏa mãn giả thiết bài toán thì trung điểm I của đoạn thẳng MP luôn chạy trên một đường thẳng cố định.

Bài 5(1,0 điểm).

Cho 19 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và nằm trong tam giác đều có diện tích bằng 1. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất một tam giác có ba đỉnh là ba điểm trong

19 điểm đã cho có diện tích nhỏ hơn $\frac{1}{9}$.

.....**Hết**.....

Họ và tên thí sinh :Số báo danh:

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 8

I. Hướng dẫn chung

1. Hướng dẫn chấm chỉ trình bày các bước cơ bản của 1 cách giải. Nếu thí sinh làm theo cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.

2. Bài làm của thí sinh đúng đến đâu cho điểm đến đó theo đúng biểu điểm.

3. Bài hình học, thí sinh vẽ hình đúng ý nào thì chấm điểm ý đó, thí sinh vẽ sai hình hoặc không vẽ hình thì cho 0 điểm bài hình đó.

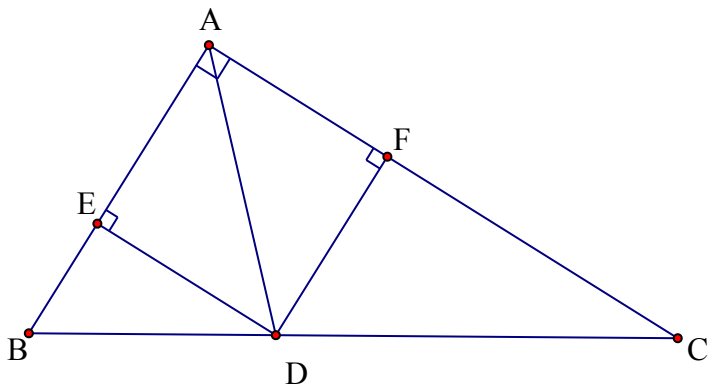
4. Bài có nhiều ý liên quan tới nhau, nếu thí sinh mà công nhận ý trên (hoặc làm ý trên không đúng) để làm ý dưới mà thí sinh làm đúng thì cho 0 điểm ý đó.

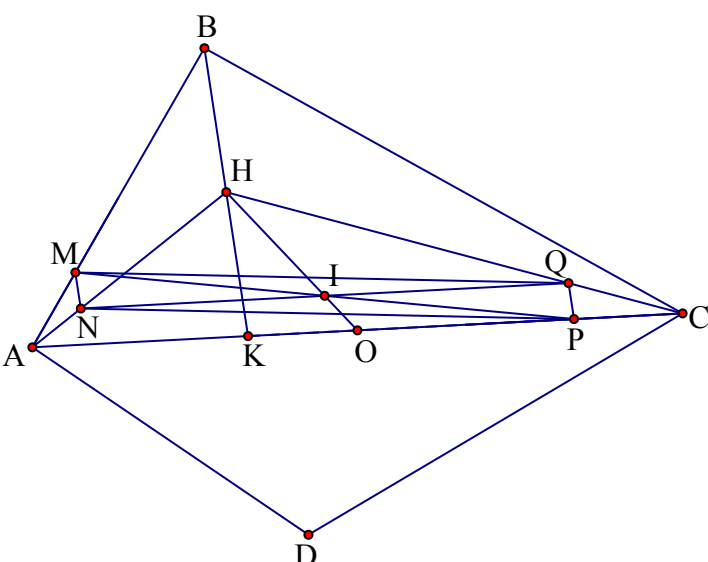
5. Điểm của bài thi là tổng điểm các Bài làm đúng và tuyệt đối không làm tròn.

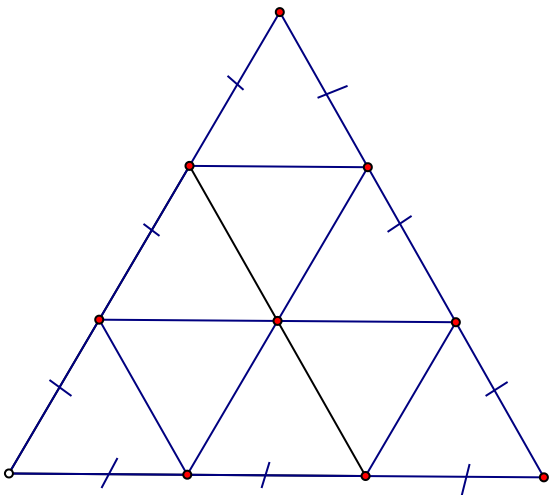
II. Đáp án và thang điểm

HƯỚNG DẪN CHẤM		Điểm
Bài 1(5,0 điểm).		
1) Phân tích đa thức $x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x - 4y$ thành nhân tử.		
$P = \frac{x+2}{x+3} - \frac{5}{(x+3)(x-2)} - \frac{1}{x-2}$		
2) Cho biểu thức		
Rút gọn P và tìm các giá trị nguyên của X để biểu thức P nhận giá trị nguyên.		
3) Cho hai số a, b thỏa mãn $a^3 - 3a^2 + 5a - 2025 = 0$ và $b^3 - 3b^2 + 5b + 2019 = 0$.		
Tính a + b.		
1) 1,5đ	Ta có:	0,75
	$x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x - 4y = (x - 2y)^2 + 2(x - 2y)$	0,75
	$= (x - 2y)(x - 2y + 2)$	0,75
2) 2,5đ	Với $x \neq 2, x \neq -3$ ta có:	0,5
	$P = \frac{x+2}{x+3} - \frac{5}{(x+3)(x-2)} - \frac{1}{x-2} = \frac{(x+2)(x-2) - 5 - (x+3)}{(x+3)(x-2)}$	0,5
	$= \frac{x^2 - 4 - 5 - x - 3}{(x+3)(x-2)} = \frac{x^2 - x - 12}{(x+3)(x-2)}$	0,5
	$= \frac{(x-4)(x+3)}{(x+3)(x-2)} = \frac{x-4}{x-2}$	0,25
	Vậy với $x \neq 2, x \neq -3$ thì $P = \frac{x-4}{x-2}$	0,25
	Với $x \neq 2, x \neq -3$, ta có $P = 1 - \frac{2}{x-2}$	0,25
	Do x nguyên nên P nguyên khi $\frac{2}{x-2}$ nguyên suy ra $2 \vdots x-2$, suy ra $x-2 \in \{\pm 1; \pm 2\}$	0,25
	Từ đó tìm được $x \in \{0; 1; 3; 4\}$	0,25
	Kết hợp với điều kiện, ta có $x \in \{0; 1; 3; 4\}$ thì P nguyên.	0,25
3) 1,0đ	Từ điều kiện của bài toán, ta có $(a-1)^3 + 2(a-1) - 2022 = 0$ (1) và $(b-1)^3 + 2(b-1) + 2022 = 0$ (2)	0,5

	<p>Từ (1) và (2) suy ra</p> $(a-1)^3 + (b-1)^3 + 2(a-1+b-1) = 0$ $(a+b-2)\left[(a-1)^2 - (a-1)(b-1) + (b-1)^2\right] + 2(a+b-2) = 0$ $(a+b-2)\left[(a-1)^2 - (a-1)(b-1) + (b-1)^2 + 2\right] = 0$	0,25
	<p>HS lập luận chỉ ra $(a-1)^2 - (a-1)(b-1) + (b-1)^2 + 2 > 0 \quad \forall a, b$</p> <p>Suy ra $a+b-2=0$ hay $a+b=2$</p> <p>Vậy $a+b=2$.</p>	0,25
Bài 2(4,0 điểm).		
<p>1) Tìm x biết $(x-7)(x-5)(x-4)(x-2) = 72$.</p> <p>2) Bác Tâm gửi ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 8%/năm. Hỏi sau 2 năm tổng số tiền bác Tâm thu về là bao nhiêu? (Số tiền gửi của năm thứ hai bằng tổng số tiền gửi và lãi của năm thứ nhất).</p>		
1) 2,0đ	<p>Ta có $(x-7)(x-5)(x-4)(x-2) = 72$</p> $(x^2 - 9x + 14)(x^2 - 9x + 20) = 72$	0,5
	$(x^2 - 9x + 17 - 3)(x^2 - 9x + 17 + 3) = 72$	0,25
	$(x^2 - 9x + 17)^2 - 9 = 72$	0,25
	$(x^2 - 9x + 17)^2 = 81 \quad \text{hay} \quad x^2 - 9x + 17 = \pm 9$	0,25
	$* x^2 - 9x + 17 = 9 \quad \text{hay} \quad x^2 - 9x + 8 = 0, \text{ từ đây tìm được } x \in \{1; 8\}$	0,25
	$* x^2 - 9x + 17 = -9 \quad \text{hay} \quad x^2 - 9x + 26 = 0$	0,25
	HS chứng minh được $x^2 - 9x + 26 > 0 \quad \forall x$, suy ra không có giá trị nào của x thỏa mãn.	
	Vậy $x \in \{1; 8\}$	0,25
2) 2,0đ	Số tiền lãi của năm thứ nhất bác An nhận là: $200.8\% = 16$ triệu đồng	0.5
	Số tiền gốc của năm thứ hai bác An gửi là: $200 + 16 = 216$ triệu đồng	0.5
	Số tiền lãi của năm thứ hai bác An nhận là: $216.8\% = 17,28$ triệu đồng	0.5
	Vậy sau 2 năm bác An nhận được tổng số tiền là: $216 + 17,28 = 233,28$ triệu đồng	0.5
Bài 3(4,0 điểm).		
<p>1) Tìm dư của đa thức $f(x)$ khi chia cho đa thức $x^2 + x - 2$, biết rằng $f(x)$ chia cho $x - 1$ dư 2 và $f(x)$ chia cho $x + 2$ dư 3.</p> <p>2) Cho hai số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + 1 = 2(xy + x + y)$. Chứng minh rằng x và y là hai số chính phương liên tiếp.</p>		

1) 2,0đ	Vì $f(x)$ chia cho $x - 1$ dư 2 và $f(x)$ chia cho $x + 2$ dư 3. Suy ra $f(1) = 2$ và $f(-2) = 3$	0,5
	Mà $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$	0,25
	Suy ra $f(x) = (x - 1)(x + 2)g(x) + ax + b$	0,25
	Suy ra $a + b = 2$ và $-2a + b = 3$	0,5
	Giải được $a = \frac{-1}{3}$, $b = \frac{7}{3}$	0,25
	Vậy dư của đa thức $f(x)$ khi chia cho đa thức $x^2 + x - 2$ là $\frac{-1}{3}x + \frac{7}{3}$	0,25
2) 2,0đ	Từ gt ta có $x^2 + y^2 + 1 = 2(xy + x + y)$ $x^2 + y^2 + 1 - 2xy + 2x - 2y = 4x$	0,5
	$(x - y + 1)^2 = 4x$ do x, y nguyên, suy ra x là số chính phương	0,5
	Đặt $x = m^2$, m là số nguyên, suy ra $(m^2 - y + 1)^2 = 4m^2$	0,5
	Suy ra $m^2 - y + 1 = 2m$, suy ra $y = (m - 1)^2$	0,25
	Hoặc $m^2 - y + 1 = -2m$, suy ra $y = (m + 1)^2$ suy ra đpcm	0,25
Bài 4(6,0 điểm). 1) Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ đường phân giác AD ($D \in BC$). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của D lên AB và AC. $\frac{BE}{CF} = \frac{AB^2}{AC^2}$ a) Chứng minh tứ giác AEDF là hình vuông và $\frac{BE}{CF} = \frac{AB^2}{AC^2}$. b) Cho $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng AD. 2) Cho tứ giác ABCD ($AC > CD$). Lấy điểm M, P theo thứ tự trên cạnh AB, AC sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{CP}{CD}$. Trên tia CA lấy điểm K sao cho $CK = CD$. Chứng minh rằng khi M di động trên AB và P di động trên AC thỏa mãn giả thiết bài toán thì trung điểm I của đoạn thẳng MP luôn chạy trên một đường thẳng cố định.		
		
1a) 2,5đ	Hs cm được tứ giác AEDF là hình chữ nhật	1,0
	Mà AD là phân giác $\angle BAC$ suy ra tứ giác AEDF là hình vuông	0,25

	HS chỉ ra được $DE \parallel AC$ suy ra $\frac{BE}{AB} = \frac{DE}{AC}$ (1)	0,5
	$DF \parallel AB$, suy ra $\frac{CF}{AC} = \frac{DF}{AB}$ (2)	0,25
	Mà AEDF là hình vuông, suy ra $DE = DF$ (3)	0,25
	Từ (1), (2) và (3) suy ra $\frac{BE}{CF} = \frac{AB^2}{AC^2}$	0,25
1b) 1,5đ	Hs chỉ ra được $S_{ABC} = S_{ABD} + S_{ADC}$	0,25
	Suy ra $\frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} DE \cdot AB + \frac{1}{2} DE \cdot AC$ hay $AB \cdot AC = DE \cdot AB + DE \cdot AC$	0,25
	Do $DE = DF$ Suy ra $AB \cdot AC = DE \cdot (AB + AC)$	0,25
	HS cm được $\triangle AED$ vuông cân nên $DE = \frac{AD}{\sqrt{2}}$	0,25
	Suy ra $\frac{AD}{\sqrt{2}} = \frac{AB \cdot AC}{AB + AC} = \frac{3 \cdot 4}{3 + 4} = \frac{12}{7}$	0,25
	Suy ra $AD = \frac{12\sqrt{2}}{7}$ cm . kl.....	0,25
2) 2,0đ		
	Gọi H là trung điểm BK, từ M và P kẻ các đường thẳng song song với BK lần lượt cắt AH, CH tại N, Q	0,25
	Ta có $\frac{AM}{AB} = \frac{CP}{CD}$ mà $CK = CD$ suy ra $\frac{AM}{AB} = \frac{CP}{CK}$ (1)	0,25
	Mà $MN \parallel BH$ suy ra $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AH}$ (2), $PQ \parallel HK$, suy ra $\frac{CQ}{CH} = \frac{CP}{CK}$ (3)	0,25

	$\frac{AN}{AH} = \frac{CQ}{CH}$ Từ (1), (2) và (3) suy ra $\frac{AN}{AH} = \frac{CQ}{CH}$, suy ra $NQ \parallel AC$	0,25
	Hs chứng minh được $\frac{MN}{BH} = \frac{QP}{HK}$ mà $BH = HK$, suy ra $MN = QP$	0,25
	Mà $MN \parallel QP$ (cùng $\parallel BK$), suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành Suy ra I là trung điểm MP đồng thời là trung điểm NQ	0,25
	Gọi HI cắt AC tại O . Hs chứng minh được O là trung điểm AC	0,25
	HS chỉ ra được H, O cố định, suy ra điểm I di chuyển trên đường thẳng cố định HO (đpcm)	0,25
Bài 5(1,0 điểm). Cho 19 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và nằm trong tam giác đều có diện tích bằng 1. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất một tam giác có ba đỉnh là ba điểm trong 19 điểm đã cho có diện tích nhỏ hơn $\frac{1}{9}$.		
1,0đ		
	Hs chỉ ra được cách chia tam giác đều ban đầu thành 9 tam giác đều bằng nhau không có điểm chung trong như hình vẽ	0,25
	Vì 19 điểm nằm trong tam giác đều ban đầu nên theo nguyên lý Dirichlet tồn tại ít nhất 3 điểm trong 19 điểm đã cho nằm trong 1 tam giác trong 9 tam giác trên	0,25
	Do trong 19 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng nên tam giác tạo bởi 3 điểm nói trên nằm trọn trong 1 tam giác trong 9 tam giác trên.	0,25
	Mà diện tích của một tam giác trong 9 tam giác trên là $\frac{1}{9}$ Vậy diện tích tam giác tạo bởi ba điểm nói trên có diện tích nhỏ hơn $\frac{1}{9}$ (đpcm)	0,25

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Môn: Toán - Lớp 8**Thời gian làm bài: 150 phút**

(Không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (4,0 điểm):

Cho biểu thức: $A = \left(\frac{2+x}{2-x} - \frac{4x^2}{x^2-4} - \frac{2-x}{2+x} \right) : \frac{x^2-3x}{2x^2-x^3}$ (Với $x \neq 0; x \neq -2; x \neq 2; x \neq 3$)

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tính giá trị của biểu thức A khi $|2x+3|=5$

Câu 2 (5,0 điểm):

a) Phân tích đa thức thành nhân tử: $(x^2+x+1)(x^2+3x+1)+x^2$

b) Cho a, b, c là các số nguyên thỏa mãn $a+b+2024c=c^3$. Chứng minh rằng $a^3+b^3+c^3$ chia hết cho 6.

c) Tìm đa thức $f(x)$ biết rằng: $f(x)$ chia cho $x+2$ dư 10, $f(x)$ chia cho $x-2$ dư 24, $f(x)$ chia cho x^2-4 được thương là $-5x$ và còn dư.

Câu 3 (4,0 điểm):

Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $x^2+4x-y^2=1$

a)

b) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn đồng thời các điều kiện: $x+y+z=2$,

$x^2+y^2+z^2=4052$ và $xyz=-1$. Tính giá trị của $S = \frac{1}{xy+z-1} + \frac{1}{yz+x-1} + \frac{1}{xz+y-1}$

Câu 4 (5,0 điểm):

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A . Lấy điểm M nằm trên cạnh BC , kẻ MD và ME lần lượt vuông góc AB và AC ($D \in BC; E \in AC$). Lấy điểm I đối xứng với D qua A , K đối xứng với E qua M .

a) Chứng minh tứ giác $DIEK$ là hình bình hành.

b) Chứng minh rằng ba đường thẳng IK, DE, AM cùng đi qua một điểm.

c) Khi M là chân đường cao hạ từ A xuống BC , gọi J là trung điểm của cạnh BC . Chứng minh rằng $AJ \perp DE$.

Câu 5 (2,0 điểm):

a) Một chuyến xe khách có 28 hành khách nam và 31 hành khách nữ. Đến một bến xe có một số hành khách nữ xuống xe. Chọn ngẫu nhiên một hành khách còn lại trên xe. Biết rằng xác suất để chọn được hành khách nữ là $\frac{1}{2}$. Hỏi có bao nhiêu hành khách nữ đã xuống xe?

b) Trên mặt bàn có 2023 đồng xu kích thước như nhau, mỗi đồng xu có hai mặt: một mặt màu xanh và một mặt màu đỏ, tất cả các đồng xu đều ngửa mặt xanh lên trên. Thực hiện trò chơi như sau: Mỗi lượt chơi phải đổi mặt 4 đồng xu nào đó trên mặt bàn. Hỏi sau 2024 lượt chơi, có thể nhận được tất cả 2023 đồng xu trên bàn đều ngửa mặt đỏ lên được không? Vì sao?

-----Hết-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu, máy tính. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

UBND HUYỆN SÌN HỒ

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 6,7,8,9

PHÒNG GD&ĐT

CẤP THCS HUYỆN SÌN HỒ

NĂM HỌC 2024 - 2025

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: Toán – Lớp 8

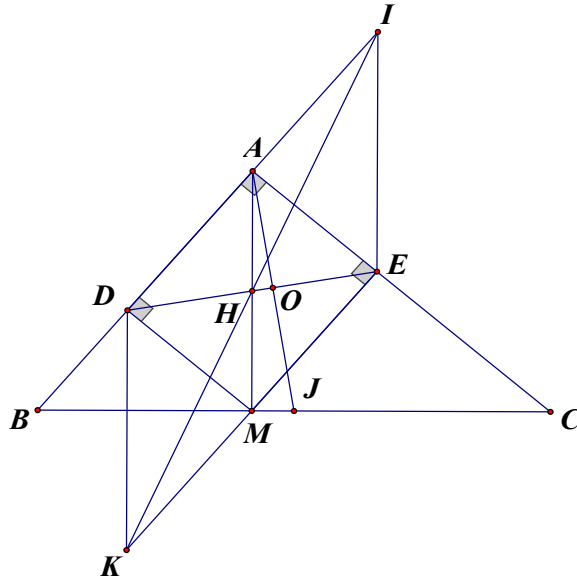
CÂU	Ý	HƯỚNG DẪN CHẤM	Điểm
Câu 1 <i>4,0 điểm</i>	a	Với $x \neq 0; x \neq -2; x \neq 2; x \neq 3$	
		$A = \left(\frac{2+x}{2-x} - \frac{4x^2}{x^2-4} - \frac{2-x}{2+x} \right) : \frac{x^2-3x}{2x^2-x^3}$	
		$= \left[\frac{-(x+2)(x+2) - 4x^2 + (x-2)(x-2)}{x^2-4} \right] : \frac{x-3}{x(2-x)}$	1
		$= \frac{-x^2-4x-4-4x^2+x^2-4x+4}{x^2-4} \cdot \frac{-x(x-2)}{x-3}$	0,5
		$= \frac{-4x^2-8x}{x^2-4} \cdot \frac{-x(x-2)}{x-3}$	0,5

		$A = \frac{4x^2}{x-3}$	0,5
	b	$ 2x+3 =5$ nên $2x+3=5$ hoặc $2x+3=-5$	0,5
		Với $2x+3=5 \Rightarrow x=1$ thì $A=-2$	0,5
		Với $2x+3=-5 \Rightarrow x=-4$ thì $A=\frac{-64}{7}$	0,5
Câu 2 5,0 điểm	a	Ta có $(x^2+x+1)(x^2+3x+1)+x^2$	
		$= (x^2+2x+1-x)(x^2+2x+1+x)+x^2$	0,5
		$= [(x^2+2x+1)-x][(x^2+2x+1)+x]+x^2$	0,5
		$= (x+1)^4 - x^2 + x^2$	0,5
		$= (x+1)^4$	0,5
	b	Ta có $a+b+2024c=c^3$	
		$a+b+c=c^3-c-2022c$	
		$a+b+c=c^3-c-2022c$	
		$a+b+c=c(c-1)(c+1)-2022c \quad (1)$	0,25
		$c(c-1)(c+1)$ là tích của 3 số nguyên liên tiếp Ta có:	
		$c(c-1)(c+1)$ chia hết cho 2;3 Nên	
		Mà ƯCLN (2,3) = 1	
		$c(c-1)(c+1)$ chia hết cho 6 (2) Nên	0,25
		$2022:6 \Rightarrow 2022c:6 \quad (3)$ và	
		$a+b+c:6$ Từ (1),(2) và (3) suy ra	0,25
		$a^3+b^3+c^3=a^3+3ab(a+b)+b^3+c^3-3ab(a+b)-3abc+3abc$ Ta có:	

		$= (a+b)^3 + c^3 - 3ab(a+b+c) + 3abc$	
		$= (a+b+c)(a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc + c^2) - 3ab(a+b+c) + 3abc$	
		$= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) + 3abc$	
		$a+b+c \vdots 6 \text{ (cmt)}$	
		Ta có	
		$\Rightarrow (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) \vdots 6 \quad (4)$	0,25
		$a+b+c \vdots 6 \text{ nên } a+b+c \text{ là một số chẵn}$	
		Lại có:	
		$a, b, c \text{ luôn có một số chẵn hay } 3abc \vdots 6 \quad (5)$	0,25
		Suy ra trong 3 số	
c		$\Rightarrow (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc) + 3abc \vdots 6$	0,25
		Từ (4) và (5)	
		$a^3 + b^3 + c^3 \vdots 6$	
		Hay	
		Giả sử $f(x)$ chia cho $x^2 - 4$ được thương là $-5x$ và còn dư là $ax + b$ Khi đó: $f(x) = (x^2 - 4)(-5x) + ax + b$	0,5
		Theo bài ra ta có:	
		$\begin{cases} f(2) = 24 \\ f(-2) = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 24 \\ -2a + b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{2} \\ b = 17 \end{cases}$	0,5
		Do đó $f(x) = (x^2 - 4)(-5x) + \frac{7}{2}x + 17$	
		Vậy đa thức $f(x)$ cần tìm có dạng $f(x) = (x^2 - 4)(-5x) + \frac{7}{2}x + 17$	0,5
Câu 3 4,0 điểm	a	$x^2 + 4x - y^2 = 1$	
		$(x^2 + 4x + 4) - y^2 = 5$	0,25
		$(x+2)^2 - y^2 = 5$	0,25
		$(x+2+y)(x+2-y) = 5$	0,25

		Trường hợp 1 : $\begin{cases} x+2+y=5 \\ x+2-y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ x-y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$	0,25
		Trường hợp 2 : $\begin{cases} x+2+y=1 \\ x+2-y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=-1 \\ x-y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$	0,25
		Trường hợp 3 : $\begin{cases} x+2+y=-1 \\ x+2-y=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=-3 \\ x-y=-7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=2 \end{cases}$	0,25
		Trường hợp 4 : $\begin{cases} x+2+y=-5 \\ x+2-y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=-7 \\ x-y=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=-2 \end{cases}$	0,25
		Vậy phương trình có nghiệm nguyên là: $(1;2);(1;-2);(-5;2);(-5;-2)$	0,25
		$(x+y+z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + xz)$	
		$\Rightarrow 4 = 4052 + 2(xy + yz + xz)$	
		$\Rightarrow xy + yz + xz = -2024$	0,25
		$x + y + z = 2 \Rightarrow z = 2 - (x + y)$	
		Vì	
		Khi đó: $xy + z - 1 = xy + 2 - (x + y) - 1 = xy - x - y + 1 = (x-1)(y-1)$	0,25
		$\Rightarrow \frac{1}{xy + z - 1} = \frac{1}{(x-1)(y-1)}$	
	b	Tương tự : $\frac{1}{yz + x - 1} = \frac{1}{(y-1)(z-1)}$; $\frac{1}{zx + y - 1} = \frac{1}{(z-1)(x-1)}$	0,25
		$\Rightarrow S = \frac{1}{xy + z - 1} + \frac{1}{yz + x - 1} + \frac{1}{zx + y - 1}$	0,25
		$= \frac{1}{(x-1)(y-1)} + \frac{1}{(y-1)(z-1)} + \frac{1}{(z-1)(x-1)}$	0,25
		$= \frac{z-1+x-1+y-1}{(x-1)(y-1)(z-1)} = \frac{(x+y+z)-3}{(x-1)(y-1)(z-1)}$	0,25
		$= \frac{2-3}{xyz - (xy + yz + zx) + (x + y + z) - 1} = \frac{-1}{-1 + 2024 + 2 - 1} = \frac{-1}{2024}$	
		$S = \frac{-1}{2024}$	
	Vậy		0,5

Câu 4

5,0
điểm

Ta có: $\angle MDA = 90^\circ; \angle MEA = 90^\circ; \angle DEA = 90^\circ$

Nên tứ giác $AEMD$ là hình chữ nhật

Suy ra $ME = DA; ME \parallel DA$ (1)

Mặt khác: $DI = 2DA; EK = 2ME$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $DI = EK; DI \parallel EK$

Nên tứ giác $DIEK$ là hình bình hành

Giả sử $DE \cap AM = H; DE \cap IK = H'$

Ta có tứ giác $AEMD$ là hình chữ nhật (cmt)

Nên H là trung điểm của DE

Mặt khác tứ giác $DIEK$ là hình bình hành nên H' là trung điểm của DE

Vậy $H \equiv H'$

Suy ra ba đường thẳng IK, DE, AM giao nhau tại một điểm.

Ta có $AM \perp BC \Rightarrow \angle BAM + \angle B = 90^\circ$

Mặt khác $\triangle ABC$ vuông tại A nên $\angle B + \angle C = 90^\circ \Rightarrow \angle BAM = \angle C$ (3)

Do AJ là đường trung tuyến với cạnh BC nên

 $AJ = JC = JB = \frac{BC}{2} \Rightarrow \triangle AJC$ cân tại $J \Rightarrow \angle JAC = \angle C$ (4)

		Từ (3); (4) $\Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{JAC}$ (5)	0,25
		Do tứ giác $AEMD$ là hình chữ nhật $\Rightarrow \Delta ADM = \Delta EMD$ (c.c.c)	
		$\Rightarrow \widehat{DAM} = \widehat{MED}$	
		Mặt khác $\Rightarrow \widehat{MED} + \widehat{AED} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DAM} + \widehat{AED} = 90^\circ$	
		$\Rightarrow \widehat{BAM} + \widehat{AED} = 90^\circ$ (6)	
		Từ (5); (6) $\Rightarrow \widehat{JAC} + \widehat{AED} = 90^\circ$	0,25
		Gọi $O = AJ \cap DE$. Trong tam giác ΔAOE ta có	
		$\widehat{AOE} = 180^\circ - \widehat{OAE} - \widehat{OEA} = 180^\circ - (\widehat{JAC} + \widehat{AED}) = 90^\circ$	
		Hay $AJ \perp DE$	0,25
Câu 5 2,0 điểm	a	Gọi số hành khách nữ xuống xe là n (người).	0,5
		Khi đó, trên xe còn $31 - n$ hành khách nữ và 28 hành khách nam.	
		Xác suất để chọn được hành khách nữ là $\frac{1}{2}$ nên số hành khách nữ còn lại trên xe bằng số hành khách nam.	
		$\Rightarrow 31 - n = 28 \Rightarrow n = 3$.	
		Vậy có 3 hành khách nữ đã xuống xe.	0,5
	b	Thử một vài khả năng:	0,25
		+ Trường hợp 1. Nếu đổi 4 đồng xu mặt xanh thành 4 đồng xu mặt đỏ ngửa lên thì số đồng xu mặt xanh ngửa lên giảm 4.	
		+ Trường hợp 2. Nếu đổi 3 đồng xu mặt xanh, 1 đồng xu mặt đỏ thành 3 đồng xu mặt đỏ, 1 đồng xu mặt xanh ngửa lên thì số đồng xu mặt xanh ngửa lên giảm 2.	
		+ Trường hợp 3. Nếu đổi 2 đồng xu mặt xanh, 2 đồng xu mặt đỏ thành 2 đồng xu mặt đỏ, 2 đồng xu mặt xanh ngửa lên thì số đồng xu mặt xanh ngửa lên không đổi.	
		+ Trường hợp 4. Nếu đổi 1 đồng xu mặt xanh, 3 đồng xu mặt đỏ thành 1 đồng xu mặt đỏ, 3 đồng xu mặt xanh ngửa lên thì số đồng xu mặt xanh ngửa lên tăng 2.	
		+ Trường hợp 5. Nếu đổi 4 đồng xu mặt đỏ thành 4 đồng xu mặt xanh ngửa lên thì số đồng xu mặt xanh ngửa lên tăng 4.	

	Ta nhận thấy trong năm trường hợp thì đồng xu mặt xanh ngửa lên tăng hoặc giảm đi số chẵn lần. Như vậy số đồng xu mặt xanh ngửa lên trong mọi thao tác luôn luôn là số lẻ và số đồng xu mặt đỏ ngửa lên luôn là số chẵn.	0,25
	Nghĩa là số các đồng xu ngửa mặt xanh thành mặt đỏ không thay đổi tính chẵn lẻ.	0,25
	Ban đầu có 0 đồng xu ngửa mặt đỏ lên là một số chẵn thì không thể biến đổi thành số lẻ là 2023 đồng xu ngửa mặt đỏ lên. Vậy không thể nhận được tất cả 2023 đồng xu trên bàn đều ngửa mặt đỏ lên trên.	0,25

*** Lưu ý:**

- Nếu học sinh làm cách khác đúng, lập luận chặt chẽ, trình bày khoa học thì cán bộ chấm thi vẫn cho điểm tối đa.

UBND HUYỆN BÌNH SƠN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 8 CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2024 - 2025

Môn: TOÁN

(Thời gian: 120 phút)

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN LỚP 8

NĂM HỌC 2024 - 2025

Bài 1. (5,0 điểm)

a) Tìm tất cả các số tự nhiên n để $2^n + 15$ là số chính phương.

b) Đa thức $F(x)$ khi chia cho $x - 1$ dư 2024, khi chia cho $x^2 + 2$ dư $3x - 1$. Tìm phần dư khi chia $F(x)$ cho $(x - 1)(x^2 + 2)$.

c) Cho biểu thức: $A = \frac{2x-9}{x^2-5x+6} - \frac{x+3}{x-2} - \frac{2x-1}{3-x}$ với $x \neq 2; x \neq 3$

Rút gọn A và tìm giá trị nguyên của x để $P = A \cdot \frac{x-3}{2x+3}$ đạt giá trị nguyên.

Bài 2. (4,0 điểm)

a) Giải phương trình: $(2x - 1) \cdot (6x - 4)^2 \cdot (6x - 5) = 4$.

b) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $x^2 - 3y^2 + 2xy - 4x - 4y + 8 = 0$

c) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: $a + b + c + 3ab + 3bc + 3ca = 12$.

Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$.

Bài 3. (3,0 điểm)

$$P = \frac{3(b+c)}{2a} + \frac{4a+3c}{3b} + \frac{12(b-c)}{2a+3c}$$

a) Cho $a, b, c > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của:

b) Bác An trồng cây ăn quả được mùa nên cuối vụ bác An tiết kiệm được 30 triệu đồng. Bác An gửi số tiền trên vào ngân hàng X theo hình thức lãi kép. Sau 2 năm, bác rút cả vốn lẫn lãi được 33,075 triệu đồng. Nếu bác An gửi số tiền 400 triệu đồng vào ngân hàng X theo lãi suất đó thì sau bao nhiêu năm bác An nhận được số tiền cả gốc và lãi là 463,05 triệu đồng?

Bài 4. (7,0 điểm)

1. Một người đo chiều cao của một cây nhờ một cọc chôn xuống đất, cọc cao 2m và đặt xa cây 15m. Sau khi người ấy lùi ra xa cách cọc 0,8m thì nhìn thấy đầu cọc và đỉnh cây cùng nằm trên một đường thẳng. Hỏi cây cao bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ chân đến mắt người ấy là 1,6m?

2. Cho hình vuông ABCD, trên cạnh AB và AD lần lượt lấy hai điểm E và F sao cho $AE = AF$. Vẽ AH vuông góc với BF (H thuộc BF), AH cắt DC và BC lần lượt tại M và N.

a) Tứ giác ADME là hình gì? Vì sao?

b) Biết diện tích tam giác BCH gấp 4 lần diện tích tam giác AEH. Chứng minh rằng $AC = 2EF$.

c) Chứng minh rằng $\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2}$

Bài 5. (1,0 điểm)

Cho X là một tập hợp gồm 2024 số nguyên dương đôi một khác nhau, mỗi số không lớn hơn 4025. Chứng minh trong tập hợp X luôn tìm được hai phần tử x và y, sao cho $x - y$ thuộc tập hợp $E = \{5; 10; 15\}$.

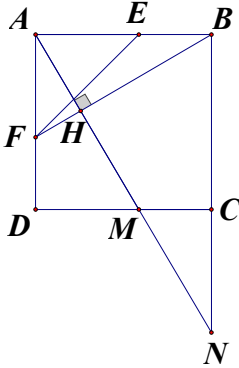
-----Hết-----

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Nội dung trình bày	Điểm
1 (5,0 đ)		Đặt $2^n + 15 = k^2$, Vì $2^n \vdots 3; 15 \vdots 3 \Rightarrow k^2 \vdots 3 \Rightarrow k^2$ chia 3 dư 1 $\Rightarrow 2^n$ chia 3 dư 1 $\Rightarrow n$ chẵn	0,25
	1.a (1,0 đ)	TH1: Nếu $n = 0 \Rightarrow 2^n = 1 \Rightarrow 2^n + 15 = 16$ là số chính phương. TH2: Nếu $n \geq 2 \Rightarrow 2^n \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow 2^n + 15 \equiv 3 \pmod{4} \Rightarrow k^2 \equiv 3 \pmod{4}$ vô lý vì số chính phương chia cho 4 chỉ có thể dư 0 hoặc 1. Vậy $n = 0$ là số cần tìm.	0,25
	1.b (2,0 đ)	Do bậc của đa thức chia $(x-1)(x^2+2)$ là 3 nên đa thức dư có dạng $ax^2 + bx + c$. Gọi thương là $Q(x)$, ta có: $F(x) = (x-1)(x^2+2).Q(x) + ax^2 + bx + c$ $F(x) = (x-1)(x^2+2).Q(x) + a(x^2+2) + bx + c - 2a$ $F(x) = [(x-1).Q(x) + a].(x^2+2) + bx + c - 2a$ $F(x)$ chia cho x^2+2 dư $3x-1$ nên $b=3$ và $c-2a=-1$ Lại có: $F(x)$ chia $x-1$ dư 2024 $\Rightarrow f(1) = 2024 \Rightarrow a+b+c = 2024$ Giải ra được: $a = 674; b = 3; c = 1347$. Vậy đa thức dư: $674x^2 + 3x + 1347$	0,25 0,25 0,25 0,5 0,25 0,5
	1.c (2,0 đ)	$A = \frac{2x-9}{x^2-5x+6} - \frac{x+3}{x-2} - \frac{2x-1}{3-x}$ với $x \neq 2; x \neq 3$ $A = \frac{2x-9}{(x-2)(x-3)} - \frac{x+3}{x-2} + \frac{2x-1}{x-3}$	0,5

		$A = \frac{2x-9-(x-3)(x+3)+(2x-1)(x-2)}{(x-2)(x-3)}$ $A = \frac{x^2-3x+2}{(x-2)(x-3)} = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-2)(x-3)} = \frac{x-1}{x-3}$ <p>Ta có: $P = A \cdot \frac{x-3}{2x+3} = \frac{x-1}{2x+3} \Rightarrow 2.P = \frac{2x-2}{2x+3} = 1 - \frac{5}{2x+3}$</p> <p>Với x nguyên, để P nguyên thì 2.P nguyên $\Rightarrow 5 \mid 2x+3$</p> $2x+3 \in \{-5; -1; 1; 5\}$ $x \in \{-4; -2; -1; 1\}$	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>																												
<p>2</p> <p>(4,0 đ)</p>	<p>2.a</p> <p>(1,0 đ)</p>	<p>Nhân 3 vào hai vế ta được: $(6x-3)(6x-4)^2(6x-5) = 12$</p> <p>Đặt $6x-4 = y$, ta được : $(y+1)y^2(y-1) = 12$</p> $(y^2-4)(y^2+3) = 0 \Rightarrow y^2-4 = 0 \Rightarrow y = \pm 2.$ <p>Khi đó giải ra được: $x = 1$ hoặc $x = \frac{1}{3}$</p>	<p>0,75</p> <p>0,25</p>																												
	<p>2.b</p> <p>(1,0 đ)</p>	$x^2-3y^2+2xy-4x-4y+8=0$ $\Leftrightarrow (x+y-2)^2-(2y)^2=-4$ $\Leftrightarrow (x+3y-2)(x-y-2)=-4$ <p>Mà x, y nguyên nên ta có:</p> <table border="1"> <tr> <td>$x+3y-2$</td> <td>- 4</td> <td>- 2</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>- 1</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$x-y-2$</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>- 1</td> <td>- 2</td> <td>4</td> <td>- 4</td> </tr> <tr> <td>X</td> <td>L</td> <td>3</td> <td>L</td> <td>1</td> <td>L</td> <td>L</td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>L</td> <td>- 1</td> <td>L</td> <td>1</td> <td>L</td> <td>L</td> </tr> </table> <p>Vậy $(x; y) \in \{(3; -1); (1; 1)\}$</p>	$x+3y-2$	- 4	- 2	4	2	- 1	1	$x-y-2$	1	2	- 1	- 2	4	- 4	X	L	3	L	1	L	L	Y	L	- 1	L	1	L	L	<p>0,25</p> <p>0,75</p>
	$x+3y-2$	- 4	- 2	4	2	- 1	1																								
$x-y-2$	1	2	- 1	- 2	4	- 4																									
X	L	3	L	1	L	L																									
Y	L	- 1	L	1	L	L																									
<p>2.c</p> <p>(2,0 đ)</p>	<p>Ta có: $(a-b)^2 \geq 0 \Rightarrow 3(a^2+b^2) \geq 6ab$</p> <p>Tương tự ta được: $3(b^2+c^2) \geq 6bc$; $3(c^2+a^2) \geq 6ca$;</p> <p>Khi đó $(a-1)^2 \geq 0 \Rightarrow a^2+1 \geq 2a$</p> <p>Tương tự ta có: $b^2+1 \geq 2b$; $c^2+1 \geq 2c$;</p> <p>Từ đó ta có:</p> $7(a^2+b^2+c^2)+3 \geq 2(a+b+c+3ab+3bc+3ca).$	<p>0,25</p> <p>0,75</p> <p>0,25</p>																													

		<p>Suy ra $7(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2.12 - 3 = 21 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$.</p> <p>Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$.</p> <p>Vậy $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$.</p>	0,75
3 (3,0 đ)	3.a (1,5 đ)	<p>Đặt: $x = 2a, y = 3b, z = 3c \Rightarrow x, y, z > 0$</p> <p>Biểu thức đã cho được viết lại:</p> $P = \frac{y+z}{x} + \frac{2x+z}{y} + \frac{4y-4z}{x+z}$ $P = \frac{y+z+x-x}{x} + \frac{2x+z}{y} + \frac{4y+4x-4x-4z}{x+z}$ $= \left(\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \right) + \left(\frac{z+x}{x} + \frac{x+z}{y} + \frac{4x}{x+z} + \frac{4y}{x+z} \right) - 5$ <p>Lập luận chứng minh được $P \geq 5$</p> <p>Dấu bằng xảy ra khi $x = y = z$ hay $2a = 3b = 3c$</p> <p>Vậy $P_{\min} = 5$ khi $2a = 3b = 3c$</p>	0,25
			0,25
			0,75
			0,25
	3.b (1,5 đ)	<p>Gọi x là lãi suất hằng năm của ngân hàng X</p> <p>Ta có: Số tiền vốn và lãi bác An nhận được sau năm năm thứ 1 là:</p> $30.(1 + x)$ <p>Số tiền vốn và lãi bác An nhận được sau năm thứ 2 là:</p> $30.(1 + x) .(1 + x) = 30.(1 + x)^2$ <p>Ta có: $30.(1 + x)^2 = 33,075$</p> <p>Suy ra $x = 0,05$</p> <p>Theo bài ta ra có: $400.(1 + 0,05)^n = 463,05$ (với n là số năm gửi tiền)</p> <p>Giải ra $n = 3$.</p> <p>Vậy sau 3 năm bác An nhận được số tiền 463,05 triệu đồng</p>	0,25
			0,25
			0,25
			0,5
			0,25

4 (7,0 đ)			0,5
		<p>Xét tam giác ADM và BAF có:</p> <p>$AB = AD$ (giả thiết)</p> <p>Δ</p> <p>$\angle MAD = \angle ABF$ (Cùng phụ với góc BAH)</p> <p>Vậy $\Delta ADM = \Delta BAF$ (ch – gn)</p>	0,5
	2.a	<p>Suy ra $DM = AF$ mà $AF = AE$</p> <p>Nên $DM = AE$</p> <p>Lại có $DM \parallel AE$ ($AB \parallel DC$)</p> <p>Suy ra tứ giác ADME là hình bình hành.</p> <p>Mà $\angle DAE = 90^\circ$</p>	0,25
		<p>Suy ra tứ giác ADME là hình chữ nhật.</p>	0,25
		<p>Chứng minh $\Delta ABH \sim \Delta FAH$ (g – g)</p> <p>Suy ra $\frac{AB}{AF} = \frac{BH}{AH}$ hay $\frac{BC}{AE} = \frac{BH}{AH}$ ($AB = BC, AE = AF$)</p>	0,5
		<p>Lại có $\angle HAB = \angle HBC$ (Cùng phụ với $\angle ABH$)</p>	
	2.b	<p>$\Delta ABH \sim \Delta FAH$ (g – g)</p>	0,5
		<p>$\frac{S_{CBH}}{S_{EAH}} = \left(\frac{BC}{AE}\right)^2 = 4 \Rightarrow BC^2 = (2AE)^2$</p> <p>$\Rightarrow BC = 2AE$</p> <p>Suy ra E là trung điểm của AB, F là trung điểm của AD.</p>	0,25
	2.c	<p>Chứng minh $\Delta ADM \sim \Delta NCM$ (g-g) suy ra</p> <p>$\frac{AD}{CN} = \frac{AM}{MN}$ hay $\frac{AD}{AM} = \frac{CN}{MN}$ (1)</p>	0,5

	Chứng minh $\triangle NCM \sim \triangle NBA$ (g-g) suy ra $\frac{MN}{AN} = \frac{MC}{AB}$ hay $\frac{AB}{AN} = \frac{MC}{MN} \Rightarrow \frac{AD}{AN} = \frac{MC}{MN}$ (2)	0,5
	Từ (1) và (2) suy ra $\left(\frac{AD}{AM}\right)^2 + \left(\frac{AD}{AN}\right)^2 = \left(\frac{CN}{MN}\right)^2 + \left(\frac{CM}{MN}\right)^2 = \frac{CN^2 + CM^2}{MN^2} = \frac{MN^2}{MN^2} = 1$ (áp dụng định lí Pythagore ta có $CN^2 + CM^2 = MN^2$)	0,5
	$\left(\frac{AD}{AM}\right)^2 + \left(\frac{AD}{AN}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{AD^2}$	0,5
5 (1,0 đ)	Vì có 2024 số nguyên dương khác nhau nên theo nguyên lý Dirichlet tồn tại một nhóm có chứa $\left[\frac{2024}{5}\right] + 1 = 405$ số khi chia cho 5 có cùng số dư.	0,25
	Gọi 405 số đó là: $1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_{405} \leq 4025$	
	Giả sử không tồn tại 2 số a_i, a_j ($1 \leq i, j \leq 405$) thỏa mãn $a_i - a_j \in \{5; 10; 15\}$	0,25
	Khi đó $a_i - a_j \geq 20$ (Vì $a_i - a_j \div 5$ và $a_i \neq a_j$) Trong 405 số trên, hai số kề nhau hơn kém nhau ít nhất 20 đơn vị nên $a_{234} - a_1 \geq 20 \cdot 404 = 8080 > 4025$ (mâu thuẫn giả thiết mỗi số không lớn hơn 4025)	0,25
	$\Rightarrow$ điều giả sử là sai Vậy trong tập hợp X luôn tìm được hai phần tử x và y, sao cho $x - y$ thuộc tập hợp $E = \{5; 10; 15\}$	0,25

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VŨ THU

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
Năm học 2024-2025
Môn: **TOÁN 8**
(Thời gian làm bài 120 phút)

Bài 1 (5,0 điểm).

1) Phân tích đa thức $x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x - 4y$ thành nhân tử.

$$P = \frac{x+2}{x+3} - \frac{5}{(x+3)(x-2)} - \frac{1}{x-2} \quad x \neq 2, x \neq -3$$

2) Cho biểu thức

với

Rút gọn P và tìm các giá trị nguyên của X để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

3) Cho hai số a, b thỏa mãn $a^3 - 3a^2 + 5a - 2025 = 0$ và $b^3 - 3b^2 + 5b + 2019 = 0$.

Tính $a + b$.

Bài 2 (4,0 điểm).

1) Tìm X biết $(x-7)(x-5)(x-4)(x-2) = 72$.

2) Bác Tâm gửi ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 8%/năm. Hỏi sau 2 năm tổng số tiền bác Tâm thu về là bao nhiêu? (Số tiền gửi của năm thứ hai bằng tổng số tiền gửi và lãi của năm thứ nhất).

Bài 3 (4,0 điểm).

1) Tìm dư của đa thức $f(x)$ khi chia cho đa thức $x^2 + x - 2$, biết rằng $f(x)$ chia cho $x - 1$ dư 2 và $f(x)$ chia cho $x + 2$ dư 3.

2) Cho hai số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + 1 = 2(xy + x + y)$. Chứng minh rằng x và y là hai số chính phương liên tiếp.

Bài 4 (6,0 điểm).

1) Cho tam giác ABC vuông tại A , kẻ đường phân giác AD ($D \in BC$). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của D lên AB và AC .

a) Chứng minh tứ giác $AEDF$ là hình vuông và $\frac{BE}{CF} = \frac{AB^2}{AC^2}$.

b) Cho $AB = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng AD .

2) Cho tứ giác $ABCD$ ($AC > CD$). Lấy điểm M, P theo thứ tự trên đoạn thẳng AB, AC sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{CP}{CD}$. Trên tia CA lấy điểm K sao cho $CK = CD$. Chứng minh rằng khi M di động trên AB và P di động trên AC thỏa mãn giả thiết bài toán thì trung điểm I của đoạn thẳng MP luôn chạy trên một đường thẳng cố định.

Bài 5 (1,0 điểm).

Cho 19 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và nằm trong tam giác đều có diện tích bằng 1. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất một tam giác có ba đỉnh là ba điểm trong 19 điểm đã cho có diện tích nhỏ hơn $\frac{1}{9}$.

.....Hết.....

Họ và tên thí sinh :Số báo danh:

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

I. Hướng dẫn chung

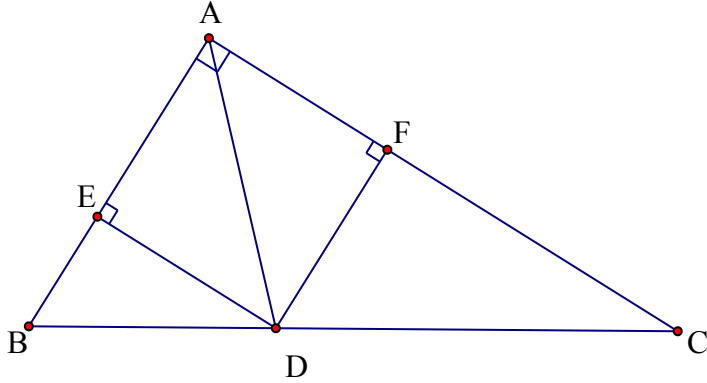
- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày các bước cơ bản của 1 cách giải. Nếu thí sinh làm theo cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.
- Bài làm của thí sinh đúng đến đâu cho điểm đến đó theo đúng biểu điểm.
- Bài hình học, thí sinh vẽ hình đúng ý nào thì chấm điểm ý đó, thí sinh vẽ sai hình hoặc không vẽ hình thì cho 0 điểm bài hình đó.
- Bài có nhiều ý liên quan tới nhau, nếu thí sinh mà công nhận ý trên (hoặc làm ý trên không đúng) để làm ý dưới mà thí sinh làm đúng thì cho 0 điểm điểm ý đó.
- Điểm của bài thi là tổng điểm các Bài làm đúng và tuyệt đối không làm tròn.

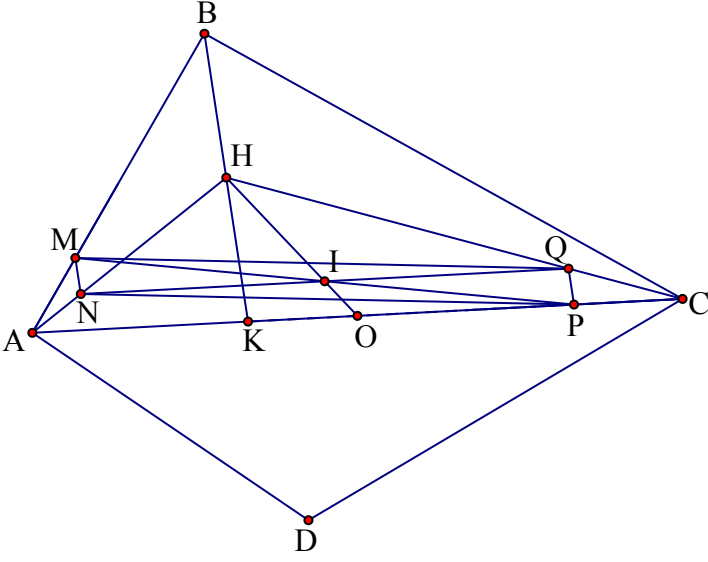
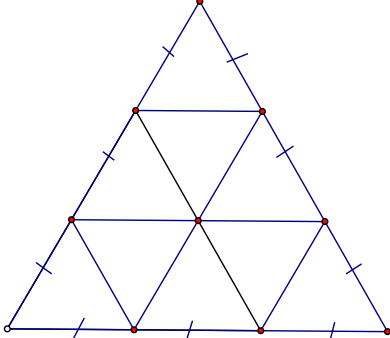
II. Đáp án và thang điểm

HƯỚNG DẪN CHẤM		Điểm
Bài 1(5,0 điểm).		
1) Phân tích đa thức $x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x - 4y$ thành nhân tử.		

$P = \frac{x+2}{x+3} - \frac{5}{(x+3)(x-2)} - \frac{1}{x-2} \text{ với } x \neq 2, x \neq -3$ <p>2) Cho biểu thức Rút gọn P và tìm các giá trị nguyên của X để biểu thức P nhận giá trị nguyên.</p> <p>3) Cho hai số a, b thỏa mãn $a^3 - 3a^2 + 5a - 2025 = 0$ và $b^3 - 3b^2 + 5b + 2019 = 0$. Tính a + b.</p>		
1) 1,5đ	Ta có: $x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x - 4y = (x - 2y)^2 + 2(x - 2y)$	0,75
	$= (x - 2y)(x - 2y + 2)$	0,75
2) 2,5đ	Với $x \neq 2, x \neq -3$ ta có: $P = \frac{x+2}{x+3} - \frac{5}{(x+3)(x-2)} - \frac{1}{x-2} = \frac{(x+2)(x-2) - 5 - (x+3)}{(x+3)(x-2)}$	0,5
	$= \frac{x^2 - 4 - 5 - x - 3}{(x+3)(x-2)} = \frac{x^2 - x - 12}{(x+3)(x-2)}$	0,5
	$= \frac{(x-4)(x+3)}{(x+3)(x-2)} = \frac{x-4}{x-2}$	0,25
	Vậy với $x \neq 2, x \neq -3$ thì $P = \frac{x-4}{x-2}$	0,25
	Với $x \neq 2, x \neq -3$, ta có $P = 1 - \frac{2}{x-2}$	0,25
	Do x nguyên nên P nguyên khi $\frac{2}{x-2}$ nguyên suy ra $2 \mid x-2$, suy ra $x-2 \in \{\pm 1; \pm 2\}$	0,25
	Từ đó tìm được $x \in \{0; 1; 3; 4\}$	0,25
	Kết hợp với điều kiện, ta có $x \in \{0; 1; 3; 4\}$ thì P nguyên.	0,25
3) 1,0đ	Từ điều kiện của bài toán, ta có $(a-1)^3 + 2(a-1) - 2022 = 0$ (1) và $(b-1)^3 + 2(b-1) + 2022 = 0$ (2)	0,5
	Từ (1) và (2) suy ra $(a-1)^3 + (b-1)^3 + 2(a-1+b-1) = 0$ $(a+b-2)\left[(a-1)^2 - (a-1)(b-1) + (b-1)^2\right] + 2(a+b-2) = 0$ $(a+b-2)\left[(a-1)^2 - (a-1)(b-1) + (b-1)^2 + 2\right] = 0$	0,25
	HS lập luận chỉ ra $(a-1)^2 - (a-1)(b-1) + (b-1)^2 + 2 > 0 \quad \forall a, b$ Suy ra $a+b-2=0$ hay $a+b=2$ Vậy $a+b=2$.	0,25
<p>Bài 2(4,0 điểm).</p> <p>3) Tìm x biết $(x-7)(x-5)(x-4)(x-2) = 72$.</p> <p>4) Bác Tâm gửi ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 8%/năm. Hỏi sau 2 năm tổng số tiền bác Tâm thu về là bao nhiêu? (Số tiền gửi của năm thứ hai bằng tổng số tiền gửi và lãi của năm thứ nhất).</p>		

1) 2,0đ	Ta có $(x-7)(x-5)(x-4)(x-2) = 72$ $(x^2 - 9x + 14)(x^2 - 9x + 20) = 72$	0,5
	$(x^2 - 9x + 17 - 3)(x^2 - 9x + 17 + 3) = 72$	0,25
	$(x^2 - 9x + 17)^2 - 9 = 72$	0,25
	$(x^2 - 9x + 17)^2 = 81$ hay $x^2 - 9x + 17 = \pm 9$	0,25
	* $x^2 - 9x + 17 = 9$ hay $x^2 - 9x + 8 = 0$, từ đây tìm được $x \in \{1; 8\}$	0,25
	* $x^2 - 9x + 17 = -9$ hay $x^2 - 9x + 26 = 0$ HS chứng minh được $x^2 - 9x + 26 > 0 \forall x$, suy ra không có giá trị nào của x thỏa mãn.	0,25
	Vậy $x \in \{1; 8\}$	0,25
2) 2,0đ	Số tiền lãi của năm thứ nhất bác An nhận là: $200.8\% = 16$ triệu đồng	0.5
	Số tiền gốc của năm thứ hai bác An gửi là: $200 + 16 = 216$ triệu đồng	0.5
	Số tiền lãi của năm thứ hai bác An nhận là: $216.8\% = 17,28$ triệu đồng	0.5
	Vậy sau 2 năm bác An nhận được tổng số tiền là: $216 + 17,28 = 233,28$ triệu đồng	0.5
Bài 3(4,0 điểm).		
1) Tìm dư của đa thức $f(x)$ khi chia cho đa thức $x^2 + x - 2$, biết rằng $f(x)$ chia cho $x - 1$ dư 2 và $f(x)$ chia cho $x + 2$ dư 3.		
2) Cho hai số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 + 1 = 2(xy + x + y)$. Chứng minh rằng x và y là hai số chính phương liên tiếp.		
1) 2,0đ	Vì $f(x)$ chia cho $x - 1$ dư 2 và $f(x)$ chia cho $x + 2$ dư 3. Suy ra $f(1) = 2$ và $f(-2) = 3$	0,5
	Mà $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$	0,25
	Suy ra $f(x) = (x - 1)(x + 2)g(x) + ax + b$	0,25
	Suy ra $a + b = 2$ và $-2a + b = 3$	0,5
	Giải được $a = \frac{-1}{3}$, $b = \frac{7}{3}$	0,25
	Vậy dư của đa thức $f(x)$ khi chia cho đa thức $x^2 + x - 2$ là $\frac{-1}{3}x + \frac{7}{3}$	0,25
2) 2,0đ	Từ gt ta có $x^2 + y^2 + 1 = 2(xy + x + y)$ $x^2 + y^2 + 1 - 2xy + 2x - 2y = 4x$	0,5
	$(x - y + 1)^2 = 4x$ do x, y nguyên, suy ra x là số chính phương	0,5
	Đặt $x = m^2$, m là số nguyên, suy ra $(m^2 - y + 1)^2 = 4m^2$	0,5
	Suy ra $m^2 - y + 1 = 2m$, suy ra $y = (m - 1)^2$	0,25
	Hoặc $m^2 - y + 1 = -2m$, suy ra $y = (m + 1)^2$ suy ra đpcm	0,25
Bài 4(6,0 điểm).		

