

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

- Xem lại phần kiến thức trọng tâm của các bài đã học.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Bài 1. Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{6}x^2$ và $y = -\frac{1}{6}x^2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

a) Qua điểm $A(0; -6)$ kẻ đường thẳng song song với trục Ox . Nó cắt đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{6}x^2$ tại hai điểm B và C . Tìm hoành độ của B và C .
ĐS: $\{-6; 6\}$.

b) Tìm trên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{6}x^2$ điểm B' có cùng hoành độ với B , điểm C' có cùng hoành độ với C . Đường thẳng $B'C'$ có song song với Ox không? Vì sao? Tìm tung độ của B' và C' .

ĐS: 6.

Bài 2. Cho hàm số $y = 2x - 3$ và $y = -x^2$.

a) Vẽ đồ thị của hai hàm số này trong cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị.
ĐS: $(1; -1)$, $(-3; -9)$.

Bài 3. Giải các phương trình sau

a) $3x^2 - 5x + 2 = 0$;
ĐS: $x_1 = 1; x_2 = \frac{2}{3}$.

b) $3x^4 - 5x^2 + 2 = 0$;
ĐS: $x \in \left\{ \pm 1; \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \right\}$.

c) $3x^2 + 4(x - 1) = (x - 1)^2 + 3$;
ĐS: $x_1 = 1; x_2 = -4$.

d) $x^2 + x + \sqrt{3} = \sqrt{3}x + 6$;
ĐS: $x_1 = 2\sqrt{3} - 1; x_2 = -\sqrt{3}$.

e) $\frac{x^2}{5} - \frac{2x}{3} = \frac{x+5}{6}$;
ĐS: $x \in \left\{ 5; -\frac{5}{6} \right\}$.

f) $\frac{x}{x-2} = \frac{10-2x}{x^2-2x}$.
ĐS: $x \in \{-1 + \sqrt{11}; -1 - \sqrt{11}\}$.

Bài 4. Giải các phương trình sau

a) $9x^2 + 8x - 1 = 0$;
ĐS: $x_1 = -1; x_2 = \frac{1}{9}$.

- b) $9x^4 + 8x^2 - 1 = 0$; **ĐS:** $x = \pm \frac{1}{3}$.
- c) $5x^2 - 3x + 1 = 2x + 11$; **ĐS:** $x_1 = -1; x_2 = 2$.
- d) $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$; **ĐS:** $x \in \left\{ \frac{2}{5} \right\}$.
- e) $\frac{x+2}{1-x} = \frac{4x^2 - 11x - 2}{(x+2)(x-1)}$; **ĐS:** $x \in \left\{ \frac{2}{5} \right\}$.
- f) $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$; **ĐS:** $x \in \{-3; -2; 1\}$.

Bài 5. Giải các phương trình sau bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

- a) $3(x^2 + x)^2 - 2(x^2 + x) - 1 = 0$; **ĐS:** $x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}; x_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.
- b) $(x^2 - 4x + 2)^2 + x^2 - 4x - 4 = 0$; **ĐS:** $x = 4; x = 0$.
- c) $x - \sqrt{x} = 5\sqrt{x} + 7$; **ĐS:** $x = 49$.
- d) $\frac{x}{x+1} - 10 \cdot \frac{x+1}{x} = 3$; **ĐS:** $x = -\frac{5}{4}; x = -\frac{2}{3}$.

Bài 6. Giải các phương trình sau bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

- a) $2(x^2 - 2x)^2 + 3(x^2 - 2x) + 1 = 0$; **ĐS:** $S = \left\{ \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}; 1 \right\}$.
- b) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3 = 0$; **ĐS:** $S = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}$.
- c) $(x^2 - 2x)^2 - 2x^2 + 4x - 3 = 0$; **ĐS:** $S = \{\pm 1; 3\}$.
- d) $3\sqrt{x^2 + x + 1} - x = x^2 + 3$; **ĐS:** $S = \left\{ -1; 0; \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \right\}$.

Bài 7. Cho phương trình $x^2 - mx - m - 1 = 0$ (m là tham số) Tìm m để phương trình:

- a) Có một nghiệm bằng 5. Tìm nghiệm còn lại; **ĐS:** $x = -1$.
- b) Có hai nghiệm phân biệt cùng dương; **ĐS:** $m \in \emptyset$.
- c) Có hai nghiệm trái dấu, trong đó nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương;

ĐS: $-1 < m < 0$.

d) Có hai nghiệm cùng dấu;

ĐS: $m \neq -2; m < -1$.

e) Có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = -1$.

