

Phần thi thứ nhất: Toán học và Xử lý số liệu từ câu hỏi số 01 đến 50

Câu 1:

Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -4t + 1 \\ y = -2 + 3t \end{cases}$. Một vector chỉ phương của d là:

A. $(1; 3)$.

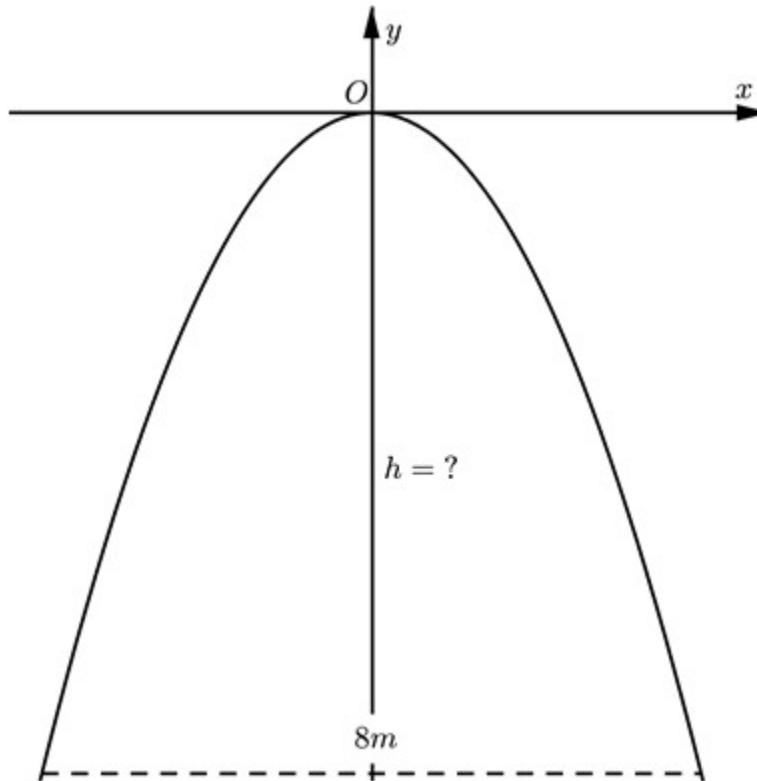
B. $(-4; 2)$.

C. $(4; -3)$.

D. $(-1; 3)$.

Câu 2:

Một chiếc cổng parabol dạng $y = -\frac{1}{2}x^2$ có chiều rộng $d = 8m$. Hỏi chiều cao của chiếc cổng là?



Đáp án:

Câu 3:

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - (m+2)x + 8m + 1 \leq 0$ vô nghiệm.

A. $m \in [0; 28]$

B. $m \in (0; 28)$

C. $m \in (-\infty; 0) \cup (28; +\infty)$

D. $m \in (-\infty; 0] \cup [28; +\infty)$

Câu 4:

Số cách xếp 5 học sinh ngồi vào một dãy gồm 5 chiếc ghế sao mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi là

A. 600.

B. 120.

C. 3125.

D. 720.

Câu 5:

Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{3u_n^2 + 2} \end{cases}$ và $S = u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_{2023}^2 + 2023$. Khi đó S có bao nhiêu chữ số.

A. 966.

B. 965.

C. 964.

D. 963.

Câu 6:

Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $2(u_3 + u_4 + u_5) = u_6 + u_7 + u_8$.

Tính $\frac{u_8 + u_9 + u_{10}}{u_2 + u_3 + u_4}$

Đáp án:

Câu 7:

Giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{n+2}$ bằng

A. $+\infty$

B. 0

C. 1

D. 3

Câu 8:

Biết bất phương trình $\log_2(3^x - 3) \log_8 \left(3^x 2^{-x-2} - \frac{3}{4} \right) \leq 1$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Giá trị biểu thức $a+b$ bằng

- A. $1 + \log_3 77$. B. $\log_3 \frac{77}{2}$. C. $-2 + \log_2 \frac{77}{2}$. D. $-1 + \log_2 77$.

Câu 9:

Cho các số nguyên a, b, c thỏa mãn $a + \frac{b + \log_2 5}{c + \log_2 3} = \log_6 45$. Tổng $a + b + c$ bằng

Đáp án:

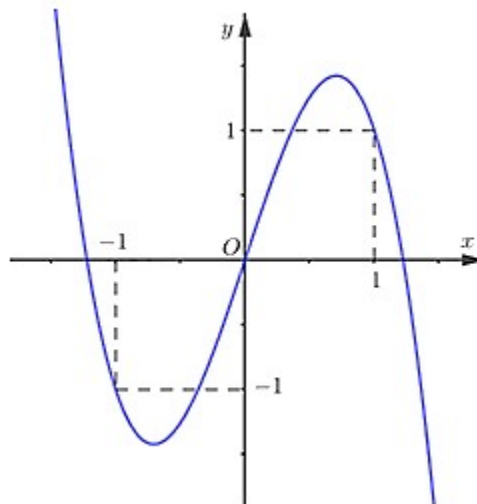
Câu 10:

Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với mặt đáy và $SA = AB = \sqrt{3}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB. Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) bằng:

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 11:

Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết $f(0) > 0$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Hàm số $y = \left| f(x) - \frac{x^2}{2} \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3 .

B. 4 .

C. 5

D. 6 .

Câu 12:

Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 1}$.

A. $x = 1; y = 1$.

B. $x = 1; y = -1; y = 1$.

C. $y = -1; y = 1$.

D. $x = 1; x = 2; y = 1$.

Câu 13:

Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, các cạnh $AB = AC = a$, các góc $\angle SBA = \angle SCA = 90^\circ$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) và $SH = a\sqrt{2}$. Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC).

Đáp án:

Câu 14:

Tập giá trị của hàm số $y = \frac{\sin 3x - 2 \cos 3x + 10}{6 \cos x \cos 2x - 4 \cos^3 x + 3}$ có bao nhiêu số nguyên?

A. 12 .

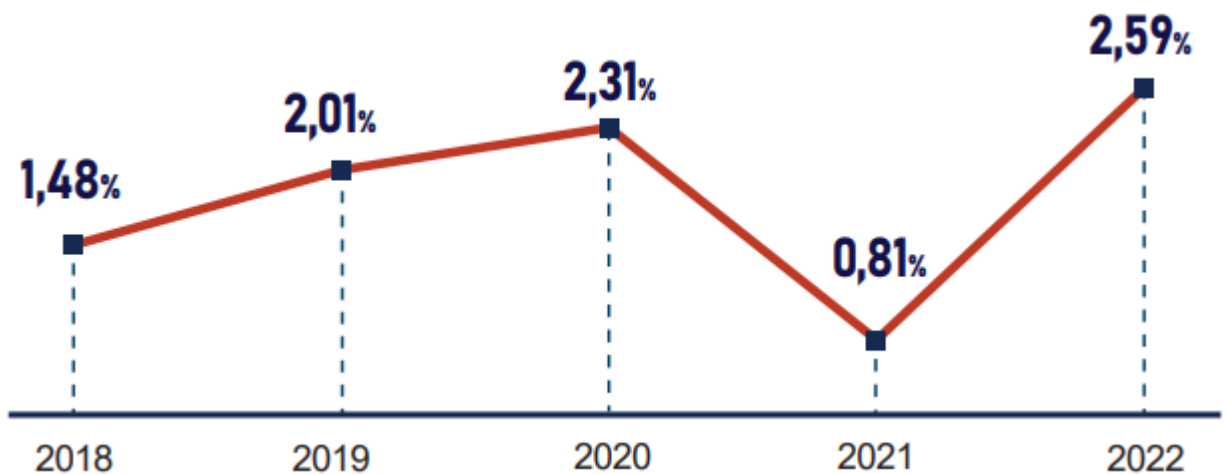
B. 10.

C. 11 .

D. 13 .

Câu 15:

Biểu đồ dưới đây thể hiện tỉ lệ lạm phát cơ bản bình quân năm trong giai đoạn 2018 – 2022:



(Nguồn: Niên giám thống kê 2022)

Trong giai đoạn từ 2018 – 2021, năm có tỉ lệ lạm phát cơ bản bình quân năm cao nhất là?

- A. Năm 2022. B. Năm 2019. C. Năm 2021. D. Năm 2020.

Câu 16:

Nhiệt độ ngoài trời ở một thành phố vào các thời điểm khác nhau trong ngày có thể được mô phỏng

bởi công thức $h(t) = 29 + 3 \sin \frac{\pi}{12}(t - 9)$ với h tính bằng $^{\circ}C$ và t là thời gian trong ngày tính bằng giờ.

Thời gian nhiệt độ cao nhất trong ngày là:

- A. 13 giờ B. 15 giờ. C. 12 giờ. D. 14 giờ.

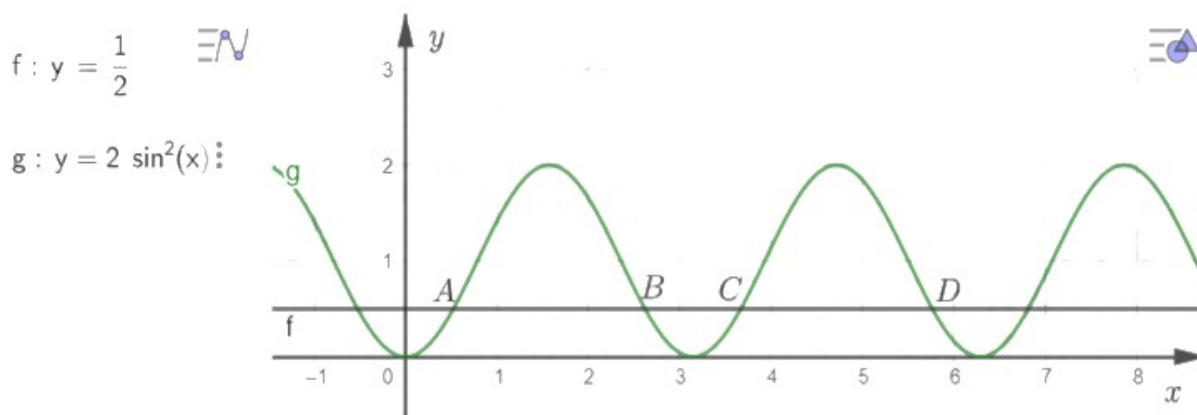
Câu 17:

Hai cậu bé cùng bắn bi vào lỗ. Xác suất người thứ nhất bắn trúng vào lỗ là 85%, xác suất người thứ hai bắn trúng vào lỗ là 70%. Hỏi xác suất để cả hai người cùng bắn trúng vào lỗ:

- A. 59,5% B. 15% C. 30% D. 4,5%

Câu 18:

Cho đồ thị hàm số lượng giác như hình vẽ:



Đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = 2 \sin^2 x$ tại 4 điểm A, B, C, D như hình vẽ. Giá trị của $x_B + x_D$ là $\frac{a}{b} \pi$. Biết $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $2a + b$ là:

Đáp án:

Câu 19:

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi D là trung điểm cạnh BC . Biết $AA' = 2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $C'D$ là:

- A. $a\sqrt{17}$. B. $\frac{a}{\sqrt{17}}$. C. $2a\sqrt{17}$. D. $\frac{2a}{\sqrt{17}}$.

Câu 20:

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước $AB = 4, AD = 3, AA' = 5$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $B'C$ bằng:

Đáp án:

Câu 21:

Cho phương trình $(m-1)x^4 + 2(m-3)x^2 + m + 3 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình vô nghiệm.