<p>1) Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ đường phân giác AD ($D \in BC$). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của D lên AB và AC.</p> <p>a) Chứng minh tứ giác AEDF là hình vuông và $\frac{BE}{CF} = \frac{AB^2}{AC^2}$.</p> <p>b) Cho AB = 3cm, AC = 4cm. Tính độ dài đoạn thẳng AD.</p> <p>2) Cho tứ giác ABCD ($AC > CD$). Lấy điểm M, P theo thứ tự trên cạnh AB, AC sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{CP}{CD}$. Trên tia CA lấy điểm K sao cho CK = CD. Chứng minh rằng khi M di động trên AB và P di động trên AC thỏa mãn giả thiết bài toán thì trung điểm I của đoạn thẳng MP luôn chạy trên một đường thẳng cố định.</p>		
		
1a) 2,5đ	Hs cm được tứ giác AEDF là hình chữ nhật	1,0
	Mà AD là phân giác $\angle BAC$ suy ra tứ giác AEDF là hình vuông	0,25
	HS chỉ ra được $DE \parallel AC$ suy ra $\frac{BE}{AB} = \frac{DE}{AC}$ (1)	0,5
	$\frac{CF}{AC} = \frac{DF}{AB}$ (2) DF $\parallel$ AB, suy ra	0,25
	Mà AEDF là hình vuông, suy ra $DE = DF$ (3)	0,25
	Từ (1), (2) và (3) suy ra $\frac{BE}{CF} = \frac{AB^2}{AC^2}$	0,25
1b) 1,5đ	Hs chỉ ra được $S_{ABC} = S_{ABD} + S_{ADC}$	0,25
	Suy ra $\frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} DE \cdot AB + \frac{1}{2} DF \cdot AC$ hay $AB \cdot AC = DE \cdot AB + DF \cdot AC$	0,25
	Do $DE = DF$ Suy ra $AB \cdot AC = DE \cdot (AB + AC)$	0,25
	HS cm được $\triangle AED$ vuông cân nên $DE = \frac{AD}{\sqrt{2}}$	0,25
	Suy ra $\frac{AD}{\sqrt{2}} = \frac{AB \cdot AC}{AB + AC} = \frac{3 \cdot 4}{3 + 4} = \frac{12}{7}$	0,25
	Suy ra $AD = \frac{12\sqrt{2}}{7}$ cm . kl.....	0,25

<p>2) 2,0đ</p>		
	<p>Gọi H là trung điểm BK, từ M và P kẻ các đường thẳng song song với BK lần lượt cắt AH, CH tại N, Q</p>	<p>0,25</p>
	<p>Ta có $\frac{AM}{AB} = \frac{CP}{CD}$ mà CK = CD suy ra $\frac{AM}{AB} = \frac{CP}{CK}$ (1)</p>	<p>0,25</p>
	<p>Mà MN // BH suy ra $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AH}$ (2), PQ // HK, suy ra $\frac{CQ}{CH} = \frac{CP}{CK}$ (3)</p>	<p>0,25</p>
	<p>Từ (1), (2) và (3) suy ra $\frac{AN}{AH} = \frac{CQ}{CH}$, suy ra NQ // AC</p>	<p>0,25</p>
	<p>Hs chứng minh được $\frac{MN}{BH} = \frac{QP}{HK}$ mà BH = HK, suy ra MN = QP</p>	<p>0,25</p>
	<p>Mà MN // QP (cùng // BK), suy ra tứ giác MNPQ là hình bình hành Suy ra I là trung điểm MP đồng thời là trung điểm NQ</p>	<p>0,25</p>
	<p>Gọi HI cắt AC tại O. HS chứng minh được O là trung điểm AC</p>	<p>0,25</p>
	<p>HS chỉ ra được H, O cố định, suy ra điểm I di chuyển trên đường thẳng cố định HO (đpcm)</p>	<p>0,25</p>
<p>Bài 5(1,0 điểm). Cho 19 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và nằm trong tam giác đều có diện tích bằng 1. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất một tam giác có ba đỉnh là ba điểm trong 19 điểm đã cho có diện tích nhỏ hơn $\frac{1}{9}$.</p>		
<p>1,0đ</p>		
	<p>Hs chỉ ra được cách chia tam giác đều ban đầu thành 9 tam giác đều bằng nhau không có điểm chung trong như hình vẽ</p>	<p>0,25</p>
	<p>Vì 19 điểm nằm trong tam giác đều ban đầu nên theo nguyên lý Dirichlet tồn tại ít</p>	<p>0,25</p>

nhất 3 điểm trong 19 điểm đã cho nằm trong 1 tam giác trong 9 tam giác trên	
Do trong 19 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng nên tam giác tạo bởi 3 điểm nói trên nằm trọn trong 1 tam giác trong 9 tam giác trên.	0,25
Mà diện tích của một tam giác trong 9 tam giác trên là $\frac{1}{9}$	
Vậy diện tích tam giác tạo bởi ba điểm nói trên có diện tích nhỏ hơn $\frac{1}{9}$ (đpcm)	0,25

UBND HUYỆN LỤC NAM
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHỌN HSG CẤP HUYỆN

NĂM HỌC 2024-2025

MÔN THI: TOÁN – LỚP 8

(Đề thi gồm 03 trang)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (4 điểm)

Câu 1. Một hộp chứa 21 quả bóng màu đỏ được đánh số từ 1 đến 21 và 12 quả bóng màu trắng được đánh số 10 đến 21. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp, xét biến cố lấy được quả bóng ghi số nguyên tố. Số kết quả thuận lợi của biến cố này là

- A. 19. B. 15. C. 13. D. 12.

Câu 2. Một hộp chứa 42 viên bi có cùng kích thước và khối lượng với ba màu xám, đen, vàng; trong đó số viên bi màu xám gấp 5 lần số viên bi màu đen, số viên bi màu vàng gấp 3 lần số viên bi màu xám. Liên lấy ngẫu nhiên một viên bi từ trong hộp. Xác suất để lấy được viên bi màu vàng là

- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{15}{22}$. C. $\frac{30}{41}$. D. $\frac{15}{19}$.

Câu 3. Trong đẳng thức $\frac{-9x^2 - 9}{P} = \frac{3x^2 + 3}{-6x - 2}$ thì P là đa thức

- A. $18x + 8$. B. $18x + 5$. C. $18x + 7$. D. $18x + 6$.

Câu 4. Có bao nhiêu số tự nhiên n khác 0 sao cho $A = 8x^9 y^n$ chia hết cho $B = 13x^n y^7$?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 5. Biểu thức $2(x+1)^2 + 3(x+2)^2 - 4(x+3)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

- A. 0 B. - 4 C. 4 D. - 38

Câu 6. Tổng tất cả các giá trị nguyên của biến x để phân thức $\frac{2x^4 + 5x^2 + 11}{2x^2 + 1}$ có giá trị nguyên bằng

- A. 3 . B. 0 . C. -3 . D. -2 .

Câu 7. Cho đa thức $P = 4x^2 - 4x + 2m$. Điều kiện của m để đa thức P luôn có giá trị không âm là

- A. $m < \frac{1}{2}$. B. $m^3 \leq \frac{1}{2}$. C. $m \leq -\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2} \leq m < \frac{1}{2}$.

Câu 8. Tìm số tự nhiên n biết $x^2y + 2x^2y + 3x^2y + \dots + nx^2y = 210x^2y$:

- A. $n = 21$. B. $n = 210$. C. $n = 20$. D. $n = 10$.

Câu 9. Một sân vận động hình chữ nhật có chiều dài $5x + 3y$ (m) và chiều rộng là $5x - 3y$ (m). Phía trong sân người ta chừa ra $3m$ làm lối đi xung quanh, phần còn lại là sân cỏ phục vụ cho các trận bóng đá. Nếu số tiền để trồng $1m^2$ cỏ là $50\,000$ đồng thì khi $x = 10, y = 2$ người ta cần chi bao nhiêu tiền để trồng kín cỏ cho mặt sân bóng trên?

- A. $95\,000\,000$ đ. B. $9\,500\,000$ đ. C. $950\,000$ đ. D. $950\,000\,000$ đ.

Câu 10. Hiệu bình phương hai số lẻ liên tiếp thì luôn chia hết cho

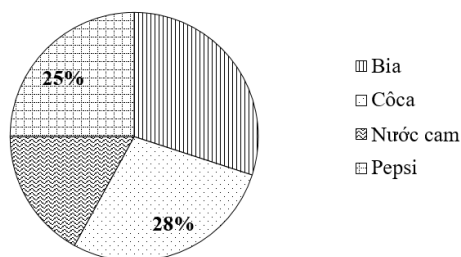
- A. 8 . B. 9 . C. 10 . D. 11 .

Câu 11. Kết quả của biểu thức $3(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1)$ là

- A. $2^{64} - 1$. B. $2^{64} + 1$. C. $2^{32} - 1$. D. $2^{32} + 1$.

Câu 12. Lượng hàng tiêu thụ trong một tháng của một cửa hàng được biểu diễn bởi biểu đồ sau:

LƯỢNG HÀNG TIÊU THỤ TRONG 1 THÁNG CỦA CỬA HÀNG



Biết số thùng Pepsi đã tiêu thụ chiếm 25% tổng số thùng hàng đã tiêu thụ, số thùng Bia đã tiêu thụ bằng 120% số thùng Pepsi đã tiêu thụ, số thùng Coca đã tiêu thụ chiếm 28% tổng số thùng hàng đã tiêu thụ, còn lại là 68 thùng nước Cam. Hỏi cửa hàng đó đã tiêu thụ hết bao nhiêu thùng Coca?

- A. 28 . B. 112 . C. 7 . D. 17 .

Câu 13. Cho cặp phân thức $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x - 4}$ và $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - x - 2}$ với $x^1 - 1; x^1 - 2$ và $x^1 - 4$. Để hai phân thức đã cho bằng nhau thì giá trị của x là

- A. 2. B. $\frac{5}{2}$. C. - 4. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 14. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + 97 = y^2$?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 15. Cho hình thang cân $ABCD (AB \parallel CD)$ có $AD = AB$ và $AC = CD$. Số đo của góc D bằng

- A. 120° . B. 90° . C. 60° . D. 36° .

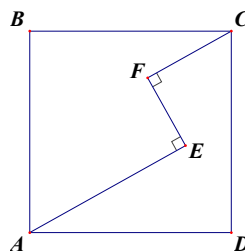
Câu 16. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có chiều rộng $AB = 5$ cm, chiều dài BC gấp 2 lần chiều rộng. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Từ O , kẻ $OH \perp AB (H \in AB)$. Gọi I là trung điểm của OB . Độ dài đoạn thẳng HI bằng

- A. $5\sqrt{5}$ cm. B. $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ cm. C. $\frac{5\sqrt{5}}{4}$ cm. D. 2,5 cm.

Câu 17. Cho tam giác $ABC (AB > AC)$ có $\angle A = 50^\circ$. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $BD = AC$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của cạnh AD, BC . Số đo $\angle DEF$ là

- A. 100° . B. 50° . C. 25° . D. 60° .

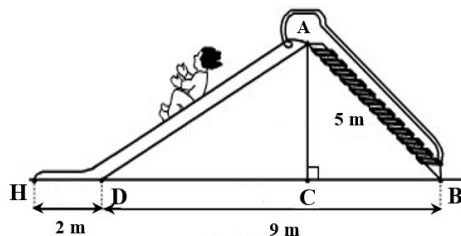
Câu 18. Cho hình vẽ:



Biết tứ giác $ABCD$ là hình vuông, $AE = 14$ cm, $EF = 7$ cm, $FC = 9$ cm. Diện tích hình vuông $ABCD$ là

- A. 289cm^2 . B. 578cm^2 . C. 280cm^2 . D. 570cm^2 .

Câu 19. Một cầu trượt có đường lên $BA = 5$ m, khoảng cách từ B đến D là 9 m. Độ dài đường trượt $AH = 9,2$ m, trong đó $HD = 2$ m. Từ vị trí điểm A trên đỉnh cầu trượt cách mặt đất một khoảng AC bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến mét)



- A. 4 m. B. 4,2 m. C. 8 m. D. 6 m.

Câu 20. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Một đường thẳng song song với hai đáy, cắt cạnh bên AD và BC theo thứ tự ở M và N . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{AM}{AD} + \frac{CN}{CB} = 1$ B. $\frac{AM}{AD} + \frac{CN}{CB} = 2$ C. $\frac{AM}{AD} + \frac{CN}{CB} = \frac{1}{2}$ D. $\frac{AM}{AD} + \frac{CN}{CB} = \frac{3}{2}$

II. PHẦN TỰ LUẬN (16 điểm)

Câu 1 (4 điểm):

1) Tìm dư trong phép chia đa thức $P = (x+2)(x+4)(x+6)(x+8) + 2040$ cho đa thức $Q = x^2 + 10x + 21$.

2) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $abc = 2024$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{2024a}{ab + 2024a + 2024} + \frac{b}{bc + b + 2024} + \frac{c}{ac + c + 1}$.

3) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^2(x^4 - 1)(x^2 + 2) + 1$.

Câu 2 (3,5 điểm):

1) Tìm tất cả các số có hai chữ số $\overline{ab}$ biết rằng $2\overline{ab} + 1$ và $3\overline{ab} + 1$ đều là số chính phương.

1) Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a + b = 1$. Chứng minh $\left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 \geq \frac{25}{2}$.

3) Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn $3x^2 + 5y^2 = 345$

Câu 3 (3 điểm):

1) Ông An gửi tiết kiệm tại một ngân hàng với số tiền là x triệu đồng, lãi suất một năm là $y\%$.

a) Khi ông An gửi số tiền trên với kì hạn 1 năm, hình thức đến hạn tự động quay vòng gốc và lãi (đến hạn lãi được cộng vào gốc để tiếp tục 1 kì hạn mới). Hãy viết biểu thức biểu thị số

tiền ông An có được sau 2 năm.

b) Nếu số tiền ban đầu ông An gửi là 500 triệu đồng với lãi suất 5%/năm thì theo cách gửi tiền trên sau 2 năm số tiền ông An nhận được có đủ để mua xe ô tô với giá 520 triệu đồng không ?

2) Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một. Lấy ngẫu nhiên ra một số từ X . Tính xác suất của biến cố E : “Số lấy ra là số lớn hơn 5900”

Câu 4 (5,5 điểm):

1. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lấy lần lượt các điểm E, F, G, H sao cho $AE = BF = CG = DH$. Gọi M là giao điểm của CE và DF .

a) Chứng minh: Tứ giác $EFGH$ là hình vuông.

b) Xác định vị trí của điểm E trên cạnh AB để diện tích hình vuông $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất.

2. Cho hình thang $ABCD$ có đáy nhỏ CD . Từ D vẽ đường thẳng song song với BC , cắt AC, AB lần lượt tại M và N . Từ C vẽ đường thẳng song song với AD , cắt AB tại F . Qua F vẽ đường thẳng song song với AC và cắt BC tại P . Chứng minh rằng:

a) $MP \parallel AB$

b) Ba đường thẳng MP, CF, DB đồng quy.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ĐA	D	A	D	B	D	B	B	C	A	A	A	B	B	A	D	C	C	A	A	A

A-PHẦN TRẮC NGHIỆM (4 điểm)

B- PHẦN TỰ LUẬN (16 điểm)

Câu 1 (4 điểm):

1) Tìm dư trong phép chia đa thức $P = (x+2)(x+4)(x+6)(x+8) + 2040$ cho đa thức $Q = x^2 + 10x + 21$.

2) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $abc = 2024$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{2024a}{ab + 2024a + 2024} + \frac{b}{bc + b + 2024} + \frac{c}{ac + c + 1}$.

3) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^2(x^4 - 1)(x^2 + 2) + 1$.

Lời giải

1. Ta có: $P = (x+2)(x+8)(x+4)(x+6) + 2040 = (x^2 + 10x + 16)(x^2 + 10x + 24) + 2040$

Đặt $t = x^2 + 10x + 21$; $t^2 - 3$; $t^2 - 7$, khi đó đa thức P trở thành $P = (t - 5)(t + 3) + 2040$
 $P = t^2 - 2t - 15 + 2040 = t(t - 2) + 2025$

Do đó P chia cho t dư 2025 hay P chia cho Q dư 2025

Vậy dư trong phép chia đa thức $P = (x + 2)(x + 4)(x + 6)(x + 8) + 2040$ cho đa thức $Q = x^2 + 10x + 21$ là 2025.

2. Thay $abc = 2024$ vào biểu thức A ta được

$$\begin{aligned} A &= \frac{abc \cdot a}{ab + abc \cdot a + abc} + \frac{b}{bc + b + abc} + \frac{c}{ac + c + 1} \\ &= \frac{a^2bc}{ab(1 + ac + c)} + \frac{b}{b(c + 1 + ac)} + \frac{c}{ac + c + 1} \\ &= \frac{ac + c + 1}{ac + c + 1} = 1 \end{aligned}$$

Vậy với $abc = 2024$ thì giá trị của biểu thức A bằng 1.

$$\begin{aligned} 3. & \quad x^2(x^4 - 1)(x^2 + 2) + 1 \\ &= x^2(x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^2 + 2) + 1 \\ &= (x^4 + x^2)(x^4 + x^2 - 2) + 1 \\ &= (x^4 + x^2)^2 - 2(x^4 + x^2) + 1 \\ &= (x^4 + x^2 - 1)^2 \end{aligned}$$

Câu 2 (3,5 điểm):

1) Tìm tất cả các số có hai chữ số $\overline{ab}$ biết rằng $2\overline{ab} + 1$ và $3\overline{ab} + 1$ đều là số chính phương.

$$2) \text{ Cho } a, b > 0 \text{ thỏa mãn } a + b = 1. \text{ Chứng minh } \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 \geq \frac{25}{2}.$$

3) Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn $3x^2 + 5y^2 = 345$

Lời giải

1. Giả sử $2\overline{ab} + 1 = m^2$ và $3\overline{ab} + 1 = n^2$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$)

Nếu $\overline{ab}$ chia cho 5 dư 1 thì $2\overline{ab} + 1$ chia cho 5 dư 3. Điều này là vô lí.

Nếu $\overline{ab}$ chia cho 5 dư 2 thì $3\overline{ab}+1$ chia cho 5 dư 2 . Điều này cũng vô lí.

Nếu $\overline{ab}$ chia cho 5 dư 3 thì $2\overline{ab}+1$ chia cho 5 dư 2 . Đây là điều vô lí.

Nếu $\overline{ab}$ chia cho 5 dư 4 thì $3\overline{ab}+1$ chia cho 5 dư 3 . Điều này là vô lí.

Do đó $\overline{ab} : 5$

Mặt khác do m lẻ nên m^2 chia cho 8 dư 1 suy ra $\overline{ab} : 4$

Nếu $\overline{ab}$ chia cho 8 dư 4 thì $3\overline{ab}+1$ chia cho 8 dư 5 . Điều này là vô lí.

Do đó $\overline{ab} : 8$

Mà $(5; 8)=1$ nên $\overline{ab} : 40$

Suy ra $\overline{ab} = 40$ hoặc $\overline{ab} = 80$

Thử lại trực tiếp ta có $\overline{ab} = 40$ (thỏa mãn)

Vậy $\overline{ab} = 40$.

2. Có: $(a-b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$ (*)

(Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = b$)

Áp dụng (*), có: $\left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \frac{25}{4} \geq 5\left(a + \frac{1}{b}\right)$ Ta có: $\left(b + \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{25}{4} \geq 5\left(b + \frac{1}{a}\right)$

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{25}{2} \geq 5\left[\left(a + \frac{1}{b}\right) + \left(b + \frac{1}{a}\right)\right]$$

Suy ra:

$$\Leftrightarrow \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{25}{2} \geq 5\left[(a+b) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\right]$$

$$\Leftrightarrow \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{25}{2} \geq 5 + 5 \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \quad (\text{Vì } a+b=1)$$

Với a, b dương, chứng minh $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b} = 4$ (Vì $a+b=1$)

$$\text{Ta được: } \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{25}{2} \geq 5 + 5 \cdot 4$$

(Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = b$)

$$\Leftrightarrow \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 \geq \frac{25}{2} \quad \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{2}$$

. Dấu đẳng thức xảy ra:

3. Từ $3x^2 + 5y^2 = 345$. Ta thấy $5y^2 \leq 345 \Rightarrow y^2 \leq 69 \Rightarrow y \leq 8$. Do đó $3x^2 \leq 345$.

Mà $(3, 5) = 1$ nên $x^2 \leq 5$ suy ra $x \leq 2$

Mặt khác $3x^2 < 345$ nên $x^2 < 115$

Suy ra $x^2 \in \{1, 4\}$. Do x nguyên dương nên $x \in \{1, 2\}$

Với $x = 1$ ta tính được $y^2 = 68$ (loại)

Với $x = 2$ ta tính được $y^2 = 69$ nên $y = \pm 8$. Mà y nguyên dương suy ra $y = 8$

Vậy $x = 2$ và $y = 8$ là các số nguyên dương cần tìm.

Câu 3 (3 điểm):

1) Ông An gửi tiết kiệm tại một ngân hàng với số tiền là x triệu đồng, lãi suất một năm là $y\%$.

a) Khi ông An gửi số tiền trên với kì hạn 1 năm, hình thức đến hạn tự động quay vòng gốc và lãi (đến hạn lãi được cộng vào gốc để tiếp tục 1 kỳ hạn mới). Hãy viết biểu thức biểu thị số tiền ông An có được sau 2 năm.

b) Nếu số tiền ban đầu ông An gửi là 500 triệu đồng với lãi suất $5\%/năm$ thì theo cách gửi tiền trên sau 2 năm số tiền ông An nhận được có đủ để mua xe ô tô với giá 520 triệu đồng không?

2) Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một. Lấy ngẫu nhiên ra một số từ X . Tính xác suất của biến cố E: "Số lấy ra là số lớn hơn 5900"

Lời giải

1. a) Số tiền lãi năm đầu tiên của ông An là $\frac{xy}{100}$ (triệu đồng)

Số tiền gốc để gửi năm thứ 2 của ông An là: $x + \frac{xy}{100}$ (triệu đồng)

Biểu thức biểu thị số tiền ông An có được sau 2 năm là $x + \frac{2xy}{100} + \frac{xy^2}{10000}$ (triệu đồng)

b) Với $x = 500; y = 5$ thay vào biểu thức $x + \frac{2xy}{100} + \frac{xy^2}{10000}$ được số tiền sau 2 năm ông An có được là $551,25$ (triệu đồng).

Vì $551,25 > 520$ nên số tiền sau 2 năm ông An nhận được đủ để mua xe ô tô với giá 520 triệu đồng

2. Gọi số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau là $\overline{abcde}$

với $a, b, c, d, e \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}; a \neq 0$ và a, b, c, d, e khác nhau

-Số cách chọn chữ số a là: 9 cách (do $a \neq 0$ nên chỉ có thể chọn a từ 9 chữ số còn lại)

-Số cách chọn chữ số b là: 9 cách

-Số cách chọn chữ số c là: 8 cách

-Số cách chọn chữ số d là: 7 cách

-Số cách chọn chữ số e là: 6 cách

Suy ra số các số có 5 chữ số khác nhau được tạo thành là: $9.9.8.7.6 = 27216$

Hay số kết quả có thể là: 27216

Do lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên từ tập X nên các kết quả có thể là đồng khả năng

Nếu $\overline{abcde}$ là số lớn hơn 59000 thì ta có các trường hợp sau

-TH 1: $a = 5$ khi đó $b = 9$. Số cách chọn c, d, e lần lượt là 8, 7, 6 cách

Suy ra số cách chọn trường hợp này là:

-TH 2: $a > 5$ suy ra $a \in \{6; 7; 8; 9\}$ nên có 4 cách chọn a

Số cách chọn b, c, d, e lần lượt là 9, 8, 7, 6 cách.

Suy ra có: $4.9.8.7.6 = 12096$ số trong trường hợp này

Do đó ta có số các kết quả thuận lợi cho biến cố E: “Số lấy ra là số lớn hơn 59000” là:
 $336 + 12096 = 12432$

Do đó xác suất của biến cố E: “Số lấy ra là số lớn hơn 59000” là: $P(E) = \frac{27216}{27216} = 1$

Câu 4 (5,5 điểm):

1. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lấy lần lượt các điểm E, F, G, H sao cho $AE = BF = CG = DH$. Gọi M là giao điểm của CE và DF .

a) Chứng minh: Tứ giác $EFGH$ là hình vuông.

b) Xác định vị trí của điểm E trên cạnh AB để diện tích hình vuông $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất.

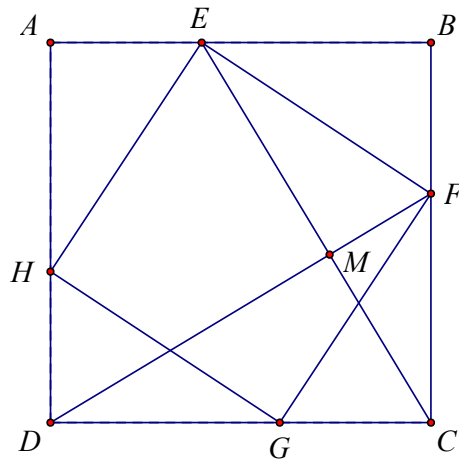
2. Cho hình thang $ABCD$ có đáy nhỏ CD . Từ D vẽ đường thẳng song song với BC , cắt AC, AB lần lượt tại M và N . Từ C vẽ đường thẳng song song với AD , cắt AB tại F . Qua F vẽ đường thẳng song song với AC và cắt BC tại P . Chứng minh rằng:

a) $MP \parallel AB$

b) Ba đường thẳng MP, CF, DB đồng quy.

Lời giải

1.



a) * Chứng minh được bốn tam giác $\triangle AHE; \triangle BEF; \triangle CFG; \triangle DGH$ bằng nhau

Từ đó suy ra $HE = EF = FG = GH$

Do đó $EFGH$ là hình thoi.

Từ $\angle AHE = \angle BEF$ suy ra $\angle AHE = \angle BEF$ mà $\angle AHE + \angle AEH = 90^\circ$ nên $\angle BEF + \angle AEH = 90^\circ$
do đó $\angle HEF = 90^\circ$

Hình thoi $EFGH$ có $\angle HEF = 90^\circ$ nên $EFGH$ là hình vuông.

b) Đặt $AE = x$ thì $AH = a - x$

Ta có $S_{EFGH} = S_{ABCD} - 4.S_{\triangle AHE}$

$$= a^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} x \cdot (a - x)$$

$$= a^2 - 2ax + 2x^2$$

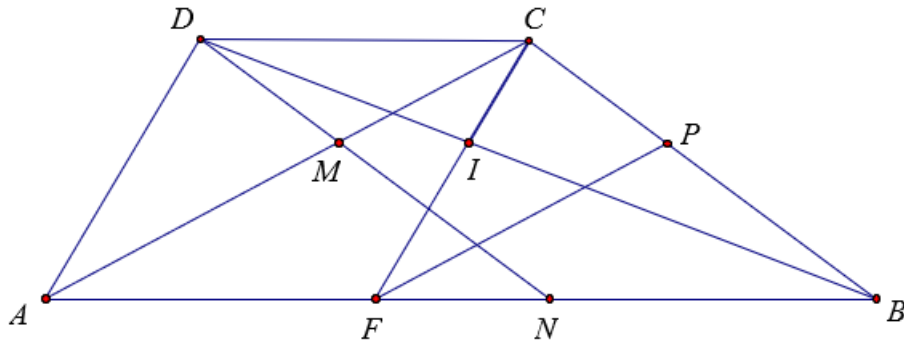
$$= 2x^2 - 2ax + a^2 = 2\left(x^2 - ax + \frac{a^2}{4}\right) + \frac{a^2}{2} = 2\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{2}$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = \frac{1}{2}a$ hay $AE = \frac{1}{2}AB$

Khi đó: E là trung điểm của AB .

Vậy diện tích hình vuông $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất khi E là trung điểm của AB .

2.



a) Chứng minh các tứ giác $AFCD$, $DCBN$ là các hình bình hành

Suy ra $AF = NB = DC$ từ đó $FB = AN$.

- Chứng minh $\triangle MAN = \triangle PFB$ (g.c.g)

Suy ra $MN = PB$.

- Chứng minh tứ giác $MPBN$ là hình bình hành

Suy ra $MP \parallel AB$

b) Gọi I là giao điểm của BD và CF (hình vẽ).

- Xét $\triangle ABC$ có: $PF \parallel AC$ (GT) nên $\frac{CP}{PB} = \frac{AF}{FB}$ (định lý Thales). (1)

- Xét $\triangle ADB$ có: $IF \parallel AD$ (vì $CF \parallel AD$ (GT)) nên $\frac{ID}{IB} = \frac{AF}{FB}$ (định lý Thales). (2)

Từ (1) và (2), ta có $\frac{CP}{PB} = \frac{DI}{IB}$ suy ra $IP \parallel DC$ (Định lý Thales đảo).

Mà $AB \parallel CD$ (GT) nên $IP \parallel AB$

Mặt khác $MP \parallel AB$ (cmt).

Do đó theo tiên đề Ôclít thì ba điểm P, I, M thẳng hàng hay MP đi qua giao điểm của CF và DB nên ba đường thẳng MP, CF, DB đồng quy.

----- HẾT -----

(Đề thi gồm 03 trang)

Họ và tên GV: Phan Huyền**SĐT Zalo: 0399091458****Tên Zalo: Phan Huyền****Email: phanhuyenln123@gmail.com****I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (4 điểm)**

Câu 1. Một hộp chứa 21 quả bóng màu đỏ được đánh số từ 1 đến 21 và 12 quả bóng màu trắng được đánh số 10 đến 21. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp, xét biến cố lấy được quả bóng ghi số nguyên tố. Số kết quả thuận lợi của biến cố này là

- A. 19. B. 15. C. 13. D. 12.

Câu 2. Một hộp chứa 42 viên bi có cùng kích thước và khối lượng với ba màu xám, đen, vàng; trong đó số viên bi màu xám gấp 5 lần số viên bi màu đen, số viên bi màu vàng gấp 3 lần số viên bi màu xám. Liên lấy ngẫu nhiên một viên bi từ trong hộp. Xác suất để lấy được viên bi màu vàng là

- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{15}{22}$. C. $\frac{30}{41}$. D. $\frac{15}{19}$.

Câu 3. Trong đẳng thức $\frac{-9x^2 - 9}{P} = \frac{3x^2 + 3}{-6x - 2}$ thì P là đa thức

- A. $18x + 8$. B. $18x + 5$. C. $18x + 7$. D. $18x + 6$.

Câu 4. Có bao nhiêu số tự nhiên n khác 0 sao cho $A = 8x^9y^n$ chia hết cho $B = 13x^n y^7$?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 5. Biểu thức $2(x+1)^2 + 3(x+2)^2 - 4(x+3)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

- A. 0 B. - 4 C. 4 D. - 38

Câu 6. Tổng tất cả các giá trị nguyên của biến x để phân thức $\frac{2x^4 + 5x^2 + 11}{2x^2 + 1}$ có giá trị nguyên bằng

- A. 3. B. 0. C. - 3. D. - 2.

Câu 7. Cho đa thức $P = 4x^2 - 4x + 2m$. Điều kiện của m để đa thức P luôn có giá trị không âm là

- A. $m < \frac{1}{2}$. B. $m^3 \geq \frac{1}{2}$. C. $m \leq -\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2} \leq m < \frac{1}{2}$.

Câu 8. Tìm số tự nhiên n biết $x^2y + 2x^2y + 3x^2y + \dots + nx^2y = 210x^2y$;

A. $n = 21$.

B. $n = 210$.

C. $n = 20$.

D. $n = 10$.

Câu 9. Một sân vận động hình chữ nhật có chiều dài $5x + 3y$ (m) và chiều rộng là $5x - 3y$ (m). Phía trong sân người ta chừa ra $3m$ làm lối đi xung quanh, phần còn lại là sân cỏ phục vụ cho các trận bóng đá. Nếu số tiền để trồng $1m^2$ cỏ là 50 000 đồng thì khi $x = 10, y = 2$ người ta cần chi bao nhiêu tiền để trồng kín cỏ cho mặt sân bóng trên?

A. 95 000 000 đ.

B. 9 500 000 đ.

C. 950 000 đ.

D. 9 500 000 000 đ.

Câu 10. Hiệu bình phương hai số lẻ liên tiếp thì luôn chia hết cho

A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. 11.

Câu 11. Kết quả của biểu thức $3(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1)$ là

A. $2^{64} - 1$.

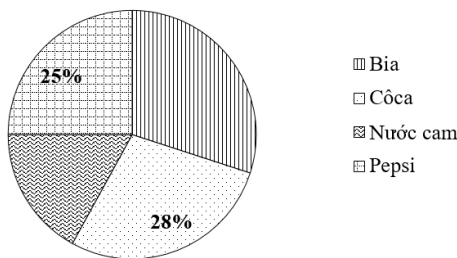
B. $2^{64} + 1$.

C. $2^{32} - 1$.

D. $2^{32} + 1$.

Câu 12. Lượng hàng tiêu thụ trong một tháng của một cửa hàng được biểu diễn bởi biểu đồ sau:

LƯỢNG HÀNG TIÊU THỤ TRONG 1 THÁNG CỦA CỬA HÀNG



Biết số thùng Pepsi đã tiêu thụ chiếm 25% tổng số thùng hàng đã tiêu thụ, số thùng Bia đã tiêu thụ bằng 120% số thùng Pepsi đã tiêu thụ, số thùng Coca đã tiêu thụ chiếm 28% tổng số thùng hàng đã tiêu thụ, còn lại là 68 thùng nước Cam. Hỏi cửa hàng đó đã tiêu thụ hết bao nhiêu thùng Coca?

A. 28.

B. 112.

C. 7.

D. 17.

Câu 13. Cho cặp phân thức $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x - 4}$ và $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - x - 2}$ với $x^1 - 1; x^1 - 2$ và $x^1 - 4$. Để hai phân thức đã cho bằng nhau thì giá trị của x là

A. 2.

B. $\frac{5}{2}$.

C. -4.

D. $\frac{3}{4}$.

Câu 14. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + 97 = y^2$?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 15. Cho hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$) có $AD = AB$ và $AC = CD$. Số đo của góc D bằng

- A. 120° . B. 90° . C. 60° . D. 36° .

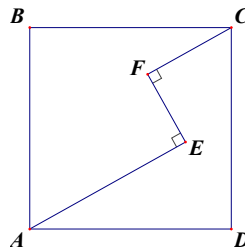
Câu 16. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có chiều rộng $AB = 5$ cm, chiều dài BC gấp 2 lần chiều rộng. Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Từ O , kẻ $OH \perp AB$ ($H \in AB$). Gọi I là trung điểm của OB . Độ dài đoạn thẳng HI bằng

- A. $5\sqrt{5}$ cm. B. $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ cm. C. $\frac{5\sqrt{5}}{4}$ cm. D. 2,5 cm.

Câu 17. Cho tam giác ABC ($AB > AC$) có $\angle A = 50^\circ$. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $BD = AC$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của cạnh AD, BC . Số đo $\angle DEF$ là

- A. 100° . B. 50° . C. 25° . D. 60° .

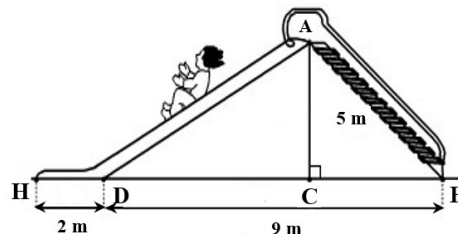
Câu 18. Cho hình vẽ:



Biết tứ giác $ABCD$ là hình vuông, $AE = 14$ cm, $EF = 7$ cm, $FC = 9$ cm. Diện tích hình vuông $ABCD$ là

- A. 289 cm^2 . B. 578 cm^2 . C. 280 cm^2 . D. 570 cm^2 .

Câu 19. Một cầu trượt có đường lên $BA = 5$ m, khoảng cách từ B đến D là 9 m. Độ dài đường trượt $AH = 9,2$ m, trong đó $HD = 2$ m. Từ vị trí điểm A trên đỉnh cầu trượt cách mặt đất một khoảng AC bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến mét)



- A. 4 m. B. 4,2 m. C. 8 m. D. 6 m.

Câu 20. Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Một đường thẳng song song với hai đáy, cắt cạnh bên AD và BC theo thứ tự ở M và N . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\frac{AM}{AD} + \frac{CN}{CB} = 1$ B. $\frac{AM}{AD} + \frac{CN}{CB} = 2$ C. $\frac{AM}{AD} + \frac{CN}{CB} = \frac{1}{2}$ D. $\frac{AM}{AD} + \frac{CN}{CB} = \frac{3}{2}$

II. PHẦN TỰ LUẬN (16 điểm)

Câu 1 (4 điểm):

- 1) Tìm dư trong phép chia đa thức $P = (x+2)(x+4)(x+6)(x+8) + 2040$ cho đa thức $Q = x^2 + 10x + 21$.
- 2) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $abc = 2024$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{2024a}{ab + 2024a + 2024} + \frac{b}{bc + b + 2024} + \frac{c}{ac + c + 1}$.
- 3) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^2(x^4 - 1)(x^2 + 2) + 1$.

Câu 2 (3,5 điểm):

- 1) Tìm tất cả các số có hai chữ số $\overline{ab}$ biết rằng $2\overline{ab} + 1$ và $3\overline{ab} + 1$ đều là số chính phương.
- 3) Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a + b = 1$. Chứng minh $\left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 \geq \frac{25}{2}$.
- 3) Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn $3x^2 + 5y^2 = 345$.

Câu 3 (3 điểm):

- 1) Ông An gửi tiết kiệm tại một ngân hàng với số tiền là x triệu đồng, lãi suất một năm là $y\%$.
 - a) Khi ông An gửi số tiền trên với kì hạn 1 năm, hình thức đến hạn tự động quay vòng gốc và lãi (đến hạn lãi được cộng vào gốc để tiếp tục 1 kỳ hạn mới). Hãy viết biểu thức biểu thị số tiền ông An có được sau 2 năm.
 - b) Nếu số tiền ban đầu ông An gửi là 500 triệu đồng với lãi suất 5%/năm thì theo cách gửi tiền trên sau 2 năm số tiền ông An nhận được có đủ để mua xe ô tô với giá 520 triệu đồng không?
- 2) Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một. Lấy ngẫu nhiên ra một số từ X . Tính xác suất của biến cố E: “Số lấy ra là số lớn hơn 5900”

Câu 4 (5,5 điểm):

1. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lấy lần lượt các điểm E, F, G, H sao cho $AE = BF = CG = DH$. Gọi M là giao điểm của CE và DF .

a) Chứng minh: Tứ giác $EFGH$ là hình vuông.

b) Xác định vị trí của điểm E trên cạnh AB để diện tích hình vuông $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất.

2. Cho hình thang $ABCD$ có đáy nhỏ CD . Từ D vẽ đường thẳng song song với BC , cắt AC, AB lần lượt tại M và N . Từ C vẽ đường thẳng song song với AD , cắt AB tại F . Qua F vẽ đường thẳng song song với AC và cắt BC tại P . Chứng minh rằng:

a) $MP \parallel AB$

b) Ba đường thẳng MP, CF, DB đồng quy.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ĐA	D	A	D	B	D	B	B	C	A	A	A	B	B	A	D	C	C	A	A	A

A-PHẦN TRẮC NGHIỆM (4 điểm)

B- PHẦN TỰ LUẬN (16 điểm)

Câu 1 (4 điểm):

1) Tìm dư trong phép chia đa thức $P = (x+2)(x+4)(x+6)(x+8) + 2040$ cho đa thức $Q = x^2 + 10x + 21$.

2) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $abc = 2024$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{2024a}{ab + 2024a + 2024} + \frac{b}{bc + b + 2024} + \frac{c}{ac + c + 1}$.

3) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^2(x^4 - 1)(x^2 + 2) + 1$.

Lời giải

1. Ta có: $P = (x+2)(x+8)(x+4)(x+6) + 2040 = (x^2 + 10x + 16)(x^2 + 10x + 24) + 2040$

Đặt $t = x^2 + 10x + 21$; $t - 3 = x^2 + 10x + 18$; $t - 7 = x^2 + 10x + 14$, khi đó đa thức P trở thành $P = (t - 5)(t + 3) + 2040$

$$P = t^2 - 2t - 15 + 2040 = t(t - 2) + 2025$$

Do đó P chia cho t dư 2025 hay P chia cho Q dư 2025

Vậy dư trong phép chia đa thức $P = (x+2)(x+4)(x+6)(x+8) + 2040$ cho đa thức $Q = x^2 + 10x + 21$ là 2025.

2. Thay $abc = 2024$ vào biểu thức A ta được

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{abc \cdot a}{ab + abc \cdot a + abc} + \frac{b}{bc + b + abc} + \frac{c}{ac + c + 1} \\
 &= \frac{a^2bc}{ab(1 + ac + c)} + \frac{b}{b(c + 1 + ac)} + \frac{c}{ac + c + 1} \\
 &= \frac{ac + c + 1}{ac + c + 1} = 1
 \end{aligned}$$

Vậy với $abc = 2024$ thì giá trị của biểu thức A bằng 1.

$$\begin{aligned}
 3. \quad & x^2(x^4 - 1)(x^2 + 2) + 1 \\
 &= x^2(x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^2 + 2) + 1 \\
 &= (x^4 + x^2)(x^4 + x^2 - 2) + 1 \\
 &= (x^4 + x^2)^2 - 2(x^4 + x^2) + 1 \\
 &= (x^4 + x^2 - 1)^2
 \end{aligned}$$

Câu 2 (3,5 điểm):

1) Tìm tất cả các số có hai chữ số $\overline{ab}$ biết rằng $2\overline{ab} + 1$ và $3\overline{ab} + 1$ đều là số chính phương.

$$4) \text{ Cho } a, b > 0 \text{ thỏa mãn } a + b = 1. \text{ Chứng minh } \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 \geq \frac{25}{2}.$$

3) Tìm các số nguyên dương x, y thỏa mãn $3x^2 + 5y^2 = 345$

Lời giải

1. Giả sử $2\overline{ab} + 1 = m^2$ và $3\overline{ab} + 1 = n^2$ ($m, n \in \mathbb{N}^*$)

Nếu $\overline{ab}$ chia cho 5 dư 1 thì $2\overline{ab} + 1$ chia cho 5 dư 3. Điều này là vô lí.

Nếu $\overline{ab}$ chia cho 5 dư 2 thì $3\overline{ab} + 1$ chia cho 5 dư 2. Điều này cũng vô lí.

Nếu $\overline{ab}$ chia cho 5 dư 3 thì $2\overline{ab} + 1$ chia cho 5 dư 2. Đây là điều vô lí.

Nếu $\overline{ab}$ chia cho 5 dư 4 thì $3\overline{ab} + 1$ chia cho 5 dư 3. Điều này là vô lí.

Do đó $\overline{ab} \div 5$

Mặt khác do m lẻ nên m^2 chia cho 8 dư 1 suy ra $\overline{ab} \div 4$

Nếu $\overline{ab}$ chia cho 8 dư 4 thì $3\overline{ab} + 1$ chia cho 8 dư 5. Điều này là vô lí.

Do đó $\overline{ab} \vdots 8$

Mà $(5; 8) = 1$ nên $\overline{ab} \vdots 40$

Suy ra $\overline{ab} = 40$ hoặc $\overline{ab} = 80$

Thử lại trực tiếp ta có $\overline{ab} = 40$ (thỏa mãn)

Vậy $\overline{ab} = 40$.

2. Có: $(a-b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$ (*)

(Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = b$)

Áp dụng (*), có: $\left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \frac{25}{4} \geq 5\left(a + \frac{1}{b}\right)$ Ta có: $\left(b + \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{25}{4} \geq 5\left(b + \frac{1}{a}\right)$

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{25}{2} \geq 5\left[\left(a + \frac{1}{b}\right) + \left(b + \frac{1}{a}\right)\right]$$

Suy ra:

$$\Leftrightarrow \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{25}{2} \geq 5\left[(a+b) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)\right]$$

$$\Leftrightarrow \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{25}{2} \geq 5 + 5 \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \quad (\text{Vì } a+b=1)$$

Với a, b dương, chứng minh $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b} = 4$ (Vì $a+b=1$)

$$\text{Ta được: } \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 + \frac{25}{2} \geq 5 + 5 \cdot 4$$

(Dấu đẳng thức xảy ra khi $a = b$)

$$\Leftrightarrow \left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{a}\right)^2 \geq \frac{25}{2} \quad \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{2}$$

. Dấu đẳng thức xảy ra:

3. Từ $3x^2 + 5y^2 = 345$. Ta thấy $5y^2 \vdots 5$; $345 \vdots 5$. Do đó $3x^2 \vdots 5$.

Mà $(3, 5) = 1$ nên $x^2 \vdots 5$ suy ra $x \vdots 5$

Mặt khác $3x^2 < 345$ nên $x^2 < 109$

Suy ra $x^2 \in \{25, 100\}$. Do x nguyên dương nên $x \in \{5, 10\}$

Với $x = 5$ ta tính được $y^2 = 54$ (loại)

Với $x = 10$ ta tính được $y^2 = 9$ nên $y = \pm 3$. Mà y nguyên dương suy ra $y = 3$

Vậy $x = 10$ và $y = 3$ là các số nguyên dương cần tìm.

Câu 3 (3 điểm):

1) Ông An gửi tiết kiệm tại một ngân hàng với số tiền là x triệu đồng, lãi suất một năm là $y\%$.

a) Khi ông An gửi số tiền trên với kì hạn 1 năm, hình thức đến hạn tự động quay vòng gốc và lãi (đến hạn lãi được cộng vào gốc để tiếp tục 1 kỳ hạn mới). Hãy viết biểu thức biểu thị số tiền ông An có được sau 2 năm.

b) Nếu số tiền ban đầu ông An gửi là 500 triệu đồng với lãi suất $5\%/năm$ thì theo cách gửi tiền trên sau 2 năm số tiền ông An nhận được có đủ để mua xe ô tô với giá 520 triệu đồng không ?

2) Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một. Lấy ngẫu nhiên ra một số từ X . Tính xác suất của biến cố E: “Số lấy ra là số lớn hơn 5900”

Lời giải

1. a) Số tiền lãi năm đầu tiên của ông An là $\frac{xy}{100}$ (triệu đồng)

Số tiền gốc để gửi năm thứ 2 của ông An là: $x + \frac{xy}{100}$ (triệu đồng)

Biểu thức biểu thị số tiền ông An có được sau 2 năm là $x + \frac{2xy}{100} + \frac{xy^2}{10000}$ (triệu đồng)

b) Với $x = 500; y = 5$ thay vào biểu thức $x + \frac{2xy}{100} + \frac{xy^2}{10000}$ được số tiền sau 2 năm ông An có được là $551,25$ (triệu đồng).

Vì $551,25 > 520$ nên số tiền sau 2 năm ông An nhận được đủ để mua xe ô tô với giá 520 triệu đồng

2. Gọi số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau là $\overline{abcde}$

với $a, b, c, d, e \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}; a \neq 0$ và a, b, c, d, e khác nhau

-Số cách chọn chữ số a là: 9 cách (do $a \neq 0$ nên chỉ có thể chọn a từ 9 chữ số còn lại)

-Số cách chọn chữ số b là: 9 cách

-Số cách chọn chữ số c là: 8 cách

-Số cách chọn chữ số d là: 7 cách

-Số cách chọn chữ số e là: 6 cách

Suy ra số các số có 5 chữ số khác nhau được tạo thành là: $9.9.8.7.6 = 27216$

Hay số kết quả có thể là: 27216

Do lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên từ tập X nên các kết quả có thể là đồng khả năng

Nếu $\overline{abcde}$ là số lớn hơn 59000 thì ta có các trường hợp sau

-TH 1: $a = 5$ khi đó $b = 9$. Số cách chọn c, d, e lần lượt là 8, 7, 6 cách

Suy ra số cách chọn trường hợp này là:

-TH 2: $a > 5$ suy ra $a \in \{6; 7; 8; 9\}$ nên có 4 cách chọn a

Số cách chọn b, c, d, e lần lượt là 9, 8, 7, 6 cách.

Suy ra có: $4.9.8.7.6 = 12096$ số trong trường hợp này

Do đó ta có số các kết quả thuận lợi cho biến cố E: “Số lấy ra là số lớn hơn 59000” là:
 $336 + 12096 = 12432$

Do đó xác suất của biến cố E: “Số lấy ra là số lớn hơn 5900” là: $P(E) = \frac{27216}{27216} = 1$

Câu 4 (5,5 điểm):

1. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lấy lần lượt các điểm E, F, G, H sao cho $AE = BF = CG = DH$. Gọi M là giao điểm của CE và DF .

a) Chứng minh: Tứ giác $EFGH$ là hình vuông.

b) Xác định vị trí của điểm E trên cạnh AB để diện tích hình vuông $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất.

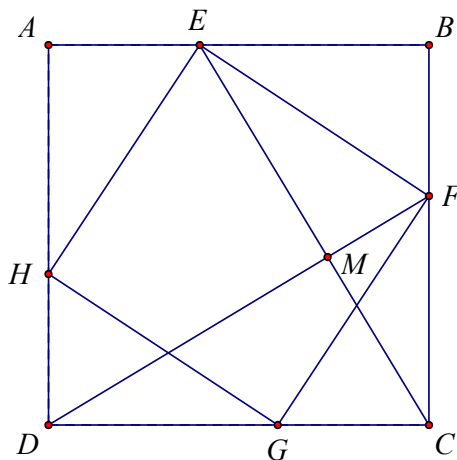
2. Cho hình thang $ABCD$ có đáy nhỏ CD . Từ D vẽ đường thẳng song song với BC , cắt AC, AB lần lượt tại M và N . Từ C vẽ đường thẳng song song với AD , cắt AB tại F . Qua F vẽ đường thẳng song song với AC và cắt BC tại P . Chứng minh rằng:

a) $MP \parallel AB$

b) Ba đường thẳng MP, CF, DB đồng quy.

Lời giải

1.



a) * Chứng minh được bốn tam giác AHE, BEF, CFG, DGH bằng nhau

Từ đó suy ra $HE = EF = FG = GH$

Do đó $EFGH$ là hình thoi.

Từ $\angle AHE = \angle BEF$ suy ra $\angle AHE = \angle BEF$ mà $\angle AHE + \angle AEH = 90^\circ$ nên $\angle BEF + \angle AEH = 90^\circ$ do đó $\angle HEF = 90^\circ$

Hình thoi $EFGH$ có $\angle HEF = 90^\circ$ nên $EFGH$ là hình vuông.

b) Đặt $AE = x$ thì $AH = a - x$

Ta có $S_{EFGH} = S_{ABCD} - 4.S_{\triangle AEH}$

$$= a^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} x \cdot (a - x)$$

$$= a^2 - 2ax + 2x^2$$

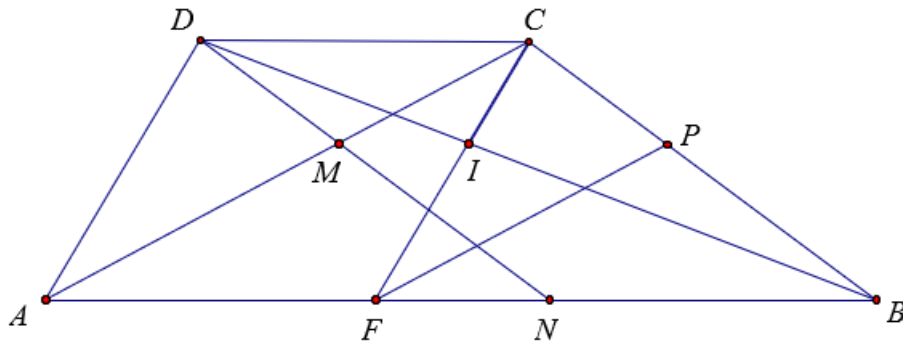
$$= 2x^2 - 2ax + a^2 = 2\left(x^2 - ax + \frac{a^2}{4}\right) + \frac{a^2}{2} = 2\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{2}$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = \frac{1}{2}a$ hay $AE = \frac{1}{2}AB$

Khi đó: E là trung điểm của AB .

Vậy diện tích hình vuông $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất khi E là trung điểm của AB .

2.



a) Chứng minh các tứ giác $AFCD$, $DCBN$ là các hình bình hành

Suy ra $AF = NB = DC$ từ đó $FB = AN$.

- Chứng minh $\triangle MAN = \triangle PFB$ (g.c.g)

Suy ra $MN = PB$.

- Chứng minh tứ giác $MPBN$ là hình bình hành

Suy ra $MP \parallel AB$

b) Gọi I là giao điểm của BD và CF (hình vẽ).

- Xét $\triangle ABC$ có: $PF \parallel AC$ (GT) nên $\frac{CP}{PB} = \frac{AF}{FB}$ (định lý Thales). (1)

- Xét $\triangle ADB$ có: $IF \parallel AD$ (vì $CF \parallel AD$ (GT)) nên $\frac{ID}{IB} = \frac{AF}{FB}$ (định lý Thales). (2)

Từ (1) và (2), ta có $\frac{CP}{PB} = \frac{DI}{IB}$ suy ra $IP \parallel DC$ (Định lý Thales đảo).

Mà $AB \parallel CD$ (GT) nên $IP \parallel AB$

Mặt khác $MP \parallel AB$ (cmt).

Do đó theo tiên đề Ôclít thì ba điểm P, I, M thẳng hàng hay MP đi qua giao điểm của CF và DB nên ba đường thẳng MP, CF, DB đồng quy.

----- HẾT -----

TRƯỜNG THCS ĐIỆN BIÊN

ĐỀ CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI

NĂM HỌC 2024-2025

Số báo danh

Môn thi: TOÁN - Lớp 8 (VÒNG 2)

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 24 tháng 10 năm 2024

(Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu)

Câu I (4,0 điểm).

1. Phân tích đa thức thành nhân tử: $(a + b + c)(ab + bc + ca) - abc$

2. So sánh: $A = \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \frac{1}{10^2} + \dots + \frac{1}{100^2}$ và $B = 0,125$

Câu II (4,0 điểm).

1. Tìm x thỏa mãn đẳng thức:

$$(2x - 5)^3 - (3x - 4)^3 + (x + 1)^3 = 0$$

2. Tìm các giá trị nguyên của n để tại đó giá trị của đa thức $2n^3 - 7n^2 + 13n + 2$ chia hết cho giá trị của đa thức $2n - 1$

Câu III(4,0 điểm).

1. Tìm ba số nguyên tố sao cho tích của ba số đó gấp 5 lần tổng của chúng.
2. Tìm cặp các số nguyên (x, y) thỏa mãn đẳng thức

$$1 + x + x^2 + x^3 + x^4 = y^4$$

Câu IV(6,0 điểm).

Gọi H là trực tâm của tam giác đều ABC , đường cao AD . Lấy điểm M bất kỳ thuộc cạnh BC . Gọi E và F theo thứ tự là hình chiếu của M trên AB, AC . Gọi I là trung điểm của AM .

1. Tứ giác $DEIF$ là hình gì? Tại sao?
2. Khi điểm M thay đổi trên cạnh BC . Chứng minh tổng $ME + MF$ không đổi.
3. Chứng minh rằng các đường thẳng MH, ID, EF đồng quy.

Câu V(2,0 điểm).

1. Có hai hộp bút chì màu. Hộp thứ nhất có 5 bút chì màu đỏ và 7 bút chì màu xanh. Hộp thứ hai có 8 bút chì màu đỏ và 4 bút chì màu xanh. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một cây bút chì. Xác suất để có 1 cây bút chì màu đỏ và 1 cây bút chì màu xanh là bao nhiêu.

2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = (x^2 - 3x + 1)(21 + 3x - x^2)$$

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

.....HẾT.....