ĐS: $m = -1$.

Bài 8. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 4m = 0$ (m là tham số)

a) Tìm m để phương trình có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.

ĐS: $m = 1; x = 2$.

b) Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 4 và tìm nghiệm còn lại khi đó.

ĐS: $m = 2$.

c) Tìm m để phương trình:

i) Có hai nghiệm trái dấu;

ĐS: $m = 0; x = 2$.

ii) Có hai nghiệm cùng dấu;

ĐS: $m > 0$.

iii) Có hai nghiệm dương;

ĐS: $m > 0$.

iv) Có hai nghiệm âm;

ĐS: $m \in \emptyset$.

v) Có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 - x_2 = -2$.

ĐS: $m = 0$ hoặc $m = 3$.

Bài 9. Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $d: y = x + 1$.

a) Vẽ đồ thị của (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Bằng phép tính, xác định tọa độ giao điểm A, B của d và (P) . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

ĐS: $A(1; 2); B\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right); AB = \frac{\sqrt{10}}{2}$.

Bài 10. Tìm tọa độ giao điểm A và B của đồ thị hàm số $y = 2x + 3$ và $y = x^2$. Gọi D và C lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B lên trục hoành. Tính diện tích tứ giác $ABCD$.

ĐS: $S = 20$.

Bài 11. Một đội thợ mỏ phải khai thác 2^{16} tấn than trong một thời gian nhất định. Ba ngày đầu, mỗi ngày đội khai thác theo đúng định mức. Sau đó, mỗi ngày họ đều khai thác vượt định mức 8 tấn. Do đó họ khai thác được 2^{32} tấn và xong trước thời hạn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày đội thợ phải khai thác bao nhiêu tấn than?

ĐS: 24 tấn.

Bài 12. Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 30 km. Một ca-nô đi từ A đến B , nghỉ 40 phút ở B , rồi lại trở về bến A . Thời gian kể từ lúc đi đến lúc trở về đến A là 6 giờ. Tính vận tốc của ca-nô khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 3 km/h.

ĐS: 12 km/h.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 13. Cho phương trình $mx^2 + 2x + m = 0$ với m là tham số.

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương.

ĐS: $-1 \leq m < 0$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm âm.

ĐS: $0 < m \leq 1$.

Bài 14. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 6 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình khi $m = 3$.

ĐS: $x = 1; x = 3$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 16$.

ĐS: $m = 0$.

Bài 15. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $d: y = x - 2$ cắt nhau tại hai điểm A, B . Tìm tọa độ các điểm A, B và tính diện tích $\square OAB$ (trong đó O là gốc tọa độ, hoành độ giao điểm A lớn hơn hoành độ giao điểm B)

ĐS: $S = 3$.

Bài 16. Cho parabol $(P): y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $d: y = mx + 1$.

a) Chứng minh với mọi giá trị của m đường thẳng d và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi A, B là giao điểm của d và (P) . Tính diện tích tam giác OAB theo m (O là gốc tọa độ).

ĐS: $S_{\square OAB} = 2\sqrt{m^2 + 1}$.

Bài 17. Một xe lửa đi từ Hà Nội vào Bình Sơn (Quảng Ngãi) Sau đó 1 giờ, một xe lửa khác đi từ Bình Sơn ra Hà Nội với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe lửa thứ nhất là 5 km/h. Hai xe gặp nhau tại một ga ở chính giữa quãng đường. Tìm vận tốc của mỗi xe, giả thiết rằng quãng đường từ Hà Nội - Bình Sơn dài 900 km.

ĐS: 45; 50 km/h.

Bài 18. Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn hàng. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hết hàng trong bao nhiêu ngày?

ĐS: 7 ngày.

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ có tập nghiệm là

- A. $\{-1; -3\}$. **B.** $\{1; 3\}$. C. $\left\{1; \frac{1}{3}\right\}$. D. $\left\{1; -\frac{1}{3}\right\}$.

Câu 2. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm phân biệt?

- A. $x^2 + 1 = 0$. **B.** $x^2 - 6x - 2 = 0$. C. $4x^2 - 4x + 1 = 0$. D. $2x^2 - 2x + 1 = 0$.