- A. $m \in (-\infty; -3) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $m \leq -3$.
C. $m > \frac{3}{2}$. D. $m < -3$.

Câu 22:

Cho hàm số $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$. Với giá trị nào của k thì $f'(1) = \frac{3}{2}$?

- A. $k = 1$. B. $k = \frac{9}{2}$. C. $k = -3$. D. $k = 3$.

Câu 23:

Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{2}{3}t^3 + 7t^2 + 3$ với t giây ($0 \leq t \leq 7$) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động đến khi dừng lại và s (mét) là quãng đường vật đi được trong

khoảng thời gian đó. Hỏi khi vật đạt vận tốc là 12 m/s lần thứ 2 thì vật đã chuyển động được bao nhiêu mét?

Đáp án:

Câu 24:

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (0; +\infty)$ biết $f(0) = 3$. Khẳng định nào sau đây có thể xảy ra.

- A. $f(2024) = 3,5$. B. $f(2023) + f(2024) = 6$.
C. $f(2023) < f(2024)$. D. $f(-2024) = 3$.

Câu 25:

Phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: x - 2y = 0$, tiếp xúc với đường thẳng $\Delta': 2x - y + 2 = 0$ đồng thời đường tròn đi qua điểm $M(1;3)$ là:

- A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 5$ và $\left(x + \frac{23}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{23}{8}\right)^2 = \frac{1445}{64}$
B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$ và $\left(x - \frac{23}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{23}{8}\right)^2 = \frac{1445}{64}$
C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 5$ và $\left(x - \frac{23}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{23}{8}\right)^2 = \frac{1445}{64}$
D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$ và $\left(x - \frac{23}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{23}{8}\right)^2 = \frac{1885}{16}$

Câu 26:

Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = (x-2)^2(x+1)$ là

- A. $2\sqrt{5}$. B. $5\sqrt{2}$. C. 4 . D. 2 .

Câu 27:

Cho hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$. Biết hàm số nghịch biến trên đoạn $(a; b)$, Tính $a + 2b$.

Đáp án:

Câu 28:

Với số nguyên dương n , gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $(x^2 + 1)^n (x + 2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3} = 26n$.

- A. $n = 6$. B. $n = 7$. C. $n = 5$. D. $n = 4$.

Câu 29:

Chọn ngẫu nhiên lần lượt các số a, b phân biệt thuộc tập hợp $\{3^k \mid k \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq 10\}$. Tính xác suất để $\log_a b$ là một số nguyên dương.

- A. $\frac{17}{90}$. B. $\frac{17}{45}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{22}{45}$.

Câu 30:

Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $c^2 + a = 18$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax^2 + bx} - cx) = -2$. Tính giá trị biểu thức $P = a + b + 5c$.

- A. $P = 18$ B. $P = 12$ C. $P = 9$ D. $P = 5$

Câu 31:

Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1 bằng

- A. $\frac{7}{150}$. B. $\frac{7}{375}$. C. $\frac{7}{125}$. D. $\frac{189}{1250}$.

Câu 32:

Cho a, b, c là ba số thực dương, $a > 1$ thỏa mãn

$$\log_a^2(bc) + \log_a \left(b^3 c^3 + \frac{bc}{4} \right)^2 + 4 + \sqrt{9 - c^2} = 0$$

Khi đó, giá trị của biểu thức $T = a + 3b + 2c$ gần với giá trị nào nhất sau đây?

- A. 8 . B. 9 . C. 7 . D. 10 .

Câu 33:

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Mặt phẳng (α) qua BD và song song với

SA, mặt phẳng (α) cắt SC tại K. Tính tỉ số $\frac{SK}{KC}$.

- A. $\frac{SK}{KC} = 2$. B. $\frac{SK}{KC} = 3$. C. $\frac{SK}{KC} = 1$. D. $\frac{SK}{KC} = \frac{1}{2}$.

Câu 34:

Cho phương trình $e^x = \ln(x+a) + a$, với a là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a thuộc khoảng $(0; 19)$ để phương trình có nghiệm dương.

Đáp án:

Câu 35:

Cho tứ diện ABCD có BCD là tam giác vuông tại đỉnh B, cạnh $CD = a, BD = \frac{a\sqrt{6}}{3}$, $AB = AC = AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính cosin của góc nhị diện [A, BC, D].

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 36:

Gọi S là tập hợp các ước nguyên dương của 1605632. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất để số được chọn chia hết cho 7 là

Đáp án:

Câu 37:

Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 8$ là:

A. $x = 2$.

B. $x = 1$.

C. $x = 4$.

D. $x = \frac{5}{2}$.

Câu 38:

Hai cạnh của hình chữ nhật nằm trên hai đường thẳng $d_1: 4x - 3y + 5 = 0$ và $d_2: 3x + 4y - 5 = 0$. Hình chữ nhật có đỉnh $A(2;1)$. Tính diện tích của hình chữ nhật.

Đáp án:

Câu 39:

Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. 216 (m/s).

B. 30 (m/s).

C. 400 (m/s).

D. 54 (m/s).

Câu 40:

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ và hai điểm $A(1;2), B(-2;m)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để A và B nằm cùng phía đối với d .

A. $m > 13$.

B. $m \geq 13$.

C. $m < 13$.

D. $m = 13$.

Câu 41:

Cho phương trình $x^2 - 2m|x| + 9 - m = 0$. Tìm m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt?

Đáp án:

Câu 42:

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = f(3x-1) + x^3 - 3mx$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$?

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	0	-4	0	4	0	$+\infty$

Đáp án:

Câu 43:

Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$. Giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_4$ bằng:

- A. -8 . B. -24 . C. -20 . D. -6 .

Câu 44:

Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6, u_5 = 48$. Tính S_5 .

- A. 33 . B. -31 . C. 93 . D. 11 .

Câu 45:

Năng lượng giải tỏa E của một trận động đất tại tâm địa chấn M độ Richter được xác định bởi công thức $\log E = 11,4 + 1,5M$. Vào năm 1995, thành phố X xảy ra một trận động đất 8 độ Richter và năng lượng giải tỏa tại tâm địa chấn của nó gấp 14 lần trận động đất ra tại thành phố Y vào năm 1997. Hỏi khi đó độ lớn của trận động đất tại thành phố Y là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

- A. 7,2 độ Richter. B. 7,8 độ Richter. C. 8,3 độ Richter. D. 6,8 độ Richter.

Câu 46:

Tồn tại bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-30; 30]$ sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + 5}{x^3 + (m-4)x + 2m}$ có ít nhất một tiệm cận đứng nằm bên phải trục tung?

- A. 61 . B. 32 . C. 16 . D. 13 .

Câu 47:

Hàm số $y = 3 \cos\left(\frac{\pi}{4} - mx\right)$ tuần hoàn có chu kỳ $T = 3\pi$ khi

- A. $m = \pm \frac{3}{2}$ B. $m = \pm 1$ C. $m = \pm \frac{2}{3}$ D. $m = \pm 2$

Câu 48:

Biết $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x - 3} = 8$ ($b, c \in \mathbb{Q}$). Giá trị $P = b + c$ bằng

Đáp án:

Câu 49:

Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 - (m+2)x + m^2 + 1 = 0$. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 4(x_1 + x_2) - x_1 x_2$ bằng:

- A. $\frac{95}{9}$ B. 11 C. 7 D. $-\frac{1}{9}$

Câu 50:

Một đề kiểm tra trắc nghiệm 45 phút môn Tiếng Anh của lớp 10 là một đề gồm 25 câu hỏi độc lập, mỗi câu hỏi có 4 đáp án trả lời trong đó chỉ có một đáp án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,4 điểm, câu trả lời sai không được điểm. Bạn Bình vì học rất kém môn Tiếng Anh nên làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên câu trả lời cho tất cả 25 câu. Gọi A là biến cố “Bình làm đúng k câu”, biết xác suất

của biến cố A đạt giá trị lớn nhất. Tính k.

Đáp án:

----- HẾT PHẦN THI THỨ NHẤT -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

Phần thi thứ nhất: TOÁN HỌC VÀ XỬ LÝ SỐ LIỆU

1. C	2. 8	3. B	4. B	5. A	6. 4	7. D	8. B	9. 1	10. B
11. C	12. C	13. 1/3	14. C	15. D	16. B	17. A	18. 19	19. D	20. 30/19
21. A	22. D	23. 111	24. D	25. B	26. A	27. 5	28. C	29. A	30. B
31. A	32. A	33. C	34. 17	35. B	36. 2/3	37. A	38. 2	39. D	40. C
41. 9	42. 6	43. B	44. A	45. A	46. B	47. C	48. -13	49. A	50. 6

Phần thi thứ nhất: Toán học và Xử lý số liệu từ câu hỏi số 01 đến 50

Câu 1:

Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -4t + 1 \\ y = -2 + 3t \end{cases}$. Một vector chỉ phương của d là:

A. $(1; 3)$. B. $(-4; 2)$. C. $(4; -3)$. D. $(-1; 3)$.

Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

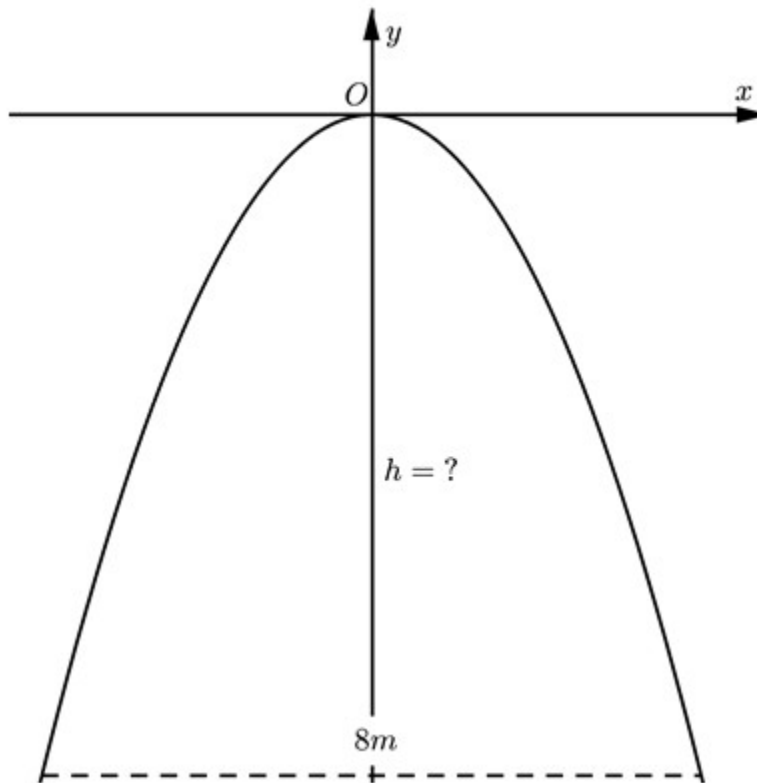
Phương trình $d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ nhận $\vec{u} = (a; b)$ làm vector chỉ phương.

Lời giải

Một vector chỉ phương của d là $(-4; 3)$ hay $(4; -3)$.

Câu 2:

Một chiếc cổng parabol dạng $y = -\frac{1}{2}x^2$ có chiều rộng $d = 8m$. Hỏi chiều cao của chiếc cổng là?