Môn thi: TOÁN - Lớp 8 (VÒNG 2)

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi:tháng 10 năm 2024

(Đề thi có 01 trang, gồm 05 câu)

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ THANG ĐIỂM

(Gồm có 05 trang)+

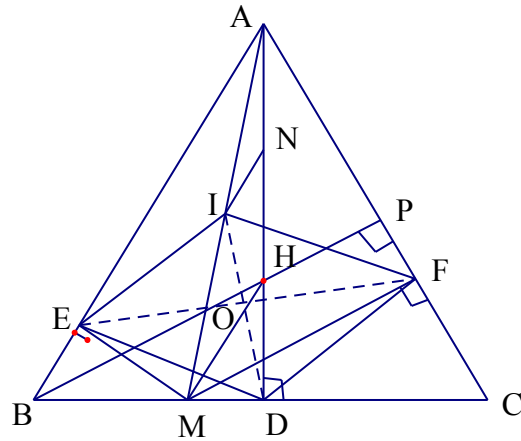
Câu	NỘI DUNG	Đ
I 4,0 điểm	1. Phân tích đa thức thành nhân tử: $(a + b + c)(ab + bc + ca) - abc$	1
	$(a + b + c)(ab + bc + ca) - abc = [(a + b) + c](ab + bc + ca) - abc$	0
	$= (a + b)(ab + bc + ca) + abc + bc^2 + c^2a - abc$	0
	$= (a + b)(ab + bc + ca + c^2)$	0
	$= (a + b)[b(a + c) + c(a + c)]$	0
	$= (a + b)(b + c)(c + a)$	0
	2. So sánh. $A = \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \frac{1}{10^2} + \dots + \frac{1}{100^2}$ và $B = 0,125$	1
	Ta có $A = \frac{1}{2^2} \left(\frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{50^2} \right)$	0
	$A < \frac{1}{2^2} \left(\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{49 \cdot 50} \right) = \frac{1}{2^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{49} - \frac{1}{50} \right)$	0
	$= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{50} \right) = \frac{1}{8} - \frac{1}{200}$	0
	$\Rightarrow A < \frac{1}{8}$	0

	$B=0,125=\frac{1}{8}$ $\Rightarrow A < B$	
	Vậy $A < B$.	0
II 4,0 điểm	1. Tìm x thỏa mãn đẳng thức: $(2x - 5)^3 - (3x - 4)^3 + (x + 1)^3 = 0 \quad (*)$	
	<p>Ta đã biết $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$</p> <p>$\Rightarrow$ nếu $a + b + c = 0$ thì $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0 \Leftrightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \quad (1)$</p> <p>Ta có: $0 = (2x - 5)^3 - (3x - 4)^3 + (x + 1)^3 = (2x - 5)^3 + (4 - 3x)^3 + (x + 1)^3$</p> <p>Và $(2x - 5) + (4 - 3x) + (x + 1) = 0$. Áp dụng kết quả (1) ta được</p> <p>$(*) \Leftrightarrow 3(2x - 5)(4 - 3x)(x + 1) = 0$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5 = 0 \\ 4 - 3x = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = \frac{4}{3} \\ x = -1 \end{cases}$	
	<p>Vậy $x \in \left\{ \frac{5}{2}; \frac{4}{3}; -1 \right\}$</p>	
	2. Tìm các giá trị nguyên của n để tại đó giá trị của đa thức $2n^3 - 7n^2 + 13n + 2$ chia hết cho giá trị của đa thức $2n - 1$	
	<p>Thực hiện phép chia đa thức $2n^3 - 7n^2 + 13n + 2$ cho đa thức $2n - 1$ ta được kết quả</p> $2n^3 - 7n^2 + 13n + 2 = (2n - 1)(n^2 - 3n + 5) + 7$	
	Với n là số nguyên, để giá trị đa thức $2n^3 - 7n^2 + 13n + 2$ chia hết cho giá trị	

	của đa thức $2n - 1$ thì $2n - 1$ phải là ước của 7. Tức là $2n - 1 \in \{-1; 1; -7; 7\}$	
	Giải tìm được $n \in \{0; 1; -3; 4\}$ Vậy các giá trị nguyên của n cần tìm là -3; 0; 1; 4	
III 4,0 điểm	1. Tìm ba số nguyên tố sao cho tích của ba số đó gấp 5 lần tổng của chúng	
	Gọi ba số nguyên tố đó là a, b, c . Theo bài ra ta có $abc = 5(a + b + c) \Rightarrow abc : 5$ Do vai trò a, b, c bình đẳng và $a, b, c, 5$ là các số nguyên tố. Không mất tính tổng quát ta giả sử $a : 5$ mà a là số nguyên tố $\Rightarrow a = 5$	
	$\Rightarrow bc = 5 + b + c \Rightarrow bc - b - c + 1 = 6$ $\Rightarrow (b - 1)(c - 1) = 6 = 1 \cdot 6 = 2 \cdot 3$	
	$\Rightarrow \begin{cases} b - 1 = 1 \\ c - 1 = 6 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} b - 1 = 2 \\ c - 1 = 3 \end{cases}$ Giải tìm được $\begin{cases} b = 2 \\ c = 7 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} b = 3 \\ c = 4 \end{cases}$ (loại do 4 không là số nguyên tố)	
	Vậy ta tìm được bộ ba số nguyên tố thỏa mãn là 2; 5; 7	
	2. Tìm cặp các số nguyên (x, y) thỏa mãn đẳng thức $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 = y^4 \quad (1)$	
	*Xét $x = 0$ thay vào (1) ta được $y \in \{-1; 1\}$ *Xét $x = -1$ thay vào (1) ta được $y \in \{-1; 1\}$ *Xét $x > 0$. Từ (1) $\Rightarrow x^4 < y^4 < (x + 1)^4 \Rightarrow$ không tồn tại $y \in \mathbb{Z}$ *Xét $x < -1$ Ta có $(x + 1)^4 = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = y^4 + 3x^3 + 5x^2 + 3x$ $= y^4 + 3x(x + 1)^2 - x^2$ Do $x < -1 \Rightarrow x < 0 \Rightarrow 3x(x + 1)^2 < 0; -x^2 < 0$	

	$\Rightarrow y^4 + 3x(x+1)^2 - x^2 < y^4 \Rightarrow (x+1)^4 < y^4 \quad (1)$	0
	<p>Mặt khác $y^4 = x^4 + x^2(x+1) + (x+1)$. Do $x < -1 \Rightarrow x+1 < 0$</p> $\Rightarrow y^4 < x^4 \quad (2)$ <p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow (x+1)^4 < y^4 < x^4 \Rightarrow$ không tồn tại $y \in \mathbb{Z}$</p>	0
	<p>Vậy các cặp giá trị nguyên (x, y) thỏa mãn là</p> $(0; -1); (0; 1); (-1; -1); (-1; 1)$	0
<p>IV 6,0 điểm</p>	<p>Gọi H là trực tâm của tam giác đều ABC, đường cao AD. Lấy điểm M bất kỳ thuộc cạnh BC. Gọi E và F theo thứ tự là hình chiếu của M trên AB, AC. Gọi I là trung điểm của AM.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Tứ giác DEIF là hình gì? Tại sao? 2. Khi điểm M thay đổi trên cạnh BC. Chứng minh tổng $ME + MF$ không đổi. 3. Chứng minh rằng các đường thẳng MH, ID, EF đồng quy. 	

Hình vẽ, GT, KL



1. Tứ giác DEIF là hình gì? Tại sao?

Tam giác ABC đều có AD là đường cao đồng thời là phân giác

$$ME \perp AB; AD \perp BC$$

Trong tam giác EAM vuông tại E có EI là trung tuyến thuộc cạnh huyền; tam giác

DAM vuông tại D có DI là trung tuyến thuộc cạnh huyền

$$\Rightarrow \widehat{EIM} = 2.\widehat{EAM}; \widehat{DIM} = 2.\widehat{DAM}$$

(Góc ngoài của các tam giác cân IAE; IAD)

$$\Rightarrow \widehat{EID} = \widehat{EIM} + \widehat{DIM} = 2(\widehat{EAM} + \widehat{DAM}) = 2.\widehat{EAD} = 2.30^\circ = 60^\circ$$

Mặt khác

	$EI=DI=\frac{1}{2}AM$	
	<p>Do đó tam giác IED đều, suy ra $IE = ED = ID$</p> <p>Tương tự ta cũng chứng minh được tam giác IDF đều, để có $IF = FD = ID$</p>	
	<p>Kết quả trên cho ta: $IE = ED = DF = FI$. Vậy tứ giác DEIF là hình thoi.</p>	
	<p>2. Khi điểm M thay đổi trên cạnh BC. Chứng minh tổng ME + MF không đổi.</p>	
	<p>Ta có</p> $S_{MAB} = \frac{1}{2}AB.ME; S_{MAC} = \frac{1}{2}AC.MF; S_{ABC} = \frac{1}{2}.BC.AD$ $S_{MAB} + S_{MAC} = S_{ABC}$ $\Rightarrow \frac{1}{2}.AB.ME + \frac{1}{2}.AC.MF = \frac{1}{2}.BC.AD$	
	<p>Mà $AB = BC = AC$ (cạnh tam giác đều ABC)</p> $\Rightarrow \frac{1}{2}.BC(ME + MF) = \frac{1}{2}.BC.AD$ $\Rightarrow ME + MF = AD \quad (\text{không đổi do AD là đường cao tam giác đều ABC})$	
	<p>Vậy khi M thay đổi trên cạnh BC thì tổng $ME + MF = AD$ không đổi</p>	
	<p>3. Chứng minh rằng các đường thẳng MH, ID, EF đồng quy.</p>	
	<p>Gọi O là giao điểm của ID và EF, N là trung điểm của AH</p> <p>Tam giác ABC đều, H là trực tâm đồng thời là trọng tâm</p> $\Rightarrow AN = NH = HD = \frac{1}{3}AD.$ <p>Vì I là trung điểm của AM nên IN là đường trung bình của tam giác AMH</p>	

	$\Rightarrow MH // IN \quad (1)$ O là giao điểm của hai đường chéo ID và EF của hình thoi DEIF nên O là trung điểm của ID $\Rightarrow OH$ là đường trung bình của tam giác DIN $\Rightarrow OH // IN \quad (2)$ Từ (1) và (2) suy ra M, O, H thẳng hàng hay $O \in MH$ <hr/> Vậy các đường thẳng MH, ID, EF đồng quy tại O (đpcm)	
V 2,0 điểm	<p>1. Có hai hộp bút chì màu. Hộp thứ nhất có 5 bút chì màu đỏ và 7 bút chì màu xanh. Hộp thứ hai có 8 bút chì màu đỏ và 4 bút chì màu xanh. Chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một cây bút chì. Xác suất để có 1 cây bút chì màu đỏ và 1 cây bút chì màu xanh là bao nhiêu.</p> <p>Mỗi hộp đều có tổng cộng 12 bút. Nếu lấy 1 bút ở hộp 1 và 1 bút ở hộp 2 thì có $12 \cdot 12 = 144$ cách chọn</p> <p>TH1: Nếu chọn 1 bút đỏ ở hộp 1 thì có 5 cách chọn và chọn 1 bút xanh ở hộp 2 thì có 4 cách chọn $\Rightarrow$ Số cách chọn 1 bút đỏ ở hộp 1 và 1 bút xanh ở hộp 2 là $5 \cdot 4 = 20$ cách</p> <p>TH2. Nếu chọn 1 bút đỏ ở hộp 2 thì có 8 cách chọn và chọn 1 bút xanh ở hộp 1 thì có 7 cách chọn $\Rightarrow$ Số cách chọn 1 bút đỏ ở hộp 2 và 1 bút xanh ở hộp 1 là $8 \cdot 7 = 56$ cách</p> <p>*Như vậy có tất cả: $20 + 56 = 76$ cách chọn</p> <p>*Xác suất để có 1 cây bút màu đỏ và 1 cây bút màu xanh là: $\frac{76}{144} = \frac{19}{36}$</p>	
	<p>2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức</p> $A = (x^2 - 3x + 1)(21 + 3x - x^2)$	

<p>Đặt $x^2 - 3x + 1 = a$; $21 + 3x - x^2 = b$</p> <p>Nhận thấy $a + b = 22$ và $(a - b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a + b)^2 \geq 4ab$</p> <p>$\Rightarrow ab \leq \frac{(a + b)^2}{4} = \frac{22^2}{4}$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b = 11$</p>	
<p>Giải $a = x^2 - 3x + 1 = 11 \Leftrightarrow (x - 5)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 5$ hoặc $x = -2$</p> <p>$\Rightarrow A \leq \frac{22^2}{4} = 121$ dấu “=” xảy ra khi $x = 5$ hoặc $x = -2$</p> <p>Vậy GTLN của $A = 121$ khi $x = 5$ hoặc $x = -2$</p>	0

Chú ý:- Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa, điểm thành phần giám khảo tự phân chia trên cơ sở tham khảo điểm thành phần của đáp án.

- Đối với Câu IV (Hình học): *Không vẽ hình, hoặc vẽ hình sai cơ bản thì không chấm.*
- Các trường hợp khác tổ chấm thống nhất phương án chấm.

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI OLYMPIC 27/4 NĂM HỌC 2024-2025

THỊ XÃ PHÚ MỸ

MÔN: TOÁN LỚP 8

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút

Ngày thi: 21 tháng 02 năm 2025

Bài 1 (5,0 điểm):

a) Cho $x + \frac{1}{x} = 3$. Tính giá trị của biểu thức $A = x^2 + \frac{1}{x^2}$.

b) Phân tích đa thức $x^3 - x^2 - 4$ thành nhân tử.

c) Xác định các số hữu tỷ p và q để đa thức $x^3 + px + q$ chia hết cho đa thức $x^2 - 2x - 3$

$$C = \left(\frac{1 - x^3}{1 - x} - x \right) : \frac{1 - x^2}{1 - x - x^2 + x^3}$$

Bài 2 (2,5 điểm): Cho biểu thức

a) Rút gọn biểu thức C.

$$\left(x - \frac{2}{3} \right)^2 = \frac{1}{9}$$

b) Tính giá trị của biểu thức C khi

Bài 3 (3,0 điểm):

$$\frac{x-2022}{1} + \frac{x-2021}{2} + \frac{x-2020}{3} + \dots + \frac{x-1}{2022} + \frac{x}{2023} = 2023$$

a) Giải phương trình:

b) Tìm các cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức $2xy - x + y = 3$.

Bài 4 (3,0 điểm):

a) Chứng minh rằng $n(n^2 + 11)$ chia hết cho 6 với mọi $n \in \mathbb{Z}$.

b) Trong 43 học sinh làm bài kiểm tra, không có học sinh nào bị điểm dưới 2, chỉ có 2 học sinh đạt điểm 10. Chứng minh rằng ít nhất cũng tìm được 6 học sinh có điểm kiểm tra bằng nhau (điểm kiểm tra là một số tự nhiên).

c) Cho x, y là hai số thực thỏa mãn $x + y + 4 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2(x^3 + y^3) + 3(x^2 + y^2) + 10xy$.

Bài 5 (5,0 điểm):

Vẽ ra phía ngoài của tam giác ABC các hình vuông ABDE và ACFG. Vẽ hình bình hành EAGK. Chứng minh rằng:

- $AK = BC$.
- $AK \perp BC$.
- Các đường thẳng KA, BF, CD đồng qui.

Bài 6 (1,5 điểm):

Trên đường thẳng cho các điểm A, B, C, D xếp theo thứ tự đó và $AB = CD$. Cho M là điểm bất kì không nằm trên đường thẳng AB. Chứng minh rằng: $MA + MD > MB + MC$.

—————Hết—————

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

Chữ ký của giám thị 1.....

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THỊ XÃ PHÚ MỸ**

**KỲ THI OLYMPIC 27/4 NĂM HỌC 2024-2025
MÔN: TOÁN LỚP 8**

Ngày thi: 21 tháng 02 năm 2025

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN LỚP 8

I. Hướng dẫn chung:

1) *Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với các ý cơ bản học sinh phải trình bày, nếu học sinh giải theo cách khác mà đúng và đủ các bước thì vẫn cho điểm tối đa.*

2) *Điểm toàn bài là tổng điểm của các ý, các câu và không làm tròn.*

II. Đáp án và thang điểm:

<i>Bài</i>	<i>Câu</i>	<i>Nội dung trình bày</i>	<i>Điểm</i>
Bài 1 (5,0 điểm):			
		$x + \frac{1}{x} = 3 \qquad A = x^2 + \frac{1}{x^2}$ <p>a) Cho . Tính giá trị của biểu thức</p> <p>b) Phân tích đa thức $x^3 - x^2 - 4$ thành nhân tử.</p> <p>c) Xác định các số hữu tỷ p và q để đa thức $x^3 + px + q$ chia hết cho đa thức $x^2 - 2x - 3$</p>	
1. (5.0đ)	a) (1.5đ)	$A = x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 3^2 - 2 = 7$	0,5x3
	b) (2.0đ)	$x^3 - x^2 - 4 = (x^3 - 2x^2) + (x^2 - 2x) + (2x - 4)$	1,0
		$= x^2(x - 2) + x(x - 2) + 2(x - 2) = (x - 2)(x^2 + x + 2)$	0,5x2
	c) (1.5đ)	$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$	0,5
		<p>Gọi thương khi chia $x^3 + px + q$ cho $x^2 - 2x - 3$ là Q(x). Do dư 0 nên ta có:</p> $x^3 + px + q = (x^2 - 2x - 3) \cdot Q(x)$ <p>Hay $x^3 + px + q = (x - 3)(x + 1) \cdot Q(x)$</p>	0,25
		<p>Vì đẳng thức đúng với mọi x nên lần lượt cho $x = 3, x = -1$ ta được:</p> $\begin{cases} 27 + 3p + q = 0 \\ -1 - p + q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3p + q = -27 \\ -p + q = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = -7 \\ q = -6 \end{cases}$	0,75

		Vậy với $p = -7$; $q = -6$ thì $x^3 + px + q$ chia hết cho $x^2 - 2x - 3$	
<div><div>$C = \left(\frac{1 - x^3}{1 - x} - x \right) : \frac{1 - x^2}{1 - x - x^2 + x^3}$</div><div>Bài 2 (2,5 điểm): Cho biểu thức</div><div>a) Rút gọn biểu thức C.</div><div>$\left(x - \frac{2}{3} \right)^2 = \frac{1}{9}$</div><div>b) Tính giá trị của biểu thức C khi</div></div>			
2. (2.5đ)	a) (1.5đ)	ĐKXĐ: $x \neq \pm 1$	0,25
		<div>$C = \left(\frac{1 - x^3}{1 - x} - x \right) : \frac{1 - x^2}{1 - x - x^2 + x^3}$$= \left(\frac{(1 - x)(1 + x + x^2)}{1 - x} - x \right) : \frac{(1 - x)(1 + x)}{(1 + x)(1 - x + x^2) - x(1 + x)}$$= (1 + x^2) : \frac{(1 - x)(1 + x)}{(1 + x)(1 - 2x + x^2)}$$= (1 + x^2) : \frac{1}{1 - x}$$= (1 + x^2)(1 - x)$</div>	1.25
	b) (1.0đ)	<div>$\left(x - \frac{2}{3} \right)^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow x - \frac{2}{3} = \pm \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (KTMDK)} \\ x = \frac{1}{3} \text{ (TMĐK)} \end{cases}$<p>Ta có</p></div>	0,25
		<div><p>Với $x = \frac{1}{3}$, ta có:</p>$C = \left[1 + \left(\frac{1}{3} \right)^2 \right] \left(1 - \frac{1}{3} \right) = \frac{10}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{20}{27}$</div>	0,25x2
		<div><p>Vậy khi $\left(x - \frac{2}{3} \right)^2 = \frac{1}{9}$ thì $C = \frac{20}{27}$</p></div>	0,25
<div><div>Bài 3 (3,0 điểm):</div><div>a) Giải phương trình:</div></div>			

$\frac{x-2022}{1} + \frac{x-2021}{2} + \frac{x-2020}{3} + \dots + \frac{x-1}{2022} + \frac{x}{2023} = 2023$				
b) Tìm các cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức $2xy - x + y = 3$.				
Bài 3 (3.0đ)	a) (1,5đ)	$\frac{x-2022}{1} + \frac{x-2021}{2} + \frac{x-2020}{3} + \dots + \frac{x-1}{2022} + \frac{x}{2023} = 2023$ $\Leftrightarrow \left(\frac{x-2022}{1} - 1\right) + \left(\frac{x-2021}{2} - 1\right) + \dots + \left(\frac{x-1}{2022} - 1\right) + \left(\frac{x}{2023} - 1\right) = 0$	0,5	
		$\Leftrightarrow \frac{x-2023}{1} + \frac{x-2023}{2} + \dots + \frac{x-2023}{2022} + \frac{x-2023}{2023} = 0$ $\Leftrightarrow (x-2023) \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023}\right) = 0$	0,5	
		$1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} \neq 0$ <p>mà</p> $\Leftrightarrow x - 2023 = 0$ $\Leftrightarrow x = 2023$	0,25x2	
		Vậy tập hợp nghiệm của phương trình là $S = \{2023\}$		
	b) (1,5đ)	$2xy - x + y = 3$ $\Leftrightarrow 4xy - 2x + 2y = 6$	0,25	
		$\Leftrightarrow 2x(2y - 1) + (2y - 1) = 5$ $\Leftrightarrow (2y - 1) \cdot (2x + 1) = 5$	0,25x2	
		$\begin{cases} 2x + 1 = 5 \\ 2y - 1 = 1 \end{cases}$ <p>(Vì x nguyên dương nên $2x + 1 \geq 3$)</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	0,25x2	
		Vậy cặp số nguyên dương $(x; y) = (2; 1)$	0,25	
	Bài 4 (3,0 điểm):			
	a) Chứng minh rằng $n(n^2 + 11)$ chia hết cho 6 với mọi $n \in \mathbb{Z}$.			
b) Trong 43 học sinh làm bài kiểm tra, không có học sinh nào bị điểm dưới 2, chỉ có 2 học sinh đạt điểm 10. Chứng minh rằng ít nhất cũng tìm được 6 học sinh có điểm kiểm tra bằng nhau				

(điểm kiểm tra là một số tự nhiên).

c) Cho x, y là hai số thực thỏa mãn $x + y + 4 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2(x^3 + y^3) + 3(x^2 + y^2) + 10xy$.

4. (3.0đ)	a) (1.0đ)	Ta có $n(n^2 + 11) = n^3 + 11n = n^3 - n + 12n = n(n-1)(n+1) + 12n$	0,5
		Vì $n(n-1)(n+1) \div 6$ và $12n \div 6$	0,25
		Nên $n(n-1)(n+1) + 12n \div 6$ hay $n(n^2 + 11) \div 6$	0,25
	b) (1.0đ)	Vì có 43 học sinh làm bài kiểm tra, không có học sinh nào bị điểm dưới 2, chỉ có 2 học sinh đạt điểm 10. Nên có 41 học sinh phân thành 8 loại điểm (từ 2 đến 9)	0,5
		Giả sử trong 8 loại điểm đều là điểm của không quá 5 học sinh thì lớp có: $5 \cdot 8 = 40$ học sinh, ít hơn 1 học sinh so với 41.	0,25
		Theo nguyên lý Dirichlet tồn tại 6 học sinh có điểm kiểm tra bằng nhau	0,25
	c) (1.0đ)	$P = 2(x^3 + y^3) + 3(x^2 + y^2) + 10xy$ $= 2(x+y)^3 - 6xy(x+y) + 3(x+y)^2 - 6xy + 10xy$ $= 2(-4)^3 - 6xy(-4) + 3(-4)^2 + 4xy$ $= 28xy - 80 = 28x(-4-x) - 80$ $= -28(x^2 + 4x + 4) + 32 = -28(x+2)^2 + 32$	0,5
		Vì $P = -28(x+2)^2 + 32 \leq 32$ Nên GTLN của P là 32, đạt được khi $x = y = -2$	0,5

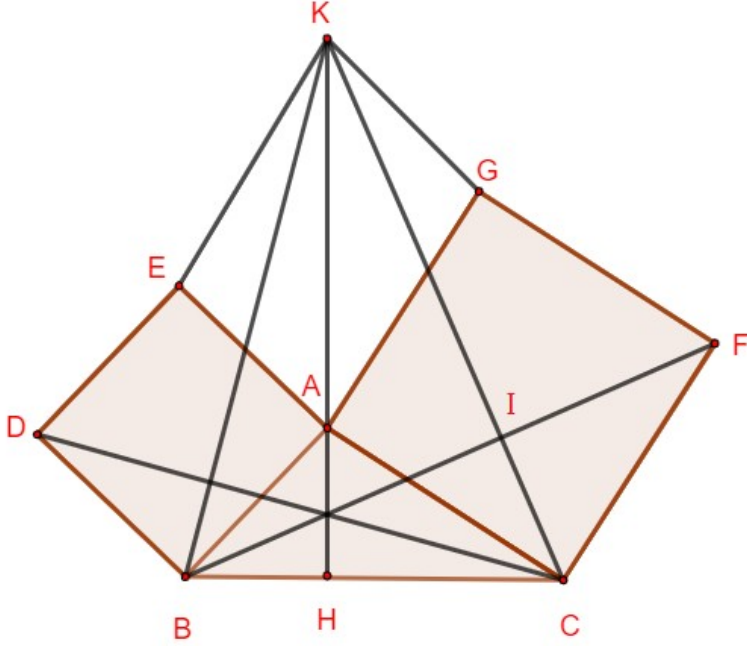
Bài 5 (5,0 điểm):

Vẽ ra phía ngoài của tam giác ABC các hình vuông ABDE và ACFG. Vẽ hình bình hành EAGK. Chứng minh rằng:

a) $AK = BC$

b) $AK \perp BC$

c) Các đường thẳng KA, BF, CD đồng qui.

<p>5. (5,0đ)</p>	<p>HV</p>		
<p>a) (2.0đ)</p>		<p>Chứng minh: $AK = BC$</p>	
		<p>Xét $\triangle AEK$ và $\triangle BAC$, có: $EA = AB$ (gt); $EK = AC (=AG)$</p>	<p>0,75</p>
		<p>$\angle AEK = \angle BAC$ (vì cùng bù với $\angle EAG$) $\Rightarrow \triangle AEK = \triangle BAC$ (c.g.c)</p>	<p>0,75</p>
		<p>$\Rightarrow AK = BC$ (hai cạnh tương ứng) (đpcm)</p>	<p>0,5</p>
<p>b) (2.0đ)</p>		<p>Chứng minh: $AK \perp BC$</p>	
		<p>Gọi H là giao điểm của AK và BC Ta có $\angle EKA = \angle KAG$ (so le trong, $EK \parallel AG$) và $\angle EKA = \angle ACH$ (vì $\triangle AEK = \triangle BAC$) $\Rightarrow \angle KAG = \angle ACH$</p>	<p>0,75</p>
		<p>Mặt khác: $\angle KAG + \angle HAC = 90^\circ \Rightarrow \angle ACH + \angle HAC = 90^\circ$</p>	<p>0.75</p>
		<p>Vì $\triangle AHC$, có $\angle ACH + \angle HAC = 90^\circ$ (cmt) $\Rightarrow \triangle AHC$ vuông tại H $\Rightarrow AH \perp BC$ hay $AK \perp BC$ (đpcm)</p>	<p>0,5</p>
<p>c)</p>		<p>Chứng minh: Các đường KA, BF, CD đồng qui</p>	

	(1.0đ)	<p>Gọi I là giao điểm của CK và BF</p> <p>Chứng minh: $\angle AKC = \angle CBF$ (c.g.c)</p> <p>$\angle ACK = \angle BFC$ mà $\angle ACK + \angle KCF = 90^\circ$</p> <p>$\angle BFC + \angle KCF = 90^\circ$</p> <p>$\angle ICF$ vuông tại I $\Rightarrow BF \perp KC$</p>	0,5
		Chứng minh tương tự: $CD \perp KB$	0,25
		Vì KA, BF, CD là ba đường thẳng chứa ba cao của $\triangle KBC$ nên ba đường thẳng này đồng quy. (đpcm)	0,25

Bài 6 (1,5 điểm):

Trên đường thẳng cho các điểm A, B, C, D xếp theo thứ tự đó và $AB = CD$. Cho M là điểm bất kì không nằm trên đường thẳng AB. Chứng minh rằng: $MA + MD > MB + MC$.

6. (1.5đ)	HV		
		Chứng minh: $MA + MD > MB + MC$	
		<p>Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC.</p> <p>Ta có $AB = CD$ (gt) $\Rightarrow$ I là trung điểm của đoạn thẳng AD</p>	0,5
		<p>Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua I</p> <p>$\Rightarrow NA = MD, NB = MC$.</p> <p>$\Rightarrow MA + MD = MA + NA = MA + EA + EN$</p>	0,5
		<p>mà $\triangle MNE$ có $MA + EA > ME$ (BĐT tam giác)</p> <p>và $ME = MB + BE$</p>	0,25

		$\square MA + MD > MB + BE + EN$	
		<p>mà $\square BEN$ có $BE + EN > NB$ (BĐT tam giác)</p> <p>$\square MA + MD > MB + NB$</p> <p>$\square MA + MD > MB + MC$ (đpcm)</p>	0,25

UBND QUẬN NGÔ QUYỀN
TRƯỜNG THCS LÊ HỒNG PHONG

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG

Môn : Toán 8

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Ngày thi 10/4/2025

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã Đề: 0001.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

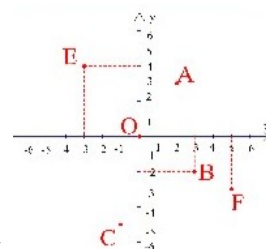
Câu 1. Có bao nhiêu giá trị của x thỏa mãn $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$

A. 3

B. 4

C. 1

D. 2



Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ, Điểm nào dưới đây có tọa độ $(5; -3)$?

A. Điểm A

B. Điểm E

C. Điểm F

D.

Điểm H

Câu 3. Hiện tại bạn Hoa đã để dành được 40000đồng. Bạn Hoa có ý định mua một quyển sách Toán nâng cao trị giá 85000đồng được giảm giá 20%. Để thực hiện điều trên Hoa đã lên kế hoạch mỗi ngày tiết kiệm 2000 đồng. Hỏi sau bao nhiêu ngày kể từ ngày bắt đầu tiết kiệm thì Hoa sẽ có đủ tiền để mua quyển sách?

A. 9

B. 10

C. 12

D. 14

Câu 4. Thống kê xếp loại học lực của học sinh lớp 8B được cho trong bảng sau:

Xếp loại học lực	Tốt	Khá	Đạt	Chưa đạt
Số học sinh	10	15	10	5

Số học sinh xếp loại học lực tốt và khá chiếm bao nhiêu % ?

- A. 37,5%
62,5% B. 50% C. 25% D.

Câu 5. Cho ba đường thẳng: $(d_1): y = x - 1$, $(d_2): y = -x + 3$ và $(d_3): y = mx - 2 - m$

Giá trị của m để ba đường thẳng đồng quy tại một điểm là.

- A. 2 B. 3 C. -3 D. 1

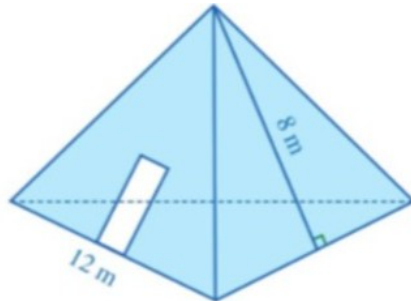
Câu 6. Cho 2 số thực dương a, b thỏa $a + b \leq 1$. Tìm GTNN của: $A = a + b + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

- A. 2 B. 1 C. 4 D. 5

Câu 7. Cho tứ giác $ABCD$ có đường chéo BD chia tứ giác đó thành hai tam giác $VABD$ đồng dạng với $VBDC$. Biết $AB = 2\text{cm}, AD = 3\text{cm}, CD = 8\text{cm}$. Tính độ dài cạnh còn lại của tứ giác $ABCD$.

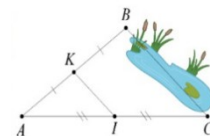
- A. 5cm. B. 4cm. C. 3cm. D. 6cm.

Câu 8. Một kho chứa có dạng hình chóp tam giác đều với độ dài cạnh đáy là 12m và chiều cao là 8m (hình bên). Người ta muốn sơn phủ bên ngoài cả ba mặt xung quanh của kho chứa đó và không sơn phủ phần làm cửa có diện tích là 5m^2 . Biết rằng cứ mỗi mét vuông sơn cần trả $30\,000$ đồng. Cần phải trả bao nhiêu tiền để hoàn thành việc sơn phủ đó?



- A. 2880000 đồng
4320000 đồng B. 4170000 đồng C. 1440000 đồng D.

Câu 9. Giữa hai điểm B và C bị ngăn cách bởi hồ nước (hình vẽ).

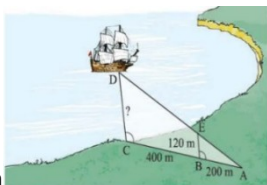


Hãy xác định độ dài BC mà không cần phải bơi qua hồ. Biết rằng đoạn thẳng KI dài 25m và K là trung điểm của AB, I là trung điểm của AC.

- A. 25m. B. 12,5m. C. 50m. D. 75m.

Câu 10. Khoảng cách từ con tàu đến trạm quan trắc đặt tại điểm C là:

- A. 360m B. 240m



C. 480m

D. 120m

Câu 11. Cho hình thang ABCD. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA. Hình thang ABCD có thêm điều kiện nào dưới đây thì MNPQ là hình thoi

- A. $AB = AD$ B. $AC = BD$ C. $MP = QN$ D. $AC \perp BD$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x) = 2x^2 - 2$. Giá trị $f(-3)$ là:

- A. 4 B. -8 C. -20 D. 16

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Một hộp đựng 20 quả bóng trong đó có 4 quả màu xanh, 5 quả màu trắng và 6 quả màu vàng (các quả còn lại khác màu nhau). Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra hai quả.

- a) Xác suất để lấy được 2 quả bóng cùng màu là $\frac{31}{190}$
 b) Có 12 cách chọn hai quả bóng màu xanh
 c) Có 190 cách chọn 2 quả bóng ngẫu nhiên từ 20 quả bóng trong hộp
 d) Có 10 cách chọn 2 quả bóng màu trắng

Câu 14. Cho phương trình $2x^2 + 3y^2 + 4x = 19$

- a) Có 4 cặp số (x,y) nguyên để phương trình đã cho có nghiệm nguyên
 b) Vế trái của phương trình (*) luôn không âm và là số lẻ
 c) Để phương trình (*) có nghiệm nguyên thì $y=1$
 d) Phương trình trên biến đổi được về phương trình $2(x+1)^2 = 3(7-y^2)$ (*)

Câu 15. Cho tam giác vuông ABC có độ dài các cạnh góc vuông $AB = 6\text{cm}$; $AC = 8\text{cm}$. M là điểm di chuyển trên cạnh huyền BC. Gọi D và E lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ M đến AB và AC.

- a) Tứ giác AEMD là hình chữ nhật b) Ta có $CE = \frac{3}{4}AD$
 c) Ta có tỉ số $\frac{ME}{AD} = \frac{CE}{AE}$ d) Diện tích lớn nhất của tứ giác AEMD là 12cm^2

Câu 16. Cho
$$P = \left(\frac{x-4}{x^3-1} + \frac{1}{x-1} \right) : \left(1 - \frac{x-8}{x^2+x+1} \right)$$

a) Rút gọn biểu thức P ta được $\frac{x+3}{x^2-9}$

b) Khi x là nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0$ thì biểu thức P có giá trị bằng $\frac{-1}{2}$

c) Điều kiện xác định của biểu thức P là $x \neq 1, x \neq 8$

d) Có 1 giá trị nguyên của x để P là số nguyên

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn

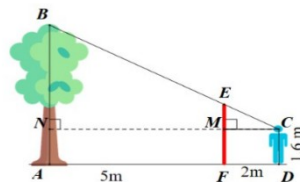
(Thí sinh trả lời từ câu hỏi 17 đến câu hỏi 22).

Câu 17. Cho đa thức f(x) chia cho x - 1 dư 2 và f(x) chia cho x + 2 dư 3. Dư của đa thức f(x) khi chia cho đa thức $x^2 + x - 2$ có dạng ax+b. Tính a^2+b^2 (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 18. Cho $M = \sqrt{3a+2b+c} + \sqrt{3b+2c+a} + \sqrt{3c+2a+b}$ với $a > 0; b > 0; c > 0; a+b+c = 3$. Giá trị lớn nhất của M² là

Câu 19. Một người gửi 200 triệu đồng với lãi suất năm là 5%. Vì bận công việc nên tới ngày nhận lãi năm thứ 2 người đó mới đến ngân hàng nhận lãi. Hỏi người đó đã nhận bao nhiêu tiền lãi (biết lãi suất năm không đổi, đơn vị là triệu đồng)

Câu 20. Một người đo chiều cao một cây nhờ một cọc EF được cắm xuống đất. Cọc cao 3m và đặt cách cây 5m. Sau khi người ấy lùi ra xa cách cọc 2m thì nhìn thấy đỉnh cọc và ngọn cây cùng nằm trên một đường thẳng. Hỏi cây cao bao nhiêu mét? Biết khoảng cách từ chân



đến mắt người là 1,6m.

Câu 21. Một đội công nhân dự kiến làm 15 sản phẩm một ngày. Đội làm được 8 ngày với năng suất đó. Do cải tiến kĩ thuật nên đội công nhân làm được 18 sản phẩm trong 1 ngày, đội đó hoàn thành công việc trước 2 ngày so với kế hoạch. Hỏi theo kế hoạch đội đó phải làm bao nhiêu sản phẩm?

Câu 22. Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ đường phân giác AD ($D \in BC$). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của D lên AB và AC. Cho AB = 3cm, AC = 4cm. Tính độ dài đoạn thẳng AD (kết quả với độ chính xác 0,05)

---HẾT---

ĐÁP ÁN

Câu hỏi	Mã đề thi
	0001
1	A
2	C
3	D
4	D
5	B
6	D
7	D
8	B
9	C
10	A
11	B
12	D
13	ĐSĐĐ
14	ĐSSĐ
15	ĐSSĐ
16	SSSĐ
17	5,56

18	54
19	20,5
20	6,5
21	300
22	2,4

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
CẨM GIÀNG**

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI LỚP 8

NĂM HỌC 2024 - 2025

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút

Đề gồm 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm).

$$\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^2 + x}$$

a) Rút gọn phân thức

b) Cho x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 2 = 0$. Tính giá trị biểu thức $A = x^{24} + y^{25}$

Câu 2 (2,0 điểm).

a) Cho $P(x) = x^4 - (a - 3)x^3 + 2x^2 - 3x + 1$. Tìm a để $P(x)$ chia hết cho $2x - 1$.

b) Tìm x biết $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 24$

Câu 3 (2,0 điểm).

a) Tìm cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $2xy^2 + 2x + 3y^2 = 4$

b) Tìm $n \in \mathbb{N}$ để $A = n^3 - n^2 - n - 2$ là số nguyên tố.

Câu 4 (3,0 điểm).

1) Cho tam giác đều cạnh 4 cm . Người ta vẽ 17 điểm ở trong tam giác đó hoặc trên cạnh của nó. Chứng minh có ít nhất 2 điểm cách nhau không quá 1 cm .

2) Cho tam giác ABC nhọn. Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . ($D \in BC, E \in AC, F \in AB$)

a) Chứng minh $AF \cdot AB = AE \cdot AC$

b) Từ A kẻ một đường thẳng song song với BC , nó cắt đường thẳng BE tại N , cắt

đường thẳng CF tại M . Chứng minh $\frac{AM}{AN} = \frac{CD}{BD}$ và $\frac{AF}{FB} \cdot \frac{BD}{CD} \cdot \frac{CE}{AE} = 1$

c) Chứng minh $\frac{AD}{HD} + \frac{BE}{HE} + \frac{CF}{HF} \geq 9$

Câu 5 (1,0 điểm).

Cho $x, y > 0$. Chứng minh rằng $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 4 \geq 3 \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right)$

----- Hết -----

Họ tên học sinh: Số báo danh:

Chữ kí giám thị 1: Chữ kí giám thị 2:

.....

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
CẨM GIÀNG**

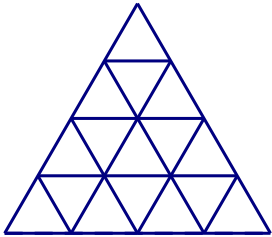
**HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI LỚP 8
NĂM HỌC 2024 - 2025
MÔN: TOÁN**

Hướng dẫn chấm gồm 03 trang

LƯU Ý:

Nếu HS có sử dụng một số kí hiệu suy ra, tương đương ... thì đề nghị GV chấm không trừ điểm HS

Câu	ý	Nội dung	Điểm
	a (1,0 điểm)	$\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^2 + x} = \frac{(x+1)^3}{x(x+1)}$	0,5
		$= \frac{(x+1)^2}{x}$	0,5
	b (1,0 điểm)	$x^2 + y^2 - 2x + 2y + 2 = 0$ $(x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 2y + 1) = 0.$	0,25
		$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 0$	0,25
		Vì $(x-1)^2 + (y+1)^2 \geq 0$ với mọi x, y. Nên $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 0$ khi x = 1 ; y = -1	0,25
		Thay x = 1 ; y = -1 vào biểu thức $A = x^{24} + y^{25}$ Ta được A = 0	0,25
2 (2,0 điểm)	a (1,0 điểm)	Vì P(x) chia hết cho $(2x - 1)$ nên $P(x) = (2x-1) Q(x)$	0,25
		Chọn $x = \frac{1}{2}$ thay vào ta được :	0,25
		$\frac{a^4}{2^4} - (a - 3) \cdot \frac{a^3}{2^3} + 2 \cdot \frac{a^2}{2^2} - 3 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 0$	
		Giải ta được $a = \frac{7}{2}$	0,25
	b (1,0 điểm)	$a = \frac{7}{2}$ Vậy $\frac{7}{2}$ là giá trị cần tìm	0,25
		$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 24$ $(x+1)(x+4)(x+2)(x+3) = 24$ $(x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) = 24$	0,25
		Đặt $t = x^2 + 5x + 4$. Ta được $t(t+2) = 24$ $t^2 + 2t - 24 = 0$ $(t - 4)(t + 6) = 0$ $t = 4$ hoặc $t = -6$	0,25
		Với $t = 4$ thì $x^2 + 5x + 4 = 4$, giải ta được x = 0 ; x = -5 Với $t = -6$ thì $x^2 + 5x + 4 = -6$ (không có x thỏa mãn)	0,25

		Vậy $x = 0$; $x = -5$ là giá trị cần tìm	0,25
	1 (1,0 điểm)	$2xy^2 + 2x + 3y^2 = 4$ $y^2(2x + 3) + (2x + 3) = 7$ $(y^2 + 1)(2x + 3) = 7$ Vì $y^2 + 1 \geq 1$ với mọi y , và $7 = 1.7 = 7.1$	0,25
		Ta có: $\begin{cases} y^2 + 1 = 1 \\ 2x + 3 = 7 \end{cases}$ TH1: $\begin{cases} y = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25
		$\begin{cases} y^2 + 1 = 7 \\ 2x + 3 = 1 \end{cases}$ TH2: $\begin{cases} y^2 = 6 \text{ (Loại)} \\ x = -1 \end{cases}$	0,25
		Vậy cặp số $(x; y)$ cần tìm là $(x; y) = (2; 0)$	0,25
	2 (1,0 điểm)	Phân tích $A = n^3 - 2n^2 + n^2 - 2n + n - 2$ $= (n - 2)(n^2 + n + 1)$	0,25
		Do $n - 2 < n^2 + n + 1$ với mọi số $n \in \mathbb{N}$ $\begin{cases} n - 2 = 1 \\ n^2 + n + 1 \text{ là số nguyên tố} \end{cases}$	0,25
		$\begin{cases} n = 3 \\ 3^2 + 3 + 1 = 13 \end{cases}$ là số nguyên tố	0,25
		Vậy với $n = 3$ thì A là số nguyên tố	0,25
Câu 4 (3,0 điểm)	1 0,5 điểm	 <p>- Chia mỗi cạnh của tam giác đều thành 4 phần bằng nhau, mỗi phần 1cm. Nối các điểm chia đó ta được 16 tam giác đều cạnh 1cm không có điểm chung (hình vẽ)</p>	0,25
		<p>- Giả sử 16 điểm đầu tiên đều được vẽ vào trong hoặc trên cạnh của 16 tam giác đều cạnh 1 cm đó, còn thừa 1 điểm. Nên khi vẽ điểm cuối cùng này vào một tam giác đều cạnh 1cm, thì tam giác đó có 2 điểm. Ta có 1 tam giác đều có chứa 2 điểm, nên khoảng cách 2 điểm là không quá 1cm.</p>	0,25

Hình 0,25đ		0,25
2.a (0,75 điểm)	<p>Chứng minh đúng $\triangle AEB \sim \triangle AFC$ (g.g)</p> <p>$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow AF \cdot AB = AE \cdot AC$</p>	0,5 0,25
b (ý 1) (0,5 điểm)	<p>Vì AM // CD ta có $\frac{AM}{CD} = \frac{AH}{HD}$ (1)</p> <p>Vì AN // BD ta có $\frac{AN}{BD} = \frac{AH}{HD}$ (2)</p>	0,25
	Từ (1), (2) $\Rightarrow \frac{AM}{CD} = \frac{AN}{BD}$ hay $\frac{AM}{AN} = \frac{CD}{BD}$	0,25
b (ý 2) (0,5 điểm)	<p>AM // BC nên $\frac{AF}{FB} = \frac{AM}{BC}$</p> <p>AN // BC nên $\frac{CE}{AE} = \frac{AN}{BC}$</p>	0,25
	Vậy $\frac{FA}{FB} \cdot \frac{BD}{CD} \cdot \frac{CE}{AE} = \frac{AM}{BC} \cdot \frac{AN}{BC} \cdot \frac{BC}{AN} = 1$	0,25
c (0,5 điểm)	<p></p> <p>$\frac{S_{AHC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2}HE \cdot AC}{\frac{1}{2}BE \cdot AC} = \frac{HE}{BE}$</p> <p>CMTT ta được $\frac{S_{BHC}}{S_{ABC}} = \frac{HD}{AD}$; $\frac{S_{AHB}}{S_{ABC}} = \frac{HF}{FC}$</p> <p>$\frac{HD}{AD} + \frac{HF}{FC} + \frac{HE}{BE} = \frac{S_{ABH} + S_{AHC} + S_{BHC}}{S_{ABC}} = 1$</p>	0,25
	<p>Ta có:</p> <p>$\left(\frac{HD}{AD} + \frac{HF}{FC} + \frac{HE}{BE} \right) \left(\frac{AD}{HD} + \frac{FC}{HF} + \frac{BE}{HE} \right) \geq 9$</p> <p>$\frac{AD}{HD} + \frac{FC}{HF} + \frac{BE}{HE} \geq 9$</p> <p>Dấu '=' xảy ra khi $\triangle ABC$ là tam giác đều</p>	0,25
Câu 5 (1,0)	<p>Ta có: $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ (bất đẳng thức Cô – si)</p>	0,25

điểm)	$\Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2 \geq 0$	
	$\Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1 \geq 1$	
	$\Rightarrow \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 2\right) \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} - 1\right) \geq 0$	0,25
	$\Rightarrow \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 2 - \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) - 2\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + 2 \geq 0$ $\Rightarrow \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} + 4 \geq 3\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)$	0,25
	Dấu “=” xảy ra khi $x = y > 0$	0,25

Học sinh làm bài cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

UBND HUYỆN THANH HÁ
TRƯỜNG THCS THANH THỦY

ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI LỚP 8
NĂM HỌC 2024 - 2025
MÔN TOÁN

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề gồm 05 câu, 01 trang)

Câu 1 (2,0 điểm).

- Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^4 + 2024x^2 + 2023x + 2024$
- Cho a, b, c là các số thực thoả mãn: $(b+c)^2 - 2bc + 4b - 4c + 8 = 0$ và $a+b+c=0$. Tính giá trị của biểu thức: $A = a^{2024} + b^{2023} + c^{2023}$

Câu 2 (2,0 điểm).

- Tìm x, biết: $(x^2 - 4x + 5)^2 - (x^2 - 4x + 3) = 4$
- Tìm đa thức f(x) biết rằng: f(x) chia cho $x+2$ dư 10, f(x) chia cho $x-2$ dư 24, f(x) chia cho x^2-4 được thương là $-5x$ và còn dư

Câu 3 (2,0 điểm).

- Tìm các số nguyên tố p sao cho các số $2p^2-1; 2p^2+3; 3p^2+4$ đều là số nguyên tố.
- Tìm x, y nguyên thoả mãn: $x^2y + xy - 2x^2 - 3x + 4 = 0$

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho hình vuông ABCD, gọi O là giao của điểm hai đường chéo AC và BD. Gọi E là trung điểm của AB, DE cắt AC tại F. Tia BF cắt AD, CD lần lượt tại Q và I.

- Chứng minh rằng: QA = QD và tứ giác ABDI là hình bình hành.

2. Gọi H là trung điểm của AI. Đường thẳng CH cắt BD, AD lần lượt tại M, N.

$$\frac{OF}{OA} = \frac{DN}{AD}$$

Chứng minh .

3. Gọi K là giao điểm của OH với NF. Chứng minh 3 điểm A, K, M thẳng hàng.

Câu 5 (1,0 điểm).

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^3 + y^3 + 2x^2y^2$ biết rằng x và y là các số thực thỏa mãn điều kiện $x + y = 1$.

-----Hết-----

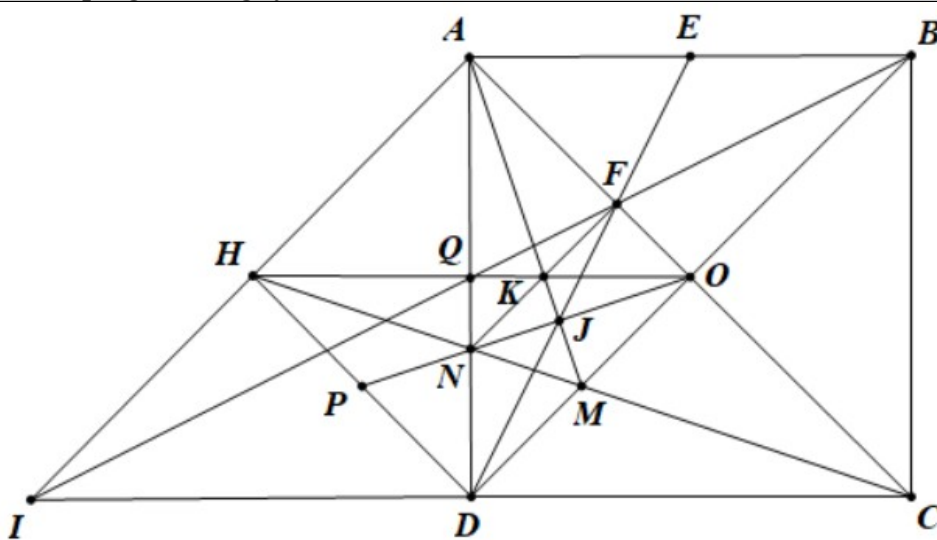
Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Họ, tên chữ ký GT1:

Họ, tên chữ ký GT2:

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,0đ)	1	$x^4 + 2024x^2 + 2023x + 2024$ $= x^4 - x + 2024(x^2 + x + 1)$ $= x(x-1)(x^2 + x + 1) + 2024(x^2 + x + 1)$ $= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 2024)$	0.25 0.5 0.25
	2	Ta có: $(b+c)^2 - 2bc + 4b - 4c + 8 = 0$ $\Leftrightarrow (b+2)^2 + (c-2)^2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 0$ Vậy $A = 0$	0.5 0.25 0.25
Câu 2 (2,0đ)	1	$(x^2 - 4x + 5)^2 - (x^2 - 4x + 3) = 4$ $(x^2 - 4x + 5)^2 - (x^2 - 4x + 3) - 4 = 0 \quad (1)$ Đặt $x^2 - 4x + 5 = y \quad (y \geq 1)$ khi đó (1) trở thành: $y^2 - y - 2 = 0$ $(y+1)(y-2) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} y = -1 \text{ (L)} \\ y = 2 \text{ (TM)} \end{cases}$ Với $y = 2 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$ $(x-3)(x-1) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$ Vậy $x \in \{1; 3\}$	0.25 0.25 0.25 0.25
	2	Vì $f(x)$ chia cho $x+2$ dư 10 nên ta có $f(-2) = 10$ Vì $f(x)$ chia cho $x-2$ dư 24 nên ta có $f(2) = 24$ Gọi đa thức dư khi chia $f(x)$ cho $x^2 - 4$ (đa thức bậc hai) là $ax + b$ khi đó ta có: $f(x) = -5x(x^2 - 4) + ax + b \quad \forall x$	0.25 0.25

		<p>Ta có:</p> $\begin{cases} f(-2) = 10 \\ f(2) = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = 10 \\ 2a + b = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{2} \\ b = 17 \end{cases}$ <p>Vậy $f(x) = -5x^3 + \frac{47}{2}x + 17$</p>	0.25
			0.25
Câu 3 (2,0đ)	1	<p>Xét $p \in \{2; 3; 5\} \Rightarrow$ Loại</p> <p>Xét $p = 7$ thỏa mãn</p> <p>Xét $p > 7 \Rightarrow p^2$ chia 7 dư 1, 2, 4 nên loại.</p> <p>Vậy $p = 7$</p>	0.25
	2	$x^2y + xy - 2x^2 - 3x + 4 = 0$ $\Leftrightarrow (x+1)(xy - 2x - 1) = -5$	0.25
		Do x, y nguyên nên $x+1; xy - 2x - 1$ nguyên nên xét 4 TH	
		<p>TH1: $\begin{cases} x+1 = -1 \\ xy - 2x - 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$ (TM)</p> <p>TH2: $\begin{cases} x+1 = 1 \\ xy - 2x - 1 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ -1 = -5 \end{cases}$ (Loại)</p> <p>TH3: $\begin{cases} x+1 = 5 \\ xy - 2x - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$ (TM)</p> <p>TH4: $\begin{cases} x+1 = -5 \\ xy - 2x - 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = \frac{5}{3} \end{cases}$ (Loại)</p>	0.25
		Vậy có 2 cặp nghiệm nguyên thỏa mãn là: $(-2; -1); (4; 2)$	0.25
Câu 4 (3,0đ)			
	1	<p>Xét $\triangle ABD$ có: AO, DE là 2 trung tuyến cắt nhau tại F</p> <p>$\Rightarrow$ F là trọng tâm $\triangle ABD$</p> <p>$\Rightarrow$ Q là trung điểm AD $\Rightarrow$ QA = QD;</p>	0.25
			0.25
			0.25

		Ta có $\Delta ABQ = \Delta DIQ$ (g.c.g) $\Rightarrow IQ = BQ$ $\Rightarrow$ Tứ giác ABDI là hình bình hành.	0.25
	2	Vì ABDI là hình bình hành $\Rightarrow AB = DI \Rightarrow DI = DC$ Xét ΔAIC có H, D lần lượt là trung điểm AI, IC HS chứng minh được N là trọng tâm ΔAIC $\frac{DN}{AD} = \frac{1}{3} \quad (1)$ $\Rightarrow$	0.25
		Vì F là trọng tâm ΔABD $\frac{OF}{OA} = \frac{1}{3} \quad (2)$	0.25
		Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{OF}{OA} = \frac{DN}{AD} \left(= \frac{1}{3} \right)$	0.25
	3	Vì $\frac{OF}{OA} = \frac{DN}{AD} \left(= \frac{1}{3} \right)$ nên $NF \parallel OD$ Do $\frac{AH}{AI} = \frac{OA}{AC} \left(= \frac{1}{2} \right)$ nên $OH \parallel DC$ Xét ΔANO có: $NF \perp OA; OQ \perp AN$ $\Rightarrow K$ là trực tâm $\Delta ANO \Rightarrow AK \perp ON \quad (3)$ Gọi giao điểm của AM với ON là J Kéo dài ON cắt HD tại P HS chứng minh được tứ giác HOCD là hình bình hành $\Rightarrow M$ là trung điểm của OD $\Rightarrow P$ là trung điểm của HD	0.25
		HS chứng minh được tứ giác AODH là hình vuông $\Rightarrow \Delta AOM = \Delta ODP$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle MAO = \angle DOP$	0.25
		Mà $\angle DOP + \angle AOP = 90^\circ$ $\Rightarrow \angle MAO + \angle AOP = 90^\circ$ $\Rightarrow \angle AJO = 90^\circ$ $\Rightarrow AM \perp OP \quad (4)$	0.25
		Từ (3) và (4) $\Rightarrow A, K, M$ thẳng hàng.	
	Câu 5 (1,0 đ)	$P = x^3 + y^3 + 2x^2y^2 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) + 2x^2y^2$ $= 2x^2y^2 - 3xy + 1 = 2\left(xy - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{8}$	0.25
		Do $x+y=1$ ta chứng minh được $xy \leq \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3}{4} - xy \geq \frac{1}{2} \Rightarrow P \geq \frac{1}{2} - \frac{1}{8} \Rightarrow P \geq \frac{3}{8}$.	0.25
		Dấu đẳng thức xảy ra khi $x = y = \frac{1}{2}$	0.25

Câu 1: (2,0 điểm).

1) Rút gọn biểu thức: $A = \left(\frac{x^2}{x^2 - y^2} + \frac{y}{x - y} \right) : \frac{x^3 - y^3}{x^5 - x^4y - xy^4 + y^5}$ với $x \neq y; x \neq -y$

2) Cho $a^2(b+c) = b^2(c+a) = 2025$ với a, b, c đôi một khác nhau và khác 0.

Tính giá trị của biểu thức $c^2(a+b)$.

Câu 2: (2,0 điểm).

1) Giải phương trình: $(3x+1)(x-1)^2(3x-7)+7=0$

2) Biết rằng đa thức $f(x)$ chia cho $x-2$ dư 11, chia cho $x+2$ dư (-1) , chia cho x^2-4 được thương là $3x$ và còn dư. Tính $f(2025)+f(-2025)$.

Câu 3: (2,0 điểm).

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $y^2 + 2(x^2 + 1) = 2y(x + 1)$

2) Tìm các số tự nhiên n để $(n^2 - 8)^2 + 36$ là số nguyên tố.

Câu 4: (2,5 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$). Gọi AD là tia phân giác của góc BAC . Từ D kẻ $DM \perp AB$, $DN \perp AC$ ($M \in AB$, $N \in AC$). Gọi E là giao điểm của BN và DM , F là giao điểm của CM và DN .

1) Chứng minh tứ giác $AMDN$ là hình vuông và $EF \parallel BC$

2) Chứng minh $\triangle ANB$ đồng dạng với $\triangle NFA$.

3) Gọi P là điểm trên đoạn thẳng AN , Q là điểm trên đoạn thẳng AM sao cho $AP = MQ$. Tìm vị trí của P và Q để diện tích tứ giác $MQPN$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5: (0,5 điểm). Cho 33 điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và nằm trong tam giác đều có diện tích bằng 1. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất một tam giác

có ba đỉnh là ba điểm trong 33 điểm đã cho có diện tích nhỏ hơn $\frac{1}{16}$.

Câu 6: (1,0 điểm).

Cho hai số $a, b \neq 0$ thỏa mãn $2a^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{1}{a^2} = 4$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = ab + 2024$.