Câu 3. Cho đường thẳng $d: y = 2x - 1$ và parabol $(P): y = x^2$. Khi đó đường thẳng d cắt (P) tại số giao điểm là

- A.** 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 4. Cho phương trình $x^2 - mx - 1 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Phương trình có vô số nghiệm. B. Có hai nghiệm cùng dấu.
C. Phương trình có một nghiệm $x = 0$. **D.** Phương trình có hai nghiệm trái dấu.

B. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các phương trình sau

- a) $x^2 - 6x + 5 = 0$; b) $x^2 - 4x = 2$.

Bài 2. Cho đường thẳng $d: y = 2x + m$ và parabol $(P): y = x^2$.

- a) Vẽ (P) và d trên cùng một trục tọa độ khi $m = 1$.
b) Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

Bài 3. Cho phương trình $x^2 - 4x + m = 0$. Tìm m để phương trình:

- a) Có hai nghiệm phân biệt.
b) Có hai nghiệm trái dấu.
c) Có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = x_1 x_2 + 7$.

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ kết luận nào sau đây đúng?

- A. Hàm số luôn nghịch biến. B. Hàm số luôn đồng biến.
C. Giá trị của hàm số luôn âm.

D. Hàm số nghịch biến khi $x > 0$, đồng biến khi $x < 0$.

Câu 2. Điểm $A(-2; -1)$ thuộc đồ thị hàm số nào?

- A.** $y = -\frac{x^2}{4}$. B. $y = \frac{x^2}{2}$. C. $y = -\frac{x^2}{2}$. D. $y = \frac{x^2}{4}$.

Câu 3. Phương trình $x^2 - x - 2 = 0$ có nghiệm là

- A. $x = 1$ và $x = 2$. **B.** $x = -1$ và $x = 2$.
C. $x = 1$ và $x = -2$. D. Vô nghiệm.

Câu 4. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $2x^2 - 3x - 5 = 0$. Kết quả đúng là

- A. $x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}; x_1 x_2 = -\frac{5}{2}$. **B.** $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}; x_1 x_2 = -\frac{5}{2}$.
C. $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}; x_1 x_2 = \frac{5}{2}$. D. $x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}; x_1 x_2 = \frac{5}{2}$.

B. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Giải các phương trình sau

- a) $x^2 - x - 11 = 0$; b) $x^2 + 5x + 6 = 0$.

Bài 2. Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60 km, sau đó chạy xuôi dòng 48 km trên cùng một dòng sông có vận tốc dòng nước là 2 km/h. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn ngược dòng 1 giờ.

Bài 3. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = mx + 4$.

- a) Cho $m = 1$ vẽ $(P), d$ trên cùng hệ trục tọa độ.
b) Chứng minh rằng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m .
c) Gọi $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$ là hai giao điểm của $(P), d$. Tìm giá trị của m sao cho $y_1^2 + y_2^2 = 7^2$.

Bài 1. Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{6}x^2$ và $y = -\frac{1}{6}x^2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

a) Qua điểm $A(0; -6)$ kẻ đường thẳng song song với trục Ox . Nó cắt đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{6}x^2$ tại hai điểm B và C . Tìm hoành độ của B và C .

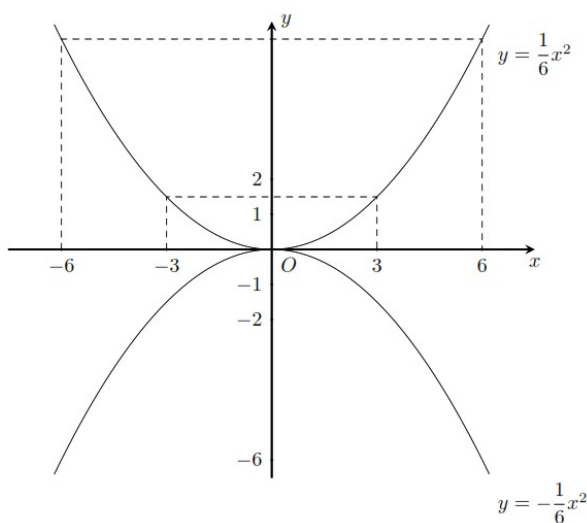
b) Tìm trên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{6}x^2$ điểm B' có cùng hoành độ với B , điểm C' có cùng hoành độ với C . Đường thẳng $B'C'$ có song song với Ox không? Vì sao? Tìm tung độ của B' và C' .