Đáp án:

Đáp án đúng là "8"

Phương pháp giải

Tìm tọa độ chân cổng. Từ đó ta có chiều cao cổng bằng trị tuyệt đối trung độ chân cổng.

Lời giải

Khoảng cách từ chân cổng đến trục đối xứng Oy là $\frac{8}{2} = 4$. Hoành độ hai chân cổng là $-4; 4$

Tung độ chân cổng là: $y = -\frac{1}{2} \cdot 4^2 = -8$

Vậy chiều cao của cổng là $|-8| = 8$ mét.

Câu 3:

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - (m+2)x + 8m+1 \leq 0$ vô nghiệm.

A. $m \in [0; 28]$

B. $m \in (0; 28)$

C. $m \in (-\infty; 0) \cup (28; +\infty)$

D. $m \in (-\infty; 0] \cup [28; +\infty)$

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

Để hàm số $f(x) \leq 0$ vô nghiệm thì $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Sử dụng ứng dụng về dấu của tam thức bậc hai:

$$ax^2 + bx + c > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}.$$

Lời giải

Để bất phương trình $x^2 - (m+2)x + 8m+1 \leq 0$ vô nghiệm thì $x^2 - (m+2)x + 8m+1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta = (m+2)^2 - 4(8m+1) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 - 32m - 4 < 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 28m < 0$$

$$\Leftrightarrow 0 < m < 28.$$

Câu 4:

Số cách xếp 5 học sinh ngồi vào một dãy gồm 5 chiếc ghế sao mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi là

A. 600.

B. 120.

C. 3125.

D. 720.

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

Sử dụng hoán vị.

Hoán vị

Lời giải

Số cách xếp 5 học sinh ngồi vào một dãy gồm 5 chiếc ghế là: $5! = 120$ (cách).

Câu 5:

Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{3u_n^2 + 2} \end{cases}$ và $S = u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_{2023}^2 + 2023$. Khi đó S có bao nhiêu chữ số.

A. 966.

B. 965.

C. 964.

D. 963.

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Đặt $v_n = u_n^2 + 1$. Chứng minh v_n là một cấp số nhân.

Từ đó tìm công thức tổng quát của u_n^2 .

Tính S bằng cách sử dụng công thức tính tổng của cấp số nhân.

Sử dụng ứng dụng của logarit để tìm số chữ số của S .

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} = \sqrt{3u_n^2 + 2} \Leftrightarrow u_{n+1}^2 = 3u_n^2 + 2 \Leftrightarrow u_{n+1}^2 + 1 = 3(u_n^2 + 1)$.

Đặt $v_n = u_n^2 + 1 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = 2. \\ v_{n+1} = 3v_n. \end{cases}$

Do (v_n) là cấp số nhân có $v_1 = 2$ công bội $q = 3$ nên $v_n = 2 \cdot 3^{n-1}$.

$$\Rightarrow u_n^2 = 2 \cdot 3^{n-1} - 1$$

Khi đó: $S = 2 \cdot (1 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2022}) = 3^{2023} - 1$.

Ta có: $S + 1 = 3^{2023}$ có $\lceil \log 3^{2023} \rceil + 1 = 966$ (chữ số).

Do đó S có 966 hoặc 965 chữ số.

S có 965 chữ số khi $S + 1 = 10^{965} \Leftrightarrow 3^{2023} = 10^{965}$ (vô lý do 3^{2023} là số lẻ còn 10^{965} là số chẵn)

Vậy số chữ số của $S = 966$ (chữ số).

Câu 6:

Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $2(u_3 + u_4 + u_5) = u_6 + u_7 + u_8$.

Tính $\frac{u_8 + u_9 + u_{10}}{u_2 + u_3 + u_4}$

Đáp án:

Đáp án đúng là "4"

Phương pháp giải

Sử dụng công thức $u_n = u_k q^{n-k}$

Lời giải

Giả sử cấp số nhân có công bội là, khi đó theo bài ra ta có:

$$2(u_3 + u_4 + u_5) = u_6 + u_7 + u_8$$

$$\Leftrightarrow 2(u_3 + u_3 q + u_3 q^2) = u_6 + u_6 q + u_6 q^2$$

$$\Leftrightarrow 2u_3(1 + q + q^2) = u_6(1 + q + q^2)$$

$$\Leftrightarrow 2u_3 = u_6 \text{ do } 1 + q + q^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow 2u_3 = u_3 q^3 \Leftrightarrow u_3(2 - q^3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u_3 = 0 \\ q = \sqrt[3]{2} \end{cases}$$

$$\frac{u_8 + u_9 + u_{10}}{u_2 + u_3 + u_4} = \frac{u_8 + u_8 q + u_8 q^2}{u_2 + u_2 q + u_2 q^2} = \frac{u_8(1 + q + q^2)}{u_2(1 + q + q^2)} = \frac{u_8 q^6}{u_2} = q^6 = 4$$

Ta có:

Câu 7:

Giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{n+2}$ bằng

A. $+\infty$

B. 0

C. 1

D. 3

Đáp án đúng là D

Phương pháp giải

Sử dụng máy tính cầm tay

Lời giải

Sử dụng máy tính cầm tay ta được:

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{n+2} = 3$$

Câu 8:

Biết bất phương trình $\log_2(3^x - 3) \log_8\left(3^x 2^{-2} - \frac{3}{4}\right) \leq 1$

có tập nghiệm là đoạn $[a ; b]$. Giá trị biểu thức $a + b$ bằng

- A. $1 + \log_3 77$. B. $\log_3 \frac{77}{2}$. C. $-2 + \log_2 \frac{77}{2}$. D. $-1 + \log_2 77$.

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

Đặt ẩn phụ $t = \log_2 (3^x - 3)$

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} 3^x - 3 > 0 \\ 3^{x-2} - \frac{3}{4} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$

$$\log_2 (3^x - 3) \log_8 \left(3^{x-2} - \frac{3}{4} \right) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (3^x - 3) \cdot \frac{1}{3} [\log_2 (3^x - 3) - 2] - 1 \leq 0$$

Đặt $t = \log_2 (3^x - 3)$

Ta có:

$$\frac{1}{3} t(t-2) - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} t^2 - \frac{2}{3} t - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq t \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq \log_2 (3^x - 3) \leq 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{2} \leq 3^x \leq 11 \Leftrightarrow \log_3 \frac{7}{2} \leq x \leq \log_3 11$$

Suy ra tập nghiệm là $S = \left[\log_3 \frac{7}{2}; \log_3 11 \right] \Rightarrow a + b = \log_3 \frac{77}{2}$

Câu 9:

Cho các số nguyên a, b, c thỏa mãn $a + \frac{b + \log_2 5}{c + \log_2 3} = \log_6 45$. Tổng $a + b + c$ bằng

Đáp án:

Đáp án đúng là "1"

Phương pháp giải

Sử dụng các công thức:

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad (0 < a, c \neq 1, b > 0)$$

$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y \quad (0 < a \neq 1, x, y > 0)$$

$$\log_a b^m = \frac{m}{n} \log_a b \quad (0 < a \neq 1, b > 0)$$

Lời giải

Ta có:

$$a + \frac{b + \log_2 5}{c + \log_2 3} = \log_6 45 \Leftrightarrow a + \frac{b + \log_2 5}{c + \log_2 3} = \frac{\log_2 45}{\log_2 6}$$

$$\Leftrightarrow a + \frac{b + \log_2 5}{c + \log_2 3} = \frac{\log_2 (3^2 \cdot 5)}{\log_2 (2 \cdot 3)} \Leftrightarrow a + \frac{b + \log_2 5}{c + \log_2 3} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 5}{1 + \log_2 3}$$

$$\Leftrightarrow a + \frac{b + \log_2 5}{c + \log_2 3} = \frac{2 + 2\log_2 3 - 2 + \log_2 5}{1 + \log_2 3}$$

$$\Leftrightarrow a + \frac{b + \log_2 5}{c + \log_2 3} = 2 + \frac{-2 + \log_2 5}{1 + \log_2 3}$$

Đồng nhất hệ số ta có $a = 2, b = -2, c = 1$.

Vậy $a + b + c = 2 + (-2) + 1 = 1$.

Câu 10:

Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với mặt đáy và $SA = AB = \sqrt{3}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB. Khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) bằng:

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Đáp án đúng là B

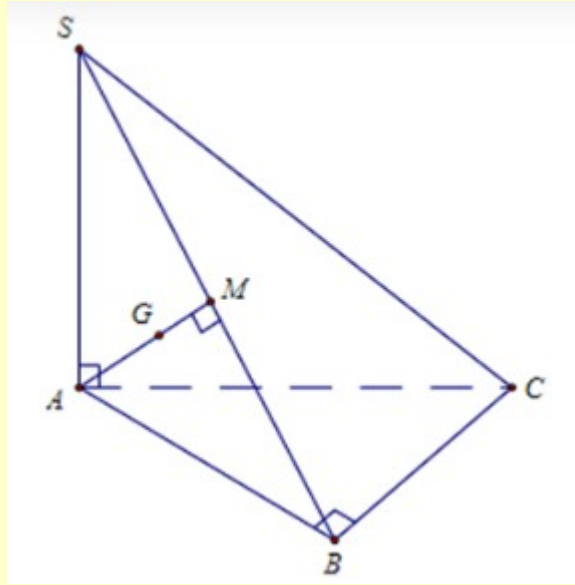
Phương pháp giải

Gọi M là trung điểm của SB. Chứng minh $GM \perp (SBC)$.

Khi đó, $d(G; (SBC)) = GM$.

Tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Lời giải



Gọi M là trung điểm của $SB \Rightarrow AM \perp SB$ (vì $\triangle SAB$ cân)

Ta có:
$$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$$

Và
$$\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow GM \perp (SBC) \text{ tại } M.$$

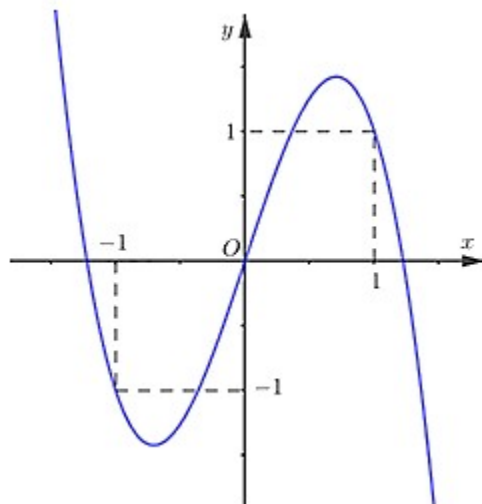
Do đó $d(G; (SBC)) = GM$.

Ta có:
$$SM = \sqrt{AB^2 + SA^2} = \sqrt{6} \Rightarrow AM = \frac{SB}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Vì G là trọng tâm của $\triangle SAB$ nên
$$GM = \frac{1}{3} AM = \frac{\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 11:

Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0) > 0$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Hàm số $y = \left| f(x) - \frac{x^2}{2} \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3 .