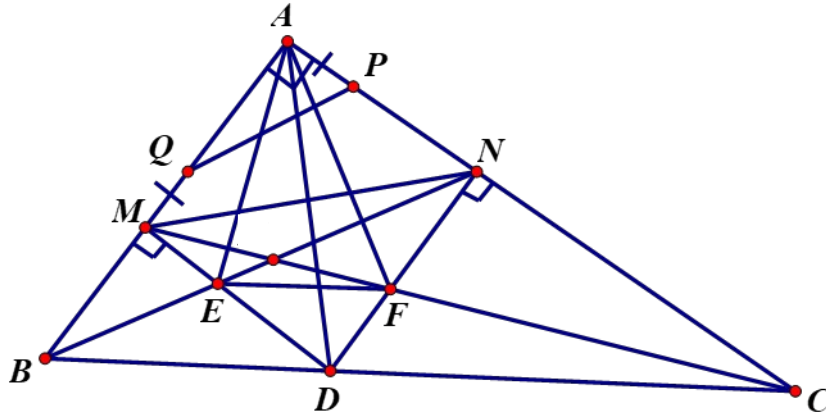
-----Hết-----

(Học sinh không được sử dụng máy tính cầm tay)

Câu	Ý	Đáp án	Điểm
1		$A = \left(\frac{x^2}{x^2 - y^2} + \frac{y}{x - y} \right) : \frac{x^3 - y^3}{x^5 - x^4y - xy^4 + y^5}$ với $x \neq y; x \neq -y$	
1		$A = \left(\frac{x^2}{x^2 - y^2} + \frac{y}{x - y} \right) : \frac{x^3 - y^3}{x^5 - x^4y - xy^4 + y^5}$ $= \left[\frac{x^2}{(x - y)(x + y)} + \frac{y}{x - y} \right] \cdot \frac{(x^5 - x^4y) - (xy^4 - y^5)}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}$ $= \left[\frac{x^2}{(x - y)(x + y)} + \frac{y(x + y)}{(x - y)(x + y)} \right] \cdot \frac{x^4(x - y) - y^4(x - y)}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}$ $= \frac{x^2 + xy + y^2}{(x - y)(x + y)} \cdot \frac{(x^4 - y^4)(x - y)}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}$	0.25
		$= \frac{x^2 + xy + y^2}{(x - y)(x + y)} \cdot \frac{(x^2 + y^2)(x - y)^2}{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}$	0.25
		$= x^2 + y^2$	0.25
		$A = x^2 + y^2 \text{ với } x \neq y; x \neq -y$	0.25
2	Ta có	$a^2(b + c) = b^2(c + a)$ $a^2b + a^2c - b^2c - ab^2 = 0$ $ab(a - b) + c(a - b)(a + b) = 0$ $(a - b)(ab + bc + ca) = 0$ <p>Mà $a - b \neq 0$, suy ra:</p> $ab + bc + ca = 0$ $bc = -a(b + c)$ $-abc = a^2(b + c) = 2025 \text{ (1)}$	0.25
			0.25

		$ab + bc + ca = 0$ $ab = -c(a + b)$ $-abc = c^2(a + b). (2)$ Từ (1) và (2) ta được $c^2(a + b) = 2025$.	0.25 0.25
2	1	$(3x + 1)(x - 1)^2(3x - 7) + 7 = 0$ Nhân 2 vế của phương trình với 9 ta được $(3x + 1)(3x - 3)^2(3x - 7) + 63 = 0$ $(9x^2 - 18x - 7)(9x^2 - 18x + 9) + 63 = 0$ Đặt $y = 9x^2 - 18x - 7$ ta được $y(y + 16) + 63 = 0$ $y^2 + 16y + 63 = 0$ $(y + 7)(y + 9) = 0$ $y = -7$ hoặc $y = -9$ Trường hợp 1 : $y = -7$ $9x^2 - 18x - 7 = -7$ $9x^2 - 18x = 0$ $x = 0$ hoặc $x = 2$ Trường hợp 2: $y = -9$ $9x^2 - 18x - 7 = -9$ $9(x - 1)^2 = 7$ $x = \frac{3 + \sqrt{7}}{3}$ hoặc $x = \frac{3 - \sqrt{7}}{3}$ Vậy nghiệm của phương trình đã cho là: $x = 0; x = 2; x = \frac{3 + \sqrt{7}}{3}; x = \frac{3 - \sqrt{7}}{3}$	0.25 0.25 0.25
	2	$f(x)$ chia cho $x - 2$ dư 11 suy ra $f(x) = (x - 2).P(x) + 11$ suy ra $f(2) = 11$	

		<p>$f(x)$ chia cho $x+2$ dư -1 suy ra $f(x) = (x+2).Q(x) - 1$ suy ra $f(-2) = -1$</p> <p>$f(x)$ chia cho $x^2 - 4$ được thương là $3x$ và còn dư suy ra $f(x) = (x^2 - 4).3x + ax + b$ (1)</p> <p>Từ (1) suy ra $f(2) = 2a + b$, $f(-2) = -2a + b$</p> <p>suy ra $\begin{cases} 2a + b = 11 \\ -2a + b = -1 \end{cases}$</p> <p>tìm được $a = 3$, $b = 5$</p> <p>Suy ra $f(x) = (x^2 - 4).3x + 3x + 5 = 3x^3 - 9x + 5$</p> <p>$f(2025) + f(-2025) = 3.2025^3 - 9.2025 + 5 + 3.(-2025)^3 - 9.(-2025) + 5$</p> <p>Suy ra $f(2025) + f(-2025) = 10$</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
3	1	<p>$y^2 + 2(x^2 + 1) = 2y(x + 1)$ $y^2 - 2y(x + 1) + 2(x^2 + 1) = 0$ $[y^2 - 2y(x + 1) + (x + 1)^2] + (x^2 - 2x + 1) = 0$ $(y - x - 1)^2 + (x - 1)^2 = 0$ $\begin{cases} y - x - 1 = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ Vậy $(x; y) = (1; 2)$</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
	2	<p>Ta có: $(n^2 - 8)^2 + 36 = n^4 - 16n^2 + 64 + 36 = n^4 - 16n^2 + 100$ $= n^4 + 20n^2 + 100 - 36n^2 = (n^2 + 10)^2 - 36n^2$ $= (n^2 + 10 + 6n)(n^2 + 10 - 6n)$ Vì $n \in \mathbb{N}$ nên $n^2 + 6n + 10 \geq n^2 - 6n + 10$ để $(n^2 - 8)^2 + 36$ là số nguyên tố thì $n^2 + 6n + 10 = 1$ hoặc $n^2 - 6n + 10 = 1$ Mà $n^2 + 6n + 10 > n^2 - 6n + 10$ nên $n^2 - 6n + 10 = 1$</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p>

		$n^2 - 6n + 9 = 0$ $(n - 3)^2 = 0$ $n = 3$ <p>Với $n = 3 \Rightarrow (n^2 - 8)^2 + 36 = (3^2 - 8)^2 + 36 = 37$ là số nguyên tố</p> <p>Vậy với $n = 3$ thì $(n^2 - 8)^2 + 36$ là số nguyên tố</p>	0.25
			0.25
4			
1	<p>* Chứng minh tứ giác AMDN là hình vuông Xét tứ giác $AMDN$ có: $\angle AMD = 90^\circ; \angle AND = 90^\circ; \angle MAN = 90^\circ$ Suy ra tứ giác $AMDN$ là hình chữ nhật</p> <p>Hình chữ nhật $AMDN$ có AD là phân giác của $\angle MAN$ nên tứ giác $AMDN$ là hình vuông.</p> <p>* Chứng minh $EF \parallel BC$. Vì $ND \parallel AB$ hay $DF \parallel MB$ áp dụng định lí Thalès ta có:</p> $\frac{FM}{FC} = \frac{DB}{DC} \quad (1)$ <p>Vì $MD \parallel AC$ áp dụng định lí Thalès ta có:</p> $\frac{DB}{DC} = \frac{MB}{MA} \quad (2)$ <p>Tứ giác $AMDN$ là hình vuông nên</p> $AM = DN \Rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{MB}{DN} \quad (3)$ <p>Chứng minh $\triangle DNE$ đồng dạng với $\triangle MBE$ ta có</p> $\frac{MB}{DN} = \frac{EM}{ED} \quad (4)$ <p>Từ (1), (2), (3), (4) suy ra</p> $\frac{EM}{ED} = \frac{FM}{FC} \Rightarrow EF \parallel DC$ <p>Hay $EF \parallel BC$</p>	0.25	
			0.25

	2	<p>* Chứng minh $\triangle ANB \sim \triangle NFA$</p> <p>Vì AMDN là hình vuông nên $AN = DN$ suy ra</p> $\frac{AN}{AB} = \frac{DN}{AB} \quad (5)$ <p>Vì $DN \parallel AB$ áp dụng hệ quả của định lý Thalès ta có</p> $\frac{DN}{AB} = \frac{CN}{CA} \quad (6) \quad \text{và} \quad \frac{FN}{AM} = \frac{CN}{CA} \quad (7)$ <p>Mà AMDN là hình vuông nên $AM = AN$ suy ra</p> $\frac{FN}{AM} = \frac{FN}{AN} \quad (8)$ <p>Từ (5) (6) (7) (8) suy ra $\frac{AN}{AB} = \frac{FN}{AN}$ nên $\triangle ANB \sim \triangle NFA$</p>	0.25
			0.25
			0.25
			0.25
	3	<p>Vì $AN = AM$; $PN = AQ \Rightarrow AP = MQ$. Ta có :</p> $S_{APQ} = \frac{1}{2} AP \cdot AQ = \frac{1}{2} QM \cdot AQ = \frac{1}{2} AQ (AM - AQ) = -\frac{1}{2} (AQ^2 - AQ \cdot AM)$ $= -\frac{1}{2} (AQ^2 - 2AQ \cdot \frac{AM}{2} + \frac{AM^2}{4}) + \frac{AM^2}{8}$ $= -\frac{1}{2} (AQ - \frac{AM}{2})^2 + \frac{AM^2}{8} \leq \frac{AM^2}{8}$ <p>Suy ra:</p> $S_{PQMN} = S_{AMN} - S_{APQ} \geq \frac{1}{2} AM^2 - \frac{1}{8} AM^2 = \frac{3}{8} AM^2$ <p>dấu “=” xảy ra khi $AQ = \frac{AM}{2}$.</p> <p>Vậy diện tích tứ giác PQMN có giá trị nhỏ nhất là $\frac{3}{8} AM^2$ khi Q là trung điểm của AM; P là trung điểm của AN.</p>	0.25
			0.25
5		<p>Hs chỉ ra được cách chia tam giác đều ban đầu thành 16 tam giác đều bằng nhau không có điểm chung trong.</p> <p>Vì 33 điểm nằm trong tam giác đều ban đầu nên theo nguyên lý Dirichlet tồn tại ít nhất 3 điểm trong 33 điểm đã cho nằm trong 1 tam giác trong 16 tam giác trên</p> <p>Do trong 33 điểm không có ba điểm nào thẳng hàng nên tam giác tạo bởi 3 điểm nói trên nằm trọn trong 1 tam giác trong 16 tam giác trên.</p> <p>Mà diện tích của một tam giác trong 16 tam giác trên là $\frac{1}{16}$</p> <p>Vậy diện tích tam giác tạo bởi ba điểm nói trên có diện tích nhỏ hơn $\frac{1}{16}$</p>	0.25
			0.25

6	<p>Ta có:</p> $4 = a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 + a^2 + \frac{b^2}{4} - ab + ab + 2$ $= \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + \left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + ab + 2 \geq ab + 2 \text{ suy ra } ab \leq 2 \text{ suy ra } Q \leq 2026$ <p>khi $\begin{cases} a - \frac{1}{a} = 0 \\ a - \frac{b}{2} = 0 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} a = -1; b = -2 \\ a = 1; b = 2 \end{cases}$</p> <p>Dấu “=” xảy ra</p>	0.5
	<p>Ta lại có:</p> $4 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 - ab + 2 \geq -ab + 2 \Rightarrow ab \geq -2$ $\Rightarrow Q \geq 2022$ <p>Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a - \frac{1}{a} = 0 \\ a + \frac{b}{2} = 0 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} a = 1; b = -2 \\ a = -1; b = 2 \end{cases}$</p> <p>Vậy GTLN của Q là 2026 khi $a = -1; b = -2$ hoặc $a = 1; b = 2$</p> <p>GTNN của Q là 2022 khi $a = 1; b = -2$ hoặc $a = -1; b = 2$</p>	0.25 0.25

Lưu ý: Học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa

PHÒNG GD&ĐT

KÌ THI KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN LỚP 8

ĐỀ THI CHÍNH

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút

Bài 1.(5 điểm)

Cho x, y là hai số thay đổi thỏa mãn điều kiện $x > 0$, $y < 0$ và $x + y = 1$.

a) Rút gọn biểu thức
$$A = \frac{y-x}{xy} : \left[\frac{y^2}{(x-y)^2} - \frac{2x^2y}{(x^2-y^2)^2} + \frac{x^2}{y^2-x^2} \right]$$

b) Chứng minh rằng: $A < -4$.

Bài 2. (2 điểm)

Cho ba số x, y, z thỏa mãn điều kiện:

$$4x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4xy - 4xz + 2yz - 6y - 10z + 34 = 0,$$

Tính giá trị của biểu thức $T = (x-4)^{2014} + (y-4)^{2014} + (z-4)^{2014}$.

Bài 3.(2 điểm)

Cho số nguyên tố $p > 3$. Biết rằng có số tự nhiên n sao cho trong cách viết thập phân của số p^n có đúng 20 chữ số. Chứng minh rằng trong 20 chữ số này có ít nhất 3 chữ số giống nhau.

Bài 4.(8 điểm)

Cho hình vuông ABCD cạnh a và điểm N trên cạnh AB . Cho biết tia CN cắt tia DA tại E , tia Cx vuông góc với tia CE cắt tia AB tại F . Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng EF .

- Chứng minh $CE = CF$;
- Chứng minh B, D, M thẳng hàng;
- Chứng minh $\triangle EAC$ đồng dạng với $\triangle MBC$;
- Xác định vị trí điểm N trên cạnh AB sao cho tứ giác $ACFE$ có diện tích gấp 3 lần diện tích hình vuông $ABCD$.

Bài 5. (3 điểm)

- Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $3^x - y^3 = 1$
- Cho ba số a, b, c thỏa mãn điều kiện $0 \leq a, b, c \leq 2$ và $a + b + c = 3$
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$.

----- Hết -----

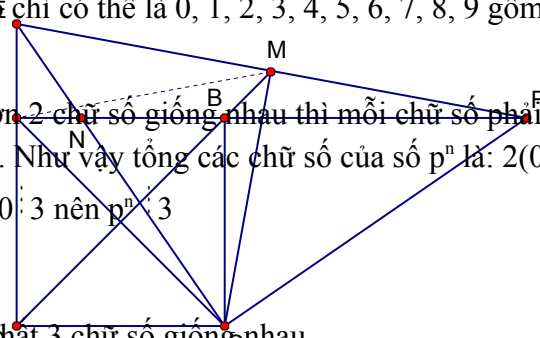
(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM

Bài	Nội dung	Biểu điểm
Bài 1	<p>a) Với $x + y = 1$, biến đổi và thu gọn A.</p> $A = \frac{y-x}{xy} : \left[\frac{y^2}{(x-y)^2} - \frac{2x^2y}{(x^2-y^2)^2} + \frac{x^2}{y^2-x^2} \right]$ $= \frac{y-x}{xy} : \frac{y^2(x+y)^2 - 2x^2y - x^2(x^2-y^2)}{(x-y)^2(x+y)^2}$	3(điểm)

	$= \frac{y-x}{xy} \cdot \frac{y^2 \cdot 1 - 2x^2 y - x^2(x-y)}{(x-y)^2 \cdot 1}$ $= \frac{y-x}{xy} \cdot \frac{y^2 - x^2(x+y)}{(x-y)^2} = \frac{y-x}{xy} \cdot \frac{y^2 - x^2}{(x-y)^2} = \frac{(y-x)(x-y)^2}{xy(y^2 - x^2)} = \frac{(x-y)^2}{xy}$	
	<p>b) $A + 4 = \frac{(x-y)^2}{xy} + 4 = \frac{(x+y)^2}{xy} = \frac{1}{xy} < 0$ (vì $x > 0$; $y < 0$ và $x + y = 1$)</p> <p>Suy ra $A < -4$.</p>	2(điểm)
Bài 2	$4x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4xy - 4xz + 2yz - 6y - 10z + 34 = 0$ $\Leftrightarrow [4x^2 - 4x(y+z) + (y+z)^2] + (y^2 + z^2 - 6y - 10z + 34) = 0$ $\Leftrightarrow (2x - y - z)^2 + (y - 3)^2 + (z - 5)^2 = 0$ <p>...</p> $\Leftrightarrow y = 3; z = 5; x = 4$ <p>Khi đó $T = (4 - 4)^{2014} + (3 - 4)^{2014} + (5 - 4)^{2014} = 2$.</p>	2(điểm)
Bài 3	<p>Do p là số nguyên tố và $p > 3$ nên p không chia hết cho 3. (*)</p> <p>p^n có 20 chữ số. Các chữ số chỉ có thể là 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 gồm 10 chữ số đôi một khác nhau.</p> <p>Nếu không có quá nhiều hơn 2 chữ số giống nhau thì mỗi chữ số phải có mặt đúng 2 lần trong cách viết số p^n. Như vậy tổng các chữ số của số p^n là: $2(0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) = 90$. Vì $90 \div 3 = 30$ nên $p^n \div 3$.</p> <p>Điều này mâu thuẫn (*).</p> <p>Vậy trong số p^n phải có ít nhất 3 chữ số giống nhau.</p> 	2(điểm)
Bài 4	<p>a) Chứng minh được</p> $\triangle CDE = \triangle CBF \text{ (g.c.g)}$ $\Rightarrow CE = CF.$	2(điểm)
	<p>b) Chỉ ra $AM = MC = \frac{1}{2} EF \Rightarrow M$ thuộc đường trung trực BD của đoạn AC. Vậy B, D, M thẳng hàng.</p>	2(điểm)
	<p>c) Chỉ ra $\angle ACE = \angle BCM \Rightarrow \triangle EAC \sim \triangle MBC$ (g.g).</p>	2(điểm)

	<p>Chỉ ra $\angle CAE = \angle CBM$</p>	
	<p>d) Đặt $BN = x \Rightarrow AN = a - x$.</p> <p>*) Tính $S_{AEFC} = S_{ACE} + S_{ECF} = \frac{1}{2}DC \cdot AE + \frac{1}{2}CE^2$</p> <p>- Tính AE: Lý luận để có</p> $\frac{AE}{ED} = \frac{AN}{DC} \Leftrightarrow \frac{AE}{AE+AD} = \frac{AN}{DC} \Leftrightarrow \frac{AE}{AE+a} = \frac{a-x}{a} \Leftrightarrow AE \cdot a = AE(a-x) + a(a-x)$ $\Leftrightarrow AE = \frac{a(a-x)}{x}$ <p>- Tính CE^2: Lý luận để có $CE^2 = CD^2 + DE^2 = a^2 + (a + AE)^2$</p> $\Rightarrow CE^2 = a^2 + \left(a + \frac{a(a-x)}{x}\right)^2 = a^2 + \frac{a^4}{x^2}$ $\text{Do đó } S_{AEFC} = \frac{a^3(a+x)}{2x^2}$ <p>*) Tính $S_{ABCD} = a^2$.</p> <p>Lý luận với $S_{AEFC} = 3S_{ABCD}$ để có</p> $6x^2 - ax - a^2 = 0 \Leftrightarrow (2x - a)(3x + a) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{a}{2} \quad (\text{vì } a, x > 0).$ <p>KL: N là trung điểm của AB thì $S_{AEFC} = 3S_{ABCD}$.</p>	2(điểm)
Bài 5	<p>a) $3^x - y^3 = 1 \Leftrightarrow 3^x = y^3 + 1 \quad (1)$</p> <p>- Dễ thấy $x = y = 0$ là một nghiệm của (1).</p> $- \text{ Nếu } x < 0 \text{ thì } 3^x = \frac{1}{3^n} \quad (n \text{ nguyên dương, } n = -x)$ <p>suy ra $0 < 3^x < 1$. Mà $y^3 + 1$ là số nguyên, suy ra (1) không có nghiệm nguyên.</p> <p>- Nếu $x > 0$ thì $3^x \vdots 3$</p> $(1) \Leftrightarrow 3^x = (y+1)^3 - 3y(y+1) \Rightarrow (y+1)^3 \vdots 3 \text{ nên } y+1 \vdots 3$ <p>Đặt $y+1 = 3k$ (k nguyên), suy ra $y = 3k - 1$. Thay vào (1) ta được: $3^x = (3k-1)^3 + 1 = 9k(3k^2 - 3k + 1)$ nên $3k^2 - 3k + 1$ là ước của 3^x mà $3k^2 - 3k + 1 \not\vdots 3$ và</p> $3k^2 - 3k + 1 = 3\left(k - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} > 0$ <p>nên $3k^2 - 3k + 1 = 1 \Leftrightarrow 3k(3k - 1) = 0 \Leftrightarrow k = 0$ hoặc $k = 1$.</p> <p>Với $k = 0$ thì $y = -1$ suy ra $3^x = 0$ phương trình vô nghiệm.</p>	1.5(điểm)

	<p>Với $k = 1$ thì $y = 2$ suy ra $3^x = 9$ nên $x = 2$.</p> <p>Vậy các cặp số nguyên $(x, y) \in \{(0; 0), (2; 2)\}$.</p> <hr/> <p>b) Từ giả thiết $0 \leq a, b, c \leq 2$ suy ra $(2 - a)(2 - b)(2 - c) + abc \geq 0$</p> <p>$\Leftrightarrow 8 - 4(a + b + c) + 2(ab + bc + ca) \geq 0$</p> <p>$\Leftrightarrow 8 - 12 + 2ab + 2bc + 2ac \geq 0$ (vì $a + b + c = 3$)</p> <p>$\Leftrightarrow 2ab + 2bc + 2ac \geq 4$</p> <p>$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac \geq 4 + a^2 + b^2 + c^2$</p> <p>$\Leftrightarrow (a + b + c)^2 \geq 4 + a^2 + b^2 + c^2$</p> <p>$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 \leq 5$ (vì $a + b + c = 3$)</p> <p>Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow (a; b; c) = (0; 1; 2)$ và các hoán vị của bộ số này.</p> <p>Vậy P có GTLN nhất là 5 $\Leftrightarrow (a; b; c) = (0; 1; 2)$ và các hoán vị của bộ số này.</p>	1.5(điểm)
--	---	-----------

Chú ý: - Điểm được lấy đến 0.25.

- Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN NÔNG CỐNG**

**ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG MŨI NHỌN CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2024 - 2025**

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN 8

Thời gian: 150 phút, không kể thời gian phát đề
(Đề thi này gồm có 05 bài, 01 trang)

Ngày thi: 02/3/2025

Bài 1. (4,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{4x}{x+2} - \frac{8x^2}{x^2-4} \right) : \left(\frac{x-1}{x^2-2x} - \frac{2}{x} \right)$. Với $x \neq 0; x \neq 2; x \neq -2$.

2. Cho $a + b + c = 2024$ và $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} = \frac{1}{2024}$. Tính

$$S = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b}$$

Bài 2. (4,0 điểm)

1. Tìm $x; y; z$ biết $6\left(x - \frac{1}{y}\right) = 3\left(y - \frac{1}{z}\right) = 2\left(z - \frac{1}{x}\right) = xyz - \frac{1}{xyz}$.

2. Giải phương trình $(6x + 7)^2 (3x + 4)(x + 1) = 1$.

Bài 3. (4,0 điểm)

1. Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + xy + y^2 = 3x + y - 1$.

2. Cho 5 số nguyên $a_1; a_2; a_3; a_4; a_5$ phân biệt. Biết

$$P = (a_1 - a_2)(a_1 - a_3)(a_1 - a_4)(a_1 - a_5)(a_2 - a_3)(a_2 - a_4)(a_2 - a_5)(a_3 - a_4)(a_3 - a_5)(a_4 - a_5)$$

Chứng minh rằng $P:288$

Bài 4. (6,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC . Các đường cao AD ; BE và CF cắt nhau tại H . Từ B kẻ đường thẳng vuông góc với AB , từ C kẻ đường thẳng vuông góc với AC . Hai đường thẳng này cắt nhau tại K .

1. Chứng minh tứ giác $BHCK$ là hình bình hành và $\triangle DBH$ đồng dạng với $\triangle DAC$.

2. Chứng minh $\angle BAD = \angle AK$ và $AK \perp EF$.

3. Đặt $x = \frac{AD}{BD}$; $y = \frac{BE}{CE}$; $z = \frac{CF}{AF}$. Tìm điều kiện của tam giác ABC để $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \sqrt{3}$.

Bài 5 (2,0 điểm)

Cho a, b, c là các số thực dương và $a + b + c \geq 2024$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \frac{a^3}{a^2 + bc} + \frac{b^3}{b^2 + ca} + \frac{c^3}{c^2 + ab}$$

----- Hết -----

Họ tên thí sinh: Số báo danh:

Giám thị số 1: Giám thị số 2:

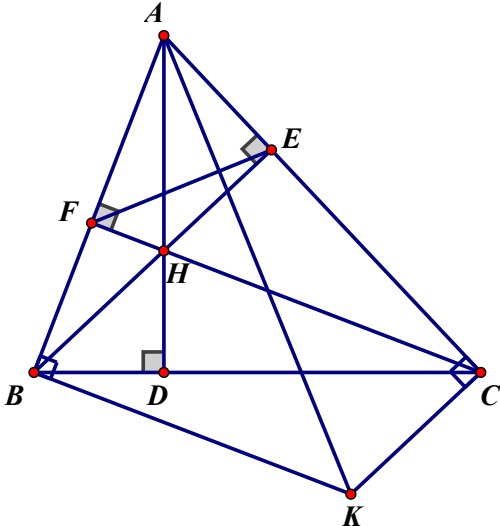
Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG
HUYỆN NÔNG CỐNG MŨI NHỌN CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2024 - 2025
MÔN: TOÁN 8**

BÀI	Ý	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
1	1	<p>a) Với $x \neq 0; x \neq 2; x \neq -2$, ta có:</p> $A = \left(\frac{4x(x-2) - 8x^2}{(x-2)(x+2)} \right) : \left(\frac{x-1-2(x-2)}{x(x-2)} \right) = \frac{-8x-4x^2}{(x-2)(x+2)} : \frac{3-x}{x(x-2)}$ $= \frac{-4x(x+2)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x(x-2)}{3-x} = \frac{4x^2}{x-3}$	<p>1.0</p> <p>1.0</p>

BÀI	Ý	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
	2	<p>Ta có: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} = \frac{1}{2024}$</p> <p>$a+b+c = 2024 \Rightarrow a = 2024 - (b+c);$</p> <p>$b = 2024 - (a+c); c = 2024 - (a+b)$</p> <p>Do đó:</p> $S = \frac{2024 - (b+c)}{b+c} + \frac{2024 - (a+c)}{a+c} + \frac{2024 - (a+b)}{a+b}$ $= \frac{2024}{b+c} - 1 + \frac{2024}{a+c} - 1 + \frac{2024}{a+b} - 1$ $= 2024 \cdot \left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+b} \right) - 3$ $= 2024 \cdot \frac{1}{2024} - 3 = 1 - 3 = -2$ <p>Vậy $S = -2$</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
2	1	<p>Ta có:</p> $6\left(x - \frac{1}{y}\right) = 3\left(y - \frac{1}{z}\right) = 2\left(z - \frac{1}{x}\right) = xyz - \frac{1}{xyz}$ $\Leftrightarrow 6\left(x - \frac{1}{y}\right) \cdot 3\left(y - \frac{1}{z}\right) \cdot 2\left(z - \frac{1}{x}\right) = \left(xyz - \frac{1}{xyz}\right)^3$ $\Leftrightarrow 36\left(x - \frac{1}{y}\right)\left(y - \frac{1}{z}\right)\left(z - \frac{1}{x}\right) = \left(xyz - \frac{1}{xyz}\right)^3$ $\Leftrightarrow 36\left(xyz - \frac{1}{xyz} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - x - y - z\right) = \left(xyz - \frac{1}{xyz}\right)^3 \quad (1)$ <p>Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:</p> $6\left(x - \frac{1}{y}\right) = 3\left(y - \frac{1}{z}\right) = 2\left(z - \frac{1}{x}\right) = \frac{x - \frac{1}{y} + y - \frac{1}{z} + z - \frac{1}{x}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}}$ $\Rightarrow x + y + z - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = xyz - \frac{1}{xyz} \quad (2)$ <p>Thay (2) vào (1) ta được:</p> $36\left[\left(x + y + z - \frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{z}\right) + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} - x - y - z\right] = \left(xyz - \frac{1}{xyz}\right)^3$ $\Leftrightarrow xyz = \frac{1}{xyz} \Leftrightarrow (xyz)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} xyz = 1 \\ xyz = -1 \end{cases}$ <p>TH1: $xyz=1$ vào đề bài ta có:</p>	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>

BÀI	Ý	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
		$6\left(x - \frac{1}{y}\right) = 3\left(y - \frac{1}{z}\right) = 2\left(z - \frac{1}{x}\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{y} = 0 \\ y - \frac{1}{z} = 0 \\ z - \frac{1}{x} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ y = z \\ z = x \end{cases} \Rightarrow x = y = z = 1$	
	2	<p>TH2 : $xyz = -1$</p> $6\left(x - \frac{1}{y}\right) = 3\left(y - \frac{1}{z}\right) = 2\left(z - \frac{1}{x}\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{y} = 0 \\ y - \frac{1}{z} = 0 \\ y - \frac{1}{z} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ y = z \\ z = x \end{cases} \Rightarrow x = y = z = -1$ <p>Vậy $x = y = z = 1$ hoặc $x = y = z = -1$</p>	0.25
		Biến đổi phương trình thành $(36x^2 + 84x + 49)(36x^2 + 84x + 48) = 12$	0.5
		Đặt $t = 36x^2 + 84x + 48$ thì phương trình trên thành $t(t+1) = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -4 \end{cases}$	0.5
		Với $t = 3$ thì $36x^2 + 84x + 48 = 3 \Leftrightarrow 36x^2 + 84x + 45 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$ hoặc $x = -\frac{5}{6}$	0.5
		Với $t = -4$ thì $36x^2 + 84x + 48 = -4 \Leftrightarrow 36x^2 + 84x + 52 = 0$, phương trình này vô nghiệm.	0.25
		Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{-\frac{5}{6}; -\frac{3}{2}\right\}$	0,25
3		1. Ta có : $x^2 + xy + y^2 = 3x + y - 1 \Leftrightarrow 2x^2 + 2xy + 2y^2 = 6x + 2y - 2$ $\Leftrightarrow (x+y)^2 + (x-3)^2 + (y-1)^2 = 8$	0.5
		mà $8 = 0^2 + 2^2 + 2^2$ nên khi đó ta có : $(x+y)^2 + (x-3)^2 + (y-1)^2 = 0^2 + 2^2 + 2^2$	0.5
	1	Trường hợp 1: $x+y=0$ hay $x=-y$ phương trình đã cho trở thành $(-y-3)^2 + (y-1)^2 = 8 \Rightarrow 2(y+1)^2 = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow (x; y) = (1; -1)$	0.25
		+ Trường hợp 2: $x-3=0$ hay $x=3$ phương trình đã cho trở thành $(y+3)^2 + (y-1)^2 = 8 \Leftrightarrow 2(y+1)^2 = 0 \Leftrightarrow y = -1 \Rightarrow (x; y) = (3; -1)$	0.25
		+ Trường hợp 3: $y-1=0$ hay $y=1$ Phương trình đã cho trở thành $(x+1)^2 + (x-3)^2 = 8 \Leftrightarrow 2(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow (x; y) = (1; 1)$	0.25
		Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm nguyên là $(x; y) \in \{(1; -1); (3; -1); (1; 1)\}$	0.25
	2	Ta có $288 = 3^2 \cdot 2^5$ mà $\text{ƯCLN}(3, 5) = 1$. Ta cần chứng minh $P: 3^2, P: 2^5$	0.25

BÀI	Ý	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
		<p>Chứng minh $P:3^2$ Xét 4 số $a_1, a_2, a_3, a_4, :$ Ta thấy tồn tại hai số có cùng số dư khi chia cho 3, giả sử a_1 và a_2 $\Rightarrow (a_1 - a_2):3$ Lại xét a_2, a_3, a_4, a_5 trong 4 số này lại tồn tại 2 số có cùng số dư khi chia cho 3, giả sử a_4 và a_5 $\Rightarrow (a_4 - a_5):3$ Do vậy $P:9$ (1)</p>	0.75
		<p>Chứng minh $P:2^5$ Trong 5 số đã cho có: + Cả 5 số đều chẵn hoặc đều lẻ thì tất cả các nhân tử của P đều là số chẵn nên $P:2^5$ + Có 1 số lẻ và 4 số chẵn thì P có ít nhất 6 nhân tử là số chẵn nên $P:2^5$ + Có 2 số lẻ và 3 số chẵn, chẳng hạn là : $a_1 = 2k_1, a_2 = 2k_2, a_3 = 2k_3,$ $a_4 = 2k_4 + 1, a_5 = 2k_5 + 1$ Khi đó: $P = 16(k_1 - k_2)(k_1 - k_3)(k_2 - k_3)(k_4 - k_5).M$ Trong đó 3 số k_1, k_2, k_3 có 2 số cùng tính chẵn lẻ, chẳng hạn k_1 và k_2, thì $(k_1 - k_2):2$. Vậy $P:32$ + Có 3 số lẻ và 2 số chẵn thì chứng minh tương tự ta cũng có $P:32$ Vậy trong mọi trường hợp ta đều có $P:32$ (2)</p>	0.75
		<p>Từ (1), (2) và $UCLN(9, 32) = 1$ suy ra $P:9, 32$ hay $P:288$ (đpcm).</p>	0.25
4	1	 <p>Chứng minh được $BK \parallel CH; BH \parallel CK \Rightarrow BHCK$ là hình bình hành. Chứng minh : $\angle DBH = \angle DAC$ từ đó suy ra $\triangle DBH \sim \triangle DAC$</p>	1.0 1.0

BÀI	Ý	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
	2	<p>Từ câu a suy ra: $BH = CK, \frac{BH}{AC} = \frac{BD}{DA} \Rightarrow \frac{CK}{AC} = \frac{BD}{DA} \Rightarrow \Delta DAB \sim \Delta CAK (c.g.c)$ $\Rightarrow \angle DAB = \angle CAK$ (1)</p>	0.75
		<p>Chứng minh: $\Delta AEB \sim \Delta AFC (g.g) \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow \Delta AEF \sim \Delta ABC (c.g.c)$ $\Rightarrow \angle AEF = \angle ABC$ (2)</p>	0.75
		<p>Chứng minh: $\angle DAB + \angle ABC = 90^\circ$ (3)</p>	0.25
		<p>Từ (1); (2); (3) $\Rightarrow \angle CAK + \angle AEF = 90^\circ \Rightarrow AK \perp EF$ (đpcm)</p>	0.25
3		<p>Ta có: $\frac{1}{xy} = \frac{BD}{AD} \cdot \frac{CE}{BE}$ mà $\frac{BD}{AD} = \frac{BH}{AC}$ (Do $\Delta DBH \sim \Delta DAC$) $\Rightarrow \frac{1}{xy} = \frac{BH \cdot CE}{AC \cdot BE} = \frac{S_{BHC}}{S_{ABC}}$ (4)</p>	0.5
		<p>Hoàn toàn tương tự: $\Rightarrow \frac{1}{yz} = \frac{S_{CAH}}{S_{ABC}}; \Rightarrow \frac{1}{zx} = \frac{S_{AHB}}{S_{ABC}}$ (5)</p>	0.5
		<p>$\Rightarrow \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 1$</p>	0.5
		<p>Từ (4) và (5)</p>	0.5
		<p>Chứng minh và áp dụng BĐT quen thuộc: $(a+b+c)^2 \geq 3(ab+bc+ca)$ $\Rightarrow \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)^2 \geq 3\left(\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}\right) = 3 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \sqrt{3}$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z \Leftrightarrow \Delta ABC$ đều.</p>	0.5
5		<p>Ta có: $M = \frac{a^3}{a^2+bc} + \frac{b^3}{b^2+ca} + \frac{c^3}{c^2+ab}$ $= \frac{a^3+abc}{a^2+bc} + \frac{b^3+abc}{b^2+ca} + \frac{c^3+abc}{c^2+ab} - abc\left(\frac{1}{a^2+bc} + \frac{1}{b^2+ca} + \frac{1}{c^2+ab}\right)$ $= a+b+c - abc\left(\frac{1}{a^2+bc} + \frac{1}{b^2+ca} + \frac{1}{c^2+ab}\right)$</p> <p>Lại có $a^2+bc \geq 2a\sqrt{bc}; b^2+ca \geq 2b\sqrt{ca}; c^2+ab \geq 2c\sqrt{ab}$</p> <p>Đặt $A = \left(\frac{1}{a^2+bc} + \frac{1}{b^2+ca} + \frac{1}{c^2+ab}\right) \leq \frac{1}{2a\sqrt{bc}} + \frac{1}{2b\sqrt{ca}} + \frac{1}{2c\sqrt{ab}}$ $= \frac{\sqrt{bc} + \sqrt{ca} + \sqrt{ab}}{2abc} \leq \frac{a+b+c}{2abc}$</p> <p>Do đó $M \geq \frac{a+b+c}{2} \geq \frac{2024}{2} = 1012$</p> <p>Dấu bằng xảy ra khi</p>	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25

BÀI	Ý	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
		$\begin{cases} a^2 = bc \\ b^2 = ca \\ c^2 = ab \\ a + b + c = 2024 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{c}{a} \\ \frac{b}{c} = \frac{a}{b} \\ \frac{c}{a} = \frac{b}{c} \\ a + b + c = 2024 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{2024}{3}$ <p>Vậy với a, b, c là các số thực dương và $a + b + c \geq 2024$.</p>	0.25

Họ và tên GV: Nguyễn Văn Tổ

SĐT Zalo: 0915678045

Tên Zalo: Nguyễn Văn Tổ

Email: nguyenvanto0703@gmail.com

PHÒNG GD & ĐÀO TẠO
HUYỆN VŨ THƯ
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
Môn: TOÁN 8
Năm học: 2024-2025
(Thời gian làm bài: 120 phút)

Câu 1: (4,0 điểm)

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $A = x^4 + x^2 + 1$

2. Cho a, b, c là ba số thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$

$$B = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} - \frac{2025c+2025a}{b}$$

Tính giá trị của biểu thức:

Câu 2: (3,0 điểm)

$$P = \frac{x-2y}{2-2x^2-y^2} + \frac{x-y}{2y-x} + \frac{x^2+y^2+y-2}{2y^2+xy-x^2} \quad (\text{với}$$

Cho biểu thức:
 $x^2 - y, x^2 - 2y, y = 2 - 2x^2$)

1. Rút gọn P.

2. Tính giá trị của P khi x, y thỏa mãn: $2x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$

3. Cho $y = 0$ và $x^3 \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = P + x$.

Câu 3: (4,0 điểm)

1. Cho đa thức $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ biết đa thức $P(x)$ chia cho: $x-1, x-2, x-3$ đều dư là 66 và $P(-1) = -66$. Tìm đa thức $P(x)$.

2. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + x + 10 = y^2$

Câu 4: (4,0 điểm)

Cho tam giác MBC vuông tại M , kẻ MD vuông góc với BC tại D . Trên đoạn thẳng MD lấy điểm H ($H \neq M$ và D). Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với tia

BH tại E , qua B vẽ đường thẳng vuông góc với tia CH tại F . Gọi A là giao điểm của CE và BF .

1. Chứng minh: $AE.AC = AE.AB$ và ba điểm A, M, D thẳng hàng.
2. Trên tia đối của tia FC lấy điểm K sao cho $BK = BM$ chứng minh $\angle BKA = 90^\circ$
3. Giả sử $\angle BAC = 45^\circ$. Chứng minh $S_{AEF} = S_{BCEF}$ ($S_{AEF}; S_{BCEF}$ lần lượt là ký hiệu diện tích của tam giác AEF và tứ giác $BCEF$).

Câu 5: (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , hai đường phân giác trong của tam giác là BD, CE

cắt nhau tại O . Chứng minh: $\frac{BD^2}{BO^2} + \frac{CE^2}{CO^2} = 4$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

Câu 3: (1,0 điểm).

Trong một khu rừng hình vuông cạnh có độ dài 1000 mét, người ta trồng tất cả 4500 cây cổ thụ. Biết rằng cây to nhất có đường kính gốc là 0,5 mét. Chứng minh rằng trong khu rừng đó có ít nhất 60 mảnh đất có diện tích $200m^2$ không có cây cổ thụ nào?

❗ HẾT ❗

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: (4,0 điểm)

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $A = x^4 + x^2 + 1$
2. Cho a, b, c là ba số thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$

Tính giá trị của biểu thức: $B = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} - \frac{2025c+2025a}{b}$

Lời giải

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $A = x^4 + x^2 + 1$

$$\begin{aligned} A &= x^4 + x^2 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 \\ &= (x^2 + 1)^2 - x^2 = (x^2 + 1 - x)(x^2 + 1 + x) \end{aligned}$$

2. Cho a, b, c là ba số thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$.

Tính giá trị của biểu thức: $B = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} - \frac{2025c+2025a}{b}$.

Biến đổi $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ về dạng

$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca = 0$$

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$$

Suy ra $a = b = c$

$$B = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} - \frac{2025(c+a)}{b}$$

Từ đó tính:

$$\text{Và thay vào tính } B = -4046$$

$$\text{Vậy } B = -4046$$

Câu 2: (3,0 điểm)

Cho biểu thức:

$$P = \frac{x-2y}{2-2x^2-y} \cdot \frac{x-y}{2y-x} + \frac{x^2+y^2+y-2}{2y^2+xy-x^2} \quad (\text{với } x^2 - y, x^2 - 2y, y = 2 - 2x^2)$$

1. Rút gọn P.

2. Tính giá trị của P khi x, y thỏa mãn: $2x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$

3. Cho $y = 0$ và $x^3 \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = P + x$.

Lời giải

$$P = \frac{x-2y}{2-2x^2-y} \cdot \frac{x-y}{2y-x} + \frac{x^2+y^2+y-2}{2y^2+xy-x^2}$$

$$\text{Với } x^2 - y, x^2 - 2y, y = 2 - 2x^2$$

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{x-2y}{2-2x^2-y} \cdot \frac{x-y}{2y-x} + \frac{x^2+y^2+y-2}{(2y-x)(x+y)} \\ &= \frac{x-2y}{2-2x^2-y} \cdot \frac{(x-y)(x+y)}{(2y-x)(x+y)} + \frac{x^2+y^2+y-2}{(2y-x)(x+y)} \\ &= \frac{x-2y}{2-2x^2-y} \cdot \frac{x^2-y^2+x^2+y^2+y-2}{(2y-x)(x+y)} \\ &= \frac{x-2y}{2-2x^2-y} \cdot \frac{2x^2+y-2}{(2y-x)(x+y)} \\ &= \frac{2y-x}{2x^2+y-2} \times \frac{2x^2+y-2}{(2y-x)(x+y)} \\ &= \frac{1}{x+y} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{1}{x+y}$$

2. Tính giá trị của P khi x, y thỏa mãn: $2x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$

Ta có $2x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$

$$2(x-1)^2 + (y-3)^2 = 0$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Suy ra

Thỏa mãn điều kiện $x^2 - y, x^2 - 2y, y^2 - 2x^2$

$$P = \frac{1}{x+y} = \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$$

$$P = \frac{1}{4}$$

Vậy

3. Cho $y = 0$ và $x \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = P + x$.

Khi $y = 0$ và $x \geq 2$ thì luôn thỏa mãn:

$$x^2 - y, x^2 - 2y, y^2 - 2x^2$$

$$P = \frac{1}{x+y} = \frac{1}{x}$$

Khi đó:

$$Q = \frac{1}{x} + x = \frac{1}{x} + \frac{x}{4} + \frac{3x}{4} = \frac{1}{x} + 1 + \frac{x}{4} + \frac{3x}{4} + 1$$

$$= \frac{(x-2)^2}{4x} + \frac{3x}{4} + 1 \geq \frac{5}{2} \text{ do } x \geq 2 \text{ và } (x-2)^2 \geq 0$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 2$ (TMĐK)

$$\text{Vậy GTNN là } Q_{\min} = \frac{5}{2} \text{ khi } x = 2$$

Câu 3: (4,0 điểm)

1. Cho đa thức $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ biết đa thức $P(x)$ chia cho: $x-1, x-2, x-3$ đều dư là 66 và $P(-1) = -66$. Tìm đa thức $P(x)$.

2. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + x + 10 = y^2$

Lời giải

1. Cho đa thức $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ biết: đa thức $P(x)$ chia cho: $x-1, x-2, x-3$ đều dư là 6 và 2 d $P(-1) = -66$. Tìm đa thức $P(x)$?

Xét đa thức $Q(x) = P(x) - 6$

Tính $Q(1) = Q(2) = Q(3) = 0$ và suy ra $x = 1, 2, 3$ là các nghiệm của $Q(x)$

Đa thức $Q(x)$ bậc 4 hệ số cao nhất là 1 và viết dạng của

$$Q(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-a) \text{ với } a \text{ là một nghiệm nữa của } Q(x)$$

$$\text{Tính } P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-a) + 6$$

$$\text{Từ gt } P(-1) = -66 \text{ tính } a = -4$$

Từ đó tìm được $P(x) = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 18$

2. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $x^2 + x + 10 = y^2$.

Nhân hai vế với 4 và biến đổi thành $(2y - 2x - 1)(2y + 2x + 1) = 39$

Ta xét các trường hợp

$$\begin{array}{l} \text{TH1: } \left\{ \begin{array}{l} 2y - 2x - 1 = 1 \\ 2y + 2x + 1 = 39 \end{array} \right. \text{ suy ra } \left\{ \begin{array}{l} x = 9 \\ y = 10 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{TH2: } \left\{ \begin{array}{l} 2y - 2x - 1 = -1 \\ 2y + 2x + 1 = -39 \end{array} \right. \text{ suy ra } \left\{ \begin{array}{l} x = -10 \\ y = -10 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{TH3: } \left\{ \begin{array}{l} 2y - 2x - 1 = 3 \\ 2y + 2x + 1 = 13 \end{array} \right. \text{ suy ra } \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \\ y = 4 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{TH4: } \left\{ \begin{array}{l} 2y - 2x - 1 = 13 \\ 2y + 2x + 1 = 3 \end{array} \right. \text{ suy ra } \left\{ \begin{array}{l} x = -3 \\ y = 4 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{TH5: } \left\{ \begin{array}{l} 2y - 2x - 1 = -13 \\ 2y + 2x + 1 = -3 \end{array} \right. \text{ suy ra } \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \\ y = -4 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{TH6: } \left\{ \begin{array}{l} 2y - 2x - 1 = -3 \\ 2y + 2x + 1 = -13 \end{array} \right. \text{ suy ra } \left\{ \begin{array}{l} x = -3 \\ y = -4 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{TH7: } \left\{ \begin{array}{l} 2y - 2x - 1 = -39 \\ 2y + 2x + 1 = -1 \end{array} \right. \text{ suy ra } \left\{ \begin{array}{l} x = 9 \\ y = -10 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{TH8: } \left\{ \begin{array}{l} 2y - 2x - 1 = 39 \\ 2y + 2x + 1 = 1 \end{array} \right. \text{ suy ra } \left\{ \begin{array}{l} x = -10 \\ y = 10 \end{array} \right. \end{array}$$

Vậy $(x; y) = (9; 10), (-10; -10), (2; 4), (-3; 4),$
 $(2; -4), (-3; -4), (9; -10), (-10; 10).$

Câu 4: (4,0 điểm)

Cho tam giác MBC vuông tại M , kẻ MD vuông góc với BC tại D . Trên đoạn thẳng MD lấy điểm H ($H \neq M$ và D). Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với tia BH tại E , qua B vẽ đường thẳng vuông góc với tia CH tại F . Gọi A là giao điểm của CE và BF .

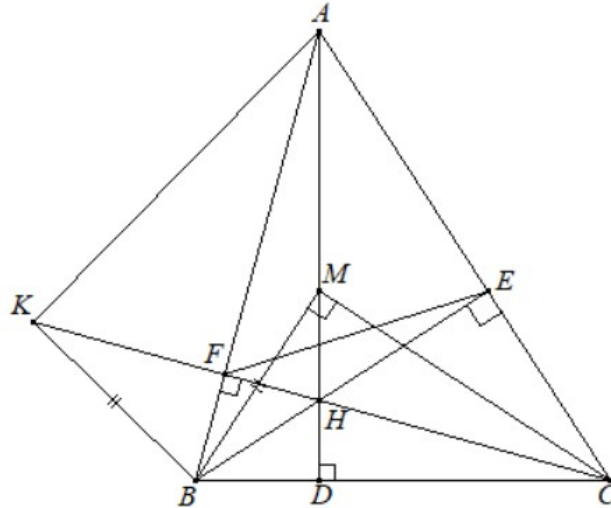
1. Chứng minh: $AE \cdot AC = AF \cdot AB$ và ba điểm A, M, D thẳng hàng.

2. Trên tia đối của tia FC lấy điểm K sao cho $BK = BM$ chứng minh $\angle BKA = 90^\circ$

3. Giả sử $\angle BAC = 45^\circ$. Chứng minh $S_{AEF} = S_{BCEF}$ ($S_{AEF}; S_{BCEF}$ lần lượt là ký hiệu diện tích của tam giác AEF và tứ giác $BCEF$).

Lời giải

Hình vẽ



1. Chứng minh: $AE \cdot AC = AF \cdot AB$ và ba điểm A, M, D thẳng hàng.

+) Chứng minh $\triangle AEB \sim \triangle AFC$ (g.g)

Rút ra tỷ số đồng dạng và suy ra: $AE \cdot AC = AF \cdot AB$

+) Chứng minh được H là trực tâm tam giác ABC

Suy ra $AH \perp BC$

Lập luận $MH \perp BC$ và suy ra A, M, D thẳng hàng

2. Trên tia đối của tia FC lấy điểm K sao cho $BK = BM$ chứng minh $\angle BKA = 90^\circ$

+) Chứng minh được $MB^2 = BD \cdot BC$, suy ra $BK^2 = BD \cdot BC$

+) Chứng minh được $BD \cdot BC = BF \cdot BA$

$$\text{Suy ra } \frac{BK}{BA} = \frac{BF}{BK}$$

Chứng minh $\triangle BKA \sim \triangle BFK$ (c.g.c)

Suy ra $\angle BKA = \angle BFK = 90^\circ$

3. Giả sử $\angle BAC = 45^\circ$. Chứng minh $S_{AEF} = S_{BCEF}$ ($S_{AEF}; S_{BCEF}$ lần lượt là ký hiệu diện tích của tam giác AEF và tứ giác $BCEF$).

Từ câu 1: $AE \cdot AC = AF \cdot AB$

Chứng minh được $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ (c.g.c)

$$\text{Tính tỷ số diện tích } \frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2$$

(S_{ABC} là ký hiệu diện tích tam giác ABC)

Từ giả thiết $\angle BAC = 45^\circ$ chứng minh $\triangle AEB$ vuông cân tại E và chứng minh được $AB^2 = 2AE^2$

$$\text{Suy ra: } \frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \frac{1}{2} \text{ suy ra } S_{AEF} = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

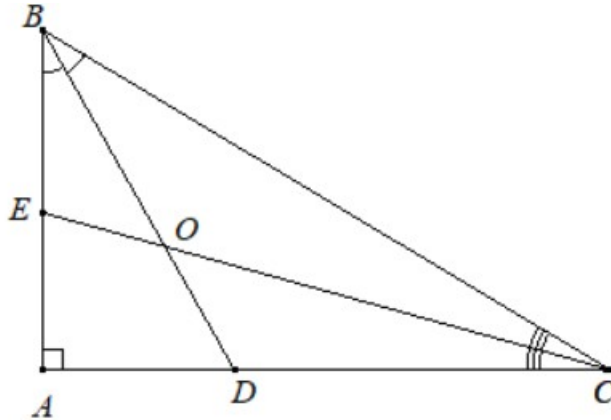
$$\text{Từ đó suy ra } S_{ABF} = S_{BCE}$$

Câu 5: (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , hai đường phân giác trong của tam giác là BD, CE

cắt nhau tại O . Chứng minh: $\frac{BD^2}{BO^2} + \frac{CE^2}{CO^2} = 4$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

Lời giải



+) Áp dụng tính chất đường phân giác BD cho $\triangle ABC$ ta có

$$\frac{CD}{AD} = \frac{BC}{AB} \text{ suy ra } \frac{CD}{AD + CD} = \frac{BC}{AB + BC} \text{ hay}$$

$$\frac{CD}{AC} = \frac{BC}{AB + BC} \text{ suy ra } \frac{CD}{BC} = \frac{AC}{AB + BC}$$

+) Áp dụng tính chất đường phân giác CO cho $\triangle BCD$ ta có

$$\frac{OD}{OB} = \frac{CD}{BC} = \frac{AC}{AB + BC} \text{ suy ra } \frac{OD + OB}{OB} = \frac{AB + AC + BC}{AB + BC}$$

$$\text{Suy ra } \frac{BD}{BO} = \frac{AB + AC + BC}{AB + BC}$$

$$\text{Tương tự: } \frac{CE}{CO} = \frac{AB + AC + BC}{AC + BC}$$

$$\text{+) Tính } \frac{BD}{BO} \times \frac{CE}{CO} = \frac{(AB + AC + BC)^2}{(AB + BC)(AC + BC)} = 2$$

$$\text{Ta có: } \frac{BD^2}{BO^2} + \frac{CE^2}{CO^2} = 2 \frac{BD}{BO} \times \frac{CE}{CO} = 4$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi: } \frac{BD}{BO} = \frac{CE}{CO} \text{ hay } AB = AC$$

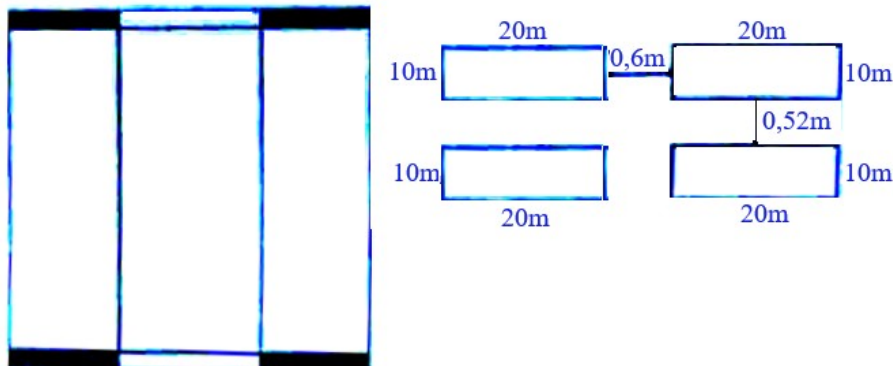
Suy ra tam giác ABC vuông cân tại A

Câu 6: (1,0 điểm).

Trong một khu rừng hình vuông cạnh có độ dài 1000 mét, người ta trồng tất cả 4500 cây cổ thụ. Biết rằng cây to nhất có đường kính gốc là 0,5 mét. Chứng minh rằng trong khu rừng đó có ít nhất 60 mảnh đất có diện tích 200m^2 không có cây cổ thụ nào?

Lời giải

Hình vẽ



Ta có : $1000 = 48 \cdot 20 + 47 \cdot 0,6 + 2 \cdot 5,9$

Và $1000 = 95 \cdot 10 + 94 \cdot 0,52 + 2 \cdot 0,56$

Chia cạnh thứ nhất của khu rừng hình vuông thành 48 đoạn mỗi đoạn 20 m , khoảng cách giữa hai đoạn là 0,6m , ở hai đầu là 5,9m

Chia cạnh thứ hai của khu rừng hình vuông thành 95 đoạn mỗi đoạn dài 10 m , khoảng cách giữa hai đoạn là 0,52m , ở hai đầu là hai đoạn 0,56m

Do đó ta có tất cả $95 \cdot 48 = 4560$ mảnh đất có diện tích 200m^2

Vì chỉ có 4500 cây cổ thụ, mỗi cây có đường kính không quá 0,5m .

($0,5 < 0,52 < 0,6$) do đó mỗi cây cổ thụ bất kỳ không thể chiếm chỗ hai mảnh đất (mỗi mảnh có diện tích 200m^2)

Vì thế theo nguyên lý Dirichlet còn ít nhất 60 mảnh (mỗi mảnh có diện tích 200m^2) mà trong mỗi mảnh ấy không có một cây cổ thụ nào.

❗ HẾT ❗

Họ và tên GV: Nguyễn Văn Tố

SĐT Zalo: 0915678045

Tên Zalo: Nguyễn Văn Tố

Email: nguyenvanto0703@gmail.com

**PHÒNG GD & ĐÀO TẠO
HUYỆN VĨ THƯ
ĐỀ CHÍNH THỨC**

ĐỀ CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN

Môn: TOÁN 8

Năm học: 2024-2025

(Thời gian làm bài: 120 phút)

Câu 1:(4,0 điểm)

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $A = x^4 + x^2 + 1$

2. Cho a, b, c là ba số thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$

$$B = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} - \frac{2025c+2025a}{b}$$

Tính giá trị của biểu thức:

Câu 2: (3,0 điểm)

$$P = \frac{x-2y}{2-2x^2-y^2} + \frac{x-y}{2y-x} + \frac{x^2+y^2+y-2}{2y^2+xy-x^2} \quad (\text{với } x^2 - y, x^2 - 2y, y = 2 - 2x^2)$$

Cho biểu thức:

$$x^2 - y, x^2 - 2y, y = 2 - 2x^2$$

1. Rút gọn P.

2. Tính giá trị của P khi x, y thỏa mãn: $2x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$

3. Cho $y = 0$ và $x^3 \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = P + x$.

Câu 3: (4,0 điểm)

1. Cho đa thức $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ biết đa thức $P(x)$ chia cho: $x-1, x-2, x-3$ đều dư là 66 và $P(-1) = -66$. Tìm đa thức $P(x)$.

2. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + x + 10 = y^2$

Câu 4: (4,0 điểm)

Cho tam giác MBC vuông tại M , kẻ MD vuông góc với BC tại D . Trên đoạn thẳng MD lấy điểm H ($H \neq M$ và D). Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với tia BH tại E , qua B vẽ đường thẳng vuông góc với tia CH tại F . Gọi A là giao điểm của CE và BF .