Lời giải.

Bảng giá trị

x	-6	-3	0	3	6
$y = \frac{1}{6}x^2$	6	$\frac{3}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	6
$y = -\frac{1}{6}x^2$	-6	$-\frac{3}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	-6

Đồ thị



a) Đường thẳng song song với trục Ox và đi qua điểm $A(0; -6)$ là $y = -6$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = -\frac{1}{6}x^2$ và $y = -6$ là

$$-\frac{1}{6}x^2 = -6 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = \pm 6.$$

Vậy $x_B = 6, x_C = -6$ hoặc $x_B = -6, x_C = 6$.

b) $B'C' \parallel Ox$ vì $BC \parallel Ox$. Tung độ của B' và C' là 6.

Bài 2. Cho hàm số $y = 2x - 3$ và $y = -x^2$.

a) Vẽ đồ thị của hai hàm số này trong cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị.

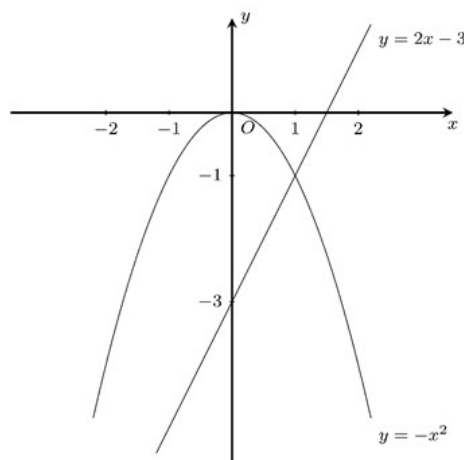
Lời giải.

a) Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = -x^2$	-4	-1	0	-1	-4

x	0	$\frac{3}{2}$
$y = 2x - 3$	-3	0

Đồ thị



b) Phương trình hoành độ giao điểm của $y = -x^2$ và $y = 2x - 3$ là

$$-x^2 = 2x - 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3. \end{cases}$$

Vậy giao điểm của hai đồ thị là điểm có tọa độ $(1; -1)$ và $(-3; -9)$.

Bài 3. Giải các phương trình sau.

a) $3x^2 - 5x + 2 = 0;$

b) $3x^4 - 5x^2 + 2 = 0;$

c) $3x^2 + 4(x - 1) = (x - 1)^2 + 3;$

d) $x^2 + x + \sqrt{3} = \sqrt{3}x + 6;$

e) $\frac{x^2}{5} - \frac{2x}{3} = \frac{x+5}{6};$

f) $\frac{x}{x-2} = \frac{10-2x}{x^2-2x}.$

Lời giải.

a) Phương trình có $a + b + c = 0$ nên có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = \frac{2}{3}.$

b) Đặt $t = x^2 \geq 0.$

Ta có phương trình $3t^2 - 5t + 2 = 0$.

Phương trình có $a + b + c = 0$ nên có hai nghiệm $t_1 = 1; t_2 = \frac{2}{3}$ (đều thỏa mãn)

$$\begin{cases} t_1 = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1 \\ t_2 = \frac{2}{3} \Rightarrow x^2 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \end{cases}$$

Vậy $x \in \left\{ \pm 1; \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \right\}$.

c) $3x^2 + 4(x-1) = (x-1)^2 + 3 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x - 4 = x^2 - 2x + 1 + 3 \Leftrightarrow 2x^2 + 6x - 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$

.Phương trình có $a + b + c = 0$ nên có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = -4$.

d) $x^2 + x + \sqrt{3} = \sqrt{3}x + 6 \Leftrightarrow x^2 + (1 - \sqrt{3})x + \sqrt{3} - 6 = 0$

$$\Delta = 1 - 2\sqrt{3} + 3 - 4 \cdot (\sqrt{3} - 6) = 28 - 6\sqrt{3} = (3\sqrt{3} - 1)^2 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 3\sqrt{3} - 1.$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 2\sqrt{3} - 1; x_2 = -\sqrt{3}$.