B. 4 .

C. 5

D. 6 .

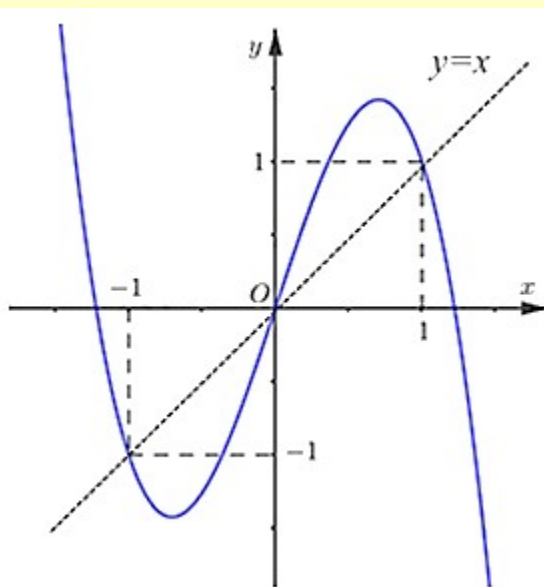
Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

Số điểm cực trị của $y = |f(x)|$ = Số điểm cực trị của $y = f(x) +$ Số nghiệm bội lẻ của $f(x) = 0$.

Lời giải

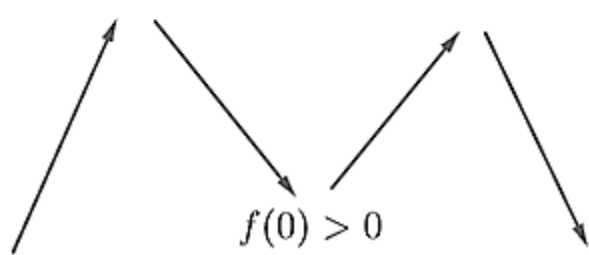
Xét $g(x) = f(x) - \frac{x^2}{2} \Rightarrow g'(x) = f'(x) - x$.



$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Từ đồ thị ta thấy:

Vì hệ số cao nhất của $f(x)$ nhỏ hơn 0 nên hệ số cao nhất của $g(x)$ cũng nhỏ hơn 0. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$g'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$g(x)$								

$\Rightarrow g(x) = 0$ luôn có đúng 2 nghiệm bội lẻ.

Số điểm cực trị của hàm số $y = \left| f(x) - \frac{x^2}{2} \right|$ là 5.

Câu 12:

Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 1}$.

A. $x = 1; y = 1$.

B. $x = 1; y = -1; y = 1$.

C. $y = -1; y = 1$.

D. $x = 1; x = 2; y = 1$.

Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Lời giải

Tập xác định của hàm số: $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

+) Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} y$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} y$ không tồn tại nên đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}}{1 - \frac{1}{x}} = 1$$

+) Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}}{1 - \frac{1}{x}} = -1 \Rightarrow y = 1, y = -1$$

và là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 13:

Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, các cạnh $AB = AC = a$, các góc $\angle SBA = \angle SCA = 90^\circ$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) và $SH = a\sqrt{2}$. Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC).

Đáp án:

Đáp án đúng là "1/3"

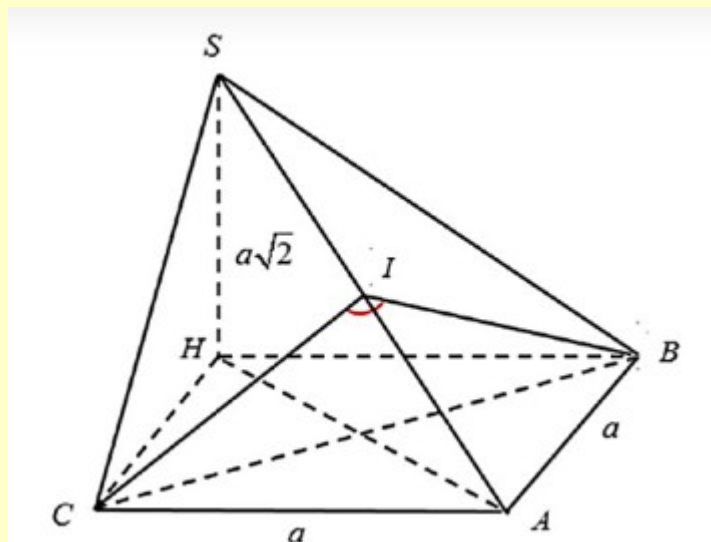
Phương pháp giải

Xác định vị trí của điểm H.

Xác định góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC).

Sử dụng định lý hàm số cos để tính cosin góc giữa hai mặt phẳng.

Lời giải



Gọi (α) là mặt phẳng qua B và vuông góc với $AB \Rightarrow (\alpha) \cap (ABC) = Bt \parallel AC$.

Gọi (β) là mặt phẳng qua C và vuông góc với $AC \Rightarrow (\beta) \cap (ABC) = Ct \parallel AB$.

Khi đó, $(\alpha) \cap (\beta) = SH$ với $H = Bt \cap Ct$ là đỉnh thứ tư của hình vuông ABHC.

Khi đó: $\triangle SAB, \triangle SAC$ là hai tam giác vuông bằng nhau có $SB = SC = a\sqrt{3}, SA = 2a$.

Gọi I là chân đường cao hạ từ đỉnh B của tam giác SAB , ta có $BI \perp SA, CI \perp SA$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) là $(IB; IC)$.

Xét $\triangle IBC$ cân tại I có $IB = IC = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}, BC = a\sqrt{2}$.

$$\cos \angle BIC = \frac{IB^2 + IC^2 - BC^2}{2IB \cdot IC} = \frac{\frac{3a^2}{4} + \frac{3a^2}{4} - 2a^2}{2 \cdot \frac{3a^2}{4}} = -\frac{1}{3}$$

Ta có:

Vậy cosin góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng $-\frac{1}{3}$.

Câu 14:

Tập giá trị của hàm số $y = \frac{\sin 3x - 2 \cos 3x + 10}{6 \cos x \cos 2x - 4 \cos^3 x + 3}$ có bao nhiêu số nguyên?

A. 12.

B. 10.

C. 11.

D. 13.

Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

Biến đổi lượng giác đưa về dạng phương trình $a \sin 3x + b \cos 3x = c$

Sử dụng điều kiện có nghiệm để tìm tập giá trị của y .

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} y &= \frac{\sin 3x - 2 \cos 3x + 10}{6 \cos x \cos 2x - 4 \cos^3 x + 3} \\ &= \frac{\sin 3x - 2 \cos 3x + 10}{3(\cos 3x + \cos x) - (\cos 3x + 3 \cos x) + 3} \end{aligned}$$

$$= \frac{\sin 3x - 2 \cos 3x + 10}{2 \cos 3x + 3}$$

$$\Leftrightarrow (2 \cos 3x + 3)y = \sin 3x - 2 \cos 3x + 10$$

$$\Leftrightarrow (2y + 2) \cos 3x - \sin 3x = 10 - 3y$$

Điều kiện có nghiệm của phương trình là:

$$(2y + 2)^2 + (-1)^2 \geq (10 - 3y)^2$$

$$\Leftrightarrow 4y^2 + 8y + 4 + 1 \geq 100 - 60y + 9y^2$$

$$\Leftrightarrow 5y^2 - 68y + 95 \leq 0$$

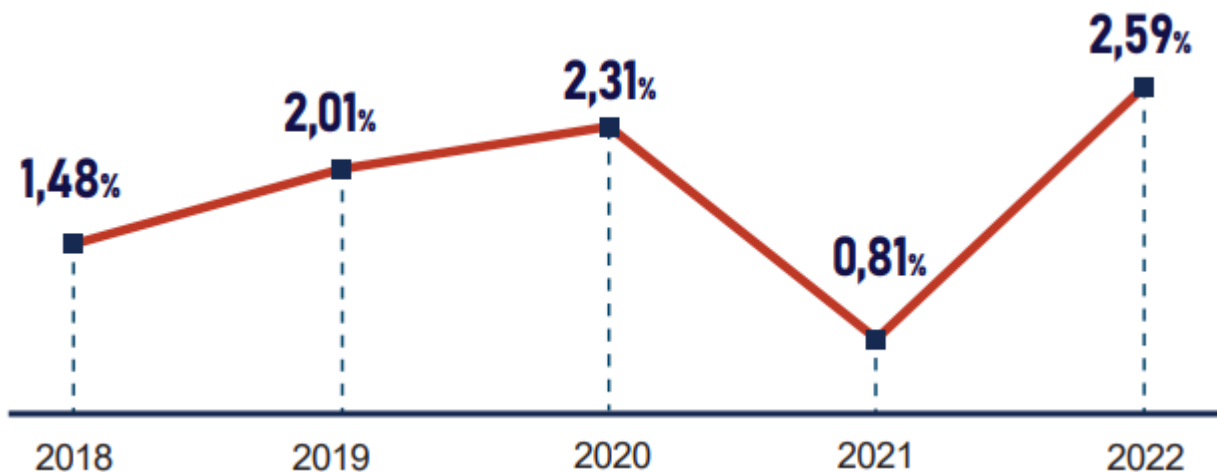
$$\Leftrightarrow \frac{34 - \sqrt{681}}{5} \leq y \leq \frac{34 + \sqrt{681}}{5}.$$

Mà $y \in \mathbb{Z}$ nên $y = \{2; 3; 4; \dots; 12\}$.

Vậy tập giá trị của y có 11 số nguyên.

Câu 15:

Biểu đồ dưới đây thể hiện tỉ lệ lạm phát cơ bản bình quân năm trong giai đoạn 2018 – 2022:



(Nguồn: Niên giám thống kê 2022)

Trong giai đoạn từ 2018 – 2021, năm có tỉ lệ lạm phát cơ bản bình quân năm cao nhất là?

- A. Năm 2022. B. Năm 2019. C. Năm 2021. **D. Năm 2020.**

Đáp án đúng là D

Phương pháp giải

Nhìn vào biểu đồ để xác định.

Lời giải

Trong giai đoạn từ 2018 – 2021, năm 2020 có tỉ lệ lạm phát cơ bản bình quân năm cao nhất.

Câu 16:

Nhiệt độ ngoài trời ở một thành phố vào các thời điểm khác nhau trong ngày có thể được mô phỏng

bởi công thức $h(t) = 29 + 3 \sin \frac{\pi}{12}(t - 9)$ với h tính bằng $^{\circ}\text{C}$ và t là thời gian trong ngày tính bằng giờ.

Thời gian nhiệt độ cao nhất trong ngày là:

A. 13 giờ

B. 15 giờ.

C. 12 giờ.

D. 14 giờ.

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

Sử dụng tập giá trị của hàm số sin để tìm nhiệt độ cao nhất trong ngày,

Sau đó giải điều kiện để tìm thời gian nhiệt độ cao nhất.

Lời giải

Do $-1 \leq \sin \frac{\pi}{12}(t - 9) \leq 1, \forall t$ nên

$$-3 \leq 3 \sin \frac{\pi}{12}(t - 9) \leq 3$$

$$\Leftrightarrow 26 \leq 29 + 3 \sin \frac{\pi}{12}(t - 9) \leq 32.$$

$$\Leftrightarrow 26 \leq h(t) \leq 32.$$

Do đó nhiệt độ cao nhất trong ngày là 32°C .

Dấu bằng xảy ra

$$\Leftrightarrow \sin \frac{\pi}{12}(t - 9) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{12}(t - 9) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 15 + 24k (k \in \mathbb{Z})$$

$$0 \leq t \leq 24 \Leftrightarrow 0 \leq 15 + 24k \leq 24 \Leftrightarrow -\frac{15}{24} \leq k \leq \frac{9}{24}.$$

Do $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 0$.

Khi đó $t = 15$.

Vậy lúc 15h là thời gian nhiệt độ cao nhất trong ngày.