1. Chứng minh: $AE \cdot AC = AF \cdot AB$ và ba điểm A, M, D thẳng hàng.

2. Trên tia đối của tia FC lấy điểm K sao cho $BK = BM$ chứng minh $\angle BKA = 90^\circ$

3. Giả sử $\angle BAC = 45^\circ$. Chứng minh $S_{AEF} = S_{BCEF}$ ($S_{AEF}; S_{BCEF}$ lần lượt là ký hiệu diện tích của tam giác AEF và tứ giác $BCEF$).

Câu 5: (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , hai đường phân giác trong của tam giác là BD, CE

cắt nhau tại O . Chứng minh: $\frac{BD^2}{BO^2} + \frac{CE^2}{CO^2} = 4$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

Câu 3: (1,0 điểm).

Trong một khu rừng hình vuông cạnh có độ dài 1000 mét, người ta trồng tất cả 4500 cây cổ thụ. Biết rằng cây to nhất có đường kính gốc là 0,5 mét. Chứng minh rằng trong khu rừng đó có ít nhất 60 mảnh đất có diện tích $200m^2$ không có cây cổ thụ nào?

❗ HẾT ❗

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: (4,0 điểm)

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $A = x^4 + x^2 + 1$

2. Cho a, b, c là ba số thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$

Tính giá trị của biểu thức: $B = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} - \frac{2025c+2025a}{b}$

Lời giải

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $A = x^4 + x^2 + 1$

$$\begin{aligned} A &= x^4 + x^2 + 1 = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 \\ &= (x^2 + 1)^2 - x^2 = (x^2 + 1 - x)(x^2 + 1 + x) \end{aligned}$$

2. Cho a, b, c là ba số thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$

Tính giá trị của biểu thức: $B = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} - \frac{2025c+2025a}{b}$

Biến đổi $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ về dạng

$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca = 0 \quad (*)$$

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$$

Suy ra $a = b = c$

$$\text{Từ đó tính: } B = \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} - \frac{2025(c+a)}{b}$$

Và thay vào tính $B = -4046$

Vậy $B = -4046$

Câu 2: (3,0 điểm)

Cho biểu thức: $P = \frac{x-2y}{2-2x^2-y^2} \cdot \frac{x-y}{2y-x} + \frac{x^2+y^2+y-2}{2y^2+xy-x^2}$ (với $x^2 - y, x^2 - 2y, y = 2 - 2x^2$)

1. Rút gọn P.

2. Tính giá trị của P khi x, y thỏa mãn: $2x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$

3. Cho $y = 0$ và $x^3 \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = P + x$.

Lời giải

$$1. \quad P = \frac{x-2y}{2-2x^2-y^2} \cdot \frac{x-y}{2y-x} + \frac{x^2+y^2+y-2}{2y^2+xy-x^2}$$

Với ĐK $x^2 - y, x^2 - 2y, y^2 - 2x^2$

Ta có

$$\begin{aligned} P &= \frac{x - 2y}{2 - 2x^2 - y} + \frac{x^2 + y^2 + y - 2}{(2y - x)(x + y)} \\ &= \frac{x - 2y}{2 - 2x^2 - y} + \frac{x^2 + y^2 + y - 2}{(2y - x)(x + y)} \\ &= \frac{x - 2y}{2 - 2x^2 - y} + \frac{x^2 - y^2 + x^2 + y^2 + y - 2}{(2y - x)(x + y)} \\ &= \frac{x - 2y}{2 - 2x^2 - y} + \frac{2x^2 + y - 2}{(2y - x)(x + y)} \\ &= \frac{2y - x}{2x^2 + y - 2} \times \frac{2x^2 + y - 2}{(2y - x)(x + y)} \\ &= \frac{1}{x + y} \end{aligned}$$

Vậy $P = \frac{1}{x + y}$

2. Tính giá trị của P khi x, y thỏa mãn: $2x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$

Ta có $2x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$

$$2(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 0$$

Suy ra $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$

Thỏa mãn điều kiện $x^2 - y, x^2 - 2y, y^2 - 2x^2$

Thay vào $P = \frac{1}{x + y} = \frac{1}{1 + 3} = \frac{1}{4}$

Vậy $P = \frac{1}{4}$.

3. Cho $y = 0$ và $x^3 \geq 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = P + x$.

Khi $y = 0$ và $x^3 \geq 2$ thì luôn thỏa mãn:

$$x^2 - y, x^2 - 2y, y^2 - 2x^2$$

Khi đó: $P = \frac{1}{x + y} = \frac{1}{x}$.

$$Q = \frac{1}{x} + x = \frac{1}{x} + \frac{x}{4} + \frac{3x}{4} = \frac{1}{x} + 1 + \frac{x}{4} + \frac{3x}{4} + 1$$

$$= \frac{(x - 2)^2}{4x} + \frac{3x}{4} + 1 \geq \frac{5}{2} \text{ do } x^3 \geq 2 \text{ và } (x - 2)^2 \geq 0 \text{ " } x^3 \geq 2$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 2$ (TMĐK)

Vậy GTNN là $Q_{\min} = \frac{5}{2}$ khi $x = 2$

Câu 3: (4,0 điểm)

1. Cho đa thức $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ biết đa thức $P(x)$ chia cho: $x - 1, x - 2, x - 3$ đều dư là 66 và $P(-1) = -66$. Tìm đa thức $P(x)$.

2. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + x + 10 = y^2$

Lời giải

1. Cho đa thức $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ biết: đa thức $P(x)$ chia cho: $x - 1, x - 2, x - 3$ đều dư là 6 và 2 d $P(-1) = -66$. Tìm đa thức $P(x)$?

Xét đa thức $Q(x) = P(x) - 6$

Tính $Q(1) = Q(2) = Q(3) = 0$ và suy ra $x = 1, 2, 3$ là các nghiệm của $Q(x)$

Đa thức $Q(x)$ bậc 4 hệ số cao nhất là 1 và viết dạng của

$Q(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - a)$ với a là một nghiệm nữa của $Q(x)$

Tính $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - a) + 6$

Từ gt $P(-1) = -66$ tính $a = -4$

Từ đó tìm được $P(x) = x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 38x - 18$

2. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $x^2 + x + 10 = y^2$.

Nhân hai vế với 4 và biến đổi thành $(2y - 2x - 1)(2y + 2x + 1) = 39$

Ta xét các trường hợp

$$\text{TH1: } \begin{cases} 2y - 2x - 1 = 1 \\ 2y + 2x + 1 = 39 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} x = 9 \\ y = 10 \end{cases}$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} 2y - 2x - 1 = -1 \\ 2y + 2x + 1 = -39 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} x = -10 \\ y = -10 \end{cases}$$

$$\text{TH3: } \begin{cases} 2y - 2x - 1 = 3 \\ 2y + 2x + 1 = 13 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\text{TH4: } \begin{cases} 2y - 2x - 1 = 13 \\ 2y + 2x + 1 = 3 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} x = -3 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\text{TH5: } \begin{cases} 2y - 2x - 1 = -13 \\ 2y + 2x + 1 = -3 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases}$$

$$\text{TH6: } \begin{cases} 2y - 2x - 1 = -3 \\ 2y + 2x + 1 = -13 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} x = -3 \\ y = -4 \end{cases}$$

$$\text{TH7: } \begin{cases} 2y - 2x - 1 = -39 \\ 2y + 2x + 1 = -1 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} x = 9 \\ y = -10 \end{cases}$$

$$\text{TH8: } \begin{cases} 2y - 2x - 1 = 39 \\ 2y + 2x + 1 = 1 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} x = -10 \\ y = 10 \end{cases}$$

Vậy $(x; y) = (9; 10), (-10; -10), (2; 4), (-3; 4), (2; -4), (-3; -4), (9; -10), (-10; 10).$

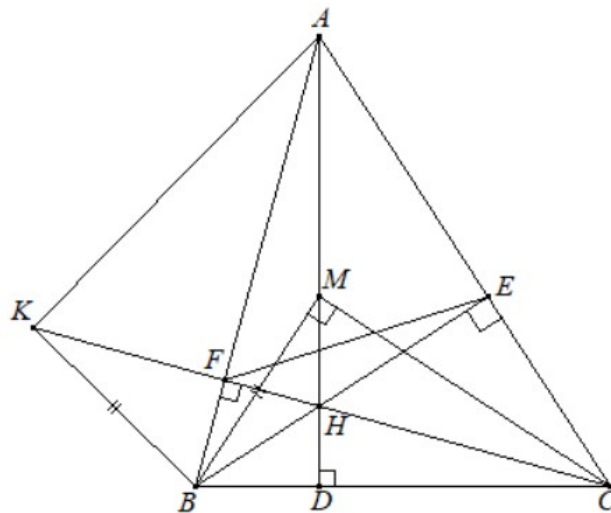
Câu 4: (4,0 điểm)

Cho tam giác MBC vuông tại M , kẻ MD vuông góc với BC tại D . Trên đoạn thẳng MD lấy điểm H ($H \neq M$ và D). Qua C vẽ đường thẳng vuông góc với tia BH tại E , qua B vẽ đường thẳng vuông góc với tia CH tại F . Gọi A là giao điểm của CE và BF .

1. Chứng minh: $AE \cdot AC = AF \cdot AB$ và ba điểm A, M, D thẳng hàng.
2. Trên tia đối của tia FC lấy điểm K sao cho $BK = BM$ chứng minh $\angle BKA = 90^\circ$
3. Giả sử $\angle BAC = 45^\circ$. Chứng minh $S_{AEF} = S_{BCEF}$ ($S_{AEF}; S_{BCEF}$ lần lượt là ký hiệu diện tích của tam giác AEF và tứ giác $BCEF$).

Lời giải

Hình vẽ



1. Chứng minh: $AE \cdot AC = AF \cdot AB$ và ba điểm A, M, D thẳng hàng.
 +) Chứng minh $\triangle AEB \sim \triangle AFC$ (g.g)
 Rút ra tỷ số đồng dạng và suy ra: $AE \cdot AC = AF \cdot AB$
 +) Chứng minh được H là trực tâm tam giác ABC
 Suy ra $AH \perp BC$
 Lập luận $MH \perp BC$ và suy ra A, M, D thẳng hàng

2. Trên tia đối của tia FC lấy điểm K sao cho $BK = BM$ chứng minh $\hat{BKA} = 90^\circ$

+) Chứng minh được $MB^2 = BD \cdot BC$, suy ra $BK^2 = BD \cdot BC$

+) Chứng minh được $BD \cdot BC = BF \cdot BA$

$$\frac{BK}{BA} = \frac{BF}{BK}$$

Suy ra

Chứng minh $\triangle BKA \sim \triangle BFK$ (c.g.c)

Suy ra $\hat{BKA} = \hat{BFK} = 90^\circ$

3. Giả sử $\hat{BAC} = 45^\circ$. Chứng minh $S_{AEF} = S_{BCEF}$ ($S_{AEF}; S_{BCEF}$ lần lượt là ký hiệu diện tích của tam giác AEF và tứ giác $BCEF$).

Từ câu 1: $AE \cdot AC = AF \cdot AB$

Chứng minh được $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ (c.g.c)

$$\frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2$$

Tính tỷ số diện tích

(S_{ABC} là ký hiệu diện tích tam giác ABC)

Từ giả thiết $\hat{BAC} = 45^\circ$ chứng minh $\triangle AEB$ vuông cân tại E và chứng minh được $AB^2 = 2AE^2$

$$\frac{S_{AEF}}{S_{ABC}} = \frac{1}{2} \text{ suy ra } S_{AEF} = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

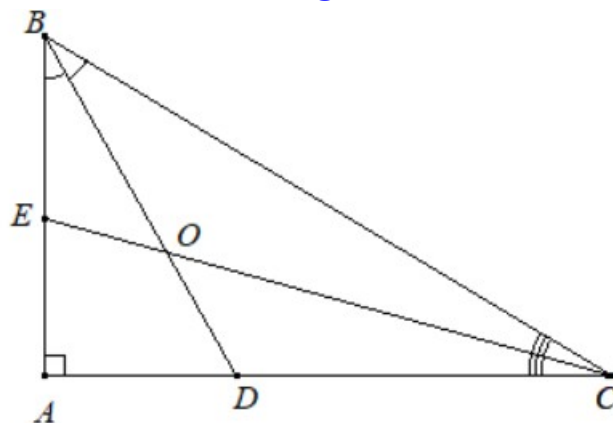
Từ đó suy ra $S_{AEF} = S_{BCEF}$

Câu 5: (2,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , hai đường phân giác trong của tam giác là BD, CE

cắt nhau tại O . Chứng minh: $\frac{BD^2}{BO^2} + \frac{CE^2}{CO^2} = 4$. Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

Lời giải



+) Áp dụng tính chất đường phân giác BD cho $\triangle ABC$ ta có

$$\frac{CD}{AD} = \frac{BC}{AB} \text{ suy ra } \frac{CD}{AD+CD} = \frac{BC}{AB+BC} \text{ hay}$$

$$\frac{CD}{AC} = \frac{BC}{AB+BC} \text{ suy ra } \frac{CD}{BC} = \frac{AC}{AB+BC}$$

+) Áp dụng tính chất đường phân giác CO cho $\triangle BCD$ ta có

$$\frac{OD}{OB} = \frac{CD}{BC} = \frac{AC}{AB+BC} \text{ suy ra } \frac{OD+OB}{OB} = \frac{AB+AC+BC}{AB+BC}$$

$$\text{Suy ra } \frac{BD}{BO} = \frac{AB+AC+BC}{AB+BC}$$

$$\text{Tương tự: } \frac{CE}{CO} = \frac{AB+AC+BC}{AC+BC}$$

$$\text{+) Tính } \frac{BD}{BO} \times \frac{CE}{CO} = \frac{(AB+AC+BC)^2}{(AB+BC)(AC+BC)} = 2$$

$$\text{Ta có: } \frac{BD^2}{BO^2} + \frac{CE^2}{CO^2} = 2 \frac{BD}{BO} \times \frac{CE}{CO} = 4$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi: } \frac{BD}{BO} = \frac{CE}{CO} \text{ hay } AB = AC$$

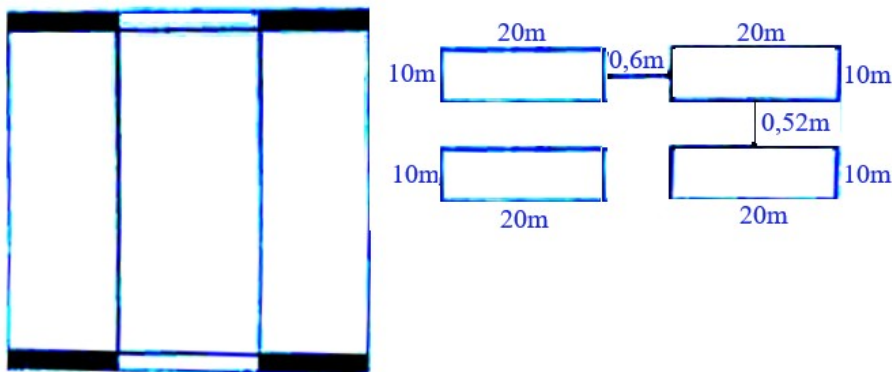
Suy ra tam giác ABC vuông cân tại A

Câu 6: (1,0 điểm).

Trong một khu rừng hình vuông cạnh có độ dài 1000 mét, người ta trồng tất cả 4500 cây cổ thụ. Biết rằng cây to nhất có đường kính gốc là 0,5 mét. Chứng minh rằng trong khu rừng đó có ít nhất 60 mảnh đất có diện tích 200m^2 không có cây cổ thụ nào?

Lời giải

Hình vẽ



$$\text{Ta có: } 1000 = 48 \cdot 20 + 47 \cdot 0,6 + 2 \cdot 5,9$$

$$\text{Và } 1000 = 95 \times 10 + 94 \times 0,52 + 2 \times 0,56$$

Chia cạnh thứ nhất của khu rừng hình vuông thành 48 đoạn mỗi đoạn 20 m , khoảng cách giữa hai đoạn là 0,6m , ở hai đầu là 5,9m

Chia cạnh thứ hai của khu rừng hình vuông thành 95 đoạn mỗi đoạn dài 10 m , khoảng cách giữa hai đoạn là 0,52m , ở hai đầu là hai đoạn 0,56m

Do đó ta có tất cả $95.48 = 4560$ mảnh đất có diện tích 200m^2

Vì chỉ có 4500 cây cỏ thụ, mỗi cây có đường kính không quá $0,5\text{m}$.

$(0,5 < 0,52 < 0,6)$ do đó mỗi cây cỏ thụ bất kỳ không thể chiếm chỗ hai mảnh đất (mỗi mảnh có diện tích 200m^2)

Vì thế theo nguyên lý Dirichlet còn ít nhất 60 mảnh (mỗi mảnh có diện tích 200m^2) mà trong mỗi mảnh ấy không có một cây cỏ thụ nào.

❗ HẾT ❗

Họ và tên GV: Nguyễn Thị Thanh Duyên

SĐT Zalo: 0988454999

Tên Zalo: Thanh Duyên

Email: nguyenduyen2110lc@gmail.com

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ
ĐÀO TẠO THÀNH PHỐ
LAI**

**KỲ THI CHỌN HSG CÁC MÔN VĂN HÓA
NĂM HỌC 2024-2025
ĐỀ THI MÔN TOÁN LỚP 8**

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (4,0 điểm). Cho biểu thức:

$$P = \left[\frac{(x-1)^2}{x^2+x+1} - \frac{1-2x^2+4x}{x^3-1} + \frac{1}{x-1} \right] : \frac{x^2+x}{x^3+x}$$

a) Tìm điều kiện của P và rút gọn biểu thức P.

b) Tìm giá trị của x để $P=1$.

Câu 2. (5,0 điểm)

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $A = (x+4)(x+5)(x+2)(x+10) - 4x^2$.

b) Chứng minh rằng không tồn tại số nguyên x thỏa mãn: $(1945^{1954} + 1)$ chia hết cho $(x^3 + 5x)$.

c) Đa thức $f(x)$ khi chia cho $(x+1)$ dư 5, khi chia cho (x^2+1) dư $(2x+3)$.

Tìm phần dư khi chia $f(x)$ cho $(x+1)(x^2+1)$.

Câu 3. (4,0 điểm)

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 - 2x + 2y = 2(xy + 2)$.

b) Cho các số nguyên a, b, c thỏa mãn $(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 = 210$. Tính giá trị của biểu thức $A = |a-b| + |b-c| + |c-a|$.

Câu 4. (5,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Các đường cao AE, BF, CG cắt nhau tại H . Gọi M là trung điểm của BC , qua H vẽ đường thẳng a vuông góc với HM , a cắt AB, AC lần lượt tại I và K .

a) Chứng minh: $\Delta ABC \sim \Delta EFC$.

b) Qua C kẻ đường thẳng b song song với đường thẳng IK , cắt AH, AB theo thứ tự tại N và D . Chứng minh $NC = ND; HI = HK$.

c) Chứng minh: $\frac{AH}{HE} + \frac{BH}{HF} + \frac{CH}{HG} > 6$.

Câu 5. (2,0 điểm).

a) Bạn An sắp xếp 3 quyển sách Ngữ văn, 4 quyển sách Toán, 5 quyển sách Tiếng Anh vào một kệ dài. Biết các quyển sách trên là khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho các quyển sách cùng loại nằm kề nhau.

b) Cho lục giác đều $ABCDEF$ trong đó đỉnh A được tô màu đỏ, các đỉnh còn lại được tô màu xanh. Người ta đổi màu các đỉnh của lục giác theo quy tắc sau: mỗi lần đổi màu đồng thời ba đỉnh liên tiếp (xanh thành đỏ và đỏ thành xanh). Hỏi sau một số lần đổi màu có thể đạt được đỉnh B được tô màu đỏ, các đỉnh còn lại được tô màu xanh không?

❗ HẾT ❗

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. (4,0 điểm). Cho biểu thức:

$$P = \left[\frac{(x-1)^2}{x^2 + x + 1} - \frac{1-2x^2+4x}{x^3-1} + \frac{1}{x-1} \right] : \frac{x^2+x}{x^3+x}$$

a) Tìm điều kiện của P và rút gọn biểu thức P .

b) Tìm giá trị của x để $P=1$.

Lời giải

a)

ĐKXD: $x \neq 0; x \neq 1$

$$P = \left[\frac{(x-1)^2}{x^2 + x + 1} - \frac{1-2x^2+4x}{x^3-1} + \frac{1}{x-1} \right] : \frac{x^2+x}{x^3+x}$$

$$P = \left[\frac{(x-1)^3}{(x^2+x+1)(x-1)} - \frac{1-2x^2+4x}{(x^2+x+1)(x-1)} + \frac{x^2+x+1}{(x^2+x+1)(x-1)} \right] : \frac{x(x+1)}{x(x^2+1)}$$

$$P = \frac{x^3-3x^2+3x-1-1+2x^2-4x+x^2+x+1}{(x^2+x+1)(x-1)} : \frac{x+1}{x^2+1}$$

$$P = \frac{x^3-1}{(x^2+x+1)(x-1)} \cdot \frac{x^2+1}{x+1}$$

$$P = \frac{x^2+1}{x+1}$$

b) Để $P=1$ thì $\frac{x^2+1}{x+1}=1$ Hay $x^2+1=x+1$

$$x^2-x=0. \text{ Suy ra } x=0 \text{ hoặc } x=1.$$

Vì điều kiện xác định là $x \neq 0; x \neq 1$ nên $x=0; x=1$ không thỏa mãn.

Vậy không tồn tại x để $P=1$.

Câu 2. (5,0 điểm)

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $A = (x+4)(x+5)(x+2)(x+10) - 4x^2$.

b) Chứng minh rằng không tồn tại số nguyên x thỏa mãn: $(1945^{1954} + 1)$ chia hết cho $(x^3 + 5x)$.

c) Đa thức $f(x)$ khi chia cho $(x+1)$ dư 5, khi chia cho (x^2+1) dư $(2x+3)$.

Tìm phần dư khi chia $f(x)$ cho $(x+1)(x^2+1)$.

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= (x+4)(x+5)(x+2)(x+10) - 4x^2 \\ a) \quad &= (x^2+9x+20)(x^2+12x+20) - 4x^2 \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } x^2+9x+20 = t$$

$$A = t(t+3x) - 4x^2$$

$$\begin{aligned}
&= t^2 + 3tx - 4x^2 \\
&= \left(t + \frac{3}{2}x\right)^2 - 4x^2 - \frac{9}{4}x^2 \\
&= \left(t + \frac{3}{2}x\right)^2 - \left(\frac{5}{2}x\right)^2 \\
&= (t - x)(t + 4x) \\
&= (x^2 + 8x + 20)(x^2 + 13x + 20)
\end{aligned}$$

Giả sử tồn tại số nguyên x để $(1945^{1954} + 1) : (x^3 + 5x)$.

Ta có:

$$x^3 + 5x = x^3 - x + 6x = x(x^2 - 1) + 6x = x(x - 1)(x + 1) + 6x$$

Vì $x - 1; x; x + 1$ là ba số nguyên liên tiếp nên có một số chia hết cho 3.

Nên $x(x - 1)(x + 1) : 3$. Mà $6x : 3$

Do đó: $(x^3 + 5x) : 3$. Suy ra $(1945^{1954} + 1) : 3$ (1)

Mặt khác: $1945^{1954} + 1 \equiv 2 \pmod{3}$

Nên $(1945^{1954} + 1) \not\equiv 0 \pmod{3}$ (2)

(1) và (2) mâu thuẫn. Điều giả sử trên sai.

Vậy không tồn tại số nguyên x thỏa mãn: $(1945^{1954} + 1) : (x^3 + 5x)$

Giả sử $f(x)$ khi chia cho $(x + 1)(x^2 + 1)$ có dạng:

$$f(x) = (x + 1)(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + bx + c \quad (*)$$

Vì $f(x)$ khi chia cho $(x + 1)$ dư 5 nên $f(-1) = 5$

Suy ra: $a - b + c = 5$. (1)

Từ (*) ta có: $f(x) = (x + 1)(x^2 + 1)Q(x) + ax^2 + a + bx + c - a$

$$f(x) = (x^2 + 1)[(x + 1)Q(x) + a] + bx + c - a$$

Khi $f(x)$ chia cho $(x^2 + 1)$ dư $(2x + 3)$ nên ta có:

$$\begin{cases} b = 2 \\ c - a = 3 \end{cases}$$

Kết hợp với (1) ta được $a = 2; b = 2; c = 5$

Vậy đa thức cần tìm là $f(x) = 2x^2 + 2x + 5$.

Câu 3. (4,0 điểm)

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 - 2x + 2y = 2(xy + 2)$.

b) Cho các số nguyên a, b, c thỏa mãn $(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 = 210$. Tính giá trị của biểu thức $A = |a-b| + |b-c| + |c-a|$.

Lời giải

$$x^2 - 2x + 2y = 2(xy + 2)$$

$$(x-1)^2 - 2y(x-1) = 5$$

a) $(x-1)(x-1-2y) = 5$

$x-1$ và $x-1-2y$ là ước của 5 nên ta có bảng sau

$x-1$	1	5	-1	-5
$x-1-2y$	5	1	-5	-1
x	2	6	0	-4
y	-2	2	2	-2

Vậy các cặp số nguyên $(x; y)$ cần tìm là $(2; -2), (6; 2), (0; 2), (-4; -2)$

b) Đặt $a-b = x; b-c = y; c-a = z$

Suy ra $x + y + z = 0$ hay $z = -(x + y)$.

Ta có:

$$x^3 + y^3 + z^3 = 210$$

$$x^3 + y^3 - (x+y)^3 = 210$$

$$-3xy(x+y) = 210$$

$$xyz = 70$$

Do $70 = (-2) \cdot (-5) \cdot 7$ nên $x, y, z \in \{-2; -5; 7\}$

Vậy $A = |a-b| + |b-c| + |c-a| = 14$.

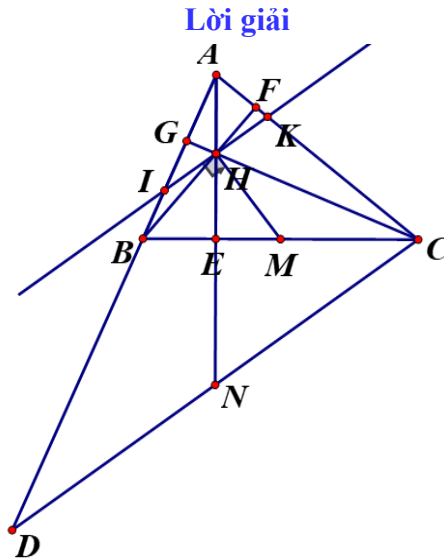
Câu 4. (5,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Các đường cao AE, BF, CG cắt nhau tại H . Gọi M là trung điểm của BC , qua H vẽ đường thẳng a vuông góc với HM , a cắt AB, AC lần lượt tại I và K .

d) Chứng minh: $\Delta ABC \sim \Delta EFC$.

e) Qua C kẻ đường thẳng b song song với đường thẳng IK , cắt AH, AB theo thứ tự tại N và D . Chứng minh $NC = ND$; $HI = HK$.

f) Chứng minh: $\frac{AH}{HE} + \frac{BH}{HF} + \frac{CH}{HG} > 6$.



a) Ta có: $\Delta AEC \sim \Delta BFC$ (g-g)

$$\frac{CE}{CF} = \frac{CA}{CB}$$

Suy ra: $\frac{CE}{CF} = \frac{CA}{CB}$

Xét ΔABC và ΔEFC có:

$$\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CF}; \angle C \text{ chung}$$

Do đó: $\Delta ABC \sim \Delta EFC$ (c-g-c).

b) Vì $CN \parallel IK, HM \perp IK$

Suy ra $HM \perp CN$. Suy ra M là trực tâm ΔHNC

Suy ra $MN \perp CH$. Mà $CH \perp AD$ (H là trực tâm ΔABC)

Do đó: $MN \parallel AD$.

Do M là trung điểm của BC nên $NC = ND$.

Ta có: $\frac{IH}{DN} = \frac{AH}{AN}$ (vì $IH \parallel DN$); $\frac{HK}{CN} = \frac{AH}{AN}$ (vì $KH \parallel CN$)

Vậy $IH = HK$.

c) Ta có:

$$\frac{AH}{HE} = \frac{S_{AHC}}{S_{CHE}} = \frac{S_{ABH}}{S_{BHE}} = \frac{S_{AHC} + S_{ABH}}{S_{CHE} + S_{BHE}} = \frac{S_{AHC} + S_{ABH}}{S_{BHC}}$$

$$\frac{BH}{HF} = \frac{S_{BHC} + S_{BHA}}{S_{AHC}}, \frac{CH}{HG} = \frac{S_{BHC} + S_{AHC}}{S_{BHA}}$$

Tương tự ta có:

$$\frac{AH}{HE} + \frac{BH}{HF} + \frac{CH}{HG} = \frac{S_{AHC}}{S_{BHC}} + \frac{S_{ABH}}{S_{BHC}} + \frac{S_{BHC}}{S_{AHC}} + \frac{S_{BHA}}{S_{AHC}} + \frac{S_{BHC}}{S_{BHS}} + \frac{S_{AHC}}{S_{BHA}} \geq 6$$

Dấu “=” xảy ra khi ΔABC đều mà theo giả thiết $AB < AC$ nên không xảy ra dấu bằng.

$$\text{Vậy } \frac{AH}{HE} + \frac{BH}{HF} + \frac{CH}{HG} > 6.$$

Ta có: $\Delta AEC \simeq \Delta BFC$ (g-g)

$$\frac{CE}{CF} = \frac{CA}{CB}$$

Suy ra:

Xét ΔABC và ΔEFC có:

$$\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CF}; \angle C \text{ chung}$$

Do đó: $\Delta ABC \simeq \Delta EFC$ (c-g-c).

Vì $CN \parallel IK, HM \perp IK$

Suy ra $HM \perp CN$. Suy ra M là trực tâm ΔHNC

Suy ra $MN \perp CH$. Mà $CH \perp AD$ (H là trực tâm ΔABC)

Do đó: $MN \parallel AD$.

Do M là trung điểm của BC nên $NC = ND$.

$$\text{Ta có: } \frac{IH}{DN} = \frac{AH}{AN} \text{ (vì } IH \parallel DN); \frac{HK}{CN} = \frac{AH}{AN} \text{ (vì } KH \parallel CN)$$

Vậy $IH = HK$.

Ta có:

$$\frac{AH}{HE} = \frac{S_{AHC}}{S_{CHE}} = \frac{S_{ABH}}{S_{BHE}} = \frac{S_{AHC} + S_{AHB}}{S_{CHE} + S_{BHE}} = \frac{S_{AHC} + S_{ABH}}{S_{BHC}}$$

$$\frac{BH}{HF} = \frac{S_{BHC} + S_{BHA}}{S_{AHC}}, \frac{CH}{HG} = \frac{S_{BHC} + S_{AHC}}{S_{BHA}}$$

Tương tự ta có:

$$\frac{AH}{HE} + \frac{BH}{HF} + \frac{CH}{HG} = \frac{S_{AHC}}{S_{BHC}} + \frac{S_{ABH}}{S_{BHC}} + \frac{S_{BHC}}{S_{AHC}} + \frac{S_{BHA}}{S_{AHC}} + \frac{S_{BHC}}{S_{BHS}} + \frac{S_{AHC}}{S_{BHA}} \geq 6$$

Dấu “=” xảy ra khi ΔABC đều mà theo giả thiết $AB < AC$ nên không xảy ra dấu bằng.

$$\text{Vậy } \frac{AH}{HE} + \frac{BH}{HF} + \frac{CH}{HG} > 6.$$

Ta có: $\Delta AEC \simeq \Delta BFC$ (g-g)

$$\frac{CE}{CF} = \frac{CA}{CB}$$

Suy ra:

Xét ΔABC và ΔEFC có:

$$\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CF}; \square \text{ chung}$$

Do đó: $\triangle ABC \simeq \triangle EFC$ (c-g-c).

Vì $CN \parallel IK, HM \perp IK$

Suy ra $HM \perp CN$. Suy ra M là trực tâm $\triangle HNC$

Suy ra $MN \perp CH$. Mà $CH \perp AD$ (H là trực tâm $\triangle ABC$)

Do đó: $MN \parallel AD$.

Do M là trung điểm của BC nên $NC = ND$.

$$\text{Ta có: } \frac{IH}{DN} = \frac{AH}{AN} \text{ (vì } IH \parallel DN); \frac{HK}{CN} = \frac{AH}{AN} \text{ (vì } KH \parallel CN)$$

Vậy $IH = HK$.

Ta có:

$$\frac{AH}{HE} = \frac{S_{AHC}}{S_{CHE}} = \frac{S_{ABH}}{S_{BHE}} = \frac{S_{AHC} + S_{AIB}}{S_{CHE} + S_{BHE}} = \frac{S_{AHC} + S_{ABH}}{S_{BHC}}$$

$$\frac{BH}{HF} = \frac{S_{BHC} + S_{BHA}}{S_{AHC}}; \frac{CH}{HG} = \frac{S_{BHC} + S_{AHC}}{S_{BHA}}$$

Tương tự ta có:

$$\frac{AH}{HE} + \frac{BH}{HF} + \frac{CH}{HG} = \frac{S_{AHC}}{S_{BHC}} + \frac{S_{ABH}}{S_{BHC}} + \frac{S_{BHC}}{S_{AHC}} + \frac{S_{BHA}}{S_{AHC}} + \frac{S_{BHC}}{S_{BHA}} + \frac{S_{AHC}}{S_{BHA}} \geq 6$$

Dấu “=” xảy ra khi $\triangle ABC$ đều mà theo giả thiết $AB < AC$ nên không xảy ra dấu bằng.

$$\text{Vậy } \frac{AH}{HE} + \frac{BH}{HF} + \frac{CH}{HG} > 6.$$

Ta có: $\triangle AEC \simeq \triangle BFC$ (g-g)

$$\text{Suy ra: } \frac{CE}{CF} = \frac{CA}{CB}$$

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle EFC$ có:

$$\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CF}; \square \text{ chung}$$

Do đó: $\triangle ABC \simeq \triangle EFC$ (c-g-c).

Vì $CN \parallel IK, HM \perp IK$

Suy ra $HM \perp CN$. Suy ra M là trực tâm $\triangle HNC$

Câu 5. (2,0 điểm).

a) Bạn An sắp xếp 3 quyển sách Ngữ văn, 4 quyển sách Toán, 5 quyển sách Tiếng Anh vào một kệ dài. Biết các quyển sách trên là khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho các quyển sách cùng loại nằm kề nhau.

b) Cho lục giác đều $ABCDEF$ trong đó đỉnh A được tô màu đỏ, các đỉnh còn lại được tô màu xanh. Người ta đổi màu các đỉnh của lục giác theo quy tắc sau: mỗi lần đổi màu đồng thời ba đỉnh liên tiếp (xanh thành đỏ và đỏ thành xanh). Hỏi sau

một số lần đổi màu có thể đạt được đỉnh B được tô màu đỏ, các đỉnh còn lại được tô màu xanh không?

Lời giải

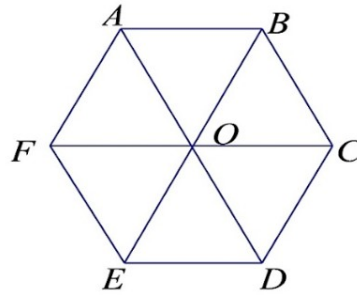
a) Sắp xếp 3 quyển sách Ngữ văn có $3.2.1 = 6$ (cách)

Sắp xếp 4 quyển sách Toán có $4.3.2.1 = 24$ (cách)

Sắp xếp 5 quyển sách Tiếng Anh có $5.4.3.2.1 = 120$ (cách)

Có $3.2.1 = 6$ cách sắp xếp 3 nhóm sách

Vậy có $6.24.120.6 = 103680$ cách sắp xếp.



b) Xét hai đỉnh đối xứng nhau qua tâm O của lục giác đều $ABCDEG$.

Mỗi lần đổi màu, một và chỉ một trong hai đỉnh đó đổi màu.

Lúc đầu A tô màu đỏ, D tô màu xanh. Muốn được A và D cùng tô màu xanh thì cần có một số lẻ lần đổi màu.

Lúc đầu C tô màu xanh, F tô màu xanh. Muốn được C và F cùng tô màu xanh thì cần một số chẵn lần đổi màu.

Do đó, không thể nào xảy ra cả bốn đỉnh A, D, C, F cùng tô màu xanh được.

Vậy không thể đạt được đỉnh B được tô màu đỏ, các đỉnh còn lại được tô màu xanh.

❗ HẾT ❗

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ LAI CHÂU

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP THÀNH PHỐ
NĂM HỌC 2024- 2025

Môn: Toán - Lớp: 8

Ngày thi: 18/01/2025

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

ĐỀ BÀI

(Đề bài gồm 05 câu)

Câu 1. (4,0 điểm). Cho biểu thức:

$$P = \left[\frac{(x-1)^2}{x^2+x+1} - \frac{1-2x^2+4x}{x^3-1} + \frac{1}{x-1} \right] : \frac{x^2+x}{x^3+x}$$

- a) Tìm điều kiện của P và rút gọn biểu thức P .
b) Tìm giá trị của x để $P = 1$.

Câu 2. (5,0 điểm)

- a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $A = (x+4)(x+5)(x+2)(x+10) - 4x^2$.
b) Chứng minh rằng không tồn tại số nguyên x thỏa mãn: $(1945^{1954} + 1)$ chia hết cho $(x^3 + 5x)$.
c) Đa thức $f(x)$ khi chia cho $(x+1)$ dư 5, khi chia cho (x^2+1) dư $(2x+3)$.
Tìm phần dư khi chia $f(x)$ cho $(x+1)(x^2+1)$.

Câu 3. (4,0 điểm)

- a) Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $x^2 - 2x + 2y = 2(xy + 2)$.
b) Cho các số nguyên a, b, c thỏa mãn $(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 = 210$. Tính giá trị của biểu thức $A = |a-b| + |b-c| + |c-a|$.

Câu 4. (5,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Các đường cao AE, BF, CG cắt nhau tại H . Gọi M là trung điểm của BC , qua H vẽ đường thẳng a vuông góc với HM , a cắt AB, AC lần lượt tại I và K .

- a) Chứng minh: $\triangle ABC \sim \triangle EFC$.
b) Qua C kẻ đường thẳng b song song với đường thẳng IK , cắt AH, AB theo thứ tự tại N và D . Chứng minh $NC = ND$; $HI = HK$.
c) Chứng minh: $\frac{AH}{HE} + \frac{BH}{HF} + \frac{CH}{HG} > 6$.

Câu 5. (2,0 điểm).

- a) Bạn An sắp xếp 3 quyển sách Ngữ văn, 4 quyển sách Toán, 5 quyển sách Tiếng Anh vào một kệ dài. Biết các quyển sách trên là khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho các quyển sách cùng loại nằm kề nhau.

- b) Cho lục giác đều $ABCDEF$ trong đó đỉnh A được tô màu đỏ, các đỉnh còn lại được tô màu xanh. Người ta đổi màu các đỉnh của lục giác theo quy tắc sau: mỗi lần đổi màu đồng thời ba đỉnh liên tiếp (xanh thành đỏ và đỏ thành xanh). Hỏi sau một số lần đổi màu có thể đạt được đỉnh B được tô màu đỏ, các đỉnh còn lại được tô màu xanh không?

Hết

(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

SBD:

Họ và tên thí sinh:

Trang 1/1

Đề thi gồm: 01 trang.

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1 (3,5 điểm).a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^4 + 2025x^2 + 2024x + 2025$.b) Cho các số $a, b, c \neq 0$ thỏa mãn $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

Tính
$$P = \left(1 + \frac{a}{b}\right) \left(1 + \frac{b}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{a}\right)$$

Câu 2 (3,5 điểm).a) Tìm đa thức $f(x)$, biết rằng $f(x)$ chia cho $x-3$ thì dư 7, $f(x)$ chia cho $x-2$ thì dư 5, $f(x)$ chia cho $(x-2)(x-3)$ thì được thương là $3x$ và còn dưb) Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x + y = 1$. Đặt $x^3 + y^3 = a$; $x^5 + y^5 = b$.Chứng minh rằng $5a(a+1) = 9b+1$.**Câu 3 (3,5 điểm).**a) Tìm số tự nhiên n để $n + 18$ và $n - 41$ là hai số chính phương.b) (2,0 điểm) Cho $a^5 + b^5 - 59c^5 = 149d^5 + 2039e^5$ với a, b, c, d, e là các số nguyên.Chứng minh rằng: $a + b + c + d + e + 2040^{2023}$ chia hết cho 30.**Câu 4 (3,5 điểm).**a) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $x^2 + 2y^2 + 2xy + 3y - 4 = 0$ b) Cho $M = (x^2 - 8)^2 + 36$. Tìm số tự nhiên x để M có giá trị là số nguyên tố**Câu 5 (1,5 điểm).** Cho đa thức $P(x) = x^2 + bx + c$, trong đó b và c là các số nguyên. Biết rằng các đa thức $x^4 + 6x^2 + 25$ và $3x^4 + 4x^2 + 28x + 5$ đều chia hết cho $P(x)$.Tính $P(-2)$.

Câu 6 (1,5 điểm). Cho tam giác ABC có $\angle B = 45^\circ; \angle C = 30^\circ$ và BM là đường trung tuyến của tam giác ABC. Tính số đo $\angle AMB$.

Câu 7 (1,5 điểm). Cho hình thang ABCD (AB // CD). Gọi E và F theo thứ tự lần lượt là trung điểm của BD và AC. Đường thẳng đi qua E và vuông góc với AD và đường thẳng qua F vuông góc với BC cắt nhau tại I. Chứng minh rằng tam giác CID cân.

Câu 8 (1,5 điểm). Trong một tam giác đều có cạnh bằng 3 lấy 19 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Chứng minh rằng luôn tìm được một tam giác có 3 đỉnh là 3 trong số 19 điểm đã cho mà diện tích không

lớn hơn $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

----- **Hết** -----

*Học sinh **không** được sử dụng máy tính cầm tay,*

Giám thi coi thi không giải thích gì thêm.

Trang 140

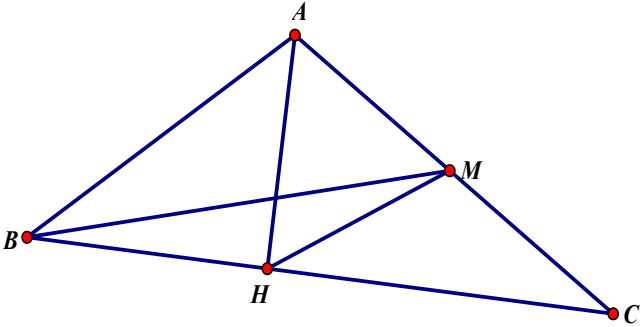
	<p>TH1 : $a+b+c=0$ Khi đó $P = \frac{a+b}{b} \cdot \frac{b+c}{c} \cdot \frac{a+c}{a} = \frac{-c}{b} \cdot \frac{-a}{c} \cdot \frac{-b}{a} = -1$</p> <p>TH2 :</p> $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$ $2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca = 0$ $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$ <p>Suy ra $a=b=c$</p> <p>Khi đó $P = (1+1)(1+1)(1+1) = 8$</p> <p>Vậy $P = -1$ hoặc $P = 8$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 2 (3,5 đ)</p>	<p>a)(1,5 điểm)</p> <p>Gọi dư trong phép chia $f(x)$ cho $(x-2)(x-3)$ là $ax+b$</p> <p>Gọi thương trong phép chia $f(x)$ cho $x-3$ và $x-2$ lần lượt là $A(x)$ và $B(x)$</p> <p>Theo bài ra ta có :</p> $f(x) = (x-3).A(x) + 7 \quad (1)$ $f(x) = (x-2).B(x) + 5 \quad (2)$ $f(x) = 3x(x-2)(x-3) + ax + b \quad (3)$ <p>Các đẳng thức trên đúng với mọi x nên</p> <p>Với $x=2$ từ (2) và (3) ta có $2a + b = 5$ (4)</p> <p>Với $x=3$ từ (1) và (3) ta có $3a + b = 7$ (5)</p> <p>Từ (4) và (5) suy ra $a = 2; b = 1$</p> <p>Vậy $f(x) = 3x(x-2)(x-3) + 2x + 1 = 3x^3 - 15x^2 + 20x + 1$</p>	<p>0,25</p> <p>0, 5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

		0,25
	<p>b) (2 điểm)</p> <p>Ta có: $a = x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = 1 - 3xy$ (Do $x + y = 1$)</p> <p>$\Rightarrow xy = \frac{1-a}{3}$</p> <p>Lại có: $b = x^5 + y^5 = (x^3 + y^3)(x^2 + y^2) - x^2y^2(x + y)$</p> <p>$= (x^3 + y^3)((x + y)^2 - 2xy) - x^2y^2(x + y)$</p> <p>$xy = \frac{1-a}{3}$ và $x + y = 1$ nên</p> <p>Do</p> <p>Suy ra</p> <p>$b = x^5 + y^5 = a \left[1 - \frac{2(1-a)}{3} \right] - \left(\frac{1-a}{3} \right)^2$</p> <p>$= \frac{2a^2 + a}{3} - \frac{a^2 - 2a + 1}{9}$</p> <p>$= \frac{5a^2 + 5a - 1}{9}$</p> <p>Suy ra $5a(a + 1) = 9b + 1$</p> <p>Vậy $5a(a + 1) = 9b + 1$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 3</p> <p>(3,5 đ)</p>	<p>a) (1,5 điểm)</p> <p>Vì $n + 18$ và $n - 41$ là hai số chính phương nên ta đặt</p> <p>$n + 18 = p^2; n - 41 = q^2$ ($p, q \in \mathbb{N}$)</p> <p>$\Rightarrow p^2 - q^2 = (n + 18) - (n - 41) = 59$</p> <p>$\Rightarrow (p - q)(p + q) = 59$</p> <p>$\in \mathbb{N}$ và $0 < p - q < p + q$ nên $\begin{cases} p - q = 1 \\ p + q = 59 \end{cases}$ Suy ra $\begin{cases} p = 30 \\ q = 29 \end{cases}$</p> <p>Do p, q</p> <p>Từ $n + 18 = p^2 = 30^2 = 900 \Rightarrow n = 882$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p>

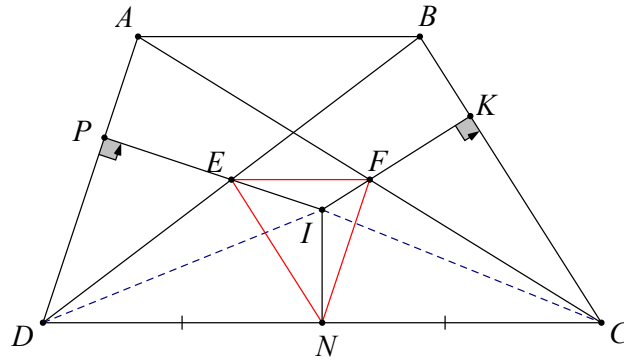
Vậy $n = 882$	0,25
<p>b) (2 điểm)</p> <p>Trước hết ta cần chứng minh : Với mọi $n \in \mathbb{Z}$ ta luôn có: $(n^5 - n) : 30$. (*)</p> <p>Ta có: $n^5 - n = (n - 1)n(n + 1)(n^2 + 1)$</p> <p>Ta có $n - 1, n, n + 1$ là ba số nguyên liên tiếp. Mà trong 3 số nguyên liên tiếp luôn tồn tại ít nhất một số chia hết cho 2, một số chia hết cho 3.</p> <p>Suy ra: $\begin{cases} n^5 - n = (n - 1)n(n + 1)(n^2 + 1) : 2 & (1) \\ n^5 - n = (n - 1)n(n + 1)(n^2 + 1) : 3 & (2) \end{cases}$</p> <p>Ta chứng minh: $n^5 - n = (n - 1)n(n + 1)(n^2 + 1) : 5$. Thật vậy:</p> <p>- Nếu $n \equiv 0(\text{mod } 5) \Rightarrow n^5 - n : 5$</p> <p>- Nếu $n \equiv \pm 1(\text{mod } 5) \Rightarrow \begin{cases} n - 1 : 5 \Rightarrow n^5 - n = n(n - 1)(n + 1)(n^2 + 1) : 5 \\ n + 1 : 5 \Rightarrow n^5 - n = n(n - 1)(n + 1)(n^2 + 1) : 5 \end{cases}$</p> <p>- Nếu $n \equiv \pm 2(\text{mod } 5) \Rightarrow n^2 \equiv 4(\text{mod } 5) \Rightarrow n^2 + 1 \equiv 0(\text{mod } 5)$</p> <p>- Nếu $\Rightarrow n^5 - n = n(n - 1)(n + 1)(n^2 + 1) : 5$</p> <p>Từ những trường hợp trên suy $n^5 - n = (n - 1)n(n + 1)(n^2 + 1) : 5$ (3)</p> <p>Từ (1), (2), (3) và ba số 2; 3; 5 đôi một nguyên tố cùng nhau suy ra: $(n^5 - n) : 30$.</p> <p>Từ: $a^5 + b^5 - 59c^5 = 149d^5 + 2039e^5$</p> <p>$\Rightarrow a^5 + b^5 + c^5 + d^5 + e^5 = 60c^5 + 150d^5 + 2040e^5$ $= 30(2c^5 + 5d^5 + 68e^5) : 30$</p> <p>Xét hiệu: $M = (a^5 + b^5 + c^5 + d^5 + e^5) - (a + b + c + d + e)$</p> <p>$= (a^5 - a) + (b^5 - b) + (c^5 - c) + (d^5 - d) + (e^5 - e)$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

	<p>Áp dụng (*) suy ra $M \vdots 30$ mà $(a^5 + b^5 + c^5 + d^5 + e^5) \vdots 30$</p> <p>Từ đó suy ra $a + b + c + d + e$ chia hết cho 30</p> <p>Lại có 2040^{2023} chia hết cho 30 nên $a + b + c + d + e + 2040^{2023}$ chia hết cho 30</p> <p>Vậy $a + b + c + d + e + 2040^{2023}$ chia hết cho 30.</p>	
<p>4</p> <p>(3,5 đ)</p>	<p>a) (2 điểm)</p> $x^2 + 2y^2 + 2xy + 3y - 4 = 0$ $(x^2 + 2xy + y^2) + y^2 + 3y - 4 = 0$ $(y + 4)(1 - y) = (x + y)^2 \geq 0$ <p>Suy ra $-4 \leq y \leq 1$ mà $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1\}$</p> <p>Với $y = -4$ thì $(x - 4)^2 = 0$ suy ra $x = 4$</p> <p>Với $y = -3$ thì $(x - 3)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 2 \\ x - 3 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 1 \end{cases}$</p> <p>Với $y = -2$ thì $(x - 2)^2 = 6$. Không có giá trị x nguyên thỏa mãn.</p> <p>Với $y = -1$ thì $(x - 1)^2 = 6$. Không có giá trị x nguyên thỏa mãn.</p> <p>Với $y = 0$ thì $x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$</p> <p>Với $y = 1$ thì $(x + 1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$</p> <p>Vậy các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn là $(4; -4), (-1; 1), (5; -3), (1; -3), (2; 0), (-2; 0)$.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p>b) (1,5 điểm)</p> <p>Ta có</p>	

	$M = (x^2 - 8)^2 + 36 = x^4 - 16x^2 + 64x + 36$ $= x^4 + 20x^2 + 100 - 36x^2 = (x^2 + 10)^2 - (6x)^2$ $= (x^2 + 10 - 6x)(x^2 + 10 + 6x)$ <p>Với mọi x ta có</p> $x^2 + 10 - 6x = (x - 3)^2 + 1 > 0$ $x^2 + 10 + 6x = (x + 3)^2 + 1 > 0$ <p>Vì x, y là số tự nhiên nên $x^2 + 10 - 6x$ và $x^2 + 10 + 6x$ đều là các số tự nhiên và $x^2 + 10 - 6x < x^2 + 10 + 6x$ nên để M có giá trị là số nguyên tố thì:</p> $\begin{cases} x^2 + 10 - 6x = 1 \\ x^2 + 10 + 6x = M \end{cases}$ <p>Với $x^2 + 10 - 6x = 1$ ta có $(x - 3)^2 + 1 = 1$ nên $x = 3$ (Thỏa mãn)</p> <p>Vậy $M = 3^2 + 10 + 6 \cdot 3 = 37$</p>	<p>0, 5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>5 (1,5 đ)</p>	<p>Ta có: $x^4 + 6x^2 + 25$ chia hết cho $x^2 + bx + c$</p> <p>$\Rightarrow 3x^4 + 18x^2 + 75$ chia hết cho $x^2 + bx + c$</p> <p>Mà $3x^4 + 4x^2 + 28x + 5$ chia hết cho $x^2 + bx + c$</p> <p>Suy ra: $14x^2 - 28x + 70$ chia hết cho $x^2 + bx + c$</p> <p>hay $x^2 - 2x + 5$ chia hết cho $x^2 + bx + c$</p> <p>Do $b, c \in \mathbb{Z}$ nên $b = -2, c = 5$</p> <p>$\Rightarrow P(x) = x^2 - 2x + 5$</p> <p>Vậy $P(-2) = 13$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

<p>6 (1,5 đ)</p>	 <p>Vẽ đường cao AH của tam giác ABC ($H \in BC$). Khi đó $\widehat{HAM} = 60^\circ$</p>	<p>0,25</p>
	<p>Tam giác AHC vuông tại H có HM là đường trung tuyến nên</p> $MA = MH = MC = \frac{AC}{2} \Rightarrow \triangle HAM \text{ cân tại M}$ <p>Mà $\widehat{HAM} = 60^\circ$ nên $\triangle HAM$ là tam giác đều.</p> <p>Do đó $HA = HM$ (1) và $\widehat{AHM} = 60^\circ$</p> <p>Từ $\widehat{AHM} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{MHC} = 30^\circ$</p> <p>$\triangle HAB$ có $\widehat{ABH} = 45^\circ$ (gt) $\Rightarrow \triangle ABH$ vuông cân tại H $\Rightarrow HB = HA$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow HB = HM \Rightarrow \triangle BHM$ cân tại H.</p> <p>Mà $\widehat{MHC} = 30^\circ$ nên $\widehat{MBH} = \widehat{BMH} = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$</p> <p>Khi đó $\widehat{AMB} = \widehat{MBC} + \widehat{C} = 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ$</p> <p>Vậy $\widehat{AMB} = 45^\circ$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>

7
(1,5 đ)



Gọi N là trung điểm của DC , F là trung điểm của AC

Suy ra FN là đường trung bình của $\triangle ADC$

$$\Rightarrow \begin{cases} FN \parallel AD \\ PE \perp AD \end{cases} \Rightarrow PE \perp FN \Rightarrow EI \perp FN$$

NE là đường trung bình của $\triangle DBC$ nên $NE \parallel BC$

mà $KF \perp BC$

$$KF \perp EN \Rightarrow FI \perp EN$$

$\triangle EFN$ có hai đường cao EI và FI cắt nhau tại I

Do đó I là trực tâm của $\triangle EFN$ nên $NI \perp EF$

Chứng minh được $EF \parallel CD$

Suy ra $IN \perp DC$

$\triangle IDC$ có IN vừa trung tuyến vừa đường cao nên $\triangle CID$ cân tại I.
Vậy tam giác CID cân tại I

8
(1,5 đ)

0,25

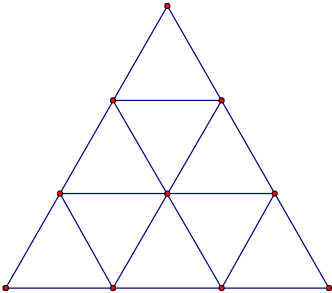
0,25

0,25

0,25

0,5

0,25

		0,25
	<p>Chia tam giác đều cạnh 3 thành 9 tam giác đều cạnh 1 như hình vẽ trên.</p>	0,25
	<p>Tam giác đều cạnh 1 có diện tích là: $\frac{\sqrt{3}}{4}$</p>	0,5
	<p>Có 19 điểm được đặt vào trong 9 tam giác đều cạnh 1 nên tồn tại ít nhất 3 điểm thuộc cùng một tam giác đều cạnh 1.</p> <p>Ba điểm này tạo thành một tam giác có diện tích không vượt quá $\frac{\sqrt{3}}{4}$.</p> <p>Vậy luôn tìm được một tam giác có 3 đỉnh là 3 trong số 19 điểm đã cho mà diện tích không lớn hơn $\frac{\sqrt{3}}{4}$.</p>	0,25

Lưu ý khi chấm bài:

Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.

UBND THỊ XÃ ĐIỆN BÀN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO

TAO
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 6, 7, 8
Năm học: 2024 – 2025

Môn thi : TOÁN - LỚP 8
Thời gian : 120 phút (Không kể thời gian giao đề)
Ngày thi : 09/4/2025.

Đề này gồm 01 trang

Câu 1. (2,25 điểm)

a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử $x^4 + 2025x^2 + 2024x + 2025$.

$$P = \left(\frac{2x^2 + 1}{x^3 - 1} - \frac{x}{x^2 + x + 1} \right) : \left(\frac{3}{x - 1} + \frac{2x + 5}{1 - x^2} \right)$$

b) Rút gọn biểu thức với $x \neq \pm 1; x \neq 2$.

c) Cho $a + b + c = 0$. Chứng minh: $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.

Câu 2. (2,25 điểm)

a) Giải phương trình

$$(3x^2 + 2x - 4090)^2 + 4(x^2 + 4x - 2025)^2 = 4(3x^2 + 2x - 4090)(x^2 + 4x - 2025)$$

b) Cho 3 đường thẳng: $(d_1): y = 2x + 3$; $(d_2): y = -x + 2$; $(d_3): y = (m - 1)x - 5$. Xác định giá trị của m để 3 đường thẳng trên cùng đi qua 1 điểm.

c) Cho các số x, y, z thỏa mãn $0 \leq x, y, z \leq 1$. Chứng minh rằng

$$x + y^2 + z^3 - xy - yz - zx \leq 1$$

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 - xy - 2y^2 - x = 5$.

b) Cho a, b, c là các số tự nhiên thỏa mãn $a + b + c \leq 6$. Chứng minh rằng

$$a^3 + b^3 + c^3 \leq 6.$$

Câu 4. (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), đường trung tuyến AM. Lấy điểm G trên đoạn AM sao cho $\frac{AG}{AM} = \frac{2}{7}$. Qua điểm G vẽ đường thẳng a cắt hai cạnh AB, AC lần

lượt tại P và Q. Tính giá trị biểu thức $\frac{AB}{AP} + \frac{AC}{AQ}$.