e) Ta có $\frac{x^2}{5} - \frac{2x}{3} = \frac{x+5}{6} \Leftrightarrow 6x^2 - 20x - 5x - 25 = 0$

$$\Leftrightarrow 6x^2 - 25x - 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 25x + x^2 - 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x(x-5) + (x-5)(x+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-5)(6x+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

Vậy $x \in \left\{ 5; -\frac{5}{6} \right\}$.

f) Với $x \neq 0; x \neq 2$, ta có

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-2} &= \frac{10-2x}{x^2-2x} \Leftrightarrow \frac{x^2-10+2x}{x(x-2)} = 0 \\ &\Rightarrow x^2 + 2x - 10 = 0. \end{aligned}$$

$$\Delta' = 1 + 10 = 11 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{11}.$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -1 + \sqrt{11}; x_2 = -1 - \sqrt{11}$ (thỏa điều kiện)

Vậy $x \in \{-1 + \sqrt{11}; -1 - \sqrt{11}\}$.

Bài 4. Giải các phương trình sau.

a) $9x^2 + 8x - 1 = 0$;

b) $9x^4 + 8x^2 - 1 = 0$;

c) $5x^2 - 3x + 1 = 2x + 11$;

d) $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$;

e) $\frac{x+2}{1-x} = \frac{4x^2-11x-2}{(x+2)(x-1)}$;

f) $x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0$.

Lời giải.

a) Phương trình có $a-b+c=0$ nên có hai nghiệm $x_1 = -1; x_2 = \frac{1}{9}$.

b) Đặt $t = x^2 \geq 0$, ta có phương trình $9t^2 + 8t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = -1 \text{ (loại)} \\ t_2 = \frac{1}{9} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{3} \end{cases}$

c) Ta có $5x^2 - 3x + 1 = 2x + 11 \Leftrightarrow 5x^2 - 5x - 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$.

Phương trình có $a-b+c=0$ nên có hai nghiệm $x_1 = -1; x_2 = 2$.

d) Ta có $\Delta' = 2 - 2 = 0$. Phương trình có nghiệm $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

e) Với $x \neq 1; x \neq -2$, ta có

$$\frac{x+2}{1-x} = \frac{4x^2-11x-2}{(x+2)(x-1)} \Leftrightarrow \frac{-(x+2)(x+2)-4x^2+11x+2}{(x+2)(x-1)} = 0$$

$$\Rightarrow -5x^2 + 7x - 2 = 0.$$

Phương trình có $a+b+c=0$ nên có hai nghiệm $x_1 = 1$ (không thỏa điều kiện); $x_2 = \frac{2}{5}$.

Vậy $x \in \left\{\frac{2}{5}\right\}$.

f) Ta có

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 + x^2 + 3x - 2x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x+3) + x(x+3) - 2(x+3) = 0 \Leftrightarrow (x+3)(x^2+x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x+2)(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = -3; x = -2; x = 1.$$

Vậy $x \in \{-3; -2; 1\}$.

Bài 5. Giải các phương trình sau bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

a) $3(x^2 + x)^2 - 2(x^2 + x) - 1 = 0$;

b) $(x^2 - 4x + 2)^2 + x^2 - 4x - 4 = 0$;

c) $x - \sqrt{x} = 5\sqrt{x} + 7$;

d) $\frac{x}{x+1} - 10 \cdot \frac{x+1}{x} = 3$.

Lời giải.

a) Đặt $t = x^2 + x \geq 0$.

Phương trình đã cho trở thành $3t^2 - 2t - 1 = 0$.

Phương trình có $a + b + c = 0$ nên có hai nghiệm $t_1 = 1$; $t_2 = -\frac{1}{3}$ (loại)

Với $t = 1 \Rightarrow x^2 + x = 1 \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0$.

$\Delta = 1 + 4 = 5 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{5}$. Phương trình có nghiệm $x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$; $x_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

b) Đặt $t = x^2 - 4x + 2 \geq 0$.

Phương trình đã cho trở thành

$$t^2 + t - 6 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2t + 3t - 6 = 0 \Leftrightarrow (t - 2)(t + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -3 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Với $t = 2 \Rightarrow x^2 - 4x + 2 = 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$.

c) Đặt $t = \sqrt{x} \geq 0$. Phương trình đã cho trở thành

$$\begin{aligned} t^2 - t = 5t + 7 = 0 &\Leftrightarrow t^2 - 6t - 7 = 0 \Leftrightarrow t^2 + t - 7t - 7 = 0 \\ &\Leftrightarrow (t + 1)(t - 7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = 7 \end{cases} \end{aligned}$$

Với $t = 7 \Rightarrow \sqrt{x} = 7 \Leftrightarrow x = 49$.

d) Điều kiện: $x = -1$.