Câu 17:

Hai cậu bé cùng bắn bi vào lỗ. Xác suất người thứ nhất bắn trúng vào lỗ là 85%, xác suất người thứ hai bắn trúng vào lỗ là 70%. Hỏi xác suất để cả hai người cùng bắn trúng vào lỗ:

A. 59,5%

B. 15%

C. 30%

D. 4,5%

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Sử dụng quy tắc nhân và cộng trong xác suất

Lời giải

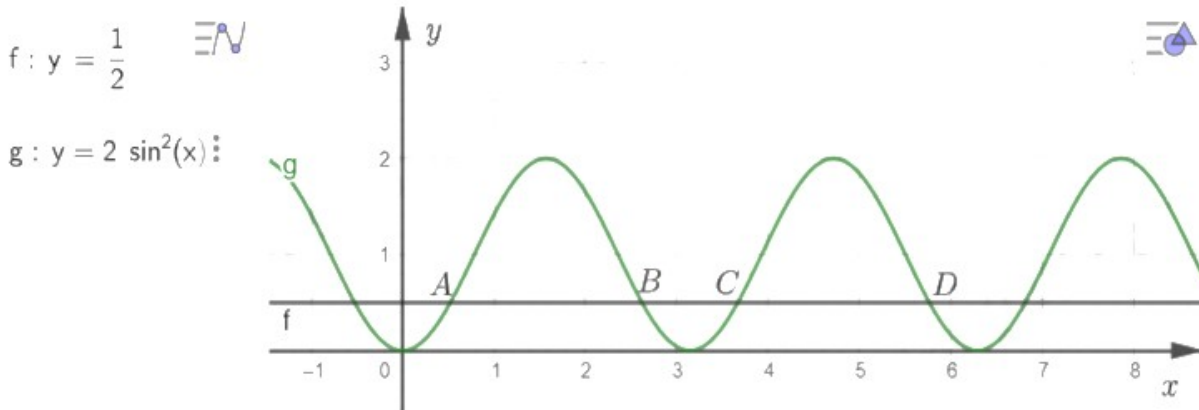
Xác suất người thứ nhất bắn trúng lỗ: 0,85

Xác suất người thứ hai bắn trúng bia: 0,7

Xác suất để cả hai người cùng bắn trúng bia: $0,85 \cdot 0,7 = 0,595 = 59,5\%$

Câu 18:

Cho đồ thị hàm số lượng giác như hình vẽ:



Đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = 2 \sin^2 x$ tại 4 điểm A, B, C, D như hình vẽ. Giá trị của $x_B + x_D$ là $\frac{a}{b} \pi$. Biết $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $2a + b$ là:

Đáp án:

Đáp án đúng là "19"

Phương pháp giải

- Tương giao đồ thị,

- Giải phương trình lượng giác tìm x_B, x_D . Từ đó tính giá trị $x_B + x_D$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là:

$$2\sin^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 - \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$$

Ta thấy x_A, x_B, x_C, x_D là bốn nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình trên.

Do đó: $x_A = \frac{\pi}{6}; x_B = \frac{5\pi}{6}; x_C = \frac{7\pi}{6}; x_D = \frac{11\pi}{6} \Rightarrow x_B + x_D = \frac{8}{3}\pi$.

Vậy $2a + b = 8.2 + 3 = 19$.

Câu 19:

Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi D là trung điểm cạnh BC.

Biết $AA' = 2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $C'D$ là:

- A. $a\sqrt{17}$. B. $\frac{a}{\sqrt{17}}$. C. $2a\sqrt{17}$. **D. $\frac{2a}{\sqrt{17}}$.**

Đáp án đúng là D

Phương pháp giải

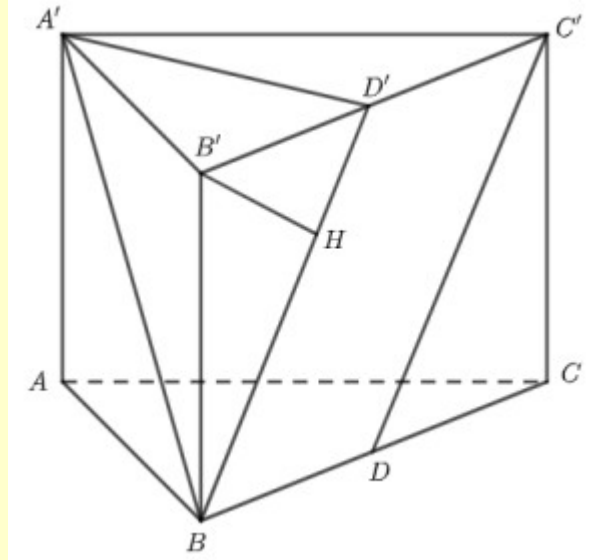
Gọi D' là trung điểm của $B'C'$.

Kẻ $B'H \perp BD'$.

Chúng minh $d(A'B; C'D) = B'H$.

Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông để tính $B'H$.

Lời giải



Gọi D' là trung điểm của $B'C'$, ta có $BDC'D'$ là hình bình hành

$$\Rightarrow C'D \parallel BD' \Rightarrow C'D \parallel (A'BD')$$

Kẻ $B'H \perp BD'$

Ta có:
$$\left. \begin{array}{l} AD \perp B'C' \\ AD \perp BB' \end{array} \right\} \Rightarrow AD \perp (BCC'B') \Rightarrow AD \perp B'H$$

$$\left. \begin{array}{l} B'H \perp BD' \\ B'H \perp AD \end{array} \right\} \Rightarrow B'H \perp (A'BD')$$

Suy ra,

$$d(A'B, C'D) = d(C'D; (A'BD')) = d(C'; (A'BD')) = d(B'; (A'BD')) = B'H.$$

Ta có: $B'D' = \frac{a}{2}; BB' = 2a$

Xét $\triangle BB'D'$ vuông tại B' ta có:

$$\frac{1}{B'H^2} = \frac{1}{BB'^2} + \frac{1}{B'D'^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{4}{a^2} \Rightarrow B'H = \frac{2a}{\sqrt{17}}.$$

Câu 20:

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước $AB = 4, AD = 3, AA' = 5$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $B'C$ bằng:

Đáp án:

Đáp án đúng là "30/19"

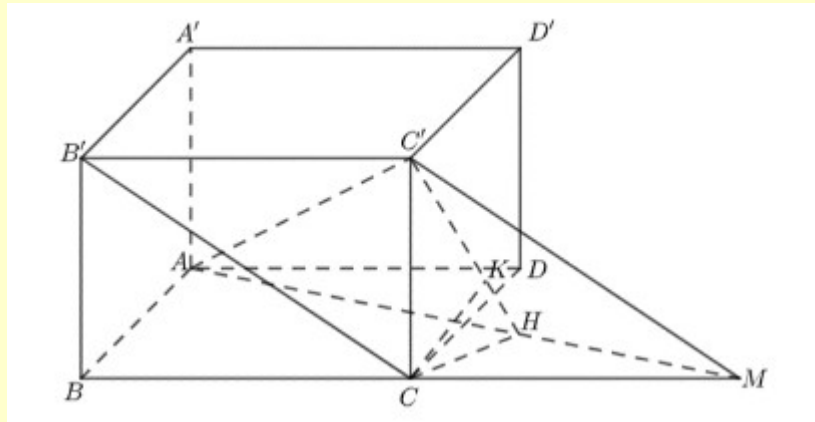
Phương pháp giải

Trong $(BB'C'C)$ kẻ $C'M \parallel B'C (M \in BC)$.

Kẻ $CH \perp AM; CK \perp C'H$.

Chúng minh: $d(AC'; B'C) = CK$.

Lời giải



Trong $(BB'C'C)$ kẻ $C'M \parallel B'C (M \in BC)$.

$$\Rightarrow B'C \parallel (AC'M) \Rightarrow d(AC'; B'C) = d(B'C; (AC'M)) = d(C; (AC'M)).$$

Kẻ $CH \perp AM; CK \perp C'H$.

Do
$$\begin{cases} CH \perp AM \\ CC' \perp AM \end{cases} \Rightarrow AM \perp (CC'H) \Rightarrow AM \perp CK$$

Mà $CK \perp C'H \Rightarrow CK \perp (AC'M) \Rightarrow d(C; (AC'M)) = CK$.

Ta có: $B'C'MC$ là hình bình hành nên $CM = B'C = 3$.

$$\frac{1}{d^2(B; AM)} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BM^2} \Rightarrow d(B; AM) = \frac{12}{\sqrt{13}}$$

$$\Rightarrow CH = \frac{1}{2} d(B; AM) = \frac{6}{\sqrt{13}}.$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông $C'CH$ ta có:

$$\frac{1}{CK^2} = \frac{1}{CH^2} + \frac{1}{CC^2} \Rightarrow CK = \frac{30}{19}.$$

Câu 21:

Cho phương trình $(m-1)x^4 + 2(m-3)x^2 + m+3 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình vô nghiệm.

A. $m \in (-\infty; -3) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

B. $m \leq -3$

C. $m > \frac{3}{2}$

D. $m < -3$

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Đặt $t = x^2, (t \geq 0)$

Để phương trình ẩn x vô nghiệm thì phương trình ẩn t vô nghiệm hoặc có 2 nghiệm âm.

Lời giải

Đặt $t = x^2, (t \geq 0)$. Khi đó ta có phương trình: $(m-1)t^2 + 2(m-3)t + m+3 = 0$. (1)

Với $m=1$ thì $(1) \Leftrightarrow -4t+4=0 \Leftrightarrow t=1 \Leftrightarrow x=\pm 1$ (Loại)

Với $m \neq 1$ để phương trình ban đầu vô nghiệm thì:

$$\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow -8m+12 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}.$$

TH1: (1) vô nghiệm

TH2: (1) có 2 nghiệm âm

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ t_1, t_2 > 0 \\ t_1 + t_2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8m+12 \geq 0 \\ \frac{m+3}{m-1} > 0 \\ -\frac{2(m-3)}{m+1} < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{3}{2} \\ m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty) \Leftrightarrow m \in (-\infty; -3) \\ m \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty) \end{cases}$$

$$m \in (-\infty; -3) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$$

Kết hợp 2 trường hợp, ta được

Câu 22:

Cho hàm số $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$. Với giá trị nào của k thì $f'(1) = \frac{3}{2}$?

- A. $k = 1$. B. $k = \frac{9}{2}$. C. $k = -3$. **D. $k = 3$.**

Đáp án đúng là D

Phương pháp giải

Tính đạo hàm của hàm số.

Từ đó tính $f'(1) \Rightarrow k$.

Lời giải

Ta có: $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} = kx^{\frac{1}{3}} + \sqrt{x}$

$$f'(x) = \frac{k}{3}x^{-\frac{2}{3}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{k}{3\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\text{Đề } f'(1) = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{k}{3} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow k = 3$$

Câu 23:

Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{2}{3}t^3 + 7t^2 + 3$ với t giây ($0 \leq t \leq 7$) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động đến khi dừng lại và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi khi vật đạt vận tốc là 12 m/s lần thứ 2 thì vật đã chuyển động được bao nhiêu mét?

Đáp án:

Đáp án đúng là "111"

Phương pháp giải

Vận tốc của vật: $v = s'$

Giải phương trình $v = 12$ tìm t , từ đó tính quãng đường vật đã chuyển động.