Câu 5. (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), có đường cao AH.

a) Cho biết $AB = 5$ cm, $AC = 12$ cm. Tính BC, AH. (Kết quả đơn vị đo làm tròn đến hàng phần mười)

b) Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD < BA$. Vẽ DM vuông góc với đường thẳng BC tại M, đường thẳng DM cắt đường thẳng AC tại E. Vẽ AN vuông góc với đường thẳng DC tại N; AQ vuông góc với BE tại Q. Chứng minh ba điểm Q, H, N thẳng hàng.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:....., Số báo danh:....., Phòng thi:...

UBND THỊ XÃ ĐIỆN BÀN
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO
TẠO

KỲ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 6, 7, 8
Năm học: 2024 – 2025

HƯỚNG DẪN CHẤM

Môn thi : TOÁN - LỚP 8

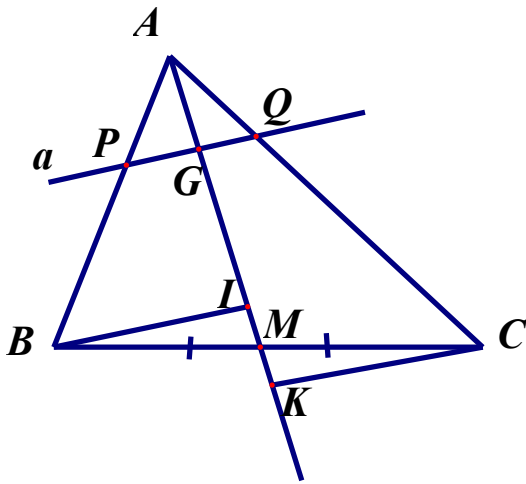
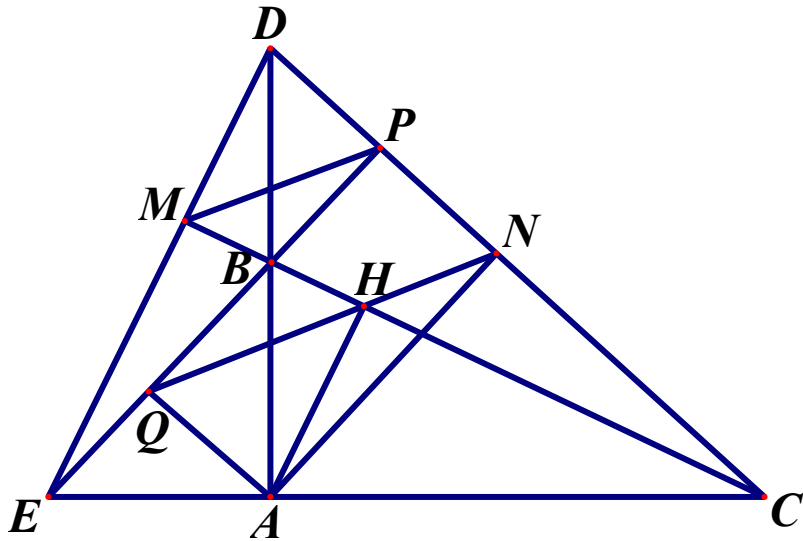
Thời gian : 120 phút (Không kể thời gian
giao đề)

Ngày thi : 09/4/2025.

Hướng dẫn chấm này gồm 04 trang

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1 (2,25 đ)	a)	Phân tích đa thức sau thành nhân tử $x^4 + 2025x^2 + 2024x + 2025$.	0.75
		$= x^4 - x + 2025x^2 + 2025x + 2025$	0.25
		$= x(x - 1)(x^2 + x + 1) + 2025(x^2 + x + 1)$	0.25
		$= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 2025)$	0.25
	b)	Rút gọn biểu thức $x \neq \pm 1; x \neq 2$	0.75
		$P = \left(\frac{2x^2 + 1}{x^3 - 1} - \frac{x}{x^2 + x + 1} \right) : \left(\frac{3}{x - 1} + \frac{2x + 5}{1 - x^2} \right)$	
		$= \left[\frac{2x^2 + 1}{(x - 1)(x^2 + x + 1)} - \frac{x}{x^2 + x + 1} \right] : \left[\frac{3(x + 1)}{x^2 - 1} - \frac{2x + 5}{x^2 - 1} \right]$	
		$= \left[\frac{x^2 + x + 1}{(x - 1)(x^2 + x + 1)} \right] : \left[\frac{x - 2}{(x - 1)(x + 1)} \right]$	0.5
		$= \frac{1}{x - 1} : \left[\frac{x - 2}{(x - 1)(x + 1)} \right]$	
		$= \frac{1}{x - 1} \cdot \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 2} = \frac{x + 1}{x - 2}$	0.25
	c)	Cho $a + b + c = 0$. Chứng minh: $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.	0.75
		Ta có: $a + b + c = 0$ nên $a + b = -c$. Suy ra: $(a + b)^3 = -c^3$	0.25
		Biến đổi được: $a^3 + b^3 + c^3 = -3ab(a + b)$	0.25
		Kết luận: $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$	0.25
2 (2,25 đ)	a) Giải phương trình $(3x^2 + 2x - 4090)^2 + 4(x^2 + 4x - 2025)^2 = 4(3x^2 + 2x - 4090)(x^2 + 4x - 2025)$		0.75
		Biến đổi được: $[3x^2 + 2x - 4090 - 2(x^2 + 4x - 2025)]^2 = 0$	0.25
		Viết được: $(x^2 - 6x - 40)^2 = 0$. Suy ra $x^2 - 6x - 40 = 0$	0.25
		Giải phương trình, tìm được: $x = -4; x = 10$	0.25

	b)	Cho 3 đường thẳng: $(d_1): y = 2x + 3$; $(d_2): y = -x + 2$; $(d_3): y = (m - 1)x - 5$. Xác định giá trị của m để 3 đường thẳng trên cùng đi qua 1 điểm.	0.75
		Xác định đúng giao điểm của (d_1) và (d_2) là $\left(\frac{-1}{3}; \frac{7}{3}\right)$	0.25
		Lập luận và tính đúng giá trị của $m = -21$	0.5
	c)	Cho các số x, y, z thỏa mãn $0 \leq x, y, z \leq 1$. Chứng minh rằng $x + y^2 + z^3 - xy - yz - zx \leq 1$.	0.75
		Vì $0 \leq y, z \leq 1$ nên $y^2 \leq y; z^3 \leq z$	
		Do đó: $x + y^2 + z^3 - xy - yz - zx \leq x + y + z - xy - yz - zx$	0.25
		Mặt khác: $x + y + z - xy - yz - zx = (x - 1)(y - 1)(z - 1) - xyz + 1$	0.25
		Vì $0 \leq x, y, z \leq 1$ nên $(x - 1)(y - 1)(z - 1) \leq 0$ và $-xyz \leq 0$	
		Do đó: $x + y^2 + z^3 - xy - yz - zx \leq 1$	0.25
3 (2,0 đ)	a)	Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 - xy - 2y - x = 5$.	1.0
		Viết được: $y(x + 2) = x^2 - x - 5$ + Với $x = -2$ thì $0 = 1$ (vô lý)	0.25
		+ Với $x \neq -2$. Suy ra: $y = \frac{x^2 - x - 5}{x + 2} = x - 3 + \frac{1}{x + 2}$	0.25
		Lập luận và tìm được 2 cặp số: $(-1; -3); (-3; -7)$	0.5
	b)	Cho a, b, c là các số tự nhiên thỏa mãn $a + b + c \vdots 6$. Chứng minh rằng $a^3 + b^3 + c^3 \vdots 6$.	1.0
		Lập luận: $(a - 1)a(a + 1)$ chia hết cho 2 Lập luận: $(a - 1)a(a + 1)$ chia hết cho 3 Giải thích: $(2; 3) = 1$ Nên $a^3 - a = (a - 1)a(a + 1)$ chia hết cho 6	0.25
		Chứng minh tương tự: $b^3 - b = (b - 1)b(b + 1)$ chia hết cho 6 $c^3 - c = (c - 1)c(c + 1)$ chia hết cho 6	0.25
		Xét: $a^3 + b^3 + c^3 - (a + b + c)$ $= a^3 - a + b^3 - b + c^3 - c$	0.25
		Lập luận: $a^3 + b^3 + c^3 - (a + b + c)$ chia hết cho 6	
		Kết luận: $a^3 + b^3 + c^3 \vdots 6$	0.25
4 (1.0 đ)		Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), đường trung tuyến AM. Lấy điểm G trên đoạn AM sao cho $\frac{AG}{AM} = \frac{2}{7}$. Qua điểm G vẽ đường thẳng a cắt hai cạnh AB, AC lần lượt tại P và Q. Tính giá trị biểu thức $\frac{AB}{AP} + \frac{AC}{AQ}$.	1.0

		 <p>Hình vẽ đầy đủ dữ kiện</p>	0.25
		<p>Qua B vẽ đường thẳng // a cắt AM tại I, ta có: $\frac{AB}{AP} = \frac{AI}{AG}$ (1)</p> <p>Qua C vẽ đường thẳng // a cắt AM tại K, ta có: $\frac{AC}{AQ} = \frac{AK}{AG}$ (2)</p> <p>Chúng minh được: BI = CK và AI + AK = 2AM (3)</p>	0.25
		<p>Từ (1), (2), (3) suy ra:</p> $\frac{AB}{AP} + \frac{AC}{AQ} = \frac{AI}{AG} + \frac{AK}{AG} = \frac{AI + AK}{AG} = \frac{2AM}{AG} = 7$	0.25
5 (2,5 đ)		<p>Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), có đường cao AH.</p> <p>a) Cho biết $AB = 5$ cm, $AC = 12$ cm. Tính BC, AH. (Kết quả đơn vị đo làm tròn đến hàng phần mười)</p> <p>b) Trên tia đối của tia BA lấy điểm D sao cho $BD < BA$. Vẽ DM vuông góc với đường thẳng BC tại M, đường thẳng DM cắt đường thẳng AC tại E. Vẽ AN vuông góc với đường thẳng DC tại N; AQ vuông góc với BE tại Q. Chứng minh ba điểm Q, H, N thẳng hàng.</p>	2.5
		 <p>Hình vẽ cho câu a: 0,25 đ; hình vẽ cho câu b: 0,25 đ</p>	0.5
	a)	Cho biết $AB = 5$ cm, $AC = 12$ cm. Tính BC, AH.	0.75

		Tính BC: Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (định lý Py-ta-go trong tam giác ABC vuông tại A) Tính được $BC = 13$ (cm).	0.25
		Tính AH:	
		- Chứng minh tam giác AHB đồng dạng với tam giác CAB	0.25
		- Viết đúng hệ thức và tính được $AH = 4.6$ (cm)	0.25
	b)	Chứng minh ba điểm F, H, K thẳng hàng.	1.25
		Gọi P là giao điểm của EB và CD Lập luận và kết luận B là trực tâm tam giác EDC Từ đó suy ra: $EP \perp DC$	0.25
		Ta có: $AH \parallel EM$ (cùng vuông góc với CM) nên $\frac{CH}{CM} = \frac{CA}{CE}$ (1) $AN \parallel EP$ (cùng vuông góc với CD) nên $\frac{CN}{CP} = \frac{CA}{CE}$ (2)	0.25
		Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{CH}{CM} = \frac{CN}{CP}$ Trong tam giác BMN có $\frac{CH}{CM} = \frac{CN}{CP}$ Suy ra: $HN \parallel MP$ (*) (định lý Talet đảo)	0.25
		Ta có: $AQ \parallel DP$ (cùng vuông góc với EP) nên $\frac{BQ}{BP} = \frac{BA}{BD}$ (3) $AH \parallel DM$ (cùng vuông góc với CM) nên $\frac{BH}{BM} = \frac{BA}{BD}$ (4)	0.25
		Từ (3) và (4) suy ra: $\frac{BQ}{BP} = \frac{BH}{BM}$ và có $\angle QBH = \angle PBM$ Suy ra: $\triangle QBH$ đồng dạng với $\triangle PBM$ (c-g-c) Suy ra: $\angle BQH = \angle BPM$ Mà 2 góc này ở vị trí so le trong nên $QH \parallel MP$ (**) Từ (*) và (**) suy ra: 3 điểm Q, H, N thẳng hàng.	0.25

Lưu ý: Học sinh có thể giải nhiều cách khác với Hướng dẫn chấm; nếu đúng vẫn ghi điểm tối đa.

PHÒNG GD&ĐT QUẢNG XƯƠNG

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 8 CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2024-2025

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (2,5 điểm). Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x}{x-2} - \frac{x+1}{x+2} - \frac{2x+7}{x^2-4} \right) : \frac{1}{x-2}$ (với $x \neq 2; x \neq -2$).

Rút gọn biểu thức A và tính giá trị của A khi $|x-1| = 3$

Câu 2 (2,0 điểm). Cho $x, y, z \neq 0; x + y \neq z$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y-z}$.

Tính giá trị của biểu thức: $M = (x^{2023} + y^{2023})(z^{2024} - x^{2024})(y^{2025} - z^{2025})$

Câu 3 (2,0 điểm). Tìm x biết: $(x^2 - 10x + 25)^2 + 4(x^2 - 10x + 23) + 3 = 0$

Câu 4 (2,0 điểm). Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lớn hơn 20 và nhỏ hơn 200

- Có bao nhiêu cách viết số ngẫu nhiên một số tự nhiên như vậy?
- Tính xác suất biến cố: “Số tự nhiên được viết ra là một số chính phương lẻ”.

Câu 5 (2,0 điểm). Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $xy^2 + 2xy + x = 32y$

Câu 6 (2,0 điểm). Cho x, y là các số nguyên ($x, y \neq -1$) sao cho $\frac{x^4 - 1}{y + 1} + \frac{y^4 - 1}{x + 1}$ là số nguyên. Chứng minh rằng $x^4 y^{2024} - 1$ chia hết cho $y + 1$

Câu 7 (4,5 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH ($H \in BC$). Kẻ HE vuông góc với AC tại E , HF vuông góc với AB tại F

a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ là hình chữ nhật và $\frac{FH}{AC} + \frac{HE}{AB} = 1$

b) Gọi D là trung điểm của HC , trên tia đối của tia DA lấy điểm I sao cho D là trung điểm của AI . Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với AD cắt đường thẳng AB tại K . Chứng minh: $AH \perp IK$ và B là trung điểm của AK .

Câu 8 (1,5 điểm). Cho tam giác ABC nhọn. M là một điểm tùy ý nằm giữa B và C ($M \neq B, M \neq C$). Qua M kẻ các đường thẳng song song AB, AC cắt các cạnh AC, AB lần lượt ở E và F . Tìm vị trí điểm M để EF có độ dài nhỏ nhất.

Câu 9 (1,5 điểm). Cho X là một tập hợp gồm 2024 số nguyên dương đôi một khác nhau, mỗi số không lớn hơn 4025 . Chứng minh trong tập hợp X luôn tìm được hai phần tử x và y , sao cho $x - y$ thuộc tập hợp $E = \{5; 10; 15\}$

.....HẾT.....

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHÍNH THỨC
MÔN: TOÁN 8. NĂM HỌC 2024 – 2015

Câu 1 (2,5 điểm). Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x}{x-2} - \frac{x+1}{x+2} - \frac{2x+7}{x^2-4} \right) : \frac{1}{x-2}$ (với $x \neq 2; x \neq -2$).

Rút gọn biểu thức A và tính giá trị của A khi $|x-1| = 3$

Lời giải

Ta có:

$$A = \left(\frac{x}{x-2} - \frac{x+1}{x+2} - \frac{2x+7}{x^2-4} \right) : \frac{1}{x-2}$$

$$= \left[\frac{x(x+2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{(x+1)(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{2x+7}{(x+2)(x-2)} \right] : \frac{1}{x-2}$$

$$= \left[\frac{(x^2+2x) - (x^2-x-2) - (2x+7)}{(x+2)(x-2)} \right] : \frac{1}{x-2}$$

$$= \left[\frac{x^2+2x-x^2+x+2-2x-7}{(x+2)(x-2)} \right] : \frac{1}{x-2} = \frac{x-5}{(x+2)(x-2)} : \frac{1}{x-2} = \frac{x-5}{x+2}$$

Từ $|x-1| = 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 (T/m) \\ x = -2 (L) \end{cases}$

Thay $x = 4$ vào $A = \frac{x-5}{x+2}$ được $A = \frac{-1}{6}$

Câu 2 (2,0 điểm). Cho $x, y, z \neq 0; x+y \neq z$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y-z}$.

$$M = (x^{2023} + y^{2023})(z^{2024} - x^{2024})(y^{2025} - z^{2025})$$

Tính giá trị của biểu thức:

Lời giải

Ta có:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{1}{x+y-z} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x+y-z} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x+y}{xy} - \frac{x+y}{z(x+y-z)} = 0 \Rightarrow (x+y) \left[\frac{1}{xy} - \frac{1}{z(x+y-z)} \right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x+y)(x-z)(z-y)}{xyz(x+y-z)} = 0 \Rightarrow (x+y)(x-z)(z-y) = 0$$

$$\Rightarrow x+y=0 \text{ hoặc } x-z=0 \text{ hoặc } z-y=0$$

- TH1: Nếu $x+y=0 \Rightarrow y=-x$, thì:

$$M = \left[x^{2023} + (-x)^3 \right] (z^{2024} - x^{2024}) (y^{2025} - z^{2025}) = 0$$

- TH2: Nếu $x - z = 0 \Rightarrow x = z$, thì:

$$M = (x^{2023} + y^{2023}) (x^{2024} - x^{2024}) (y^{2025} - z^{2025}) = 0$$

- TH3: Nếu $z - y = 0 \Rightarrow y = z$, thì:

$$M = (x^{2023} + y^{2023}) (z^{2024} - x^{2024}) (y^{2025} - y^{2025}) = 0$$

Vậy: $M = 0$

Câu 3 (2,0 điểm). Tìm x biết: $(x^2 - 10x + 25)^2 + 4(x^2 - 10x + 23) + 3 = 0$

Lời giải

$$(x^2 - 10x + 25)^2 + 4(x^2 - 10x + 23) + 3 = 0 \quad (1)$$

Đặt $t = x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$ (điều kiện: $t \geq 0$)

Suy ra: $x^2 - 10x + 23 = t - 2$

- Khi đó (1) có dạng:

$$t^2 + 4(t - 2) + 3 = 0$$

$$\Rightarrow t^2 + 4t - 5 = 0$$

$$\Rightarrow (t - 1)(t + 5) = 0$$

$$\Rightarrow t = 1 \text{ hoặc } t = -5 \text{ (loại vì ĐK } t \geq 0)$$

$$\text{- Với } t = 1, \text{ ta có: } (x - 5)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 5 = 1 \\ x - 5 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 4 \end{cases}$$

Vậy: $x = 6; x = 4$

Câu 4 (2,0 điểm). Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lớn hơn ^{20} và nhỏ hơn ^{200}

a) Có bao nhiêu cách viết số ngẫu nhiên một số tự nhiên như vậy?

b) Tính xác suất biến cố: “Số tự nhiên được viết ra là một số chính phương lẻ”.

Lời giải

a) Các số tự nhiên lớn hơn ^{20} và nhỏ hơn ^{200} là: 21, 22, 23, ..., 199

Có ^{179} cách viết ngẫu nhiên một số như vậy.

b) Có ^{5} kết quả thuận lợi cho biến cố: “số tự nhiên được viết ra là một số chính phương lẻ” là: 25, 49, 81, 121, 169

- Xác suất của biến cố đó là: $\frac{5}{179}$

Câu 5 (2,0 điểm). Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $xy^2 + 2xy + x = 32y$

Lời giải

Ta có: $xy^2 + 2xy + x = 32y \Rightarrow x(y^2 + 2y + 1) = 32y \Rightarrow x(y+1)^2 = 32y$ (1)

Nếu $y+1=0 \Rightarrow y=-1$, khi đó từ (1) $\Rightarrow y=0$ (loại).

Do đó: $y+1 \neq 0 \Leftrightarrow y \neq -1$

Khi đó, từ (1) $\Rightarrow x = \frac{32y}{(y+1)^2}$ (2)

Mà $(y, y+1) = 1$

Lại có x nguyên nên $(y+1)^2$ là các ước dương của 32 .

Do $(y+1)^2$ là số chính phương nên $(y+1)^2 \in \{1; 4; 16\}$.

$\Rightarrow y \in \{0; -2; 1; -3; 3; -5\}$

Với mỗi giá trị của y thay vào (2) ta tìm được:

$(x; y) \in \{(0; 0), (-64; -2), (8; 1), (-24; -3), (6; 3), (-10; -5)\}$

Câu 6 (2,0 điểm). Cho x, y là các số nguyên $(x, y \neq -1)$ sao cho $\frac{x^4-1}{y+1} + \frac{y^4-1}{x+1}$ là số nguyên. Chứng minh rằng $x^4 y^{2024} - 1$ chia hết cho $y+1$

Lời giải

Đặt $\frac{x^4-1}{y+1} = \frac{a}{b}; \frac{y^4-1}{x+1} = \frac{m}{n}; (a; b) = 1, (m, n) = 1, b, n > 0$

Theo giả thiết ta có $\frac{a}{b} + \frac{m}{n}$ là số nguyên

Nên $\frac{an+bm}{bn} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} an+bm : b \\ an+bm : n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n : b \\ b : n \end{cases} \Rightarrow n = b \quad (1)$

Mặt khác: $\frac{a}{b} \cdot \frac{m}{n} = \frac{x^4-1}{y+1} \cdot \frac{y^4-1}{x+1} = (x-1)(x^2+1)(y-1)(y^2+1)$ là số nguyên suy ra $am : n \Rightarrow a : n \quad (2)$. Từ (1) và (2) suy ra: $a : b$

Suy ra: $\frac{x^4-1}{y+1} = \frac{a}{b} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x^4-1 : y+1$ (3)

Lại có: $x^4 y^{2024} - 1 = y^{2024} (x^4 - 1) + y^{2024} - 1$

$$\text{Vì } y^{2024} - 1 = (y^2)^{2024} - 1 = (y^2 - 1)(y^{2023} + y^{2021} + \dots + y + 1) \quad (4)$$

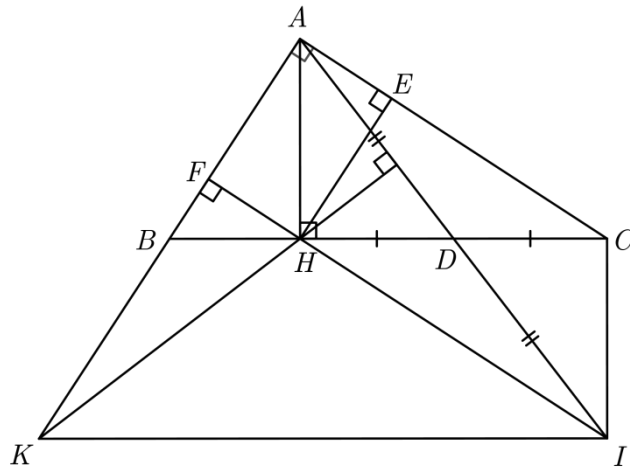
Từ (3) và (4) suy ra: $x^4 y^{2024} - 1 = (y^2 - 1)(y^{2023} + y^{2021} + \dots + y + 1)$ (đpcm)

Câu 7 (4,5 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH ($H \in BC$). Kẻ HE vuông góc với AC tại E , HF vuông góc với AB tại F .

a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ là hình chữ nhật và $\frac{FH}{AC} + \frac{HE}{AB} = 1$

b) Gọi D là trung điểm của HC , trên tia đối của tia DA lấy điểm I sao cho D là trung điểm của AI . Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với AD cắt đường thẳng AB tại K . Chứng minh: $AH \perp IK$ và B là trung điểm của AK .

Lời giải



a) Chứng minh được: tứ giác $AEHF$ là hình chữ nhật
 $\Rightarrow FH = AE; HE = AF$ (1)

$$\text{Vì } HF \parallel AC; HE \parallel AB \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{BH}{BC}; \frac{AF}{AB} = \frac{CH}{CB} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \quad \frac{FH}{AC} + \frac{HE}{AB} = \frac{AE}{AC} + \frac{AF}{AB} = \frac{BH}{BC} + \frac{CH}{BC} = 1 \quad (\text{đpcm})$$

b) Chứng minh được tứ giác $AHIC$ là hình bình hành

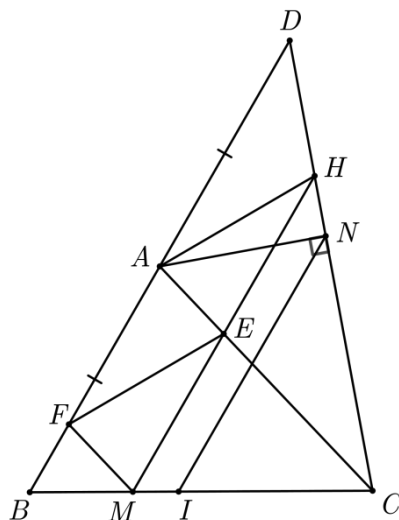
$HI \parallel AC$ mà $HF \parallel AC (\perp AB) \Rightarrow I, H, F$ thẳng hàng.

$\Rightarrow H$ là trực tâm tam giác $AIK \Rightarrow AH \perp IK$ (đpcm)

Lại có: $BD \perp AH \Rightarrow BD \parallel IK$ mà D là trung điểm của $AI \Rightarrow B$ là trung điểm của AK (ĐPCM)

Câu 8 (1,5 điểm). Cho tam giác ABC nhọn. M là một điểm tùy ý nằm giữa B và C ($M \neq B, M \neq C$). Qua M kẻ các đường thẳng song song AB, AC cắt các cạnh AC, AB lần lượt ở E và F . Tìm vị trí điểm M để EF có độ dài nhỏ nhất.

Lời giải



+ Chứng minh được tứ giác $MEAF$ là hình bình hành $\Rightarrow ME = AF$

+ Lấy D sao cho A là trung điểm của BD , H là giao điểm của ME với CD

Chứng minh được E là trung điểm của $ME = EH$

$\Rightarrow AHEF$ là hình bình hành $\Rightarrow EF = AH$

Kẻ $AN \perp CD$ tại N . Do A, C, D có định nên N cố định $\Rightarrow AH \geq AN$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow H = N$

Từ N kẻ đường thẳng song song với AB cắt BC tại I . Khi đó $M \equiv I$

Vậy: min $EF = AN$ nhỏ nhất khi $M \equiv I$

Câu 9 (1,5 điểm). Cho X là một tập hợp gồm 2024 số nguyên dương đôi một khác nhau, mỗi số không lớn hơn 4025 . Chứng minh trong tập hợp X luôn tìm được hai phần tử x và y , sao cho $x - y$ thuộc tập hợp $E = \{5; 10; 15\}$

Lời giải

Do $2024 : 5 = 404$ dư 4

Vì có 2024 số nguyên dương khác nhau nên theo nguyên lý Dirichlet tồn tại một nhóm có chứa $404 + 1 = 405$ số khi chia cho 5 có cùng số dư.

Gọi 405 số đó là: $1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_{405} \leq 4025$

Giả sử không tồn tại 2 số a_i, a_j ($1 \leq i, j \leq 405$) thỏa mãn $a_i - a_j \in \{5; 10; 15\}$

Khi đó $a_i - a_j \geq 20$ (Vì $a_i - a_j \geq 5$ và $a_i \neq a_j$)

Trong 405 số trên, hai số kề nhau hơn kém nhau ít nhất 20 đơn vị nên:

$$a_{405} - a_1 \geq 20 \cdot 404 = 8080$$

$a_{405} - a_1 > 4025$ (mâu thuẫn giả thiết mỗi số không lớn hơn 4025) $\Rightarrow$ điều giả sử là sai.

Vậy trong tập hợp X luôn tìm được hai phân tử x và y , sao cho $x - y$ thuộc tập hợp $E = \{5; 10; 15\}$

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO
TẠO
TAM NÔNG**

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH NĂNG KHIẾU
NĂM HỌC 2023 - 2024**

Môn: Toán 8

Thời gian làm bài: **150 phút**, không kể thời gian
giao đề
(Đề thi gồm: **02 trang**)

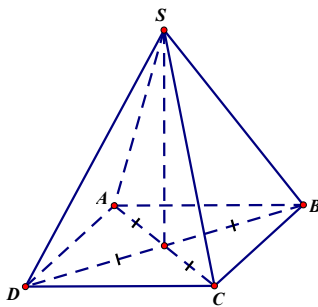
ĐỀ CHÍNH THỨC

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (16 câu - 8,0 điểm)

(Thí sinh chọn đáp án đúng và viết kết quả vào tờ giấy thi)

- Câu 1:** Phân tích đa thức $x^2 + 4x - 5 + 2025(x + 5)$ thành nhân tử được kết quả là
A. $(x + 5)(x + 2024)$. B. $(x - 5)(x + 2024)$. C. $(x + 5)(x + 2025)$. D. $(x + 5)(x + 2026)$.
- Câu 2:** Đa thức $f(x) = 8x^2 + (a + 1)x + b + 2$ chia hết cho $x + 1$. Giá trị $a - b$ là
A. -9 . B. 9 . C. -10 . D. 11 .
- Câu 3:** Cho $x^2 + y^2 + 1 = xy + x + y$. Giá trị $(x - 2)^{2023} + (2 - y)^{2025}$ là
A. -2 . B. 4 . C. 2 . D. 0 .
- Câu 4:** Cho x, y thỏa mãn $x^3 + y^3 = -2$ và $x^2 + y^2 = -x - y$. Giá trị $x + y$ là
A. -2 . B. 2 . C. -1 . D. 1 .
- Câu 5:** Rút gọn $P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x + 1}{x} + \frac{1}{x - 1} + \frac{2 - x^2}{x^2 - x} \right), (x \neq 1, x \neq 0)$ được kết quả là
 $P = \frac{ax^2 + bx + c}{x - 1}$.
Khi đó giá trị $a^2 + b^2 + c^2$ là
A. 3 . B. 2 . C. 1 . D. $\frac{1}{4}$.
- Câu 6:** Cho phương trình $\left(3x - \frac{1}{2}\right)^2 = 4$. Tổng các nghiệm của phương trình là
A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{-1}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 7:** Số giá trị m để đồ thị hàm số $y = (m^2 + 1)x + 4 - m$ song song với đường thẳng $y = 5x + 2$ là

- Câu 8:** Gieo ngẫu nhiên một con xúc sắc ba lần liên tiếp, xác suất để số chấm ba lần gieo đều là các số chẵn là
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{16}$. D. $\frac{3}{216}$.
- Câu 9:** Hình thang cân $ABCD$ ($AB \parallel CD$), $DA = AB = BC$, $\widehat{DAB} = 120^\circ$. Số đo $\widehat{DBC}$ là
- A. 90° . B. 60° . C. 70° . D. 45° .
- Câu 10:** Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{DAB} = 110^\circ$, $\widehat{BCD} = 70^\circ$, Bx là tia đối của tia BA . Tia phân giác của $\widehat{ADC}$ và phân giác góc $\widehat{EBx}$ cắt nhau tại I (tia DI nằm giữa hai tia DB và DC). Số đo $\widehat{DIB}$ là
- A. 110° . B. 100° . C. 90° . D. 70° .
- Câu 11:** Cho tam giác ABC , M là một điểm trên cạnh BC , kẻ $ME \parallel AC$ và $MD \parallel AB$ ($E \in AB, D \in AC$). Khi đó:
- A. $\frac{ME}{AC} + \frac{MD}{AB} = 1,2$. B. $\frac{ME}{AC} + \frac{MD}{AB} = 1$. C. $\frac{ME}{AC} + \frac{MD}{AB} = \frac{3}{2}$. D. $\frac{ME}{AC} + \frac{MD}{AB} = \frac{4}{3}$.
- Câu 12:** Cho hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). P, Q lần lượt là trung điểm của DB và AC , khi đó:
- A. $PQ = \frac{AB+CD}{2}$. B. $PQ = \frac{2AB+CD}{2}$. C. $PQ = \frac{|AB-CD|}{2}$. D. $PQ = \frac{3|AB-CD|}{4}$.
- Câu 13:** Một hình thoi có cạnh 10 cm , tỉ số hai đường chéo là $\frac{3}{4}$. Diện tích hình thoi là
- A. 96 cm^2 . B. 54 cm^2 . C. 48 cm^2 . D. 24 cm^2 .
- Câu 14:** Cho tam giác ABC vuông cân tại A , trung tuyến BM . Gọi D là hình chiếu của C trên đường thẳng BM , khi đó
- A. $BM \cdot BD = \frac{4}{3} AC^2$. B. $BM \cdot BD = \frac{5}{4} AC^2$. C. $BM \cdot BD = AC^2$. D. $BM \cdot BD = \frac{3}{2} AC^2$.
- Câu 15:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh đáy 2 cm . Tam giác SBD đều (Như hình vẽ), thể tích hình chóp $S.ABCD$ là



- A. $2\sqrt{6} \text{ cm}^3$. B. $4\sqrt{6} \text{ cm}^3$. C. $\frac{2\sqrt{6}}{3} \text{ cm}^3$. D. $\frac{4\sqrt{6}}{3} \text{ cm}^3$.

Câu 16: Để lập một đội tuyển năng khiếu về bóng chuyền của một trường. Thầy thể dục đưa ra quy định: Mỗi bạn dự tuyển phải phát bóng đủ 10 lần, lần phát bóng đạt yêu cầu được cộng 3 điểm; lần phát bóng không đạt yêu cầu bị trừ 2 điểm. Bạn nào có số điểm từ 20 điểm trở lên sẽ được chọn vào đội tuyển. Nếu muốn vào đội tuyển phải phát bóng ít nhất bao nhiêu lần đạt yêu cầu

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

II. PHẦN TỰ LUẬN (4 Câu - 12,0 điểm)

Câu 1 (3,5 điểm)

- a) Tìm các số nguyên x, y biết $y^2 - xy - 2x - 1 = 0$.
b) Tìm số tự nhiên n sao cho $n^4 - 16n^2 + 100$ là một số nguyên tố.

Câu 2 (3,5 điểm)

- a) Giải phương trình $6x^4 + 7x^3 + 5x^2 - x - 2 = 0$.
b) Cho các số thực $x, y \neq 0; x + y \neq 0$ thỏa mãn: $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} = \frac{1}{x+y}$ và $a + b = 1$.

$$\left(\frac{a}{x}\right)^8 + \left(\frac{b}{y}\right)^8 = \frac{2}{(x+y)^8}.$$

Chứng minh

Câu 3 (4,0 điểm)

Cho hình chữ nhật $ABCD$, hai đường chéo cắt nhau tại O . P là một điểm di động trên đoạn thẳng OB (P khác O và B). M là điểm đối xứng của C qua P , kẻ ME vuông góc với đường thẳng AD tại E và kẻ MF vuông góc với đường thẳng AB tại F .

- a) Chứng minh: MA song song với BD và AB là tia phân giác của $\angle MAC$.
b) Chứng minh E, F, P thẳng hàng.

- c) Chứng minh $\left(\frac{EF}{MF}\right)^2$ không đổi khi P di động trên đoạn thẳng OB .

Câu 4 (1,0 điểm). Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \left(\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}\right)^2 + 4(xy + yz + zx).$$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh.....

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TAM NÔNG	HDC THI CHỌN KS NĂNG KHIẾU CẤP HUYỆN NĂM HỌC 2023 - 2024 Môn: Toán 8 (HDC gồm: trang)
---	---

A. Một số chú ý khi chấm bài.

- Hướng dẫn chấm dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách; khi chấm thi giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết và hợp logic.
- Thí sinh làm bài cách khác với **Hướng dẫn chấm** mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với biểu điểm của **Hướng dẫn chấm**.

B. Đáp án và biểu điểm.

I. Trắc nghiệm (Mỗi câu đúng được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Đ/ án	A	B	D	A	C	D	B	B	A	D	B	C	A	D	D	C

II. Tự luận. (12,0 điểm)

Câu	Hướng dẫn chấm	Điểm
Câu 1 (3,5 điểm)		
	a) Tìm $x; y$ nguyên biết: $y^2 - xy - 2x - 1 = 0$.	
	b) Tìm số tự nhiên n sao cho : $n^4 - 16n^2 + 100$ là một số nguyên tố.	
1a (1,75đ)	Câu 1 (3,5 điểm)	
	a) Tìm $x; y$ nguyên biết: $y^2 - xy - 2x - 1 = 0$.	
	$y^2 - xy - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow y^2 - x(y + 2) - 1 = 0$	
	$\Leftrightarrow y^2 - 4 - x(y + 2) + 3 = 0 \Leftrightarrow (y - 2)(y + 2) - x(y + 2) + 3 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (y + 2)(y - 2 - x) = -3$	0,25
	Vì $x; y$ nguyên $y + 2; y - 2 - x$ là các số nguyên và $y + 2; y - 2 - x \in U(3) = \{-1; 1; -3; 3\}$	0,25 0,25
	Ta có bảng:	0,5

	<table><tr><td>$y+2$</td><td>-1</td><td>1</td><td>-3</td><td>3</td></tr><tr><td>$y-2-x$</td><td>3</td><td>-3</td><td>1</td><td>-1</td></tr><tr><td>y</td><td>-3</td><td>-1</td><td>-5</td><td>1</td></tr><tr><td>x</td><td>-8</td><td>0</td><td>-8</td><td>0</td></tr></table>	$y+2$	-1	1	-3	3	$y-2-x$	3	-3	1	-1	y	-3	-1	-5	1	x	-8	0	-8	0	
$y+2$	-1	1	-3	3																		
$y-2-x$	3	-3	1	-1																		
y	-3	-1	-5	1																		
x	-8	0	-8	0																		
	Vậy $(x; y)$ là $(-8; -3)$, $(-8; -5)$, $(0; -1)$, $(0; 1)$.	0,25																				
1b (1,75đ)	b) Tìm số tự nhiên n sao cho : $n^4 - 16n^2 + 100$ là một số nguyên tố.																					
	Ta có : $n^4 - 16n^2 + 100 = (n^4 + 20n^2 + 10^2) - 36n^2$	0,25																				
	$= (n^2 + 10)^2 - (6n)^2 = (n^2 - 6n + 10)(n^2 + 6n + 10)$	0,5																				
	Ta có: $0 < n^2 - 6n + 10 \leq n^2 + 6n + 10 (\forall n \in N)$	0,25																				
	mà $n^4 - 16n^2 + 100$ là số nguyên tố nên $n^2 - 6n + 10 = 1 \Rightarrow n^2 - 6n + 9 = 0$ $\Rightarrow (n - 3)^2 = 0 \Rightarrow n - 3 = 0 \Rightarrow n = 3$	0,5																				
	Thử lại: $n = 3$ thì $n^4 - 16n^2 + 100 = 37$ là số nguyên tố	0,25																				
	Vậy $n = 3$																					
Câu 2 (3,5 điểm)																						
a) Giải phương trình: $6x^4 + 7x^3 + 5x^2 - x - 2 = 0$.																						
b) Cho các số thực $x, y \neq 0$; $x + y \neq 0$ thỏa mãn: $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} = \frac{1}{x + y}$ và $a + b = 1$.																						
Chứng minh rằng: $\left(\frac{a}{x}\right)^{2024} + \left(\frac{b}{y}\right)^{2024} = \frac{1}{(x + y)^{2024}}$																						
2a (1,75đ) a)	a) Giải phương trình: $6x^4 + 7x^3 + 5x^2 - x - 2 = 0$.																					
	$6x^4 + 7x^3 + 5x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow 6x^4 - 3x^3 + 10x^3 - 5x^2 + 10x^2 - 5x + 4x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow 3x^3(2x - 1) + 5x^2(2x - 1) + 5x(2x - 1) + 2(2x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow (2x - 1)(3x^3 + 5x^2 + 5x + 2) = 0$	0,5																				
	$\Leftrightarrow (2x - 1)(3x^3 + 2x^2 + 3x^2 + 2x + 3x + 2) = 0$ $\Leftrightarrow (2x - 1)(x^2(3x + 2) + x(3x + 2) + 3x + 2) = 0$ $\Leftrightarrow (2x - 1)(3x + 2)(x^2 + x + 1) = 0 \quad (1)$	0,5																				
	$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \forall x$	0,25																				

	Pt (1) $\Leftrightarrow (2x-1)(3x+2) = 0 \Leftrightarrow 2x-1 = 0$ hoặc $3x+2 = 0$	
	$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = -\frac{2}{3}$.	0,5
2b (1,75đ)	b) Cho các số thực $x, y \neq 0$; $x+y \neq 0$ thỏa mãn: $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} = \frac{1}{x+y}$ và $a+b = 1$. Chứng minh rằng: $\left(\frac{a}{x}\right)^8 + \left(\frac{b}{y}\right)^8 = \frac{2}{(x+y)^8}$	
	$\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} = \frac{1}{x+y} \Leftrightarrow \frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} = \frac{(a+b)^2}{x+y}$	0,25
	$\Leftrightarrow \left(\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y}\right)(x+y) = (a+b)^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + \frac{a^2 y}{x} + \frac{b^2 x}{y} = a^2 + b^2 + 2ab$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{a^2 y}{x} + \frac{b^2 x}{y} = 2ab \Leftrightarrow a^2 y^2 + b^2 x^2 - 2abxy = 0 \Leftrightarrow (ay - bx)^2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow ay - bx = 0 \Leftrightarrow ay = bx \Leftrightarrow \frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{a+b}{x+y} = \frac{1}{x+y}$	0,5
	$\Rightarrow \left(\frac{a}{x}\right)^8 = \left(\frac{b}{y}\right)^8 = \left(\frac{1}{x+y}\right)^8 = \frac{1}{(x+y)^8}$	0,25
	$\Rightarrow \left(\frac{a}{x}\right)^8 + \left(\frac{b}{y}\right)^8 = \frac{2}{(x+y)^8}$.	0,25

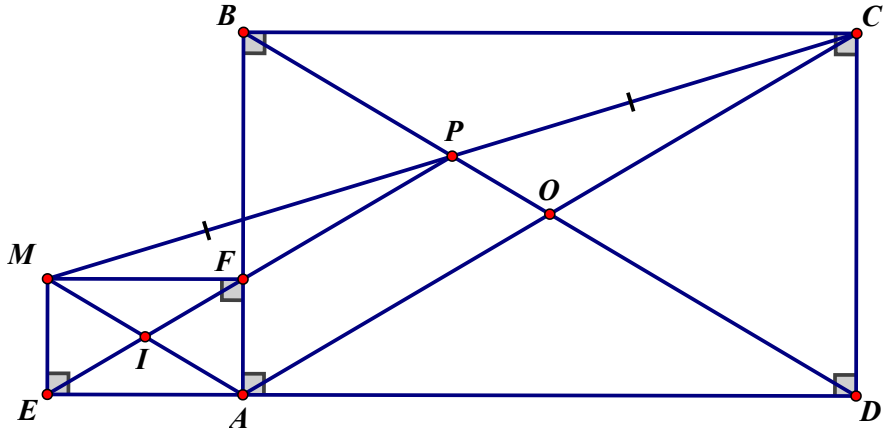
Câu 3 (4,0 điểm)

Cho hình chữ nhật $ABCD$, hai đường chéo cắt nhau tại O . P là một điểm di động trên đoạn thẳng OB (P khác O và B). M là điểm đối xứng của C qua P . Kẻ ME, MF lần lượt vuông góc với các đường thẳng AD, AB .

a) Chứng minh: MA song song với BD và AB là tia phân giác của $\angle MAC$.

b) Chứng minh: E, F, P thẳng hàng.

c) Chứng minh: Tỉ số $\left(\frac{EF}{MF}\right)^2$ không đổi khi P di động trên đoạn thẳng OB .

3a (2,0đ)			0,75
	Ta có: $PM = PC$ (M đối xứng với C qua P)		0,25
	Tứ giác ABCD là hình chữ nhật $\Rightarrow OA = OC$		0,25
	$\Rightarrow PO$ là đường trung bình của tam giác AMC		0,25
	$\Rightarrow PO \parallel AM \Rightarrow AM \parallel BD$		0,25
	Vì $AM \parallel BD \Rightarrow \angle MAB = \angle ABD$ (So le trong) (1)		0,25
	Tứ giác ABCD là hình chữ nhật $\Rightarrow OA = OB = OC = OD$		0,25
	$\Rightarrow \triangle OAB$ cân tại O $\Rightarrow \angle OAB = \angle OBA$ (2)		0,25
	Từ (1) và (2): $\angle MAB = \angle ABD = \angle OAB \Rightarrow AB$ là tia phân giác của $\angle MAC$		0,25
3b (1,0đ)	Tứ giác $MEAF$ có $\angle MFA = \angle MEA = \angle EAF = 90^\circ \Rightarrow MEAF$ là hình chữ nhật		0,25
	Gọi I là giao của hai đường chéo $MA, EF \Rightarrow I$ là trung điểm của MA và EF		
	I là trung điểm của MA , P là trung điểm của $MC \Rightarrow IP$ là đường trung bình của tam giác $MAC \Rightarrow IP \parallel AC$ (3)		0,25
	$MEAF$ là hình chữ nhật $\Rightarrow IM = IE = IA = IF \Rightarrow \triangle IFA$ cân tại $I \Rightarrow \angle IFA = \angle IAF$		
	$\angle IAF = \angle BAO$ (cm.a) $\Rightarrow \angle IFA = \angle BAO \Rightarrow IF \parallel AC$ (4)		0,25
	Từ (3), (4): $\Rightarrow I, F, P$ thẳng hàng $\Rightarrow E, I, F, P$ thẳng hàng $\Rightarrow E, F, P$ thẳng hàng		0,25
3c (1,0đ)	$\left(\frac{EF}{MF}\right)^2 = \frac{EF^2}{MF^2} = \frac{EA^2 + AF^2}{AE^2} = 1 + \left(\frac{AF}{AE}\right)^2$		0,25
	$\angle AFE = \angle BFP$ (đối đỉnh)		0,25

	$\widehat{BFP} = \widehat{BAC}$ (2 góc đồng vị và $FP \parallel AC$) $\Rightarrow \widehat{EFA} = \widehat{BFP} = \widehat{BAC}$	
	Xét tam giác AFE và tam giác BAC có $\widehat{EAF} = \widehat{ABC} = 90^\circ$ $\widehat{EFA} = \widehat{BAC}$ (cmt) $\Rightarrow \Delta AFE \sim \Delta BAC$ (g.g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{AF}{BA} = \frac{AE}{BC} \Rightarrow \frac{AF}{AE} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow \left(\frac{EF}{MF}\right)^2 = 1 + \left(\frac{AF}{AE}\right)^2 = 1 + \left(\frac{BA}{BC}\right)^2$ (Không đổi khi P di động trên OB)	0,25
<p>Câu 4 (1,0 điểm) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$.</p> <p>Tìm giá trị nhỏ nhất của: $P = \left(\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}\right)^2 + 4(xy + yz + zx)$</p>		
4 (1,0đ)	<p>Ta chứng minh: $\left(\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}\right)^2 \geq 3(x^2 + y^2 + z^2)$ (*)</p> <p>$\Leftrightarrow \left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2 + 2\frac{xy}{z} \cdot \frac{yz}{x} + 2\frac{xy}{z} \cdot \frac{zx}{y} + 2\frac{yz}{x} \cdot \frac{zx}{y} \geq 3(x^2 + y^2 + z^2)$</p> <p>$\Leftrightarrow \left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2 \geq x^2 + y^2 + z^2$</p>	
	<p>Áp dụng bất đẳng thức: $m^2 + n^2 + p^2 \geq mn + np + pm$</p> <p>$\left(\frac{xy}{z}\right)^2 + \left(\frac{yz}{x}\right)^2 + \left(\frac{zx}{y}\right)^2 \geq \frac{xy}{z} \cdot \frac{yz}{x} + \frac{yz}{x} \cdot \frac{zx}{y} + \frac{xy}{z} \cdot \frac{zx}{y} = y^2 + z^2 + x^2$</p> <p>Vậy: bất đẳng thức (*) đúng.</p>	0,25
	<p>$P = \left(\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}\right)^2 + 4(xy + yz + zx)$</p> <p>$= \left(\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}\right)^2 + 4 \left[\frac{(x+y+z)^2 - x^2 - y^2 - z^2}{2} \right]$</p> <p>$= \left(\frac{xy}{z} + \frac{yz}{x} + \frac{zx}{y}\right)^2 + 2 - 2(x^2 + y^2 + z^2)$</p>	0,25
	<p>$\geq 3(x^2 + y^2 + z^2) + 2 - 2(x^2 + y^2 + z^2) = x^2 + y^2 + z^2 + 2$</p> <p>$\geq \frac{1}{3}(x+y+z)^2 + 2 = \frac{7}{3}$</p>	0,25

Dấu “=” xảy ra khi $x = y = z = \frac{1}{3}$	
GTNN của P là $\frac{7}{3}$ khi $x = y = z = \frac{1}{3}$	0,25

Lưu ý: Trên đây chỉ là giải sơ lược. Học sinh có nhiều cách giải khác nhau, nếu đúng giám khảo cho điểm tương ứng của phần đó.

**PHÒNG GD & ĐT YÊN THẾ -
BẮC GIANG**

(Đề thi gồm 01 trang)

ĐỀ THI HSG

NĂM HỌC 2024-2025. MÔN: TOÁN 8

(Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian giao đề)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Em hãy chọn chữ cái đứng trước phương án trả lời đúng và ghi vào giấy thi

Câu 1. Cho a là một nghiệm của đa thức $g(x) = x^2 - 3x + 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^4 - 13a^3 + 34a^2 - 19a + 20112024$

- A. 20112019. B. 20112020. C. 20112021. D. 20112022.

Câu 2. Hình thoi có độ dài hai đường chéo lần lượt là 12 cm và 16 cm thì độ dài cạnh của hình thoi là

- A. 10 cm. B. 12 cm. C. 13 cm. D. 14 cm.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của biểu thức $F = \frac{-6x+8}{-x^2-1}$ bằng

- A. 1. B. -9. C. 3. D. -1.

Câu 4. Tổng các giá trị x nguyên sao cho $2022^{2023} - \frac{2x^2+x+4}{2x-1}$ có giá trị là một số nguyên là

- A. 2. B. 4. C. -1. D. 1.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = (m-1)x + 3$ đi qua điểm $A(-1; 5)$ khi

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 0$. D. $m = -2$.

Câu 6. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $AB = 4$ cm. Từ một điểm D trên đoạn thẳng BC , kẻ DE song song với AB ($E \in AC$) và DF song song với AC ($F \in AB$). Chu vi của tứ giác $AEDF$ là

- A. 5 cm . B. 6 cm . C. 7 cm . D. 8 cm.
- Câu 7.** Cho hình thang $ABCD$, đáy nhỏ AB đáy lớn CD . Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại G . Biết diện tích tam giác AGD bằng 18cm^2 và diện tích tam giác CGD bằng 24cm^2 thì diện tích hình thang $ABCD$ là
- A. 68cm^2 . B. $70,5\text{cm}^2$. C. 72cm^2 . D. $73,5\text{cm}^2$.
- Câu 8.** Gọi $I(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà họ đường thẳng $y = (m-1)x + 1$ với $m \neq 1$ luôn đi qua. Giá trị của biểu thức $A = x_0^2 + y_0^2$.
- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.
- Câu 9.** Tam giác ABC có $AB = 3\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$ và $\angle BAC = 120^\circ$. Độ dài đường phân giác $AM (M \in BC)$ của tam giác ABC bằng
- A. $2\sqrt{3}\text{cm}$. B. 2cm . C. $\sqrt{6}\text{cm}$. D. $2,4\text{cm}$.
- Câu 10.** Số các giá trị nguyên của tham số m sao cho $-22 \leq m \leq 23$ để phương trình $(m^2 - 9)x = 3m(m - 3)$ có nghiệm duy nhất là
- A. 46. B. 45. C. 44. D. 43.
- Câu 11.** Cho tam giác ABC biết $\hat{A} = \alpha$, phân giác góc B, C cắt nhau tại I . Khẳng định đúng là
- A. $\angle BTC = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$. B. $\angle BTC = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$. C. $\angle BTC = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$. D. $\angle BTC = 45^\circ + \frac{\alpha}{2}$.
- Câu 12.** Đa thức dư trong phép chia đa thức $f(x) = x^{50} + x^{49} + \dots + x^2 + x + 1$ cho đa thức $x^2 - 1$ là
- A. $5x + 26$. B. $25x + 1$. C. $25x + 26$. D. $5x + 1$.
- Câu 13.** Tứ giác $ABCD$ có tia phân giác trong của các góc C và D cắt nhau tại I và $\angle TID = 100^\circ$. Tia phân giác trong của các góc A và B cắt nhau tại E thì số đo $\angle AEB$ bằng
- A. 100° . B. 60° . C. 90° . D. 80° .
- Câu 14.** Một đoàn học sinh đi thăm quan Đền Hoàng Hoa Thám bằng ô tô. Nếu mỗi xe đi 23 học sinh thì còn thừa 6 chỗ ngồi. Nếu bớt đi một xe thì số học sinh được chia đều cho các xe. Mỗi xe đi không quá 29 học sinh. Số học sinh trong đoàn tham quan là
- A. 621. B. 402. C. 408. D. 644.

- Câu 15.** Phương trình $\frac{1}{x-m} + \frac{1}{x+m} = \frac{-2x+m}{x-m}$ có nghiệm $x = -1$ khi
A. $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 0$ hoặc $m = -1$. **D.** $m = 0$.
- Câu 16.** Cho tam giác ABC đều cạnh a , từ điểm O trong tam giác hạ OH, OK, OE lần lượt vuông góc với các cạnh AB, BC, CA . Khi đó $OH + OK + OE$ bằng
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{3a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.
- Câu 17.** Biểu thức khai triển và rút gọn của biểu thức $P = (x+y)(x^3 + xy^2 - yx^2 - y^3)$ là
A. $x^4 + y^4$. **B.** $x^4 - y^4$. **C.** $x^3 + y^3$. **D.** $x^3 - y^3$.
- Câu 18.** Số nghiệm của phương trình: $(x+1)(x+2)(x+4)(x+5) = 40$
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 19.** Ba xe ô tô khởi hành cùng lúc từ A để đi đến B. Vận tốc xe thứ hai nhỏ hơn vận tốc xe thứ nhất 10km/h và lớn hơn vận tốc xe thứ ba là 10km/h . Xe thứ hai đến B sau xe thứ nhất là 30 phút và trước xe thứ ba là 45 phút. Vận tốc xe thứ hai là
A. 40km/h . **B.** 50km/h . **C.** 60km/h . **D.** 45km/h .
- Câu 20.** Cho $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ và $a+b+c \neq 0$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{(a+b+c)^2}$ bằng
A. 1. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** 3.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 1. (5 điểm)

1. Cho biểu thức $P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$ với $x \neq 0; x \neq 1$.
- a) Rút gọn biểu thức P .
- b) Tìm các giá trị nguyên của x để P đạt giá trị nguyên.
2. Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$ và $a+b+c = abc$.
- Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.
3. Cho đa thức hệ số thực $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Biết $f(x)$ chia cho đa thức $x+1$ dư -2 và $f(x)$ chia cho đa thức $x-2$ dư 7. Tính giá trị biểu thức:
 $Q = (2024a + 2022b + c)^{2024} + 1$

Câu 2. (4,5 điểm)

1. Cho a, b, c là ba số nguyên dương thỏa mãn $a^3 + b^3 + c^3$ chia hết cho 14 .
Chứng minh rằng abc cũng chia hết cho 14 .
2. Tìm các số nguyên dương a, b thỏa mãn $a^2b + b$ chia hết cho $ab^2 + 9$.
3. Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $x^2 + 5xy + 6y^2 + x + 2y - 2 = 0$.

Câu 3. (3,5 điểm) Cho O là trung điểm của đoạn thẳng AB . Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đoạn thẳng AB vẽ hai tia Ax, By cùng vuông góc với AB . Trên tia Ax lấy điểm D (khác A), qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OD cắt tia By tại C . Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên CD .

1. Chứng minh rằng $\triangle AHB$ vuông tại H .
2. Gọi I là giao điểm của AC và BD, E là giao điểm của AH và DO, F là giao điểm của BH và CO . Chứng minh ba điểm E, I, F thẳng hàng

Câu 4. (1 điểm)

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $4yx + 4yz + 3xz = 3xyz$. Chứng minh rằng:

$$\frac{2(x+y)^2}{2x+3y} + \frac{(y+2z)^2}{2y+z} + \frac{(2z+x)^2}{z+2x} \geq 24.$$

❗HẾT❗

ĐÁP ÁN ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI – TOÁN 8

PHÒNG GD & ĐT YÊN THẾ - BẮC GIANG

Năm học: 2024 - 2025

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)**Em hãy chọn chữ cái đứng trước phương án trả lời đúng và ghi vào giấy thi****BẢNG ĐÁP ÁN**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	A	A	A	B	D	D	A	B	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	A	D	C	D	A	B	B	B	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1.** Cho a là một nghiệm của đa thức $g(x) = x^2 - 3x + 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^4 - 13a^3 + 34a^2 - 19a + 20112024$
- A. 20112019. B. 20112020. **C. 20112021.** D. 20112022.