Đặt $t = \frac{x}{x+1}$. Phương trình đã cho trở thành

$$t - \frac{10}{t} = 3 \Rightarrow t^2 - 3t - 10 = 0 \Leftrightarrow t^2 + 2t - 5t - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t+2)(t-5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 5. \end{cases}$$

Với $t = 5 \Rightarrow \frac{x}{x+1} = 5 \Rightarrow 4x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{4}$.

Với $t = -2 \Rightarrow \frac{x}{x+1} = -2 \Rightarrow 3x = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$.

Bài 6. Giải các phương trình sau bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

a) $2(x^2 - 2x)^2 + 3(x^2 - 2x) + 1 = 0$; b) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3 = 0$;

c) $(x^2 - 2x)^2 - 2x^2 + 4x - 3 = 0$; d) $3\sqrt{x^2 + x + 1} - x = x^2 + 3$.

Lời giải.

a) Đặt $t = x^2 - 2x$. Phương trình đã cho trở thành

$$2t^2 + 3t + 1 = 0 \Leftrightarrow 2t^2 + 2t + t + 1 = 0 \Leftrightarrow 2t(t+1) + t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t+1)(2t+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

Với $t = -1 \Rightarrow x^2 - 2x = -1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Với $t = -\frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}; 1 \right\}$.

b) Điều kiện: $x \neq 0$. Đặt $t = \left(x + \frac{1}{x}\right)$. Phương trình đã cho trở thành

$$t^2 - 4t + 3 = 0 \Leftrightarrow t^2 - t - 3t + 3 = 0 \Leftrightarrow t(t-1) - 3(t-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-1)(t-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 3. \end{cases}$$

Với $t = 1 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0$ (vô nghiệm)

Với $t = 3 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$.

$$S = \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là

c) Đặt $t = x^2 - 2x$. Phương trình đã cho trở thành

$$\begin{aligned} t^2 - 2t - 3 &= 0 \Leftrightarrow t^2 + t - 3t - 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow (t+1)(t-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 3. \end{cases} \end{aligned}$$

Với $t = -1 \Rightarrow x^2 - 2x = -1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Với $t = 3 \Rightarrow x^2 - 2x = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 3$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{\pm 1; 3\}$.

d) Đặt $t = \sqrt{x^2 + x + 1} \geq 0$. Phương trình đã cho trở thành

$$\begin{aligned} 3t &= t^2 + 2 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 - t - 2t + 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow (t-1)(t-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2. \end{cases} \end{aligned}$$

Với $t = 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 + x + 1} = 1 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 1 \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1. \end{cases}$

Với $t = 2 \Rightarrow \sqrt{x^2 + x + 1} = 2 \Rightarrow x^2 + x + 1 = 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$.

$$S = \left\{ -1; 0; \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \right\}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là

Bài 7. Cho phương trình $x^2 - mx - m - 1 = 0$ (m là tham số) Tìm m để phương trình:

- Có một nghiệm bằng 5. Tìm nghiệm còn lại;
- Có hai nghiệm phân biệt cùng dương;
- Có hai nghiệm trái dấu, trong đó nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương;
- Có hai nghiệm cùng dấu;
- Có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = -1$.

Lời giải.

a) Thay $x = 5$ vào phương trình, ta tìm được $m = 4$.

$$x^2 - 4m - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5. \end{cases}$$

Do đó ta có phương trình

b) $x^2 - mx - m - 1 = 0$ (m là tham số)

$$\Delta = m^2 + 4(m+1) = (m+2)^2 \geq 0 \Rightarrow x_1 = -1; x_2 = m+1.$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4(m+1) > 0 \\ -m-1 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)^2 > 0, \forall m \neq -2 \\ m < -1 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < -1 \\ m > 0. \end{cases}$$