Lời giải

Vận tốc của vật là: $v = s' = -2t^2 + 14t$

Vận tốc của vật đạt 12 m/s thì
$$-2t^2 + 14t = 12 \Leftrightarrow 2t^2 - 14t + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 6 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Vật đạt vận tốc là 12 m/s lần thứ 2 khi $t = 6$.

Lúc đó quãng đường vật đi được là:

$$s(6) = -\frac{2}{3} \cdot 6^3 + 7 \cdot 6^2 + 3 = 111 \quad (\text{mét})$$

Câu 24:

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (0; +\infty)$ biết $f(0) = 3$. Khẳng định nào sau đây có thể xảy ra.

A. $f(2024) = 3,5$

B. $f(2023) + f(2024) = 6$

C. $f(2023) < f(2024)$

D. $f(-2024) = 3$

Đáp án đúng là D

Phương pháp giải

Xét từng đáp án.

Lời giải

Do $f'(x) < 0, \forall x \in (0; +\infty)$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó ta có:

$$f(2024) < f(0) = 3 \Rightarrow \text{A sai}$$

$$f(2023) < f(0) = 3 \Rightarrow f(2023) + f(2024) < 3 + 3 = 6 \Rightarrow \text{B sai}$$

$f(2023) > f(2024) \Rightarrow$ C sai

Do đó, **D** đúng.

Câu 25:

Phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: x - 2y = 0$, tiếp xúc với đường thẳng $\Delta': 2x - y + 2 = 0$ đồng thời đường tròn đi qua điểm $M(1;3)$ là:

A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 5$ và $\left(x + \frac{23}{4}\right)^2 + \left(y + \frac{23}{8}\right)^2 = \frac{1445}{64}$

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$ và $\left(x - \frac{23}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{23}{8}\right)^2 = \frac{1445}{64}$

C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 5$ và $\left(x - \frac{23}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{23}{8}\right)^2 = \frac{1445}{64}$

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$ và $\left(x - \frac{23}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{23}{8}\right)^2 = \frac{1885}{16}$

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

- Gọi tâm của đường tròn cần tìm là $I(2t; t) \in \Delta: x - 2y = 0$

-Ta có: $MI = d(I; \Delta')$ từ đó tìm được t .

-Viết phương trình đường tròn thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Lời giải

Gọi tâm của đường tròn cần tìm là $I(2t; t) \in \Delta: x - 2y = 0$

Theo giả thiết, ta có:

$$MI = d(I; \Delta') \Leftrightarrow \sqrt{(2t-1)^2 + (t-3)^2} = \frac{|2 \cdot 2t - t + 2|}{\sqrt{5}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5t^2 - 10t + 10} = \frac{|3t + 2|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow 8t^2 - 31t + 23 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{23}{8} \end{cases}$$

Với $t = 1$ thì đường tròn cần tìm có tâm $I(2;1)$, bán kính $R = IM = \sqrt{5}$, và có phương trình là:

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5$$

Với $t = \frac{23}{8}$ thì đường tròn cần tìm có tâm $I\left(\frac{23}{4}; \frac{23}{8}\right)$, bán kính $R = IM = \frac{17\sqrt{5}}{8}$, và có phương trình

là:
$$\left(x - \frac{23}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{23}{8}\right)^2 = \frac{1445}{64}$$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn yêu cầu bài toán là:

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 5 \text{ và } \left(x - \frac{23}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{23}{8}\right)^2 = \frac{1445}{64}.$$

Câu 26:

Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = (x-2)^2(x+1)$ là

A. $2\sqrt{5}$

B. $5\sqrt{2}$

C. 4

D. 2

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

- Tìm hai điểm cực trị.

- Áp dụng công thức khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A); B(x_B; y_B)$:

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

Tìm cực trị của hàm số

Lời giải

$$f'(x) = 2(x-2)(x+1) + (x-2)^2 = 2x^2 - 2x - 4 + x^2 - 4x + 4 = 3x^2 - 6x$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 4 \\ x = 2 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Khoảng cách giữa hai điểm cực trị là } \sqrt{(0-2)^2 + (4-0)^2} = 2\sqrt{5}.$$

→ Có thể sử dụng máy tính casio 580vnx để tìm cực đại và cực tiểu của hàm bậc 3.

Câu 27:

Cho hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$. Biết hàm số nghịch biến trên đoạn $(a; b)$, Tính $a + 2b$.

Đáp án:

Đáp án đúng là "5"

Phương pháp giải

Tìm tập xác định.

Khảo sát hàm số.

Kết luận khoảng nghịch biến.

Lời giải

Tập xác định: $D = [0; 2]$.

$$y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Ta có:

Bảng xét dấu:

x	0	1	2		
y'		+	0	-	

Từ bảng xét dấu, ta thấy hàm số nghịch biến trên $(1; 2)$.

Khi đó: $a = 1; b = 2 \Rightarrow a + 2b = 1 + 2 \cdot 2 = 5$.

Câu 28:

Với số nguyên dương n , gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $(x^2 + 1)^n (x + 2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3} = 26n$.

A. $n = 6$.

B. $n = 7$.

C. $n = 5$

D. $n = 4$.

Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

Lời giải

Ta có:

$$(x^2 + 1)^n = C_n^0 x^{2n} + C_n^1 x^{2n-2} + C_n^2 x^{2n-4} + \dots + C_n^n$$

$$(x + 2)^n = C_n^0 x^n + 2 C_n^1 x^{n-1} + 2^2 C_n^2 x^{n-2} + \dots + 2^n C_n^n$$

Ta thấy $n=1, n=2$ không thỏa mãn điều kiện bài toán.

Với $n \geq 3$ ta có: $x^{3n-3} = x^{2n} \cdot x^{n-3} = x^{2n-2} \cdot x^{n-1}$

Do đó hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $(x^2+1)^n (x+2)^n$.

$$a_{3n-3} = 2^3 \cdot C_n^0 \cdot C_n^3 + 2 \cdot C_n^1 \cdot C_n^2$$

$$\Rightarrow a_{3n-3} = 26n \Leftrightarrow \frac{2n(2n^2-3n+4)}{3} = 26n \Leftrightarrow \begin{cases} n=0 \text{ (L)} \\ n=-\frac{7}{2} \text{ (L)} \\ n=5 \text{ (t/m)} \end{cases}$$

Vậy $n=5$ là giá trị cần tìm.

Câu 29:

Chọn ngẫu nhiên lần lượt các số a, b phân biệt thuộc tập hợp $\{3^k \mid k \in N, 1 \leq k \leq 10\}$. Tính xác suất để $\log_a b$ là một số nguyên dương.

A. $\frac{17}{90}$

B. $\frac{17}{45}$

C. $\frac{3}{10}$

D. $\frac{22}{45}$

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Sử dụng công thức tính xác suất xảy ra biến cố $A: P(A) = \frac{n_A}{n_\Omega}$.

Lời giải

Phép thử: "Chọn ngẫu nhiên lần lượt các số a, b phân biệt thuộc tập hợp $\{3^k \mid k \in N, 1 \leq k \leq 10\}$ "

Biến cố $A: \log_a b$ là một số nguyên dương".

$$\Rightarrow n_\Omega = 10 \cdot 9 = 90$$

$a = 3^{k_1}, b = 3^{k_2} (k_1 \neq k_2) \Rightarrow \log_a b = \log_{3^{k_1}} (3^{k_2}) = \frac{k_2}{k_1}$ là một số nguyên dương

+ Giả sử

k_2	10	9	8	7	6	5	4	3	2
-------	----	---	---	---	---	---	---	---	---

k_1	1; 2; 5	1; 3	1; 2; 4	1	1; 2; 3	1	1; 2	1	1
-------	---------	------	---------	---	---------	---	------	---	---

$$\Rightarrow n_A = 17 \Rightarrow P(A) = \frac{n_A}{n_\Omega} = \frac{17}{90}.$$

Câu 30:

Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $c^2 + a = 18$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax^2 + bx} - cx) = -2$. Tính giá trị biểu thức $P = a + b + 5c$.

A. $P = 18$

B. $P = 12$

C. $P = 9$

D. $P = 5$

Đáp án đúng là B**Phương pháp giải**Dạng vô định $\infty - \infty$ **Lời giải**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax^2 + bx} - cx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a - c^2)x^2 + bx}{\sqrt{ax^2 + bx} + cx} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a - c^2)x + b}{\sqrt{a + \frac{b}{x}} + c} = -2$$

$$\text{Khi và chỉ khi } \begin{cases} a - c^2 = 0 \\ \frac{b}{\sqrt{a} + c} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = c^2 \\ b = -2\sqrt{a} - 2c \end{cases}.$$

Kết hợp với $c^2 + a = 18$

Khi đó $2c^2 = 18 \Leftrightarrow c^2 = 9 \rightarrow a = 9$ và $c = 3$ (vì $c \neq -\sqrt{a}$)

Vậy $b = -2\sqrt{a} - 2c = -2\sqrt{9} - 2.3 = -12$ nên $a + b + 5c = 9 - 12 + 5.3 = 12$.

Câu 31:

Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1 bằng

A. $\frac{7}{150}$

B. $\frac{7}{375}$

C. $\frac{7}{125}$

D. $\frac{189}{1250}$

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Sử dụng các quy tắc đếm xác định số kết quả thuận lợi xảy ra biến cố.

Lời giải

+ Gọi số tự nhiên có 6 chữ số là $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$.

Chọn a_1 : có 9 cách.

Chọn a_2 : có 10 cách.

Chọn a_3 : có 10 cách.

Chọn a_4 : có 10 cách.

Chọn a_5 : có 10 cách.

Chọn a_6 : có 10 cách.

Suy ra số các phần tử của S là: $9 \cdot 10^5$ cách.

Chọn ngẫu nhiên một số từ $S \Rightarrow n(\Omega) = 9 \cdot 10^5$.

+ Gọi A là biến cố: "Số được chọn có 6 chữ số đôi một khác nhau và có mặt chữ số 0 và 1".

TH1: $a_1 = 1$.

Có 5 vị trí để xếp số 0.

Và có A_8^4 cách chọn 4 vị trí còn lại.

Suy ra có: $5 \cdot A_8^4 = 8400$ số.

TH2: $a_1 = 2, \dots, 9$

Chọn a_1 : có 8 cách.

Xếp hai số 0 và 1 có: $A_5^2 = 20$ cách.

Xếp vào 3 vị trí còn lại có: $A_7^3 = 210$ cách.

Suy ra có: $8 \cdot 20 \cdot 210 = 33600$ số.

$\Rightarrow n(A) = 8400 + 33600 = 42000$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{42000}{900000} = \frac{7}{150}$$

Câu 32:

Cho a, b, c là ba số thực dương, $a > 1$ thỏa mãn

$$\log_a^2(bc) + \log_a \left(b^3 c^3 + \frac{bc}{4} \right)^2 + 4 + \sqrt{9 - c^2} = 0$$

Khi đó, giá trị của biểu thức $T = a + 3b + 2c$ gần với giá trị nào nhất sau đây?

A. 8.**B. 9.****C. 7.****D. 10.**

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

-Áp dụng bất đẳng thức $(x + y)^2 \geq 4xy$

$$\log_a^2(bc) + \log_a \left(b^3 c^3 + \frac{bc}{4} \right)^2 + 4 + \sqrt{9 - c^2} \geq [\log_a(bc) + 2]^2 + \sqrt{9 - c^2} \geq 0$$

Xét điều kiện để dấu “=” xảy ra.