Lời giải**Chọn C**Ta có a là một nghiệm của đa thức $g(x) = x^2 - 3x + 1$ nên $a^2 - 3a + 1 = 0$

Xét

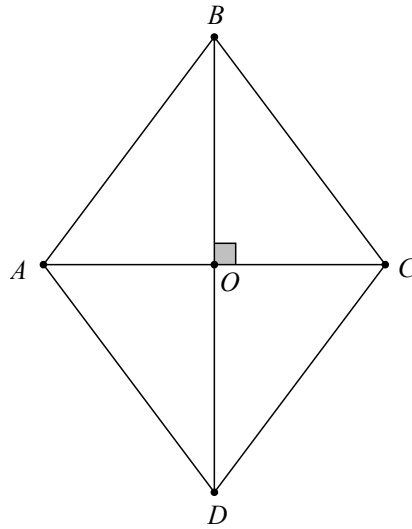
$$\begin{aligned}
 P &= a^4 - 13a^3 + 34a^2 - 19a + 20112024 \\
 &= (a^4 - 3a^3 + a^2) + (-10a^3 + 30a^2 - 10a) + (3a^2 - 9a + 3) + 20112021 \\
 &= a^2(a^2 - 3a + 1) - 10a(a^2 - 3a + 1) + 3(a^2 - 3a + 1) + 20112021 \\
 &= (a^2 - 10a + 3)(a^2 - 3a + 1) + 20112021 \\
 &= (a^2 - 10a + 3) \cdot 0 + 20112021 \\
 &= 20112021
 \end{aligned}$$

Do đó giá trị của biểu thức $P = a^4 - 13a^3 + 34a^2 - 19a + 20112024$ bằng 20112021.

- Câu 2.** Hình thoi có độ dài hai đường chéo lần lượt là 12 cm và 16 cm thì độ dài cạnh của hình thoi là

A. 10 cm. B. 12 cm. C. 13 cm. D. 14 cm.

Lời giải**Chọn A**



Ta có hình thoi có độ dài hai đường chéo lần lượt là 12 cm và 16 cm. Do đó $OB = 8(\text{cm}); OC = 6(\text{cm})$, Áp dụng định lí Pythagore cho $\triangle OBC$ vuông ở O có

$$BC^2 = OB^2 + OC^2$$

$$BC^2 = 8^2 + 6^2$$

$$BC = 10(\text{cm})$$

Câu 3. Giá trị lớn nhất của biểu thức $F = \frac{-6x+8}{-x^2-1}$ bằng

A. 1.

B. -9.

C. 3.

D. -1.

Lời giải

Chọn A

Ta có
$$F = \frac{-6x+8}{-x^2-1} = \frac{6x-8}{x^2+1}$$

Xét
$$F-1 = \frac{6x-8}{x^2+1} - 1 = \frac{-(x-3)^2}{x^2+1} \leq 0$$

Do đó $F \leq 1$. Dấu bằng xảy ra khi $x = 3$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $F = \frac{-6x+8}{-x^2-1}$ bằng 1 tại $x = 3$.

Câu 4. Tổng các giá trị x nguyên sao cho $2022^{2023} - \frac{2x^2+x+4}{2x-1}$ có giá trị là một số nguyên là

A. 2.

B. 4.

C. -1.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$M = 2022^{2023} - \frac{2x^2 + x + 4}{2x - 1}$$

Ta có

$$\begin{aligned} 2M &= 2 \cdot 2022^{2023} - \frac{4x^2 + 2x + 8}{2x - 1} = 2 \cdot 2022^{2023} - \frac{4x^2 - 4x + 1 + 6x - 3 + 10}{2x - 1} \\ &= 2 \cdot 2022^{2023} - \frac{(2x - 1)^2 + 3(2x - 1) + 10}{2x - 1} = 2 \cdot 2022^{2023} - (2x - 1) - 3 - \frac{10}{2x - 1} \end{aligned}$$

Ta có $2M$ nguyên khi $\frac{10}{2x - 1}$ nguyên.

Do đó $2x - 1 \in \{-1; 1; -2; 2; -5; 5; -10; 10\}$

$2x - 1$	-1	1	-2	2	-5	5	-10	10
x	0	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	-2	3	$-\frac{9}{2}$	$\frac{11}{2}$
M	$2022^{2023} + 4$	$2022^{2023} - 7$			$2022^{2023} + 2$	$2022^{2023} - 5$		
Đánh giá	Nhận	Nhận			Nhận	Nhận		

Tổng các giá trị x nguyên là $0 + 1 + (-2) + 3 = 2$.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = (m - 1)x + 3$ đi qua điểm $A(-1; 5)$ khi

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = 0$.

D. $m = -2$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y = (m - 1)x + 3$ đi qua điểm $A(-1; 5)$ khi

$$5 = (m - 1) \cdot (-1) + 3$$

$$m = -1$$

Câu 6. Cho $\triangle ABC$ cân tại A có $AB = 4$ cm. Từ một điểm D trên đoạn thẳng BC , kẻ DE song song với $AB (E \in AC)$ và DF song song với $AC (F \in AB)$. Chu vi của tứ giác $AEDF$ là

A. 5 cm.

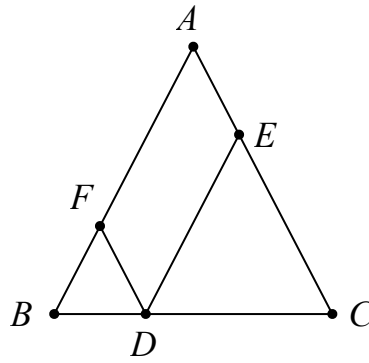
B. 6 cm.

C. 7 cm.

D. 8 cm.

Lời giải

Chọn D



Xét tứ giác $AEDF$ có $DE \parallel AF; DF \parallel AE$ nên $AEDF$ là hình bình hành.

Vì $\triangle ABC$ cân tại A có $\angle B = \angle C$, mà $DF \parallel AC$ nên $\angle BDF = \angle C$. Suy ra $\angle B = \angle BDF$

Do đó $\triangle FBD$ cân ở F . Suy ra $FD = FB$.

Chu vi tứ giác $AEDF$ là

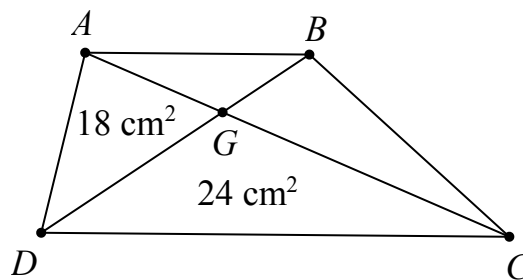
$$\begin{aligned} C_{AEDF} &= AE + ED + FD + AF \\ &= 2AF + 2FD = 2AF + 2FB = 2(AF + FB) = 2AB = 2 \cdot 4 = 8 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

Câu 7. Cho hình thang $ABCD$, đáy nhỏ AB đáy lớn CD . Hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại G . Biết diện tích tam giác AGD bằng 18 cm^2 và diện tích tam giác CGD bằng 24 cm^2 thì diện tích hình thang $ABCD$ là

- A. 68 cm^2 . B. $70,5 \text{ cm}^2$. C. 72 cm^2 . **D. $73,5 \text{ cm}^2$.**

Lời giải

Chọn D



Ta có $\triangle DAG$ và $\triangle DCG$ chung chiều cao kẻ từ D xuống AC nên

$$\frac{S_{\triangle DAG}}{S_{\triangle DCG}} = \frac{AG}{GC}. \text{ Do đó } \frac{18}{24} = \frac{AG}{GC} \text{ hay } \frac{AG}{GC} = \frac{3}{4}.$$

Ta có $\triangle DAB$ và $\triangle CAB$ chung đáy AB và chiều cao bằng chiều cao hình thang $ABCD$.

$$S_{\triangle DAB} = S_{\triangle CAB}$$

$$\text{Do đó } S_{\triangle DGA} = S_{\triangle CGB}$$

$$S_{\triangle DGA} + S_{\triangle GAB} = S_{\triangle CGB} + S_{\triangle GAB}$$

$$S_{\triangle DGA} = S_{\triangle CGB}$$

Ta có $\triangle BAG$ và $\triangle BCG$ chung chiều cao kẻ từ B xuống AC nên

$$\frac{S_{\triangle BAG}}{S_{\triangle BCG}} = \frac{AG}{GC} \quad \frac{S_{\triangle BAG}}{S_{\triangle BCG}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{S_{\triangle BAG}}{18} = \frac{3}{4}$$

$$S_{\triangle BAG} = 13,5 (cm^2)$$

Diện tích hình thang $ABCD$ là

$$S_{ABCD} = S_{\triangle ADG} + S_{\triangle DGC} + S_{\triangle CGB} + S_{\triangle BAG} = 18 + 24 + 18 + 13,5 = 73,5 (cm^2)$$

Câu 8. Gọi $I(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà họ đường thẳng $y = (m-1)x + 1$ với $m \neq 1$ luôn đi qua. Giá trị của biểu thức $A = x_0^2 + y_0^2$.

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có Gọi $I(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà họ đường thẳng $y = (m-1)x + 1$ nên.

$$y_0 = (m-1)x_0 + 1$$

$$y_0 = mx_0 - x_0 + 1$$

$$mx_0 - x_0 - y_0 + 1 = 0 \quad (1)$$

Phương trình (1) có nghiệm đúng với mọi m khi

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ -x_0 - y_0 + 1 = 0 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 1 \end{cases}$$

$$A = x_0^2 + y_0^2 = 0^2 + 1^2 = 1.$$

Câu 9. Tam giác ABC có $AB = 3 \text{ cm}$, $AC = 6 \text{ cm}$ và $\angle BAC = 120^\circ$. Độ dài đường phân giác $AM (M \in BC)$ của tam giác ABC bằng

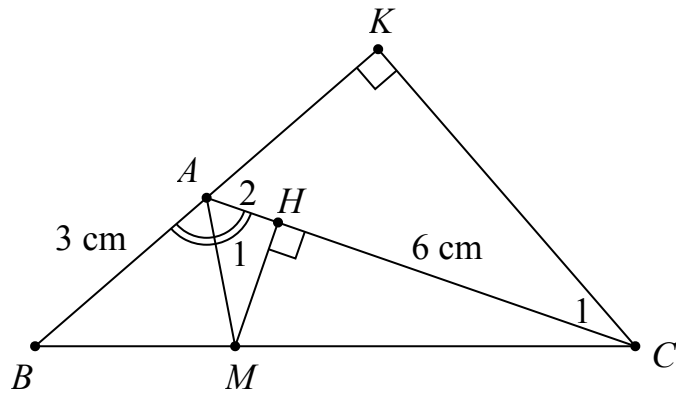
A. $2\sqrt{3} \text{ cm}$.

B. 2 cm.

C. $\sqrt{6} \text{ cm}$.

D. $2,4 \text{ cm}$.

Chọn B



Kẻ $MH \perp AC$ tại H , kẻ $CK \perp AB$ tại K .

Ta có tam giác ABC có $AB = 3\text{ cm}$, $AC = 6\text{ cm}$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$ nên $\widehat{A_2} = 60^\circ$. Khi đó $\widehat{C_1} = 30^\circ$.

ΔKAC vuông tại K có $\widehat{C_1} = 30^\circ$ nên $AK = \frac{1}{2}AC = 3(\text{cm})$.

Ta có $KB = BA + AK = 3 + 3 = 6(\text{cm})$

ΔKAC vuông tại K . Áp dụng định lí Pythagore có

$$KC^2 + KA^2 = AC^2$$

$$KC^2 + 3^2 = 6^2$$

$$KC = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

ΔKBC vuông tại K . Áp dụng định lí Pythagore có

$$KC^2 + KB^2 = BC^2$$

$$6^2 + (3\sqrt{3})^2 = BC^2$$

$$BC = 3\sqrt{7}(\text{cm})$$

Tam giác ABC có AM là đường phân giác. Áp dụng tính chất đường phân giác ta có

$$\frac{MB}{MC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{BC - MC}{MC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{3\sqrt{7} - MC}{MC} = \frac{3}{6}$$

$$MC = 2\sqrt{7}(\text{cm})$$

$\triangle AHM$ vuông tại H có $\widehat{A_1} = 60^\circ$ nên $AH = \frac{1}{2}AM$. Đặt $AH = x (cm)$ với $0 < x < 6$.

Ta có $AM = 2x; HC = 6 - x$

$\triangle AHM$ vuông tại H . Áp dụng định lý Pythagore có

$$HM^2 + HA^2 = AM^2$$

$$HM^2 + x^2 = (2x)^2$$

$$HM^2 = 3x^2$$

$\triangle CHM$ vuông tại H . Áp dụng định lý Pythagore có

$$HM^2 + HC^2 = MC^2$$

$$3x^2 + (6 - x)^2 = (2\sqrt{7})^2$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x - 1)(x + 2) = 0$$

$$x = 1 \text{ (TMĐK)}$$

$$x = -2 \text{ (loại)}$$

$$\text{Vậy } AM = 2.1 = 2 (cm).$$

Câu 10. Số các giá trị nguyên của tham số m sao cho $-22 \leq m \leq 23$ để phương trình $(m^2 - 9)x = 3m(m - 3)$ có nghiệm duy nhất là

B. 46.

B. 45.

C. 44.

D. 43.

Lời giải

Chọn C

Để $(m^2 - 9)x = 3m(m - 3)$ có nghiệm duy nhất thì $m^2 - 9 \neq 0$. Do đó $m \neq \pm 3$.

Số các giá trị nguyên của tham số m sao cho $-22 \leq m \leq 23$ là 44.

Câu 11. Cho tam giác ABC biết $\hat{A} = \alpha$, phân giác góc B, C cắt nhau tại T . Khẳng định đúng là

A. $\widehat{BTC} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$.

B. $\widehat{BTC} = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$.

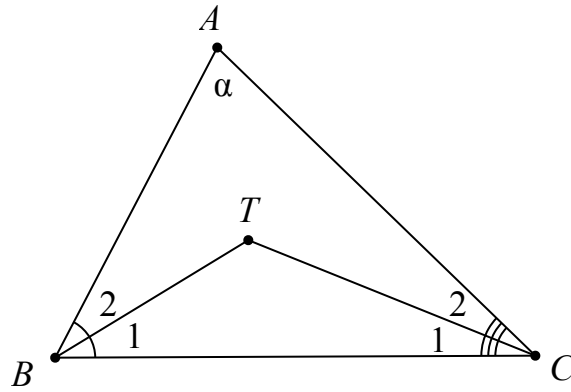
C. $\widehat{BTC} = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$.

D.

$$\widehat{BTC} = 45^\circ + \frac{\alpha}{2}$$

Lời giải

Chọn B



Ta có tam giác ABC biết $\hat{A} = \alpha$ nên $\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ - \alpha$.

Vì phân giác góc B, C cắt nhau tại I nên $\hat{B}_1 = \hat{B}_2; \hat{C}_1 = \hat{C}_2$.

$$\text{Khi đó } \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2} = \frac{180^\circ - \alpha}{2}$$

Xét $\triangle BIC$ có

$$\hat{BTC} = 180^\circ - (\hat{B}_1 + \hat{C}_1) = 180^\circ - \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$$

Câu 12. Đa thức dư trong phép chia đa thức $f(x) = x^{50} + x^{49} + \dots + x^2 + x + 1$ cho đa thức $x^2 - 1$ là

A. $5x + 26$

B. $25x + 1$

C. $25x + 26$

D. $5x + 1$

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$f(x) = (x^2 - 1) \cdot g(x) + ax + b$$

$$x^{50} + x^{49} + \dots + x^2 + x + 1 = (x^2 - 1) \cdot g(x) + ax + b$$

+) Với $x = 1$ ta có $1^{50} + 1^{49} + \dots + 1^2 + 1 + 1 = (1^2 - 1) \cdot g(x) + a + b$

$$51 = a + b$$

$$a + b = 51 \quad (1)$$

+) Với $x = -1$ ta có $(-1)^{50} + (-1)^{49} + \dots + (-1)^2 + (-1) + 1 = -a + b$

$$-a + b = 1 \quad (2)$$

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta có $2b = 52$ hay $b = 26$.

Thay $b = 26$ vào (1) có $a = 25$.

Do đó đa thức dư trong phép chia đa thức $f(x) = x^{50} + x^{49} + \dots + x^2 + x + 1$ cho đa thức $x^2 - 1$ là

$$5x + 26.$$

Câu 13. Tứ giác $ABCD$ có tia phân giác trong của các góc C và D cắt nhau tại I và $\widehat{CID} = 100^\circ$. Tia phân giác trong của các góc A và B cắt nhau tại E thì số đo $\widehat{AEB}$ bằng

- A. 100° . B. 60° . C. 90° . **D. 80° .**

Lời giải

Chọn D

Ta có tia phân giác trong của các góc C và D cắt nhau tại I nên $\widehat{D_1} + \widehat{C_1} = 180^\circ - \widehat{DIC} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.

Khi đó $\widehat{D} + \widehat{C} = 2(\widehat{D_1} + \widehat{C_1}) = 2.80^\circ = 160^\circ$

Xét tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A} + \widehat{B} = 360^\circ - (\widehat{D} + \widehat{C}) = 360^\circ - 160^\circ = 200^\circ$.

Tia phân giác trong của các góc A và B cắt nhau tại E nên $\widehat{A_1} + \widehat{B_1} = \frac{\widehat{A} + \widehat{B}}{2} = 100^\circ$

$\triangle EAB$ có $\widehat{AEB} = 180^\circ - (\widehat{A_1} + \widehat{B_1}) = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$.

Câu 14. Một đoàn học sinh đi thăm quan Đền Hoàng Hoa Thám bằng ô tô. Nếu mỗi xe đi 23 học sinh thì còn thừa 6 chỗ ngồi. Nếu bớt đi một xe thì số học sinh được chia đều cho các xe. Mỗi xe đi không quá 29 học sinh. Số học sinh trong đoàn tham quan là

- A. 621. B. 402. **C. 408.** D. 644.

Lời giải

Chọn C

Ta có mỗi xe đi 23 học sinh thì còn thừa 6 chỗ ngồi. Do đó thêm sáu bạn sẽ ngồi đủ vào các xe mà mỗi xe có 23 bạn.

Ta có $621 + 6 = 627$ không chia hết cho 23 nên phương án A sai.

Ta có $402 + 6 = 408$ không chia hết cho 23 nên phương án B sai.

Ta có $408 + 6 = 414$ chia hết cho 23. Lại có $414 = 23.18$. Giả sử có 18 xe mỗi xe ngồi 23 học sinh. Khi bớt một xe có 17 xe, mỗi xe có $408 : 17 = 24$ học sinh thỏa mãn bài toán. Do đó phương án C đúng.

Ta có $644 - 6 = 638$ không chia hết cho 23 nên phương án D sai.

Câu 15. Phương trình $\frac{1}{x-m} + \frac{1}{x+m} = \frac{-2x+m}{x-m}$ có nghiệm $x = -1$ khi

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = 0$ hoặc $m = -1$. **D. $m = 0$.**

Lời giải

Chọn D

Phương trình $\frac{1}{x-m} + \frac{1}{x+m} = \frac{-2x+m}{x-m}$ có nghiệm $x = -1$ khi

$$\frac{1}{-1-m} + \frac{1}{-1+m} = \frac{-2 \cdot (-1) + m}{-1-m} \quad . \text{ĐK: } m \neq \pm 1$$

$$\frac{-1}{m+1} + \frac{1}{m-1} = \frac{-2-m}{m+1}$$

$$\frac{-1}{m+1} + \frac{1}{m-1} + \frac{2+m}{m+1} = 0$$

$$\frac{1}{m-1} + \frac{1+m}{m+1} = 0$$

$$\frac{1}{m-1} + 1 = 0$$

$$\frac{1}{m-1} + \frac{m-1}{m-1} = 0$$

$$\frac{m}{m-1} = 0$$

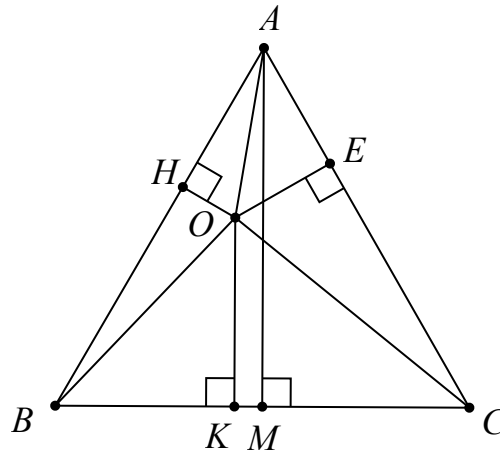
$$m = 0$$

Câu 16. Cho tam giác ABC đều cạnh a , từ điểm O trong tam giác hạ OH, OK, OE lần lượt vuông góc với các cạnh AB, BC, CA . Khi đó $OH + OK + OE$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.** B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{3a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Kẻ AM là đường cao của $\triangle ABC$ đều ta có $BM = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$.

Áp dụng định lý Pythagore cho $\triangle ABM$ vuông tại M có

$$AM^2 + BM^2 = AB^2$$

$$AM^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2$$

$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Ta có $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO} + S_{\triangle OBC} + S_{\triangle AOC}$

$$\frac{1}{2}a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}a \cdot OH + \frac{1}{2}a \cdot OK + \frac{1}{2}a \cdot OE$$

$$\frac{1}{2}a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}a(OH + OK + OE)$$

$$OH + OK + OE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Câu 17. Biểu thức khai triển và rút gọn của biểu thức $P = (x+y)(x^3 + xy^2 - yx^2 - y^3)$ là

A. $x^4 + y^4$.

B. $x^4 - y^4$.

C. $x^3 + y^3$.

D. $x^3 - y^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\begin{aligned} P &= (x+y)(x^3 + xy^2 - yx^2 - y^3) \\ &= (x+y)[x(x^2 + y^2) - y(x^2 + y^2)] = (x+y)(x-y)(x^2 + y^2) \\ &= (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = x^4 - y^4 \end{aligned}$$

Câu 18. Số nghiệm của phương trình: $(x+1)(x+2)(x+4)(x+5) = 40$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(x+1)(x+2)(x+4)(x+5) = 40$

$$(x+1)(x+5)(x+4)(x+2) = 40$$

$$(x^2 + 6x + 5)(x^2 + 6x + 8) = 40$$

$$\text{Đặt } t = x^2 + 6x + 5$$

$$t(t+3) = 40$$

$$t^2 + 3t - 40 = 0$$

$$(t-5)(t+8) = 0$$

Suy ra $t = 5$ hoặc $t = -8$

$$+) t = 5$$

$$x^2 + 6x + 5 = 5$$

$$x^2 + 6x = 0$$

$$x(x+6) = 0$$

Do đó $x = 0$ hoặc $x = -6$

$$+) t = -8$$

$$x^2 + 6x + 5 = -8$$

$$(x+3)^2 + 4 = 0 \text{ phương trình vô nghiệm.}$$

Do đó số nghiệm của phương trình là 2.

Câu 19. Ba xe ô tô khởi hành cùng lúc từ A để đi đến B. Vận tốc xe thứ hai nhỏ hơn vận tốc xe thứ nhất 10 km/h và lớn hơn vận tốc xe thứ ba là 10 km/h . Xe thứ hai đến B sau xe thứ nhất là 30 phút và trước xe thứ ba là 45 phút. Vận tốc xe thứ hai là

A. 40 km/h .

B. 50 km/h

C. 60 km/h .

D.

45 km/h .

Lời giải

Chọn B

Gọi vận tốc xe thứ hai là $x (\text{km/h})$. ĐK: $x > 0$.

Vận tốc xe thứ nhất là $x + 10 (\text{km/h})$

Vận tốc xe thứ ba là $x - 10 (km / h)$

Thời gian xe thứ hai đi là $y (h)$

Thời gian xe thứ nhất đi là $y - 0,5 (h)$

Thời gian xe thứ ba đi là $y + 0,75 (h)$

Vì ba xe ô tô khởi hành cùng lúc từ A để đi đến B nên

Ta có $xy = (x + 10)(y - 0,5)$

$$2x - 40y = -20 \quad (1)$$

Lại có $xy = (x - 10)(y + 0,75)$

$$3x - 40y = 30 \quad (2)$$

Trừ vế với vế của (1) và (2) ta có $x = 50$ (TMĐK).

Thay $x = 50$ vào (1) có $y = 3$ (TMĐK).

Vậy vận tốc xe thứ hai là $50 (km / h)$.

Câu 20. Cho $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ và $a + b + c \neq 0$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{(a + b + c)^2}$ bằng

- A. 1. **B. $\frac{1}{3}$.** C. $\frac{1}{9}$. D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac)$$

Ta có

Lại có $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ và $a + b + c \neq 0$ nên $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$

Do đó $a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac = 0$

Suy ra $a = b = c$

$$P = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{(a + b + c)^2} = \frac{3a^2}{(3a)^2} = \frac{1}{3}$$

Khi đó

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 1. (5 điểm)

$$P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right) \text{ với } x \neq 0; x \neq 1.$$

1. Cho biểu thức

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm các giá trị nguyên của x để P đạt giá trị nguyên.

2. Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$ và $a + b + c = abc$.

$$P = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}.$$

Tính giá trị của biểu thức

3. Cho đa thức hệ số thực $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Biết $f(x)$ chia cho đa thức $x+1$ dư -2 và $f(x)$ chia cho đa thức $x-2$ dư 7. Tính giá trị biểu thức:

$$Q = (2024a + 2022b + c)^{2024} + 1$$

Lời giải

$$P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right) \text{ với } x \neq 0; x \neq 1.$$

1. Cho biểu thức

a) Rút gọn biểu thức P .

Với $x \neq 0; x \neq 1$.

$$\begin{aligned} P &= \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right) \\ &= \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \left[\frac{(x+1)(x-1)}{x(x-1)} + \frac{x}{(x-1)} + \frac{2-x^2}{x(x-1)} \right] \\ &= \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \frac{x^2 - 1 + x + 2 - x^2}{x(x-1)} \\ &= \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \frac{x+1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} \cdot \frac{x(x-1)}{x+1} \\ &= \frac{x^2}{x-1} \end{aligned}$$

Vậy $P = \frac{x^2}{x-1}$ với $x \neq 0; x \neq 1$.

b) Tìm các giá trị nguyên của x để P đạt giá trị nguyên.

$$P = \frac{x^2}{x-1} \text{ với } x \neq 0; x \neq 1.$$

$$P = \frac{x^2}{x-1} = \frac{x^2 - 1 + 1}{x-1} = x + 1 + \frac{1}{x-1}$$

Để P nguyên thì $\frac{1}{x-1}$ nguyên.

Do đó $x-1 \in \{-1; 1\}$

$$x-1 \in \{-1; 1\}$$

$$x \in \{0; 2\}$$

Kết hợp ĐK $x \neq 0; x \neq 1$ ta có $x = 2$.

Vậy $x = 2$ thỏa mãn bài toán.

2. Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$ và $a + b + c = abc$.

Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.

Ta có $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$ nên $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 = 3^2$

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{2}{ab} + \frac{2}{bc} + \frac{2}{ac} = 9$$

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + 2\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}\right) = 9$$

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + 2 \cdot \frac{a+b+c}{abc} = 9$$

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + 2 = 9$$

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 7$$

$$P = 7$$

3. Cho đa thức hệ số thực $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Biết $f(x)$ chia cho đa thức $x+1$ dư -2 và $f(x)$ chia cho đa thức $x-2$ dư 7. Tính giá trị biểu thức:

$$Q = (2024a + 2022b + c)^{2024} + 1$$

Ta có $f(x)$ chia cho đa thức $x+1$ dư -2 nên $f(x) = (x+1).g(x) - 2$

$$x^3 + ax^2 + bx + c = (x+1).g(x) - 2$$

$$+) \text{ Với } x = -1 \text{ ta có } (-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) + c = (-1+1).g(x) - 2$$

$$a - b + c = -1 \quad (1)$$

Lại có $f(x)$ chia cho đa thức $x-2$ dư 7 nên $f(x) = (x-2).k(x) + 7$

$$x^3 + ax^2 + bx + c = (x-2).g(x) + 7$$

$$+) \text{ Với } x = 2 \text{ ta có } 2^3 + a.2^2 + b.2 + c = (2-2).g(x) + 7$$

$$4a + 2b + c = -1 \quad (2)$$

Trừ vế với vế của (1) và (2) có $3a + 3b = 0$

$$a + b = 0$$

$$2022a + 2022b = 0 \quad (*)$$

Từ (1) có $2a - 2b + 2c = -2 \quad (3)$

Cộng vế với vế của (2) và (3) có $6a + 3c = -3$ hay $2a + c = -1 \quad (**)$

Cộng vế với vế của (*) và (**) có $2024a + 2022b + c = -1$

$$\text{Do đó } Q = (2024a + 2022b + c)^{2024} + 1 = (-1)^{2024} + 1 = 1 + 1 = 2.$$

Câu 2. (4,5 điểm)

1. Cho a, b, c là ba số nguyên dương thỏa mãn $a^3 + b^3 + c^3$ chia hết cho 14.

Chứng minh rằng abc cũng chia hết cho 14.

2. Tìm các số nguyên dương a, b thỏa mãn $a^2b + b$ chia hết cho $ab^2 + 9$.

3. Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $x^2 + 5xy + 6y^2 + x + 2y - 2 = 0$.

Lời giải

1. Cho a, b, c là ba số nguyên dương thỏa mãn $a^3 + b^3 + c^3$ chia hết cho 14.

Chứng minh rằng abc cũng chia hết cho 14.

Ta có $a^3 + b^3 + c^3$ chia hết cho 14 nên $a^3 + b^3 + c^3$ chia hết cho 2.

Trong ba số a, b, c xảy ra hai trường hợp:

+) Với a, b, c chẵn thì abc chia hết cho 2.

+) Với a, b, c có hai số lẻ và một số chẵn thì abc chia hết cho 2.

Do đó abc chia hết cho 2 (1).

Vì $a^3 + b^3 + c^3$ chia hết cho 14 nên $a^3 + b^3 + c^3$ chia hết cho 7.

Ta có với mọi số nguyên k thì $(7k)^3 \div 7$.

$$(7k+1)^3 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$(7k+2)^3 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$(7k+3)^3 \equiv 6 \pmod{7}$$

$$(7k+4)^3 \equiv 1 \pmod{7}$$

$$(7k+5)^3 \equiv 6 \pmod{7}$$

$$(7k+6)^3 \equiv 6 \pmod{7}$$

Mà $a^3 + b^3 + c^3$ chia hết cho 7 thì trong ba số a, b, c có một số chia hết cho 7; một số chia 7 dư 1 và một số chia 7 dư 6.

Do đó abc chia hết cho 7 (2).

Ta có 2 và 7 là hai số nguyên tố cùng nhau (3).

Từ (1) ; (2) và (3) ta có abc chia hết cho 14 .

2. Tìm các số nguyên dương a, b thỏa mãn $a^2b + b$ chia hết cho $ab^2 + 9$.

+) Nếu $b > 1$ ta có $a^2b + b$ chia hết cho $ab^2 + 9$. Do đó $(a^2b + b) : (ab^2 + 9)$

Ta có $(a^2b + b)b = a^2b^2 + b^2 = a^2b^2 + 9a + b^2 - 9a = a(ab^2 + 9) + b^2 - 9a$

+) Xét $b^2 - 9a = 0$. Khi đó $b^2 = 9a$. Do đó $b = 3m; a = m^2$ với m nguyên dương.

Thay vào $(a^2b + b) : (ab^2 + 9)$ ta có $3m(m^4 + 1) : 9(m^4 + 1)$. Suy ra $m : 3$ nên $m = 3n$.

Do đó $a = 9n; b = 9n^2$ với n nguyên dương.

+) Xét $b^2 - 9a > 0$. Suy ra $0 < b^2 - 9a < b^2 < ab^2 + 9$ (loại).

+) Xét $b^2 - 9a < 0$ hay $9a - b^2 > 0$.

Suy ra $9a - b^2 \geq ab^2 + 9$

$9a > ab^2$ hay $9 > b^2$. Do đó $b = 1$ hoặc $b = 2$.

+) Với $b = 1$ ta có $(a^2 + 1) : (a + 9)$

Ta có $a^2 + 1 = a^2 - 81 + 82 = (a - 9)(a + 9) + 82$. Do đó $82 : (a + 9)$.

Ta có $a + 9 \in \{1, 2, 41, 82\}$

$a \in \{-8, -7, 32, 73\}$. Vì a nguyên dương nên $a \in \{32, 73\}$

+) Với $b = 2$ ta có $(9a - 4) : (4a + 9)$

$(36a - 16) : (4a + 9)$

$[9(4a + 9) - 97] : (4a + 9)$

Suy ra $97 : (4a + 9)$

$97 = 4a + 9$

$a = 22$

Vậy các cặp số a, b nguyên dương là $(a, b) = (32, 1); (73, 1); (22, 2)$ và $(9n, 9n^2)$ với n nguyên dương.

3. Tìm các cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $x^2 + 5xy + 6y^2 + x + 2y - 2 = 0$.

$x^2 + 4xy + 4y^2 + 2y^2 + 2y + x + xy = 2$

$(x + 2y)^2 + 2y(y + 1) + x(y + 1) = 2$

$$(x+2y)^2 + (2y+x)(y+1) = 2$$

$$(x+2y)(x+3y+1) = 2$$

Vì x, y nguyên nên $x+2y$ và $x+3y+1$ là các số nguyên. Ta xét các trường hợp sau:

$$+) \begin{cases} x+2y=1 \\ x+3y+1=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=1 \\ x+3y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=1 \\ x+3y=1 \end{cases}$$

Trừ vế với vế có $y=0$. Do đó $x=1$

Suy ra $(x; y) = (1; 0)$

$$+) \begin{cases} x+2y=2 \\ x+3y+1=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=2 \\ x+3y=0 \end{cases}$$

Trừ vế với vế có $y=-2$. Do đó $x=-6$

Suy ra $(x; y) = (-6; -2)$

$$+) \begin{cases} x+2y=-1 \\ x+3y+1=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=-1 \\ x+3y=-3 \end{cases}$$

Trừ vế với vế có $y=-2$. Do đó $x=3$

Suy ra $(x; y) = (3; -2)$

$$+) \begin{cases} x+2y=-2 \\ x+3y+1=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=-2 \\ x+3y=-2 \end{cases}$$

Trừ vế với vế có $y=0$. Do đó $x=-2$

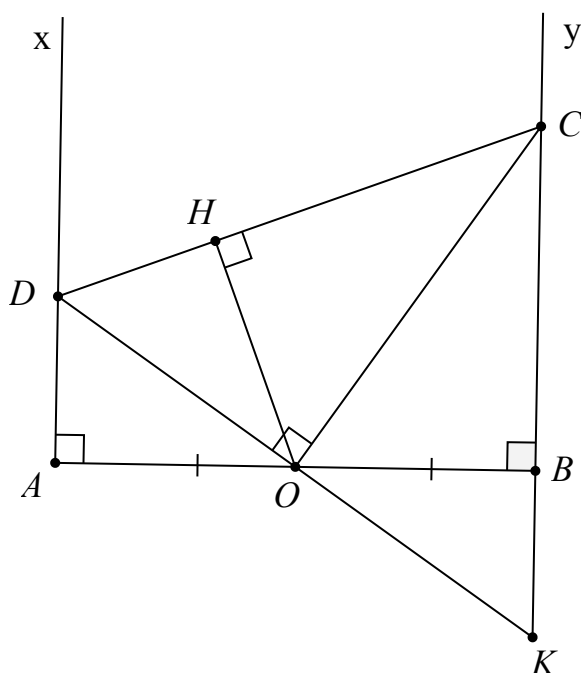
Suy ra $(x; y) = (-2; 0)$

Vậy các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn bài toán là: $(x; y) = (1; 0); (-6; -2); (3; -2); (-2; 0)$

Câu 3. (3,5 điểm) Cho O là trung điểm của đoạn thẳng AB . Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đoạn thẳng AB vẽ hai tia Ax, By cùng vuông góc với AB . Trên tia Ax lấy điểm D (khác A), qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OD cắt tia By tại C . Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên CD .

1. Chứng minh rằng $\triangle AHB$ vuông tại H .
2. Gọi I là giao điểm của AC và BD , E là giao điểm của AH và DO , F là giao điểm của BH và CO . Chứng minh ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Lời giải



1. Chứng minh rằng $\triangle AHB$ vuông tại H .

Gọi giao điểm của tia DO và tia đối của tia By là K .

Xét $\triangle ADO$ và $\triangle BKO$ có $\widehat{DAO} = \widehat{KBO}$ (cùng bằng 90°); $AO = BO$ (O là trung điểm của đoạn thẳng AB); $\widehat{DOA} = \widehat{KOB}$ (đối đỉnh)

Do đó $\triangle ADO = \triangle BKO$ (g-c-g)

Suy ra $OD = OK$. Do đó O là trung điểm của DK .

$\triangle CDK$ có CO vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến nên $\triangle CDK$ cân tại C .

Do đó CO là phân giác của $\angle HCB$. Suy ra $\angle HCO = \angle BCO$.

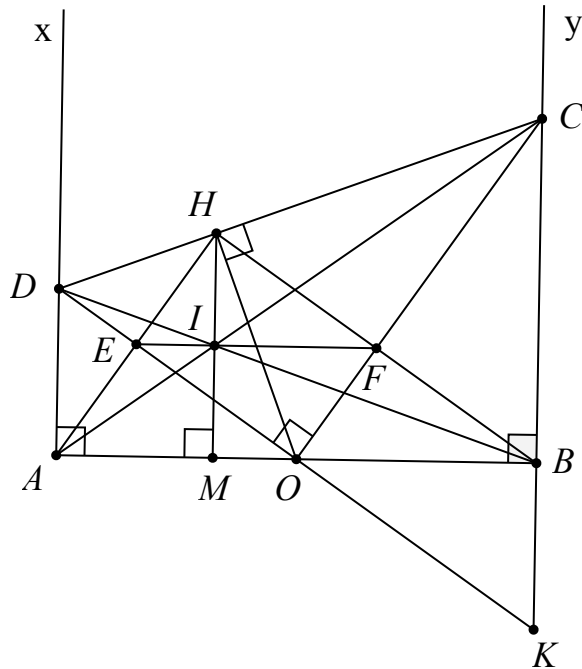
Xét $\triangle HCO$ vuông tại H và $\triangle BCO$ vuông tại B có $\angle HCO = \angle BCO$; CO cạnh huyền chung.

$\triangle HCO = \triangle BCO$ (cạnh huyền – góc nhọn)

Suy ra $HO = BO$

Do đó $HO = \frac{1}{2} BA$

ΔHAB có đường trung tuyến $HO = \frac{1}{2} BA$. Do đó ΔHAB vuông tại H .
 2. Gọi I là giao điểm của AC và BD , E là giao điểm của AH và DO , F là giao điểm của BH và CO . Chứng minh ba điểm E, I, F thẳng hàng.



Ta có $\Delta HCO = \Delta BCO$ (chứng minh trên). Suy ra $CH = CB$.

Chứng minh tương tự ta có $DH = DA$.

Xét ΔIDA có $AD \parallel BC$. Áp dụng định lí Thales có $\frac{DA}{BC} = \frac{ID}{IB}$

Do đó $\frac{DH}{HC} = \frac{ID}{IB}$, Áp dụng định lí Thales đảo có $HI \parallel BC$.

Gọi M là giao của HI và AB . Ta có $IM \parallel BC$.

+) Vì $IH \parallel BC$. Áp dụng định lí Thales có $\frac{HI}{BC} = \frac{ID}{DB}$

+) Vì $AD \parallel BC$. Áp dụng định lí Thales có $\frac{AI}{AC} = \frac{ID}{DB}$

+) Vì $IM \parallel BC$. Áp dụng định lý Thales có $\frac{AI}{AC} = \frac{IM}{BC}$

Suy ra $\frac{HI}{BC} = \frac{IM}{BC}$. Do đó $HI = IM$. Suy ra I là trung điểm của HM .

Ta có $CH = CB; HO = BO$ nên OC là đường trung trực của HB . Do đó F là trung điểm của HB .

Chúng minh tương tự ta có E là trung điểm của AH .

+) $\triangle HAM$ có EI là đường trung bình nên $EI \parallel AM$. Suy ra $EI \parallel AB$ (*)

+) $\triangle HBM$ có FI là đường trung bình nên $FI \parallel BM$. Suy ra $FI \parallel AB$ (**)

Từ (*) và (**) ta có ba điểm E, I, F thẳng hàng.

Câu 4. (1 điểm)

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $4yx + 4yz + 3xz = 3xyz$. Chứng minh rằng:

$$\frac{2(x+y)^2}{2x+3y} + \frac{(y+2z)^2}{2y+z} + \frac{(2z+x)^2}{z+2x} \geq 24.$$

Lời giải

Áp dụng bất đẳng thức: $(a+b)^2 \geq 4ab \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x+y+z}$;

Ta có

$$\begin{aligned} \frac{2(x+y)^2}{2x+3y} + \frac{(y+2z)^2}{2y+z} + \frac{(2z+x)^2}{z+2x} &\geq \frac{2 \cdot 4xy}{2x+3y} + \frac{4 \cdot y \cdot 2z}{2y+z} + \frac{4 \cdot 2z \cdot x}{z+2x} \\ &= \frac{8xy}{2x+3y} + \frac{8yz}{2y+z} + \frac{8zx}{z+2x} \\ &= 8 \left(\frac{xy}{2x+3y} + \frac{yz}{2y+z} + \frac{zx}{z+2x} \right) \\ &= 8 \left(\frac{1}{\frac{2}{y} + \frac{3}{x}} + \frac{1}{\frac{2}{z} + \frac{1}{y}} + \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{2}{z}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lại có } 8 \left(\frac{1}{\frac{2}{y} + \frac{3}{x}} + \frac{1}{\frac{2}{z} + \frac{1}{y}} + \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{2}{z}} \right) &\geq 8 \cdot \frac{9}{\frac{2}{y} + \frac{3}{x} + \frac{2}{z} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x} + \frac{2}{z}} \\ &= \frac{72}{\frac{3}{y} + \frac{4}{x} + \frac{3}{z}} \end{aligned}$$

$$= \frac{72}{\frac{3xz + 4yz + 3xy}{xyz}}$$

$$= \frac{72}{3xyz} = 24$$

Vậy $\frac{2(x+y)^2}{2x+3y} + \frac{(y+2z)^2}{2y+z} + \frac{(2z+x)^2}{z+2x} \geq 24.$

❗HẾT❗

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN BÌNH LỤC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH GIỎI

NĂM HỌC 2024-2025

MÔN: TOÁN LỚP 8

(Thời gian làm bài 120 phút không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (4,0 điểm)

1. Phân tích đa thức thành nhân tử.

a) $x^2 - 6xy + 9y^2 - x + 3y$

b) $(x-7)(x-5)(x-4)(x-2) - 72$

2. Tìm hai số x, y thỏa mãn: $2x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x + 1 = 0$

Câu 2 (4,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} - \frac{1}{1-x} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$ (với $x \neq 0; x \neq \pm 1$)

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị là số nguyên.

c) Với $x > 1$. Tính giá trị biểu thức A khi $(x-1)^2 = 9$.

Câu 3 (3,5 điểm)

1. Cho hàm số bậc nhất $y = (m-2)x + m + 1$.

a) Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho đi qua $M(3; -1)$.

b) Tìm giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = -3x + 1$ tại điểm có tung độ bằng 4.

2. Một hộp có 12 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Ngân viết lên các viên bi đó các số $1; 2; 3; \dots; 12$; hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau. Bạn Ngân “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”. Tính xác suất của biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 3 dư 1”.

Câu 4 (7,5 điểm)

1. Cho hình chữ nhật ABCD. Trên đường chéo BD lấy điểm E, gọi F là điểm đối xứng của điểm C qua E.

a) Chứng minh tứ giác AFBD là hình thang.

b) Gọi G và H lần lượt là hình chiếu của điểm F trên đường thẳng AB, AD. Chứng minh ba điểm E, G, H thẳng hàng.

c) Giả sử CE vuông góc với BD và $CE = 2,4 \text{ cm}$, $\frac{ED}{EB} = \frac{9}{16}$. Tính các cạnh của hình chữ nhật ABCD.

2. Một vật đựng nước có dạng hình chóp tứ giác đều S.ABCD có chiều cao bằng 9 dm, diện tích toàn phần bằng 204 dm^2 và diện tích xung quanh bằng 168 dm^2 . Người ta sử dụng hình chóp này để chứa nước tưới cho cây hoa. Biết rằng cứ một ngày phải tưới nước một lần, mỗi lần tưới hết 6 lít nước. Hỏi sau bao nhiêu ngày sẽ dùng hết số nước trong khối hình chóp đó?

Câu 5 (1,0 điểm) Với x, y là hai số thực dương thay đổi thỏa mãn điều kiện $x \cdot y = 1$.

$$P = \frac{2(x^3 + y^3)}{(x^4 + y^2)(x^2 + y^4)}$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

..... Hết

HƯỚNG DẪN CHẤM		Điểm
Câu 1 (4,0 điểm).		
1) Phân tích đa thức thành nhân tử.		
a)	$x^2 - 6xy + 9y^2 - x + 3y$	b)
2) Tìm hai số x, y thỏa mãn: $2x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x + 1 = 0$		
1	a) Ta có: $x^2 - 6xy + 9y^2 - x + 3y = (x - 3y)^2 - (x - 3y)$ $= (x - 3y)(x - 3y - 1)$	0,5 0,5
	b) Ta có $(x - 7)(x - 5)(x - 4)(x - 2) - 72$	

	$= (x^2 - 9x + 14)(x^2 - 9x + 20) - 72$ $= (x^2 - 9x + 17 - 3)(x^2 - 9x + 17 + 3) - 72$ $= (x^2 - 9x + 17)^2 - 9 - 72$ $= (x^2 - 9x + 17)^2 - 81$ $= (x^2 - 9x + 17 - 9)(x^2 - 9x + 17 + 9)$ $= (x^2 - 9x + 8)(x^2 - 9x + 26)$ $= (x - 1)(x - 8)(x^2 - 9x + 26)$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
2	$2x^2 - 4xy + 4y^2 + 2x + 1 = 0$ $(x^2 + 2x + 1) + (x^2 - 4xy + 4y^2) = 0$ $(x + 1)^2 + (x - 2y)^2 = 0$ <p>Ta có $(x + 1)^2 \geq 0$ với mọi x và $(x - 2y)^2 \geq 0$ với mọi x, y</p> <p>Do đó $(x + 1)^2 + (x - 2y)^2 = 0$ khi $(x + 1)^2 = 0$ và $(x - 2y)^2 = 0$</p> <p>Tìm ra $x = -1$ và $y = \frac{-1}{2}$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
<p>Câu 2 (4,0 điểm).</p> <p>Cho biểu thức $A = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} - \frac{1}{1-x} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right) \quad (\text{với } x \neq 0; x \neq \pm 1)$</p> <p>5) Rút gọn biểu thức A.</p> <p>6) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị là số nguyên</p> <p>7) Với $x > 1$. Tính giá trị biểu thức A khi $(x-1)^2 = 9$.</p>		
1 2,0đ	$A = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} - \frac{1}{1-x} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$	0,5

	$-1 = (m - 2).3 + m + 1.$	0,25
	Tìm ra $m = 1$ TMDK (1)	0,25
	b) - Đồ thị hàm số $y = (m - 2)x + m + 1$ cắt đường thẳng $y = -3x + 1$ được $m \neq 1$	0,25
	- Lập luận thay $y = 4$ và $x = -1$ vào công thức $y = (m - 2)x + m + 1$ để tìm m .	0,5
	Độ ĐK $m \neq 2, m \neq 1$ và KL	0,25
2) 2,0đ	Tập hợp các kết quả có thể xảy ra là: $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$. Có 12 kết quả	0,5
	Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố sau: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 3 dư 1” là: 1; 4; 7; 10	0,5
	Vậy xác suất của biến cố là $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.	0,5

Câu 5. (7,5 điểm).

1. Cho hình chữ nhật ABCD. Trên đường chéo BD lấy điểm F, gọi E là điểm đối xứng của điểm C qua F.

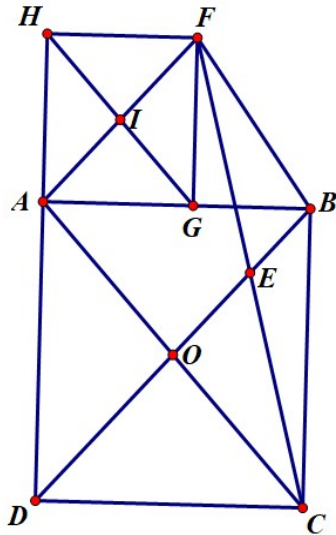
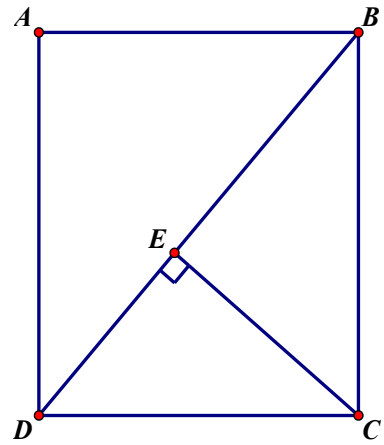
- Chứng minh tứ giác AEDB là hình thang.
- Gọi G và H lần lượt là hình chiếu của điểm M trên đường thẳng AB, AD. Chứng minh ba điểm G, H, F thẳng hàng.

- Giả sử CF vuông góc với BD và $CF = 2,4$ cm, $\frac{FD}{FB} = \frac{9}{16}$. Tính các cạnh của hình chữ nhật ABCD.

2. Một vật đựng nước có dạng hình chóp tứ giác đều S.ABCD có chiều cao bằng 9 dm, diện tích toàn phần bằng 204 dm^2 và diện tích xung quanh bằng 168 dm^2 . Người ta sử dụng khối chóp này để chứa nước tưới cho cây hoa. Biết rằng cứ một ngày phải tưới nước một lần, mỗi lần tưới hết 6 lít nước. Hỏi sau bao nhiêu ngày sẽ dùng hết số nước trong khối chóp?

Hình câu 5.1.a,b

Hình câu 5.1.c



1.	<p>a) Gọi O là giao điểm 2 đường chéo của hình chữ nhật ABCD. PO là đường trung bình của tam giác CAM. AM//PO ⇒ tứ giác AMDB là hình thang.</p>	<p>0,5 0,5 0,5</p>
	<p>b) Do AM //BD nên góc OBA = góc MAE (đồng vị) Tam giác AOB cân ở O nên góc OBA = góc OAB Gọi I là giao điểm 2 đường chéo của hình chữ nhật AEMF thì tam giác AIE cân ở I nên góc IAE = góc IEA. Từ chứng minh trên : có góc FEA = góc OAB, do đó EF//AC (1) Mặt khác IP là đường trung bình của tam giác MAC nên IP // AC (2) Từ (1) và (2) suy ra ba điểm E, F, P thẳng hàng.</p>	<p>0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5</p>
	<p>c) Từ $\frac{PD}{PB} = \frac{9}{16}$ Biến đổi và đặt $\frac{PD}{9} = \frac{PB}{16} = k \Rightarrow PD = 9k, PB = 16k$ Nếu $CP \perp BD$ thì C/m được $\triangle CBD \sim \triangle DCP (g - g) \Rightarrow \frac{CP}{PD} = \frac{PB}{CP}$ do đó $CP^2 = PB.PD$ hay $(2,4)^2 = 9.16 k^2 \Rightarrow k = 0,2$ $PD = 9k = 1,8(\text{cm})$ $PB = 16k = 3,2 (\text{cm})$</p>	<p>0,25 0,5 0,5 0,25</p>

2.	$BD = 5 \text{ (cm)}$ $C/m \ BC^2 = BP \cdot BD = 16$ do đó $BC = 4 \text{ (cm)}$, $CD = 3 \text{ (cm)}$	
	+) Ta có: $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} \Rightarrow 204 = 168 + S_{đáy}$	0,25
	$\Rightarrow S_{đáy} = a \cdot a = 204 - 168 = 36 \text{ dm}^2$	0,25
	+) Thể tích của hình chóp bằng: $V = \frac{1}{3} \cdot S_{đáy} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 9 = 108 \text{ dm}^3$	0,5
	+) Ta có $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ lít}$ nên $108 \text{ dm}^3 = 108 \text{ lít nước}$	0,25
	Vì một ngày mới tưới nước một lần nên tổng số ngày sử dụng hết 108 lít nước là: $108:6 = 18 \text{ ngày}$.	0,25

Câu 5. (1,0 điểm)

Xét x, y là hai số thực dương thay đổi thoả mãn điều kiện $x \cdot y = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \frac{2(x^3 + y^3)}{(x^4 + y^2)(x^2 + y^4)}.$$

1,0đ	$P = \frac{2(x^3 + y^3)}{(x^4 + y^2)(x^2 + y^4)} = \frac{x^3 + y^3 + x^3 + y^3}{(x^4 + y^2)(x^2 + y^4)} = \frac{x^3 + y^3 + 1 \cdot (x^3 + y^3)}{(x^4 + y^2)(x^2 + y^4)}$	
	$= \frac{x^3 + y^3 + xy \cdot (x^3 + y^3)}{(x^4 + y^2)(x^2 + y^4)} = \frac{y \cdot (x^4 + y^2) + x \cdot (x^2 + y^4)}{(x^4 + y^2)(x^2 + y^4)} = \frac{x}{x^4 + y^2} + \frac{y}{x^2 + y^4}$	0,25
	Ta có $(x^2 - y)^2 \geq 0 \quad \forall x, y \Rightarrow x^4 + y^2 \geq 2x^2 y \quad \forall x, y$ $\frac{x}{x^4 + y^2} \leq \frac{x}{2x^2 y} = \frac{1}{2xy} = \frac{1}{2} \quad (\text{do } x, y > 0)$	0,25
	Chứng minh tương tự $\frac{y}{x^2 + y^4} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow A \leq 1$	0,25

	$\begin{cases} x^2 = y \\ x = y^2 \Leftrightarrow x = y = 1 \\ xy = 1 \end{cases}$ <p>Dấu “=” xảy ra khi $x = y = 1$. Vậy giá trị lớn nhất của $A = 1$ khi</p>	
--	--	--

UBND HUYỆN CẨM GIÀNG
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ KIỂM TRA ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC 2024 – 2025
MÔN: TOÁN – LỚP 8
Thời gian làm bài: 150 phút
(Đề bài gồm 01 trang)

Câu 1 (2,0 điểm):

1) Rút gọn biểu thức
$$P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$$
 ($x \neq 0; x \neq \pm 1$)

2) Cho $9x^2 + 4y^2 = 20xy$; ($3x > 2y > 0$). Chứng minh $\frac{6x-4y}{3x+2y} = 1$

Câu 2 (2,0 điểm):

1) Giải phương trình: $(x-7)(x-5)(x-4)(x-2) = 72$

2) Cho đa thức $f(x) = (x-2)(x^2 - x + 1) + ax^2 + bx + c$. Biết $f(x)$ chia $x - 2$ dư 11, chia $x^2 - x + 1$ dư $3x + 2$. Tìm a, b, c .

Câu 3 (2,0 điểm):

1) Tìm cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện: $x^2 + 2y^2 + 2xy + y = 2$.

2) Tìm số nguyên dương n sao cho $A = (n+3)(4n^2 + 14n + 7)$ là số chính phương.

Câu 4 (3,0 điểm):

1) Cho tam giác ABC nhọn, $AB < AC$. Các đường cao AD, BE, CF, cắt nhau tại H ($D \in BC, E \in AC; F \in AB$).

a) Chứng minh $AF \cdot AB = AE \cdot AC$.

b) Qua D kẻ đường thẳng song song với EF cắt AB tại M, cắt CF tại N.

Chứng minh $\widehat{FEH} = \widehat{DEH}$ và $DM = DN$.

2) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$). Các đường cao BM, CN cắt nhau tại I ($M \in AC; N \in AB$). Gọi E là trung điểm BC, IE cắt MN tại F. Chứng minh

$$\frac{FM}{FN} = \frac{IM^2}{IN^2}$$

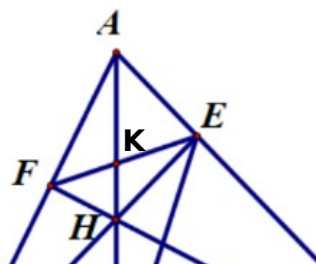
Câu 5 (1,0 điểm): Cho hai số a, b $\neq 0$ thỏa mãn $2a^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{1}{a^2} = 4$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = ab + 2024$.