Không có m nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

c) Phương trình có hai nghiệm trái dấu, trong đó nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4(m+1) > 0 \\ m < 0 \\ |-1| > \frac{m+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < 0 \\ m > -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0.$$

d) Phương trình có hai nghiệm cùng dấu

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4(m+1) > 0 \\ -m-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)^2 > 0, \forall m \neq -2 \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < -1. \end{cases}$$

e) Phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = -1 \Leftrightarrow (m+1)^3 = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Bài 8. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 4m = 0$ (m là tham số)

a) Tìm m để phương trình có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.

b) Tìm m để phương trình có một nghiệm bằng 4 và tìm nghiệm còn lại khi đó.

c) Tìm m để phương trình:

i) Có hai nghiệm trái dấu;

ii) Có hai nghiệm cùng dấu;

iii) Có hai nghiệm dương;

iv) Có hai nghiệm âm;

v) Có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 - x_2 = -2$.

Lời giải.

a) Phương trình có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 4m = (m-1)^2 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow x = 2$.

b) $2m = 4 \Rightarrow m = 2$.

c) Phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 4m = 0$ (m là tham số)

i) Có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow 4m < 0 \Leftrightarrow m < 0$.

ii) Có hai nghiệm cùng dấu $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 \geq 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0$.

iii) Có hai nghiệm dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ 4m > 0 \\ 2(m+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 \geq 0 \\ m > 0 \\ m > -1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0$.

iv) Có hai nghiệm âm $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ 4m > 0 \\ 2(m+1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 \geq 0 \\ m > 0 \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$.

v) Vì $x_1 = m+1 - (m-1) = 2; x_2 = m+1 + m-1 = 2m$ nên $2x_1 - x_2 = -2 \Rightarrow \begin{cases} 2 \cdot 2 - 2m = -2 \\ 2 \cdot 2m - 2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 0 \end{cases}$.

Bài 9. Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $d: y = x + 1$.

a) Vẽ đồ thị của (P) và (d) trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Bằng phép tính, xác định tọa độ giao điểm A, B của d và (P) . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

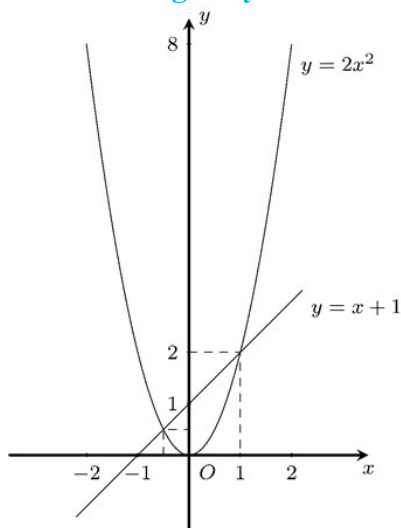
Lời giải.

a) Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

x	0	-1
$y = x + 1$	1	0

Đồ thị



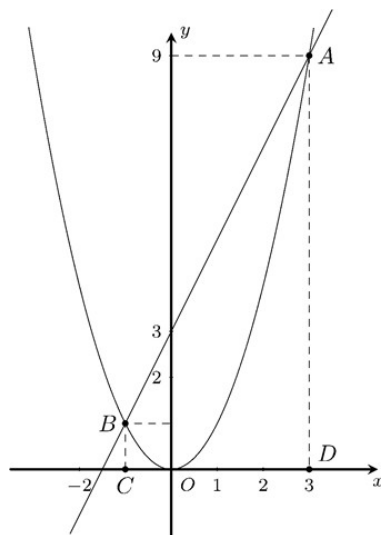
b) Phương trình hoành độ giao điểm của $y = 2x^2$ và $y = x + 1$ là

$$2x^2 = x + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Suy ra điểm $A(1; 2)$ và $B\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. $AB = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(2 - \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$.

Bài 10. Tìm tọa độ giao điểm A và B của đồ thị hàm số $y = 2x + 3$ và $y = x^2$. Gọi D và C lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B lên trục hoành. Tính diện tích tứ giác $ABCD$.

Lời giải.



Phương trình hoành độ giao điểm của $y = x^2$ và $y = 2x + 3$ là

$$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

$A(3; 9)$ và $B(-1; 1)$. Suy ra $C(-1; 0)$, $D(3; 0)$. Do đó $AD = 9$; $BC = 1$; $CD = 4$.

Diện tích hình thang vuông $ABCD$ là $S = \frac{AD + BC}{2} \cdot CD = \frac{9 + 1}{2} \cdot 4 = 20$ (dvdt).