Lời giải

Áp dụng bất đẳng thức $(x + y)^2 \geq 4xy$, ta được:

$$\left(b^3 c^3 + \frac{bc}{4} \right)^2 \geq b^4 c^4 \Rightarrow \log_a \left(b^3 c^3 + \frac{bc}{4} \right)^2 \geq 4 \log_a(bc)$$

Do đó với $\forall a > 1, b, c > 0$

$$\log_a^2(bc) + \log_a \left(b^3 c^3 + \frac{bc}{4} \right)^2 + 4 + \sqrt{9 - c^2} \geq \log_a^2(bc) + 4 \log_a(bc) + 4 + \sqrt{9 - c^2}$$

$$\Leftrightarrow \log_a^2(bc) + \log_a \left(b^3 c^3 + \frac{bc}{4} \right)^2 + 4 + \sqrt{9 - c^2} \geq [\log_a(bc) + 2]^2 + \sqrt{9 - c^2} \geq 0$$

$$\begin{cases} b^3 c^3 = \frac{bc}{4} \\ \log_a(bc) = -2 \\ c^2 = 9 \\ a > 1 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} \\ b = \frac{1}{6} \\ c = 3 \end{cases}$$

Dấu “=” xảy ra khi

$$T = a + 3b + 2c = \sqrt{2} + \frac{1}{2} + 6 \approx 7,91$$

Khi đó

Vậy giá trị của T gần 8 nhất.

Câu 33:

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Mặt phẳng (α) qua BD và song song với SA, mặt phẳng (α) cắt SC tại K. Tính tỉ số $\frac{SK}{KC}$.

A. $\frac{SK}{KC} = 2$.

B. $\frac{SK}{KC} = 3$.

C. $\frac{SK}{KC} = 1$!

D. $\frac{SK}{KC} = \frac{1}{2}$.

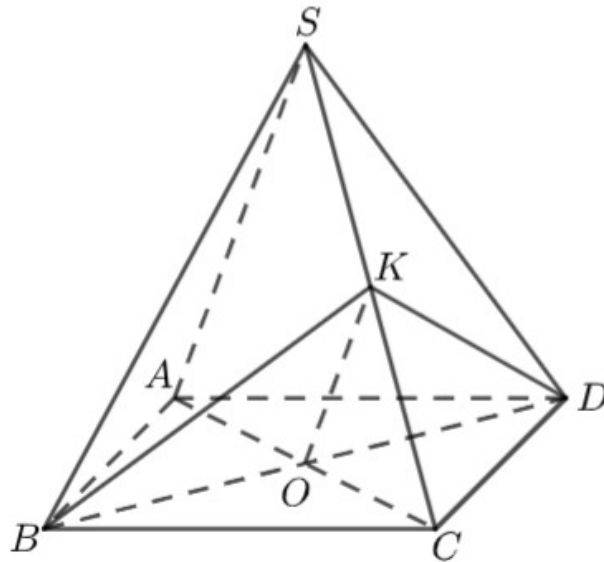
Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

Xác định thiết diện của (α) và hình chóp S.ABCD.

Sử dụng định lý Talet để tính tỉ số $\frac{SK}{KC}$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$.

Trong (SAC) , kẻ $OK \parallel SA$ ($K \in SC$).

Do đó (α) là mặt phẳng (KBD) .

Vì ABCD là hình bình hành nên O là trung điểm của $AC \Rightarrow \frac{OC}{OA} = 1$.

Do $OK \parallel SA \Rightarrow \frac{OC}{OA} = \frac{KC}{KS} = 1 \Rightarrow \frac{SK}{KC} = 1$.

Câu 34:

Cho phương trình $e^x = \ln(x+a) + a$, với a là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a thuộc khoảng $(0; 19)$ để phương trình có nghiệm dương.

Đáp án:

Đáp án đúng là "17"

Phương pháp giải

- Biến đổi đưa phương trình về dạng hàm đặc trưng đưa phương trình về dạng $a = g(x)$
- Khảo sát hàm số $g(x)$ để tìm điều kiện của a .

Lời giải

Ta có:

$$e^x = \ln(x+a) + a \Leftrightarrow e^x + x = \ln(x+a) + x + a \Leftrightarrow e^x + x = e^{\ln(x+a)} + \ln(x+a) \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = e^t + t$ có $f'(t) = e^t + 1 > 0, \forall t$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó: $(1) \Leftrightarrow f(x) = f[\ln(x+a)] \Leftrightarrow x = \ln(x+a) \Leftrightarrow a = e^x - x$.

Đặt $g(x) = e^x - x \Rightarrow g'(x) = e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$

Để phương trình có nghiệm dương thì $a > 1$.

Do $a \in (0; 19)$ và $a \in \mathbb{Z}$ nên $a \in \{2; 3; \dots; 18\}$

Vậy có 17 giá trị nguyên của a để phương trình có nghiệm dương.

Câu 35:

Cho tứ diện ABCD có BCD là tam giác vuông tại đỉnh B , cạnh $CD = a, BD = \frac{a\sqrt{6}}{3}$, $AB = AC = AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính cosin của góc nhị diện $[A, BC, D]$.

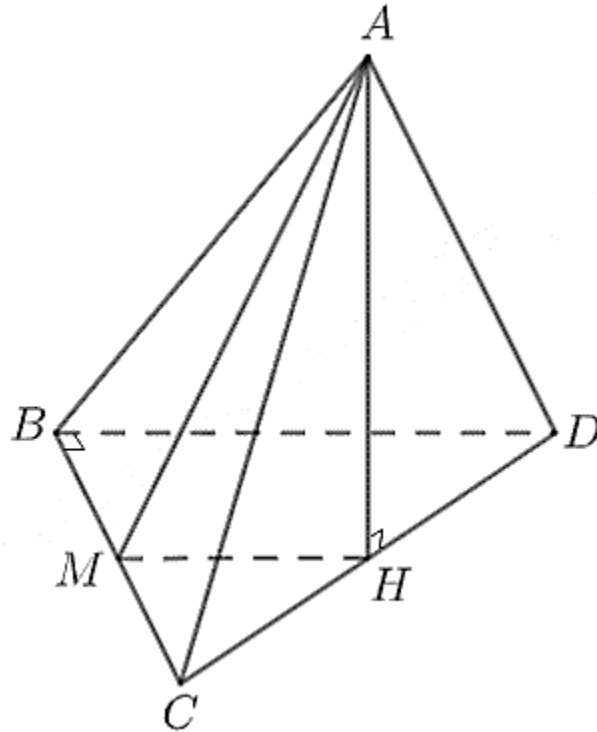
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

Xác định góc nhị diện $[A, BC, D]$.

Lời giải



Gọi M, H lần lượt là trung điểm của BC, CD.

Do $\triangle BCD$ vuông tại B nên $BH = CH = DH$ hay H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$.

Mà $AB = AC = AD$ nên AH là đường cao kẻ từ A xuống (BCD) hay $AH \perp (BCD)$.

$$\Rightarrow AH \perp BC. \quad (1)$$

M, H là trung điểm của BC, CD nên MH là đường trung bình của $\triangle BCD$

$$\Rightarrow \begin{cases} MH = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{6}}{6} \\ MH \parallel BD \end{cases}$$

Mà $MD \perp BC$ nên $MH \perp BC$. (2)

Từ (1), (2) suy ra: $BC \perp (AMH)$.

$$\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp MH \end{cases} \Rightarrow [A, BC, D] = \angle AMH$$

Suy ra:

$$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Lại có:

$$\Rightarrow \tan \angle AMH = \frac{AH}{MH} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle AMH = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \cos \angle AMH = \frac{1}{2}.$$

Câu 36:

Gọi S là tập hợp các ước nguyên dương của 1605632. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Xác suất để số được chọn chia hết cho 7 là

Đáp án:

Đáp án đúng là "2/3"

Phương pháp giải

Số ước nguyên dương của số A có phân tích thành thừa số nguyên tố $A = x_1^{n_1} x_2^{n_2} \dots x_k^{n_k}$ là $(n_1 + 1)(n_2 + 1) \dots (n_k + 1)$.

Lời giải

Ta có: $1605632 = 2^{15} \cdot 7^2$

Suy ra số các ước nguyên dương của 1605632 là $(15 + 1)(2 + 1) = 48$.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 48$.

Trong đó, số các số chia hết cho 7 là: $(15 + 1) \cdot 2 = 32$.

Xác suất cần tìm là: $P = \frac{32}{48} = \frac{2}{3}$.

Câu 37:

Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 8$ là:

A. $x = 2$

B. $x = 1$

C. $x = 4$

D. $x = \frac{5}{2}$

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Dùng máy tính bỏ túi tìm nghiệm hoặc dùng tính chất cơ bản của số mũ, lũy thừa để giải nhanh.

Phương pháp logarit hóa

Lời giải

Ta có: $2^{2x-1} = 8 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 38:

Hai cạnh của hình chữ nhật nằm trên hai đường thẳng $d_1: 4x - 3y + 5 = 0$ và $d_2: 3x + 4y - 5 = 0$. Hình chữ nhật có đỉnh $A(2;1)$. Tính diện tích của hình chữ nhật.

Đáp án:

Đáp án đúng là "2"

Phương pháp giải

Tính độ dài hai cạnh kề của hình chữ nhật.

Lời giải

Ta có: $\vec{n}_{d_1} = (4; -3); \vec{n}_{d_2} = (3; 4)$.

Do A không thuộc hai đường thẳng $d_1; d_2$ và $d_1 \perp d_2$ nên độ dài hai cạnh kề nhau của hình chữ nhật bằng khoảng cách từ A đến hai đường thẳng $d_1; d_2$.

Ta có:

$$d(A; d_1) = \frac{|4 \cdot 2 - 3 \cdot 1 + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2.$$

$$d(A; d_2) = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1.$$

$$\Rightarrow S = d(A; d_1) \cdot d(A; d_2) = 2 \cdot 1 = 2.$$

Câu 39:

Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 216 (m/s) . B. 30 (m/s) . C. 400 (m/s) . **D. 54 (m/s)**

Đáp án đúng là D

Phương pháp giải

Vận tốc của vật là $v(t) = s'(t)$.

Tìm giá trị lớn nhất của $v(t)$.

Lời giải

Vận tốc tại thời điểm t là $v(t) = s'(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$ với $t \in [0; 10]$.

Ta có: $v'(t) = -3t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = 6$.

Suy ra: $v(0) = 0; v(10) = 30; v(6) = 54$.

Vậy vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng 54 (m/s) .

Câu 40:

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ và hai điểm $A(1; 2), B(-2; m)$.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để A và B nằm cùng phía đối với d .

A. $m > 13$.

B. $m \geq 13$.

C. $m < 13$.

D. $m = 13$.

Đáp án đúng là C**Phương pháp giải**

- Đưa phương trình đường thẳng d về dạng tổng quát $ax + by + c = 0$.

- Điều kiện để hai điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ nằm cùng phía đối với d là:

$$(a.x_A + b.y_B + c)(a.x_B + b.y_B + c) > 0.$$

Lời giải

Ta có: $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases} \Rightarrow d: 3x + y - 7 = 0$.

Để A, B nằm cùng phía đối với d thì:

$$(3x_A + y_A - 7)(3x_B + y_B - 7) > 0 \Leftrightarrow -2(m - 13) > 0 \Leftrightarrow m - 13 < 0 \Leftrightarrow m < 13.$$

Câu 41:

Cho phương trình $x^2 - 2m|x| + 9 - m = 0$. Tìm m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt?