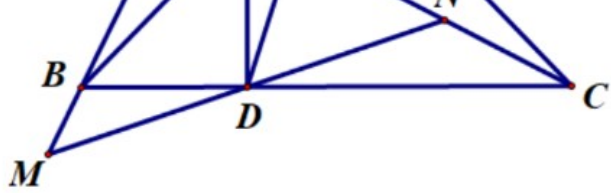
———— Hết ————

HƯỚNG DẪN CHẤM

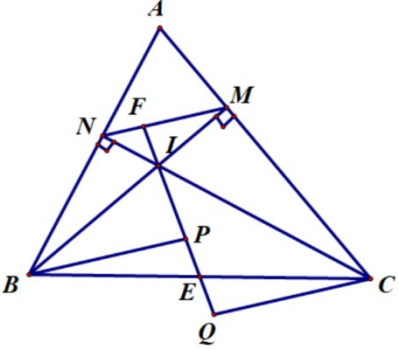
Câu	Ý	Nội dung	Điểm
Câu 1	1	$P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$ $P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \left[\frac{x^2-1}{x(x-1)} + \frac{x}{x(x-1)} + \frac{2-x^2}{x(x-1)} \right]$	0,25
		$P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \frac{x+1}{x(x-1)}$	0,25
		$P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} \cdot \frac{x(x-1)}{x+1}$	0,25
		$P = \frac{x^2}{x-1}$	0,25
		Vậy $P = \frac{x^2}{x-1}$ (với $x \neq 0; x \neq 1; x \neq -1$)	
	2	* Ta có: $9x^2 + 4y^2 - 20xy = (9x^2 - 18xy) + (4y^2 - 2xy)$	0,25
		$= 9x(x-2y) - 2y(x-2y) = (x-2y)(9x-2y)$	0,25
		* Áp dụng, ta có: $9x^2 + 4y^2 - 20xy = 0 \Rightarrow (x-2y)(9x-2y) = 0$ (1) Mà: $3x > 2y > 0 \Rightarrow 9x > 2y \Rightarrow 9x - 2y > 0$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow x - 2y = 0 \Rightarrow x = 2y$	0,25
		$x = 2y \Rightarrow A = \frac{12y - 4y}{6y + 2y} = \frac{8y}{8y} = 1$ * Khi	0,25
Câu 2	1	Phương trình tương đương với $(x-7)(x-2)(x-5)(x-4) = 72 \Leftrightarrow (x^2 - 9x + 14)(x^2 - 9x + 20) - 72 = 0$	0,25
		Đặt $x^2 - 9x + 14 = t$, khi đó phương trình trở thành: $t(t+6) - 72 = 0 \Rightarrow (t+12)(t-6) = 0$	0,25
		$t = -12 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = -12 \Rightarrow \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{23}{4} = 0$ Với	0,25
		$t = 6 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 6 \Rightarrow (x-1)(x-8) = 0$ Với	0,25
		Tìm được 2 nghiệm là 1, 8 và kết luận.	
	2	$f(x) = (x-2).h(x) + 11$ Cho $x = 2 \Rightarrow f(2) = 4a + 2b + c = 11$ (1)	0,25

		$f(x) = (x-2)(x^2 - x + 1) + a(x^2 - x + 1) + (a+b)x + c - a$ $= (x-2+a)(x^2 - x + 1) + \underbrace{(a+b)x + c - a}_{du=3x+2}$	0,25
		<p>Mà</p> $\Rightarrow \begin{cases} c-a=2(2) \\ a+b=3(3) \end{cases} \cdot Tu(1)(2)(3) \Rightarrow (a;b;c) = (1;2;3) \Rightarrow du: x^2 + 2x + 3$	0,25
Câu 3	1	<p>* Ta có: $x^2 + 2y^2 + 2xy + y = 2$</p> $\Leftrightarrow 4x^2 + 8y^2 + 8xy + 4y - 8 = 0 \Leftrightarrow (2x + 2y)^2 = 9 - (2y + 1)^2$	0,25
		<p>* Vì $(2x + 2y)^2 \geq 0 \Rightarrow 9 - (2y + 1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq y \leq 1$, mà y là số nguyên.</p> $\Rightarrow y \in \{-2; -1; 0; 1\}$	0,25
		<p>* Với $y = -2 \Rightarrow (2x - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$</p>	0,25
		<p>* Với $y = -1 \Rightarrow (2x - 2)^2 = 8 \Leftrightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$ (loại do x nguyên)</p>	0,25
		<p>* Với $y = 0 \Rightarrow (2x)^2 = 8 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$ (loại do x nguyên)</p>	0,25
		<p>* Với $y = 1 \Rightarrow (2x + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$</p>	0,25
		<p>Vậy cặp số $(x; y)$ nguyên thỏa mãn phương trình là: $(2; -2), (-1; 1)$</p>	
		<p>Đặt $d = (n+3, 4n^2 + 14n + 7)$ (d nguyên dương)</p> $\Rightarrow \begin{cases} n+3:d \\ 4n^2 + 14n + 7:d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (n+3)(4n+2):d \\ 4n^2 + 14n + 7:d \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} 4n^2 + 14n + 6:d \\ 4n^2 + 14n + 7:d \end{cases} \Rightarrow d = 1$	0,25
		<p>Suy ra $4n^2 + 14n + 7, n+3$ là 2 số nguyên tố cùng nhau.</p> <p>Mà A là số chính phương $\Rightarrow 4n^2 + 14n + 7, n+3$ là số chính phương.</p> $n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow (2n+3)^2 \leq 4n^2 + 14n + 7 < (2n+4)^2$	0,25
		$\Rightarrow 4n^2 + 14n + 7 = (2n+3)^2 \Rightarrow n = 1$	0,25
		<p>Thử lại với $n = 1$ thì $A = 100$ (TM)</p> <p>Không thử lại mà kết luận luôn trừ 0,25đ</p>	0,25
Câu 4			





			0,25
1.a	a. Chứng minh đúng $\triangle AEB \sim \triangle AFC (g.g)$		0,5
	$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow AF \cdot AB = AE \cdot AC$		0,25
	b. Chứng minh được $\triangle AEF \sim \triangle ABC (c.g.c)$ $\Rightarrow \angle AEF = \angle ABC$ (1)		0,25
	$\triangle CEB \sim \triangle CDA (g.g) \Rightarrow \frac{CE}{CD} = \frac{CB}{CA}$ Chứng minh được Áp dụng chứng minh $\triangle CDE \sim \triangle CAB (c.g.c) \Rightarrow \angle CED = \angle ABC$ (2)		0,25
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow \angle AEF = \angle CED$ $\angle AEF + \angle FEH = 90^\circ$ Mà $\angle CED + \angle DEH = 90^\circ$ $\Rightarrow \angle FEH = \angle DEH$		0,25
	Gọi K là giao điểm AD và EF $\triangle EKD$ có $\angle FEH = \angle DEH$ suy ra EH là phân giác góc KED $\Rightarrow \frac{HK}{HD} = \frac{EK}{ED}$ Mà $EH \perp EA$ suy ra EA là đường phân giác ngoài $\triangle EKD$ $\Rightarrow \frac{AK}{AD} = \frac{EK}{ED}$ $\Rightarrow \frac{HK}{HD} = \frac{AK}{AD} \left(= \frac{EK}{ED} \right)$ (3)		0,25
	$\triangle AMD$ có $FK \parallel MD \Rightarrow \frac{FK}{MD} = \frac{AK}{AD}$ (4)		0,25
	$\triangle HDN$ có $FK \parallel DN \Rightarrow \frac{FK}{DN} = \frac{HK}{HD}$ (5) $\frac{FK}{MD} = \frac{FK}{DN} \Rightarrow DM = DN$ Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow$		

			
		<p>Qua B, C kẻ đường thẳng song song với MN cắt IE lần lượt tại P, Q</p> <p>Chứng minh $\triangle BPE = \triangle CQE \Rightarrow BP = CQ$</p> <p>Chứng minh $\triangle NIB \square \triangle MIC (g.g) \Rightarrow \frac{IM}{IN} = \frac{IC}{IB}$</p>	0,25
2		<p>$MF \square BP \Rightarrow \frac{MF}{BP} = \frac{IM}{IB} \quad (1)$</p> <p>$NF \square QC \Rightarrow \frac{NF}{QC} = \frac{IN}{IC} \quad (2)$</p> <p>Từ (1) và (2) chia vế với vế ta được $\frac{MF}{BP} \cdot \frac{QC}{NF} = \frac{IM}{IB} \cdot \frac{IC}{IN}$</p>	0,5
		<p>$\Rightarrow \frac{MF}{NF} = \frac{IM}{IN} \cdot \frac{IC}{IB} \quad (\text{vì } BP = QC)$</p> <p>Mà $\frac{IM}{IN} = \frac{IC}{IB} \Rightarrow \frac{MF}{NF} = \left(\frac{IM}{IN}\right)^2$</p>	0,25
		<p>Ta có:</p> $4 = a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 + a^2 + \frac{b^2}{4} - ab + ab - 2$ $= \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + \left(a - \frac{b}{2}\right)^2 + ab - 2$ $\geq ab - 2 \Rightarrow ab \leq 2 \Rightarrow Q \leq 2026$	0,25
		<p>Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a - \frac{1}{a} = 0 \\ a - \frac{b}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1; b = -2 \\ a = 1; b = 2 \end{cases}$</p>	0,25
		<p>Ta lại có:</p> $4 = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 - ab + 2$ $\geq -ab + 2 \Rightarrow ab \geq -2$ $\Rightarrow Q \geq 2022$	0,25

		$\Leftrightarrow \begin{cases} a - \frac{1}{a} = 0 \\ a + \frac{b}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1; b = -2 \\ a = -1; b = 2 \end{cases}$ <p>Dấu “=” xảy ra</p> <p>Vậy GTLN của Q là 2026 khi $\begin{cases} a = -1; b = -2 \\ a = 1; b = 2 \end{cases}$</p> <p>GTNN của Q là 2022 khi $\begin{cases} a = 1; b = -2 \\ a = -1; b = 2 \end{cases}$</p> <p>Xét dấu “=” xảy ra thiếu trừ 0,25đ</p>	0,25
--	--	---	------

*** Chú ý:** Học sinh làm bằng cách khác, nếu đúng vẫn chấm điểm tối đa.

**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN HOÀNG HÓA**

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 8
NĂM HỌC: 2024 - 2025**

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề thi này có 05 câu, gồm 01 trang)

Câu 1. (4,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức:
$$P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right) \quad (x \neq 0; x \neq \pm 1).$$

2. Tính giá trị của biểu thức:
$$P = \frac{x^5 - 4x^3 - 17x + 9}{x^4 + 3x^2 + 2x + 11} \quad \text{với } x \text{ thỏa mãn } \frac{x}{x^2 + x + 1} = \frac{1}{4}.$$

Câu 2. (4,0 điểm)

1. Tìm đa thức bậc 3 $P(x)$, biết rằng khi chia $P(x)$ cho $x-1$, $x-2$, $x-3$ đều dư 6 và $P(-1) = -18$.

2. Giải phương trình: $(3x+5)(3x+3)(3x+4)^2 = 12$.

Câu 3. (4,0 điểm)

1. Tìm các số tự nhiên x, y, z khác 0 thỏa mãn $(x-1)^3 + y^3 - 2z^3 = 0$ và $x+y+z-1$ là số nguyên tố.

2. Một cửa hàng thời trang nhập về một số áo với giá vốn là 185 000 đồng/cái. Tuần thứ nhất, cửa hàng bán được một nửa số lượng áo, mỗi áo lãi được 38% so với giá

vốn. Tuần thứ hai, cửa hàng bán $\frac{3}{5}$ số áo còn lại với giá vốn. Tuần thứ ba, cửa hàng bán hết số áo còn lại với giá bằng 85% giá vốn. Sau khi thống kê thì cửa hàng thu lợi nhuận từ việc bán hết số áo trên là 7 696 000 đồng. Hỏi cửa hàng đã nhập về bao nhiêu cái áo?

3. Ông Văn có 24 m hàng rào rất đẹp. Ông muốn rào một sân vườn hình chữ nhật để đạt được diện tích lớn nhất. Vườn ngay sát tường nhà để một chiều không phải rào. Hỏi khi đó chiều dài của sân vườn hình chữ nhật bằng bao nhiêu.

Câu 4. (6,0 điểm)

Cho O là trung điểm của đoạn AB. Vẽ về cùng một phía so với đường thẳng AB hai tia Ax, By cùng vuông góc với AB. Trên tia Ax lấy điểm C (khác A), qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OC cắt tia By tại D.

1. Chứng minh: $AB^2 = 4AC \cdot BD$.
2. Kẻ OM vuông góc với CD tại M. Chứng minh: $AC = CM$.
3. Từ M kẻ MH vuông góc với AB tại H. Chứng minh: BC đi qua trung điểm MH.
4. Tìm vị trí của C trên tia Ax để diện tích tứ giác ABDC nhỏ nhất.

Câu 5. (2,0 điểm)

1. Một hộp kín có chứa 100 viên bi cùng khối lượng và kích thước gồm ba màu (đỏ, vàng và xanh). Trong đó, số bi đỏ gấp đôi số bi vàng. Biết rằng khi lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp trên thì xác suất lấy được bi xanh lớn hơn xác suất lấy được bi vàng là 20%. Tính số viên bi mỗi màu trong hộp.

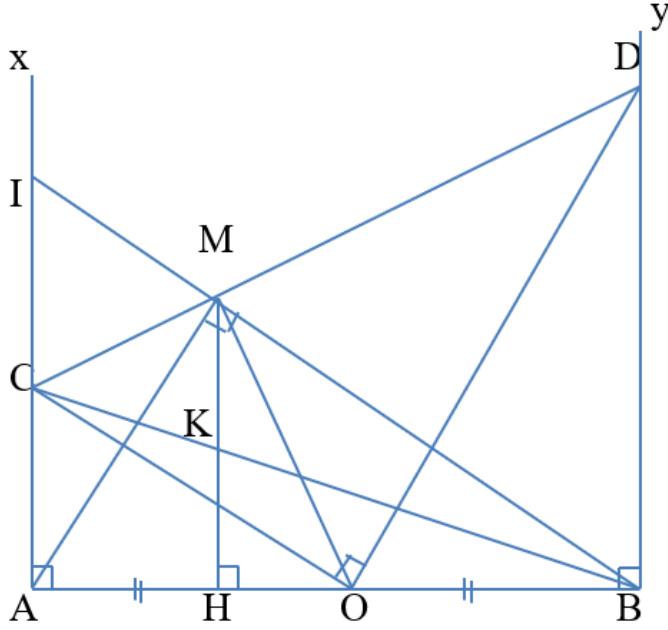
2. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức:
$$A = 24(a^2 + b^2 + c^2) + \frac{5(ab + bc + ca)}{a^2 + b^2 + c^2} + 2025.$$

Câu	Ý	Nội dung đáp án
1 (4,0đ)	1 2,0 đ	<p>Với $x \neq 0; x \neq 1; x \neq -1$ ta có</p> $P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$ $P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \left[\frac{x^2-1}{x(x-1)} + \frac{x}{x(x-1)} + \frac{2-x^2}{x(x-1)} \right]$ $P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} : \frac{x+1}{x(x-1)}$ $P = \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} \cdot \frac{x(x-1)}{x+1}$ $P = \frac{x^2}{x-1}$ <p>Vậy $P = \frac{x^2}{x-1}$ (với $x \neq 0; x \neq 1; x \neq -1$)</p>
	2 2,0 đ	<p>Ta có: $\frac{x}{x^2+x+1} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4x = x^2 + x + 1 \Leftrightarrow x^2 = 3x - 1$</p> <p>Khi đó: $x^3 = x^2 \cdot x = (3x - 1) \cdot x = 3x^2 - x = 3(3x - 1) - x = 8x - 3$</p> $x^4 = x^3 \cdot x = (8x - 3) \cdot x = 8x^2 - 3x = 8(3x - 1) - 3x = 21x - 8$ $x^5 = x^4 \cdot x = (21x - 8) \cdot x = 21x^2 - 8x = 21(3x - 1) - 8x = 55x - 21$ <p>Suy ra</p> $P = \frac{x^5 - 4x^3 - 17x + 9}{x^4 + 3x^2 + 2x + 11} = \frac{(55x - 21) - 4(8x - 3) - 17x + 9}{(21x - 8) + 3(3x - 1) + 2x + 11} = \frac{6x}{32x} = \frac{3}{16}$ $P = \frac{3}{16}$ <p>Vậy</p>

<p>2</p>	<p>1</p> <p>Từ đề bài suy ra $P(x)-6$ chia hết cho $(x-1)$, cho $(x-2)$, cho $(x-3)$</p> <p>Do đó, $P(x)-6$ chia hết cho $(x-1)(x-2)(x-3)$.</p> <p>2,0</p> <p>Đặt $P(x)-6 = m.(x-1)(x-2)(x-3)$ với $m \in \mathbb{Q}$. (vì $P(x)$ có bậc là ba)</p> <p>đ</p> <p>Suy ra $P(x) = 6 + m.(x-1)(x-2)(x-3)$ với $m \in \mathbb{Q}$.</p> <p>Theo giả thiết $P(-1) = -18$, do đó $-18 = 6 + (-2)(-3)(-4)m \Rightarrow m = 1$</p> <p>Vậy, $P(x) = 6 + (x-1)(x-2)(x-3)$</p>
<p>2</p>	<p>Ta có: $(3x+5)(3x+3)(3x+4)^2 = 12$</p> <p>2,0</p> <p>$(9x^2 + 24x + 15)(9x^2 + 24x + 16) = 12$</p> <p>đ</p> <p>Đặt $t = 9x^2 + 24x + 15$ với $t \geq -1$</p> <p>Khi đó, ta có: $t(t+1) = 12$</p> $t^2 + t - 12 = 0$ $t^2 + 4t - 3t - 12 = 0$ $t(t+4) - 3(t+4) = 0$ $(t-3)(t+4) = 0$ $t-3 = 0 \text{ hoặc } t+4 = 0$ <p>Trường hợp 1: $t-3 = 0$, suy ra $9x^2 + 24x + 15 - 3 = 0$</p> $9x^2 + 24x + 12 = 0$ $(3x+4)^2 - 4 = 0$ $(3x+2)(3x+6) = 0$ $x = \frac{-2}{3} \text{ hoặc } x = -2$ <p>Trường hợp 2: $t+4 = 0$, suy ra $9x^2 + 24x + 15 + 4 = 0$</p> $9x^2 + 24x + 19 = 0$

		$(3x+4)^2 + 3 = 0$ $(3x+4)^2 = -3 \text{ (Vô lí vì)}$ $(3x+4)^2 \geq 0; -3 < 0$
3	1 2,0 đ	<p> $(x-1)^3 + y^3 - 2z^3 = 0(*) \Rightarrow (x-1)^3 + y^3 + z^3 = 3z^3 : 3(1)$. Ta có: </p> <p> $(x-1)^3 + y^3 + z^3 - (x+y+z-1) = [(x-1)^3 - (x-1)] + (y^3 - y) + (z^3 - z) : 3(2)$ </p> <p> Từ (1) và (2) suy ra $x+y+z-1 : 3$ mà $x+y+z-1$ là số nguyên tố nên $x+y+z-1 = 3 \Rightarrow x+y+z = 4$ </p> <p> Th1 : $x = 2; y = z = 1$ (tm(*)) Th2 : $x = y = 1; z = 2$ (ktm(*)) Th3 : $x = z = 1; y = 2$ (ktm(*)) </p> <p> Vậy $x = 2; y = z = 1$ </p>
	2 1,0 đ	<p>Gọi số lượng áo cửa hàng nhập về là x ($x \in \mathbb{N}^*$) (cái).</p> <p> Tiền lời của tuần thứ nhất là: $\frac{1}{2}x \times 185\,000 \times 38\% = 35150x$ (đồng). </p> <p> Tiền lời của tuần thứ hai là: 0 (đồng). </p> <p> Số áo còn lại sau 2 tuần là: $x - \frac{1}{2}x - \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}x = \frac{1}{5}x$ (cái). </p> <p> Tiền lỗ của tuần thứ ba là: $\frac{1}{5}x \cdot 185\,000 \cdot 15\% = 5550x$ (đồng). </p> <p> Vì cửa hàng thu lợi nhuận từ việc bán hết số áo là 7.696.000 đồng, ta có: </p> $35150x - 5550x = 7\,696\,000 \Leftrightarrow x = 260 \text{ (nhận)}$ <p> Vậy số lượng áo cửa hàng nhập về là 260 cái. </p>
	3 1,0 đ	<p>Vì một cạnh của hình chữ nhật không phải rào, nên $24m$ hàng rào được rào vào 3 cạnh của hình chữ nhật.</p> <p> Do đó, nếu ta gọi cạnh chiều không phải rào là $x^{(m)}$, thì số mét hàng rào của mỗi cạnh còn lại là $\frac{24-x}{2}(m)$. </p> <p> Diện tích của vườn hình chữ nhật là: </p>

		$\frac{x(24-x)}{2} = \frac{-x^2 + 24x}{2} = \frac{-(x-12)^2 + 144}{2} \leq 72$ <p>Suy ra $Max S = 72 \Leftrightarrow x = 12$.</p> <p>Vậy diện tích lớn nhất của sân vườn hình chữ nhật là $72m^2$.</p> <p>Khi đó chiều dài của sân vườn hình chữ nhật là $12m$.</p>
4	1	<p>1. Ta có $\Delta OAC \sim \Delta DBO$ (g.g)</p> $\Rightarrow \frac{OA}{DB} = \frac{AC}{OB} \Rightarrow OA \cdot OB = AC \cdot BD$ $\Rightarrow \frac{AB}{2} \cdot \frac{AB}{2} = AC \cdot BD$ $\Rightarrow AB^2 = 4AC \cdot BD \text{ (Điều phải chứng minh)}$ 
	2	<p>Theo câu 1) ta có: $\Delta OAC \sim \Delta DBO$ (g.g) $\Rightarrow \frac{OC}{OD} = \frac{AC}{OB}$</p> <p>Mà $OA = OB \Rightarrow \frac{OC}{OD} = \frac{AC}{OA} \Rightarrow \frac{OC}{AC} = \frac{OD}{OA}$</p> <p>Ta có $\Delta OCD \sim \Delta ACO$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{OCD} = \widehat{ACO}$</p> <p>Suy ra $\Delta OAC \sim \Delta OMC$ (cạnh huyền – góc nhọn) $\Rightarrow AC = MC$ (điều phải chứng minh)</p>
	3	<p>Gọi K là giao điểm của MH và BC, I là giao điểm của tia Ax và BM.</p>

	1,0 đ	<p>Ta có: $\Delta OAC = \Delta OMC \Rightarrow OA = OM; CA = CM \Rightarrow OC$ là trung trực của AM</p> <p>$\Rightarrow OC \perp AM$</p> <p>Mặt khác: $OA = OM = OB \Rightarrow \Delta AMB$ vuông tại $M \Rightarrow OC \parallel BM$ (vì cùng vuông góc với AM) hay $OC \parallel BI$. Mà O là trung điểm của AB nên C là trung điểm của AI.</p> <p>Do $MH \parallel AI$ ta có $\frac{MK}{IC} = \frac{BK}{BC} = \frac{KH}{AC}$</p> <p>Mà $IC = AC \Rightarrow MK = HK \Rightarrow BC$ đi qua trung điểm của MH (điều phải chứng minh)</p>
		<p>Tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông $\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AC + BD).AB$</p> <p>ta thấy $AC, BD > 0$ nên theo bất đẳng thức Cauchy ta có:</p> $AC + BD \geq 2\sqrt{AC \cdot BD} = 2\sqrt{\frac{AB^2}{4}} = AB \Rightarrow S_{ABCD} \geq \frac{1}{2}AB^2$ <p>Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow AC = BD = \frac{AB}{2} = OA$</p> <p>Vậy C thuộc tia Ax và cách điểm A một đoạn bằng OA thì diện tích tứ giác $ABCD$ nhỏ nhất</p>
5	1 1,0 đ	<p>Gọi số bi vàng là $x; x \in \mathbb{N}^*$, thì số bi đỏ là $2x$, số bi xanh là $100 - 3x$</p> <p>Ta có: $\frac{100 - 3x}{100} - \frac{x}{100} = \frac{20}{100}$</p> <p>$100 - 3x - x = 20$</p> <p>$100 - 4x = 20$</p> <p>Giải ra ta được: $x = 20$</p> <p>Vậy số bi vàng là 20 viên; bi đỏ là 40 viên; bi xanh là 40 viên</p>
	2 1,0 đ	<p>Áp dụng bất đẳng thức</p> $(a + b + c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2) \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$ <p>Mặt khác $(a + b + c)^2 = 1 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = 1$</p> $\Rightarrow ab + bc + ca = \frac{1 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2}$

Do đó

$$\begin{aligned}
 A &= 24(a^2 + b^2 + c^2) + \frac{5(ab+bc+ca)}{a^2+b^2+c^2} + 2025 \\
 &= 24(a^2 + b^2 + c^2) + \frac{5\left(\frac{1-(a^2+b^2+c^2)}{2}\right)}{a^2+b^2+c^2} + 2025 \\
 &= 24(a^2 + b^2 + c^2) + \frac{5}{2(a^2+b^2+c^2)} - \frac{5}{2} + 2025 \\
 &= 24(a^2 + b^2 + c^2) + \frac{5}{2(a^2+b^2+c^2)} + 2022,5 \\
 &= \frac{45}{2}(a^2 + b^2 + c^2) + \frac{3}{2}(a^2+b^2+c^2) + \frac{5}{2(a^2+b^2+c^2)} + 2022,5 \\
 &\geq \sqrt{\frac{45}{2}(a^2 + b^2 + c^2) \cdot \frac{5}{2(a^2+b^2+c^2)}} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} + 2022,5 \\
 &= 2 \cdot \frac{15}{2} + \frac{1}{2} + 2022,5 = 2038
 \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} a=b=c \\ \frac{45(a^2+b^2+c^2)}{2} = \frac{5}{2(a^2+b^2+c^2)} \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c=\frac{1}{3}$

Vậy $A_{\min} = 2038$, khi $a = b = c = \frac{1}{3}$.

UBND HUYỆN THẠCH THẮT
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI OLYMPIC CÁC MÔN VĂN HOÁ LỚP 8 THCS
HUYỆN THẠCH THẮT NĂM HỌC 2024-2025

Đề thi môn: TOÁN.

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề thi gồm 02 trang)

$$A = \left(\frac{x+y}{1-xy} + \frac{x-y}{1+xy} \right) : \left(1 + \frac{x^2+y^2+2x^2y^2}{1-x^2y^2} \right).$$

Bài 1 (5 điểm). Cho biểu thức:

a) Tìm điều kiện xác định rồi rút gọn biểu thức A.

b) Tìm giá trị của biểu thức A khi $x \geq 0$ và là nghiệm của phương trình $|2x+1| = 1$.

Bài 2 (4 điểm). Trong túi đựng 48 viên bi có cùng kích thước và khối lượng với hai màu đỏ và xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ túi. Biết rằng xác suất lấy được viên bi màu đỏ bằng 92% xác suất lấy được viên bi màu xanh. Tính số viên bi màu đỏ và số viên bi màu xanh có trong túi.

Bài 3 (2 điểm). Cách đây hai năm chị An có gửi 250.000.000 đồng vào ngân hàng A theo kỳ hạn 1 năm, lãi suất kép (tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi tiếp). Năm nay chị An nhận được số tiền là 289.444 .000 đồng. Hỏi lãi suất ngân hàng là bao nhiêu phần trăm, biết lãi suất không thay đổi?

Bài 4 (2 điểm) Tính giá trị biểu thức:

$$P = \frac{x+2xy+1}{x+xy+xz+1} + \frac{y+2yz+1}{y+yz+yx+1} + \frac{z+2zx+1}{z+zx+zy+1} \text{ biết } xyz=1$$

Bài 5 (5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, từ H kẻ HI vuông góc với AB tại I, HK vuông góc với AC tại K.

- Chứng minh tam giác AKI đồng dạng với tam giác ABC suy ra $AI \cdot AB = AK \cdot AC$.
- Chứng minh góc $ABK =$ góc ACI .
- Gọi O là trung điểm của đoạn IK. Từ A vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng BO tại R. Đường thẳng AR cắt cạnh BC tại S. Chứng minh S là trung điểm của đoạn thẳng HC.

Bài 6 (2 điểm) Một robot chuyển động từ A đến B theo cách sau: Sau khi đi được 4m dừng lại 1 giây, rồi đi tiếp 8m dừng lại 2 giây, đi tiếp 12 m dừng lại 3 giây, ... Cứ như vậy, thời gian robot đi từ A đến B kể cả dừng là 155 giây. Tính khoảng cách từ A đến B. Biết rằng khi đi robot luôn có tốc độ là 2m/s.

-----**Hết**-----

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm).

Họ và tên thí sinhSố báo danh.....

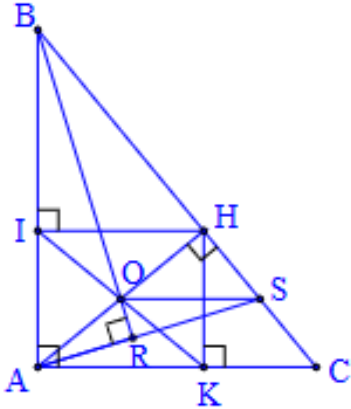
UBND HUYỆN THẠCH THẤT
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM THI OLYMPIC CÁC MÔN
VĂN HOÁ LỚP 8THCS NĂM HỌC 2024-2025

MÔN TOÁN

(Hướng dẫn chấm gồm 03 trang)

Câu	Đáp án	Điểm
Bài 1 (5đ)	Điều kiện xác định của biểu thức A là: $xy \neq 1; xy \neq -1 (*)$	0,5
	$A = \left(\frac{x+y}{1-xy} + \frac{x-y}{1+xy} \right) : \left(1 + \frac{x^2+y^2+2x^2y^2}{1-x^2y^2} \right)$ $= \frac{(x+y).(1+xy) + (x-y).(1-xy)}{1-(xy)^2} \cdot \frac{1-x^2y^2}{1+x^2+y^2+x^2y^2}$ $= \frac{2x(1+y^2)}{(1+x^2).(1+y^2)} = \frac{2x}{1+x^2}$	2,5
	<p>b) $x \geq 0$ nên $2x+1 > 0$ suy ra $2x+1 = 2x+1$.</p> <p>Do đó $2x+1 = 1$ có dạng $2x+1 = 1$ hay $x = 0$ (thỏa mãn điều kiện).</p> <p>Với $x = 0$ thì giá trị của biểu thức A là 0.</p>	2
Bài 2 (4đ)	Gọi số bi đỏ trong túi là x viên ($48 > x > 0$), suy ra số bi xanh trong túi là $(48 - x)$ viên. Xác suất lấy được viên bi màu đỏ và viên bi màu xanh lần lượt là:	0,5
	$\frac{x}{48}; \frac{48-x}{48}$.	1
	$\frac{x}{48} = 0,92 \cdot \frac{48-x}{48}$	1
	Ta có (1).	0,5

	<p>Giải (1) có $x = 23$.</p> <p>Vậy số viên bi màu đỏ và viên bi màu xanh có trong túi lần lượt là 23 viên và 25 viên</p>	
Bài 3 (2,0đ)	Đặt x là lãi suất ngân hàng A cho kỳ hạn 1 năm. ($x > 0$)	0,5
	Số tiền nhận được sau năm đầu tiên: $250(1+x)$ triệu đồng.	
	Sau khi kết thúc năm thứ 2, số tiền chị An nhận được là:	0,5
	$250(1+x)(1+x) = 250i$.	
	Ta có: $250i$	0,5
	Vậy lãi suất ngân hàng là $7,6\%/i$ năm.	0,25
		0,25
Bài 4 (2đ)	$P = \frac{yz(x+2xy+1)}{yz(x+xy+xz+1)} + \frac{xz(y+2yz+1)}{xz(y+yz+xy+1)} + \frac{xy(z+2zx+1)}{xy(z+zx+zy+1)}$ $i \frac{(1+y)+y(1+z)}{(1+y)(1+z)} + \frac{1+z+z(1+x)}{(1+z)(1+x)} + \frac{1+x+x(1+y)}{(1+x)(1+y)}$ $i \frac{y}{1+y} + \frac{1}{1+z} + \frac{1}{1+x} + \frac{z}{1+z} + \frac{1}{1+y} + \frac{x}{1+x}$ $i \frac{y+1}{y+1} + \frac{1+z}{1+z} + \frac{1+x}{x+1} = 3$	1,0
		1,0
Bài 5 (5đ)		1,25
	<p>a) Tứ giác AKHI có $\hat{A} = \hat{K} = \hat{I} = 90^\circ$ nên AKHI là hình chữ nhật, ta có: $\widehat{AKI} = \widehat{AHI}$.</p> <p>Lại có $\widehat{AHI} = \widehat{ABC}$ (cùng phụ với góc $\widehat{BHI}$). Suy ra $\widehat{AKI} = \widehat{ABC}$</p> <p>Hai tam giác AKI và ABC có $\hat{A}$ chung, $\widehat{AKI} = \widehat{ABC}$</p> <p>nên $\triangle AKI$ đồng dạng $\triangle ABC$ (gg) $\Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{AI}{AC} \Rightarrow AI \cdot AB = AK \cdot AC$.</p>	1,5
		0,25
	<p>b) Theo trên, $\triangle AKI$ đồng dạng $\triangle ABC \Rightarrow \frac{AK}{AB} = \frac{AI}{AC}$.</p> <p>Và hai tam giác AKB và AIC có $\hat{A}$ chung</p> <p>nên $\triangle AKB$ đồng dạng $\triangle AIC$ (cgc). Từ đó ta có $\widehat{ABK} = \widehat{ACI}$.</p>	1,0
	<p>c) Xét tam giác $\triangle ABC$ có AH và BR là đường cao nên O là trực tâm tam giác $\triangle ABC$, do đó $SO \perp AB$, suy ra $SO \parallel AC$.</p> <p>Mặt khác, theo trên thì tứ giác AKHI là hình chữ nhật nên O là trung điểm AH.</p> <p>Như vậy trong tam giác AHC, SO là đường trung bình. Từ đó ta có S là trung</p>	1,0

	điểm của HC.	
Bài 6 (2đ)	<p>Gọi số lần đi là x (lần) ($x \in \mathbb{N}^*$), Số lần dừng là $x-1$ (lần)</p> <p>Thời gian đi là: $\frac{4}{2} + \frac{8}{2} + \frac{12}{2} + \dots + \frac{4x}{2} = 2 + 4 + 6 + \dots + 2x = x(x+1)$ (giây)</p> <p>Thời gian dừng là $1 + 2 + 3 + \dots + (x-1) = \frac{x(x-1)}{2}$ (giây)</p> <p>Theo bài ra ta có $x(x+1) + \frac{x(x-1)}{2} = 155$</p>	1,0
	<p>$2x^2 + 2x + x^2 - x = 310$</p> <p>$3x^2 + x - 310 = 0$.</p> <p>$(x-10)(3x+11) = 0$</p> <p>$x=10$ (thỏa mãn)</p> <p>Thời gian đi là $10.(10+1) = 110$ giây</p> <p>Khoảng cách từ A đến B là $110.2 = 220$ (m).</p>	1,0

Hết

(Học sinh có cách giải khác đúng cho điểm tương đương; điểm toàn bài làm tròn đến 0,25điểm)

UBND HUYỆN TIỀN DU
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO
TẠO



**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP
HUYỆN**

NĂM HỌC: **2024 - 2025**

Môn thi: **Toán 8 - Bảng A**

ĐỀ CHÍNH

THỜI Thời gian làm bài: **120 phút** (không kể thời gian
giao đề)

I. PHẦN CHUNG

Câu 1 (4,5 điểm). Cho biểu thức $A = \left(\frac{x+2}{x^2+2x+1} - \frac{x-2}{x^2-1} \right) : \frac{2x^2+x}{x^3+x^2-x-1}$.

a) Rút gọn biểu thức A và tìm điều kiện của x để giá trị của A được xác định.

b) Tìm giá trị của x để $A = \frac{2}{3}$.

c) Tìm giá trị của x để $A > 2$.

Câu 2 (4,0 điểm)

1) Một sân vận động hình chữ nhật có chiều dài $5x+3y$ (m) và chiều rộng là $5x-3y$ (m). Người ta làm lối đi xung quanh sân vận động, độ rộng của lối đi là 3 m, phần trong là phần sân trồng cỏ phục vụ cho các trận bóng đá. Tính số tiền trồng cỏ cho mặt sân trên khi $x=10, y=2$. Biết số tiền để trồng 1 m² cỏ là 50000 đồng.

2) Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

a) $x^2 - y^2 - 2x + 2y$.

b) $3x^2 - 6xy + 3y^2 - 12z^2$.

c) $x^3 + y^3 + 3xy - 1$.

Câu 3 (1,5 điểm)

Cho a, b là các số thực dương phân biệt thỏa mãn: $\frac{8b^8}{a^8 - b^8} + \frac{4b^4}{a^4 + b^4} + \frac{2b^2}{a^2 + b^2} + \frac{b}{a+b} = 4$ và $a^2 = 2025 + b^2$. Tính giá trị của biểu thức $P = (a - b - 10)^2 + 2000$.

Câu 4 (6,0 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$, trên cạnh BC lấy điểm M ($MB < MC$). Từ A kẻ tia Ax vuông góc với AM , tia Ax cắt đường thẳng CD tại N .

a) Chứng minh $AN = AM$.

b) Đường thẳng BD cắt MN tại Q . Đường thẳng AQ cắt DC tại K . Chứng minh $\frac{DK}{DC} = \frac{DQ}{QB}$.

c) Lấy điểm P thuộc đường thẳng BD sao cho PM vuông góc BC . Chứng minh tứ giác $NDMP$ là hình bình hành.

d) Đường thẳng MP cắt AC tại S . Từ M kẻ đường thẳng song song với AK cắt đường thẳng AC tại J . Đường thẳng MN giao với AC tại E , MK giao với AC tại H . Chứng minh: $ES.JH = EH.JS$.

II. PHẦN RIÊNG

Thí sinh lựa chọn làm một (chỉ một) câu trong hai câu sau:

Câu 5A (4,0 điểm)

1) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $2x^2 + y^2 - 2xy - y - 12 = 0$.

2) Cho các số thực a, b thỏa mãn $a^2 + ab + b^2 = 3$. Chứng minh rằng $a^3b + b^3a \leq 2$.

Câu 5B (4,0 điểm)

1) Tìm các cặp số nguyên dương $(x; y)$ sao cho $(7x^2 - 1) \mid (7xy - 1)$ và $x^2 + y + 2$ là số chính phương.

2) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{2ab+b^2} + \frac{1}{2bc+c^2} + \frac{1}{2ca+a^2} \geq 1.$$

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

UBND HUYỆN TIỀN DU HƯỚNG DẪN CHẤM
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
TẠO NĂM HỌC: 2024 - 2025
Môn thi: Toán 8 - Bảng A

Câu	Đáp án	Điểm
1.1. (2,5 điểm)		
	<p>Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x+2}{x^2+2x+1} - \frac{x-2}{x^2-1} \right) : \frac{2x^2+x}{x^3+x^2-x-1}$.</p> <p>1) Rút gọn biểu thức A và tìm điều kiện của x để giá trị của A được xác định.</p> <p>2) Tìm giá trị của x để $A = \frac{2}{3}$.</p> <p>3) Tìm giá trị của x để $A > 2$.</p>	
	<p>Điều kiện xác định: $\begin{cases} x^2+2x+1 \neq 0 \\ x^2-1 \neq 0 \\ 2x^2+x \neq 0 \\ x^3+x^2-x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq -1 \\ x \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$</p>	0,5

	$A = \left(\frac{x+2}{x^2+2x+1} - \frac{x-2}{x^2-1} \right) : \frac{2x^2+x}{x^3+x^2-x-1}$ $A = \left[\frac{x+2}{(x+1)^2} - \frac{x-2}{(x-1)(x+1)} \right] : \frac{x(2x+1)}{(x+1)(x^2-1)}$ $A = \left[\frac{(x+2)(x-1)}{(x+1)^2(x-1)} - \frac{(x-2)(x+1)}{(x+1)^2(x-1)} \right] : \frac{(x+1)(x^2-1)}{x(2x+1)}$ $A = \left[\frac{x^2+x-2}{(x+1)^2(x-1)} - \frac{x^2-x-2}{(x+1)^2(x-1)} \right] : \frac{(x+1)(x^2-1)}{x(2x+1)}$ $A = \frac{2x}{(x+1)^2(x-1)} \cdot \frac{(x+1)(x^2-1)}{x(2x+1)}$ $A = \frac{2}{2x+1}$	<p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p> <p>0,25</p>
	<p>Vậy $A = \frac{2}{2x+1}$ với $x \neq 0; \pm 1; -\frac{1}{2}$.</p>	0,25
1.2. (1,0 điểm)		
	<p>Ta có $A = \frac{2}{2x+1}$ với $x \neq 0; \pm 1; -\frac{1}{2}$.</p> <p>Theo bài ra:</p> $A = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{2x+1} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = 1 (kot / m)$ <p>Vậy ko tồn tại x để $A = \frac{2}{3}$.</p>	<p>0,75</p> <p>0,25</p>
1.3 (1,0 điểm)		
	<p>Ta có $A = \frac{2}{2x+1}$ với $x \neq 0; \pm 1; -\frac{1}{2}$.</p>	

	<p>Theo bài ra:</p> $A > \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{2x+1} > \frac{2}{3}$ $\Rightarrow \frac{2}{2x+1} - \frac{2}{3} > 0$ $\Rightarrow \frac{4(1-x)}{3(2x+1)} > 0$ $\Rightarrow \frac{1-x}{2x+1} > 0$ <p>Xét 2 trường hợp:</p> $+) \begin{cases} 1-x > 0 \\ 2x+1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2} < x < 1$ $+) \begin{cases} 1-x < 0 \\ 2x+1 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases} (l)$ <p>Kết hợp với điều kiện ta được $-\frac{1}{2} < x < 1$ và $x \neq 0$ thỏa mãn bài ra.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
2.1 (1,5 điểm)		
	<p>Một sân vận động hình chữ nhật có chiều dài $5x+3y(m)$ và chiều rộng là $5x-3y(m)$. Người ta làm lối đi xung quanh sân vận động, độ rộng của lối đi là 3 m, phần trong là phần sân trồng cỏ phục vụ cho các trận bóng đá. Tính số tiền trồng cỏ cho mặt sân trên khi $x=10, y=2$. Biết số tiền để trồng 1 m² cỏ là 50 000 đồng.</p> <p>Chiều dài của sân cỏ là $5x+3y-6(m)$</p> <p>Chiều rộng của sân cỏ là $5x-3y-6(m)$</p> <p>Diện tích của sân cỏ hình chữ nhật là:</p> $S = (5x+3y-6)(5x-3y-6) = (5x-6)^2 - 9y^2 (m^2)$	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p>

	<p>Thay $x = 10, y = 2$ vào S ta được:</p> $S = (5.10 - 6)^2 - 9.2^2 = 1900 (m^2)$ <p>Số tiền trồng cỏ là:</p> $1900.50 = 95000 \text{ (nghìn đồng)}$	0,25
		0,25
2.2 (2,5 điểm)		
	<p>Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:</p> <p>a) $x^2 - y^2 - 2x + 2y$</p> <p>b) $3x^2 - 6xy + 3y^2 - 12z^2$</p> <p>c) $x^3 + y^3 + 3xy - 1$</p>	
	<p>a) $x^2 - y^2 - 2x + 2y$</p> $= (x^2 - y^2) - 2(x - y)$ $= (x - y)(x + y) - 2(x - y)$ $= (x - y)(x + y - 2)$	0,75
	<p>b) $3x^2 - 6xy + 3y^2 - 12z^2$</p> $= 3(x^2 - 2xy + y^2 - 4z^2)$ $= 3[(x - y)^2 - (2z)^2]$ $= 3(x - y - 2z)(x - y + 2z)$	0,75
	<p>c) $x^3 + y^3 + 3xy - 1$</p> $= (x + y)^3 - 3xy(x + y) + 3xy - 1$ $= [(x + y)^3 - 1] - [3xy(x + y) - 3xy]$ $= (x + y - 1)[(x + y)^2 + (x + y) + 1] - 3xy(x + y - 1)$ $= (x + y - 1)(x^2 + y^2 + 1 - xy + x + y)$	0,25
		0,25
		0,25
		0,25
3 (1,5 điểm)		
	Cho a, b là các số thực dương phân biệt thỏa mãn:	

$$\frac{8b^8}{a^8 - b^8} + \frac{4b^4}{a^4 + b^4} + \frac{2b^2}{a^2 + b^2} + \frac{b}{a + b} = 4 \quad \text{và} \quad a^2 = 2025 + b^2.$$

Tính giá trị của biểu thức $P = (a - b - 10)^2 + 2000$.

Với a, b là các số thực dương phân biệt thỏa mãn:

$$\frac{8b^8}{a^8 - b^8} + \frac{4b^4}{a^4 + b^4} + \frac{2b^2}{a^2 + b^2} + \frac{b}{a + b} = 4 \quad \text{và} \quad a^2 = 2025 + b^2.$$

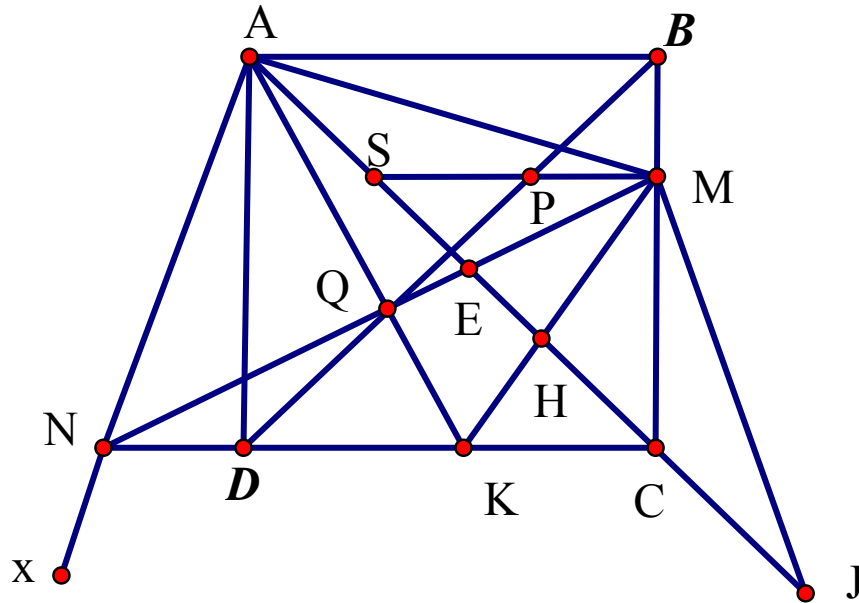
Ta có:

$$\begin{aligned} & \frac{8b^8}{a^8 - b^8} + \frac{4b^4}{a^4 + b^4} + \frac{2b^2}{a^2 + b^2} + \frac{b}{a + b} = 4 \\ \Rightarrow & \left[\frac{8b^8}{a^8 - b^8} + \frac{4b^4(a^4 - b^4)}{(a^4 + b^4)(a^4 - b^4)} \right] + \frac{2b^2}{a^2 + b^2} + \frac{b}{a + b} = 4 \\ \Rightarrow & \frac{8b^8 + 4a^4b^4 - 4b^8}{(a^4 + b^4)(a^4 - b^4)} + \frac{2b^2}{a^2 + b^2} + \frac{b}{a + b} = 4 \\ \Rightarrow & \frac{4b^4(a^4 + b^4)}{(a^4 + b^4)(a^4 - b^4)} + \frac{2b^2}{a^2 + b^2} + \frac{b}{a + b} = 4 \\ \Rightarrow & \left[\frac{4b^4}{a^4 - b^4} + \frac{2b^2}{a^2 + b^2} \right] + \frac{b}{a + b} = 4 \\ \Rightarrow & \left[\frac{4b^4}{a^4 - b^4} + \frac{2b^2(a^2 - b^2)}{(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)} \right] + \frac{b}{a + b} = 4 \end{aligned}$$

0,25

	$\Rightarrow \frac{2b^2(a^2 + b^2)}{(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)} + \frac{b}{a + b} = 4$ $\Rightarrow \frac{2b^2}{a^2 - b^2} + \frac{b}{a + b} = 4$ $\Rightarrow \frac{2b^2}{a^2 - b^2} + \frac{b(a - b)}{(a + b)(a - b)} = 4$ $\Rightarrow \frac{2b^2 + ab - b^2}{(a + b)(a - b)} = 4$ $\Rightarrow \frac{b(a + b)}{(a + b)(a - b)} = 4$ $\Rightarrow \frac{b}{a - b} = 4 \Rightarrow 4a = 5b$ $\Rightarrow \frac{a}{5} = \frac{b}{4} \Rightarrow \frac{a^2}{25} = \frac{b^2}{16} = \frac{a^2 - b^2}{25 - 16} = \frac{2025}{9} = 225$ $\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 25.225 \\ b^2 = 16.225 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 75 (do: a > 0) \\ b = 60 (do: b > 0) \end{cases}$	0,25
		0,25
	Thay $a = 75$, $b = 60$ (thỏa mãn điều kiện) vào P ta được:	0,25
	$P = (75 - 60 - 10)^2 + 2000 = 2025.$	0,25
	Vậy $P = 2025$.	0,25
4.1 (2,0 điểm)		
	<p>Cho hình vuông $ABCD$, trên cạnh BC lấy điểm M ($MB < MC$). Từ A kẻ tia Ax vuông góc với AM, tia Ax cắt đường thẳng CD tại N.</p> <p>a) Chứng minh $AN = AM$.</p> <p>b) Đường thẳng BD cắt MN tại Q. Đường thẳng AQ cắt DC tại K. Chứng minh $\frac{DK}{DC} = \frac{DQ}{QB}$.</p> <p>c) Lấy điểm P thuộc đường thẳng BD sao cho PM vuông góc BC. Chứng minh tứ giác $NDMP$ là hình bình hành.</p> <p>d) Đường thẳng MP cắt AC tại S. Từ M kẻ đường thẳng song song với AK cắt đường thẳng AC tại J. Đường thẳng MN giao với AC tại E, MK giao với AC tại H. Chứng</p>	

minh: $ES.JH=EH.JS$.



+ Chỉ ra $\widehat{BAM} = \widehat{DAN}$ (cùng phụ $\widehat{DAM}$)

+ Chứng minh được $\triangle ABM = \triangle ADN$ (g.c.g)

Từ đó suy ra $AM = AN$

0,5

0,5

0,75

0,25

4.2 (1,5 điểm)

+ ABCD là hình vuông $\Rightarrow AC \parallel AB$, mà $K \in DC \Rightarrow DK \parallel AB$

$$DK \parallel AB \Rightarrow \begin{cases} \widehat{QDK} = \widehat{QBA} (slt) \\ \widehat{QKD} = \widehat{QAB} (slt) \end{cases}$$

Ta có:

0,5

	$\Delta DKQ \cong \Delta BAQ (g.g) \Rightarrow \frac{DK}{AB} = \frac{DQ}{QB}$ <p>+ Chỉ ra</p> $\Leftrightarrow \frac{DK}{CD} = \frac{DQ}{QB}$ <p>Mà $AB = CD$ (ABCD là hình vuông)</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
4.3 (1,5 điểm)		
	<p>+ Chỉ ra ΔMBP vuông cân tại M $\Rightarrow BM = MP$</p> <p>Mà $BM = ND$ (do $\Delta ABM = \Delta ADN$) $\Rightarrow MP = DN$</p>	0,75
	<p>+ Tứ giác MPND có:</p> <p>$MP \parallel DN$ (cùng vuông góc với BC)</p> <p>$MP = DN$ (cmt)</p>	0,5
	Do đó MPND là hình bình hành.	0,25
4.4 (1,0 điểm)		
	<p>+ Vì MPND là hình bình hành (cmt) mà MN cắt DP tại Q nên Q là trung điểm của MN.</p> <p>Lại có $AM = AN$ (do $\Delta ABM = \Delta ADN$) nên ΔAMN cân tại A.</p> <p>Do đó AQ là đường trung tuyến và đồng thời là đường trung trực của ΔAMN</p> <p>$\Rightarrow KN = KD$ (do $K \in AQ$)</p> <p>$\Rightarrow \Delta KMN$ cân tại K</p> <p>$\Rightarrow \angle KMN = \angle KNM$</p> <p>Mặt khác:</p> <p>$\angle KNM = \angle PMN$ (do $MP \parallel NK$)</p> <p>$\Rightarrow \angle PMN = \angle KMN$</p> <p>Hay $\angle SME = \angle EMH \Rightarrow ME$ là phân giác của $\angle SMH$ (1) $\Rightarrow \frac{ES}{EH} = \frac{MS}{MH}$ (2)</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

	<p>+ Ta có $MJ \parallel AK$ mà $AK \perp MN \Rightarrow MJ \perp MN$ hay $MJ \perp ME$ (3)</p> <p>Từ (1) và (3) $\Rightarrow MJ$ là tia phân giác của góc ngoài tại M của $\triangle MSH$</p> $\Rightarrow \frac{JS}{JH} = \frac{MS}{MH} \quad (4)$ <p>+ Từ (2) và (4) $\Rightarrow \frac{ES}{EH} = \frac{JS}{JH} \Rightarrow ES \cdot JH = EH \cdot JS$</p>	0,5
5.1 bảng A (2 điểm)		
	<p>Tìm các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn:</p> $2x^2 + y^2 - 2xy - y - 12 = 0$	
	<p>Với x, y là các số nguyên. Ta có:</p> $2x^2 + y^2 - 2xy - y - 12 = 0$ $4y^2 - 4y(2x+1) + (2x+1)^2 - (2x+1)^2 + 8x^2 - 48 = 0$ $(2y - 2x - 1)^2 + (4x^2 - 4x + 1) = 50$ $(2y - 2x - 1)^2 + (2x - 1)^2 = 50$ $(2x - 1)^2 = 50 - (2y - 2x - 1)^2$	0,5
	<p>Do: $(2y - 2x - 1)^2 \geq 0 \forall x, y \Rightarrow (2x - 1)^2 \leq 50$</p> <p>Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2x - 1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow (2x - 1)^2$ là số chính phương lẻ.</p> <p>Nên $(2x - 1)^2 \in \{1; 9; 25; 49\} \Rightarrow 2x - 1 \in \{\pm 1; \pm 3; \pm 5; \pm 7\}$</p>	0,25
	<p>+) $(2x - 1)^2 = 1 \Rightarrow 2x - 1 \in \{\pm 1\} \Rightarrow x \in \{0; 1\}$</p> <p>Khi đó $(2y - 2x - 1)^2 = 49 \Rightarrow 2y - 2x - 1 \in \{\pm 7\}$</p> <ul style="list-style-type: none"> - Nếu $2y - 2x - 1 = 7 \Rightarrow y = x + 4$. Thay $x = 0$ và 1 ta được y lần lượt bằng 4 và 5. Ta có $(x;y) = (0;4); (1;5)$. - Nếu $2y - 2x - 1 = -7 \Rightarrow y = x - 3$. Thay $x = 0$ và 1 ta được y lần lượt bằng -3 và -2. Ta có $(x;y) = (0;-3); (1;-2)$. 	0,25
	<p>+) $(2x - 1)^2 = 9 \Rightarrow (2y - 2x - 1)^2 = 41$ (loại vì 41 ko là số chính phương).</p>	0,25

		0,75
	$\begin{cases} a^2 + ab + b^2 = 8 \\ a = b \\ ab = 1 \end{cases} \Rightarrow a = b = 1$ <p>Dấu bằng xảy ra khi hoặc $a = b = -1$</p>	0,25
5.1 bảng B (2,0 điểm)		
	<p>Tìm các cặp số nguyên dương $(x;y)$ sao cho:</p> <p>$(7x^2 - 1)$ chia hết cho $(7xy - 1)$ và $x^2 + y + 2$ là số chính phương</p>	
	<p>+ Với x, y là các số nguyên dương $\Rightarrow \begin{cases} 7xy - 1 \in \mathbb{N}^* \\ 7x^2 - 1 \in \mathbb{N}^* \end{cases}$</p> <p>Mà $(7x^2 - 1) : (7xy - 1) \Rightarrow 7x^2 - 1 \geq 7xy - 1 \Rightarrow x \geq y$</p> <p>$\Rightarrow x^2 + y + 2 \leq x^2 + x + 2 = x^2 + x + 1 + 1 \leq x^2 + x + x + 1$ (do: $x \geq 1$)</p> <p>$\Rightarrow x^2 + y + 2 \leq (x+1)^2$</p> <p>Lại có $x^2 + y + 2 > x^2 \Rightarrow x^2 < x^2 + y + 2 \leq (x+1)^2$</p>	0,25
		0,25
		0,25
		0,25
	<p>+ Theo bài ra: $x^2 + y + 2$ là số chính phương nên ta xét hai trường hợp:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Nếu $x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x^2 + y + 2 = 4$ là số chính phương (thỏa mãn) - Nếu $x > 1 \Rightarrow x^2 < x^2 + y + 2 < (x+1)^2 \Rightarrow x^2 + y + 2$ không là số chính phương. <p>Vậy $x = y = 1$ thỏa mãn bài ra.</p>	0,25
		0,25
		0,25
5.1 bảng B (2,0 điểm)		
	<p>Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $abc = 1$. Chứng minh rằng:</p> $\frac{1}{2ab + b^2} + \frac{1}{2bc + c^2} + \frac{1}{2ca + a^2} \geq 1.$	
	+ Với a, b, c là các số dương thỏa mãn $abc = 1$.	

	<p>Ta có:</p> $(ab-1)^2 \geq 0 \forall a, b$ $\Rightarrow a^2b^2 + 1 \geq 2ab$ $\Rightarrow b^2 + 2ab \leq a^2b^2 + b^2 + 1$ $\Rightarrow \frac{1}{b^2 + 2ab} \geq \frac{1}{a^2b^2 + b^2 + 1}$ <p>Tương tự:</p> $\frac{1}{2bc + c^2} \geq \frac{1}{b^2c^2 + c^2 + 1}$ $\frac{1}{2ca + a^2} \geq \frac{1}{a^2c^2 + a^2 + 1}$ <p>Do đó:</p> $\frac{1}{2ab + b^2} + \frac{1}{2bc + c^2} + \frac{1}{2ca + a^2} \geq \frac{1}{a^2b^2 + b^2 + 1} + \frac{1}{b^2c^2 + c^2 + 1} + \frac{1}{a^2c^2 + a^2 + 1} (*)$	<p>0.5</p> <p>0.5</p>
	<p>Với $abc = 1$, ta có:</p> $\begin{aligned} & \frac{1}{a^2b^2 + b^2 + 1} + \frac{1}{b^2c^2 + c^2 + 1} + \frac{1}{a^2c^2 + a^2 + 1} \\ &= \frac{a^2b^2c^2}{a^2b^2 + b^2 + a^2b^2c^2} + \frac{a^2}{a^2b^2c^2 + a^2c^2 + a^2} + \frac{1}{a^2c^2 + a^2 + 1} \\ &= \frac{a^2c^2}{a^2c^2 + a^2 + 1} + \frac{a^2}{1 + a^2c^2 + a^2} + \frac{1}{a^2c^2 + a^2 + 1} \\ &= \frac{a^2c^2 + a^2 + 1}{a^2c^2 + a^2 + 1} = 1(**) \end{aligned}$ <p>Từ (*) và (**) suy ra $\frac{1}{2ab + b^2} + \frac{1}{2bc + c^2} + \frac{1}{2ca + a^2} \geq 1$.</p> <p>Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} a, b, c > 0 \\ abc = 1 \\ ab = 1 \\ bc = 1 \\ ca = 1 \end{cases} \Rightarrow a = b = c = 1$</p>	<p>0.75</p>

		0.25
--	--	------

Chú ý:

1. Học sinh làm đúng đến đâu giám khảo cho điểm đến đó, tương ứng với thang điểm.
2. HS trình bày theo cách khác mà đúng thì giám khảo cho điểm tương ứng với thang điểm. Trong trường hợp mà hướng làm của HS ra kết quả nhưng đến cuối còn sai sót thì giám khảo trao đổi với tổ chấm để giải quyết.
3. Tổng điểm của bài thi không làm tròn.

-----**Hết**-----