Đáp án:

Đáp án đúng là "9"

Phương pháp giải

Đặt: $|x| = t \quad (t \geq 0)$

Biến luận số nghiệm của t

Lời giải

Đặt $|x| = t (t \geq 0)$ thì phương trình $(*)$ trở thành: $t^2 - 2mt + 9 - m = 0 \quad (1)$

Để phương trình $(*)$ có 3 nghiệm phân biệt thì phương trình (1) phải có nghiệm $t = 0$ và một nghiệm $t > 0$.

Khi $t = 0 \Rightarrow m = 9$ thì $(1) \Leftrightarrow t^2 - 18t = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 18 > 0 \text{ (TM)} \\ t = 0 \end{cases}$

Vậy $m = 9$

Câu 42:

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = f(3x-1) + x^3 - 3mx$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$?

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	0	-4	0	4	0	$+\infty$

Đáp án:

Đáp án đúng là "6"

Phương pháp giải

Để hàm số $y = f(3x-1) + x^3 - 3mx$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$

$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-2; 1) \Leftrightarrow m \leq f'(3x-1) + x^2, \forall x \in (-2; 1) \quad (*)$

Đặt $k(x) = f'(3x-1), h(x) = x^2$ và $g(x) = f'(3x-1) + x^2 = k(x) + h(x)$

Tìm $\min_{(-2;1)} g(x)$.

Lời giải

Để hàm số $y = f(3x-1) + x^3 - 3mx$ đồng biến trên khoảng $(-2;1)$

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-2;1)$$

$$\Leftrightarrow 3f'(3x-1) + 3x^2 - 3m \geq 0, \forall x \in (-2;1)$$

$$\Leftrightarrow m \leq f'(3x-1) + x^2, \forall x \in (-2;1) (*)$$

Đặt $k(x) = f'(3x-1), h(x) = x^2$ và $g(x) = f'(3x-1) + x^2 = k(x) + h(x)$.

Ta có: $\min_{(-2;1)} k(x) = k(0) = -4$.

Do đó, ta có: $\min_{(-2;1)} f'(3x-1) = f'(-1) = -4$ khi $3x-1 = -1 \Leftrightarrow x = 0$.

$$\Rightarrow \min_{(-2;1)} k(x) = k(0) = -4.$$

Do đó, $\min_{(-2;1)} g(x) = g(0) = k(0) + h(0) = 0 - 4 = -4$.

Từ (*) ta có $m \leq f'(3x-1) + x^2, \forall x \in (-2;1) \Leftrightarrow m \leq \min_{(-2;1)} g(x) \Leftrightarrow m \leq -4$.

Mà $m \in (-10;10) \Rightarrow m \in \{-9; \dots; -4\}$.

Vậy có tất cả 6 số nguyên thỏa mãn.

Câu 43:

Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$. Giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_4$ bằng:

A. -8 .

B. -24 .

C. -20 .

D. -6 .

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

Sử dụng công thức số hạng tổng quát của CSC: $u_n = u_1 + (n-1)d$

Tính biểu thức $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_4$ theo d rồi tìm giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Ta gọi d là công sai của cấp số cộng.

Khi đó:

$$\begin{aligned} u_1 u_2 + u_2 u_3 + u_3 u_1 &= 4(4+d) + (4+d)(4+2d) + 4(4+2d) \\ &= 2d^2 + 24d + 48 = 2(d+6)^2 - 24 \geq -24 \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $u_1 u_2 + u_2 u_3 + u_3 u_1$ là -24 đạt được khi $d = -6$.

Câu 44:

Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6, u_5 = 48$. Tính S_5 .

A. 33.

B. -31.

C. 93.

D. 11.

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Tính tổng n số hạng đầu tiên của dãy

Lời giải

Ta có
$$\begin{cases} u_1 \cdot q = -6 \\ u_1 \cdot q^4 = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = -6 \\ q^3 = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ q = -2 \end{cases}$$

Vậy
$$S_5 = \frac{3(1 - (-2)^5)}{1 - (-2)} = 33$$

Câu 45:

Năng lượng giải tỏa E của một trận động đất tại tâm địa chấn M độ Richter được xác định bởi công thức $\log E = 11,4 + 1,5M$. Vào năm 1995, thành phố X xảy ra một trận động đất 8 độ Richter và năng lượng giải tỏa tại tâm địa chấn của nó gấp 14 lần trận động đất ra tại thành phố Y vào năm 1997. Hỏi khi đó độ lớn của trận động đất tại thành phố Y là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

A. 7,2 độ Richter.

B. 7,8 độ Richter.

C. 8,3 độ Richter.

D. 6,8 độ Richter.

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Từ tỉ lệ năng lượng tỏa ra của 2 trận động đất suy ra độ lớn của trận động đất tại thành phố Y .

Lời giải

$$\frac{E_X}{E_Y} = 14$$

Theo đề bài ta có:

$$\Rightarrow \log \left(\frac{E_X}{E_Y} \right) = \log E_X - \log E_Y = 1,5 (M_X - M_Y) = \log 14$$

$$\Leftrightarrow M_X - M_Y = \frac{\log 14}{1,5} \Rightarrow M_Y = 8 - \frac{\log 14}{1,5} \approx 7,2$$

Vậy độ lớn của trận động đất tại thành phố Y là 7,2 độ Richter.

Câu 46:

Tồn tại bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-30; 30]$ sao cho đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x^2 + 5}{x^3 + (m-4)x + 2m}$$

có ít nhất một tiệm cận đứng nằm bên phải trục tung?

A. 61 .

B. 32 .

C. 16 .

D. 13 .

Đáp án đúng là B

Phương pháp giải

Để đồ thị hàm số có ít nhất một tiệm cận đứng nằm bên phải trục tung thì phương trình $x^3 + (m-4)x + 2m = 0$ có ít nhất 1 nghiệm dương.

Lời giải

Để đồ thị hàm số có ít nhất một tiệm cận đứng nằm bên phải trục tung thì phương trình $x^3 + (m-4)x + 2m = 0$ có ít nhất 1 nghiệm dương.

Ta có:

$$x^3 + (m-4)x + 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 4x + mx + 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-2)(x+2) + m(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(x^2 - 2x + m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x^2 - 2x + m = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Để (*) có ít nhất 1 nghiệm dương thì:

TH1: (*) có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow m < 0$

Mà $m \in [-30; 30]; m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-30; -29; \dots; -1\}$.

TH2: (*) có 2 nghiệm phân biệt $0 \leq x_1 < x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 - m > 0 \\ x_1 x_2 = m \geq 0 \\ x_1 + x_2 = 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 1.$$

Mà $m \in [-30; 30]; m \in \square$ nên $m = 0$.

TH3: (*) có nghiệm kép lớn hơn 0.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 - m = 0 \\ x_1 x_2 = m > 0 \\ x_1 x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 1.$$

Mà $m \in [-30; 30]; m \in \square$ nên $m = 1$.

Vậy $m \in \{-30; -29; \dots; 1\} \Rightarrow$ có 32 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47:

Hàm số $y = 3 \cos\left(\frac{\pi}{4} - mx\right)$ tuần hoàn có chu kỳ $T = 3\pi$ khi

A. $m = \pm \frac{3}{2}$

B. $m = \pm 1$

C. $m = \pm \frac{2}{3}$

D. $m = \pm 2$

Đáp án đúng là C

Phương pháp giải

Tìm chu kỳ của hàm số lượng giác

Lời giải

Hàm số $y = 3 \cos\left(\frac{\pi}{4} - mx\right)$ có nghĩa $\forall x \in \square \Leftrightarrow D = \square$.

Chu kỳ của hàm số $T = \frac{2\pi}{|-m|} = 3\pi \Leftrightarrow m = \pm \frac{2}{3}$.

Câu 48:

Biết $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x - 3} = 8 (b, c \in \square)$. Giá trị $P = b + c$ bằng

Đáp án:

Đáp án đúng là "-13"

Phương pháp giải

Nhận dạng giới hạn vô định $\frac{0}{0}$

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x - 3} = 8$ là hữu hạn nên phương trình $x^2 + bx + c = 0$ có nghiệm $x = 3$
 $\Leftrightarrow 3b + c + 9 = 0 \Leftrightarrow c = -9 - 3b$

Khi đó

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx + c}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + bx - 9 - 3b}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 3 + b)}{x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} (x + 3 + b) = 8 \Leftrightarrow 6 + b = 8 \Leftrightarrow b = 2 \Rightarrow c = -15$$

Vậy $P = b + c = -13$.

Câu 49:

Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 - (m + 2)x + m^2 + 1 = 0$. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 4(x_1 + x_2) - x_1 x_2$ bằng:

A. $\frac{95}{9}$

B. 11

C. 7

D. $-\frac{1}{9}$

Đáp án đúng là A

Phương pháp giải

Tìm điều kiện để phương trình bậc hai có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$.

Áp dụng định lý Viet để tìm $x_1 + x_2$ và $x_1 x_2$ theo m .

Từ đó tính giá trị lớn nhất của P .

Lời giải

Để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thì

$$\Delta = (m+2)^2 - 4(m^2+1) \geq 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 4m \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{4}{3}.$$

Áp dụng hệ thức Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m+2 \\ x_1 \cdot x_2 = m^2+1 \end{cases}$$

Khi đó:

$$P = 4(m+2) - (m^2+1) = -m^2 + 4m + 7$$

Xét hàm số $P(m) = -m^2 + 4m + 7, \forall m \in \left[0; \frac{4}{3}\right]$ có hệ số $a < 0$, hoành độ đỉnh $x = 2$ nên $P(m)$ đồng

biến trên $\left[0; \frac{4}{3}\right] \Rightarrow \max_{\left[0; \frac{4}{3}\right]} P = P\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{95}{9}$

Câu 50:

Một đề kiểm tra trắc nghiệm 45 phút môn Tiếng Anh của lớp 10 là một đề gồm 25 câu hỏi độc lập, mỗi câu hỏi có 4 đáp án trả lời trong đó chỉ có một đáp án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,4 điểm, câu trả lời sai không được điểm. Bạn Bình vì học rất kém môn Tiếng Anh nên làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên câu trả lời cho tất cả 25 câu. Gọi A là biến cố “Bình làm đúng k câu”, biết xác suất của biến cố A đạt giá trị lớn nhất. Tính k.

Đáp án:

Đáp án đúng là "6"

Phương pháp giải

Lời giải

Vì đề thi có 25 câu và mỗi câu có 4 phương án trả lời nên xác suất để Bình làm đúng k câu là

$$P = C_{25}^k \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^k \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25-k} = \frac{C_{25}^k \cdot 3^{25-k}}{4^{25}}$$

Với $0 \leq k \leq 25$.

Xét hàm $f(k) = C_{25}^k \cdot 3^{25-k}$ với $k \in \mathbb{N}$ và $k \leq 25$.

Ta có $f(k)$ lớn nhất $\Leftrightarrow \begin{cases} f(k) \geq f(k-1) \\ f(k) \geq f(k+1) \end{cases} \Leftrightarrow 6,5 \geq k \geq 5,5 \Rightarrow k = 6$

Suy ra $\max_{0 \leq k \leq 25} f(k) = f(6)$

Vậy $k = 6$.

----- HẾT PHẦN THI THỨ NHẤT -----