Bài 11. Một đội thợ mỏ phải khai thác 216 tấn than trong một thời gian nhất định. Ba ngày đầu, mỗi ngày đội khai thác theo đúng định mức. Sau đó, mỗi ngày họ đều khai thác vượt định mức 8 tấn. Do đó họ khai thác được 232 tấn và xong trước thời hạn 1 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày đội thợ phải khai thác bao nhiêu tấn than?

Lời giải.

Gọi lượng than mà đội phải khai thác trong 1 ngày theo kế hoạch là x (tấn), $x > 0$.

Thời hạn quy định để khai thác 216 tấn là $\frac{216}{x}$ (ngày)

Lượng than khai thác được trong 3 ngày đầu là $3x$ (tấn)

Do đó lượng than khai thác được trong những ngày còn lại là $232 - 3x$ (tấn)

Thời gian để khai thác $232 - 3x$ tấn là $\frac{232 - 3x}{x + 8}$ (ngày)

Theo đề bài ta có phương trình $\frac{216}{x} - 1 = \frac{232 - 3x}{x + 8} + 3$.

Giải phương trình ta được $x = 24; x = -72$ (loại)

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày đội thợ phải khai thác 24 tấn than.

Bài 12. Khoảng cách giữa hai bến sông A và B là 30 km. Một ca-nô đi từ A đến B , nghỉ 40 phút ở B , rồi lại trở về bến A . Thời gian kể từ lúc đi đến lúc trở về đến A là 6 giờ. Tính vận tốc của ca-nô khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 3 km/h.

Lời giải.

Gọi vận tốc của ca-nô khi nước yên lặng là x (km/h), $x > 3$.

Vận tốc khi ca-nô đi xuôi dòng là $x + 3$ (km/h)

Vận tốc khi ca-nô đi ngược dòng là $x - 3$ (km/h)

Thời gian ca-nô đi xuôi dòng là $\frac{30}{x + 3}$ (giờ)

Thời gian ca-nô đi ngược dòng là $\frac{30}{x - 3}$ (giờ)

bài ta có phương trình $\frac{30}{x+3} + \frac{30}{x-3} + \frac{2}{3} = 6$.
Theo đề

Giải phương trình ta được $x = 12$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc của ca-nô khi nước yên lặng là 12 (km/h)

Bài 13. Cho phương trình $mx^2 + 2x + m = 0$ với m là tham số.

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm âm.

Lời giải.

a) Phương trình có hai nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 - m^2 \geq 0 \\ 1 > 0 \\ -\frac{2}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -1 \leq m < 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m < 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \\ -\frac{b}{a} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 - m^2 \geq 0 \\ 1 > 0 \\ -\frac{2}{m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 0 < m \leq 1 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 1.$$

b) Phương trình có hai nghiệm âm

Bài 14. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 6 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình khi $m = 3$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 16$.

Lời giải.

a) Khi $m = 3$, phương trình trở thành $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3. \end{cases}$

b) $\Delta' = (m-1)^2 - m^2 + 6 = -2m + 7$.

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow -2m + 7 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{7}{2}$.

$$m < \frac{7}{2}, \text{ theo định lý Vi-ét, ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = m^2 - 6. \end{cases}$$

Với

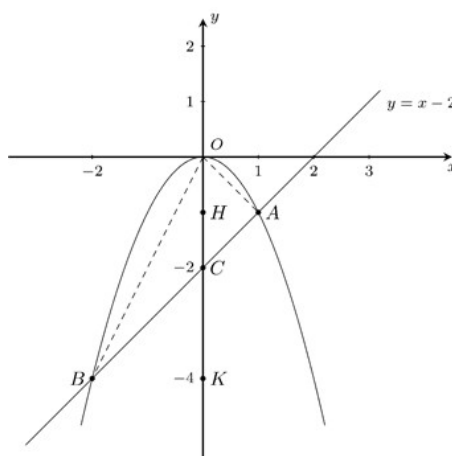
$$\text{Ta có } x_1^2 + x_2^2 = 16 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 16 = 0 \Leftrightarrow 4(m-1)^2 - 2m^2 + 12 - 16 \Leftrightarrow m(m-8) = 0.$$

Giải phương trình ta tìm được $m = 0; m = 8$ (loại)

Vậy $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 15. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $d: y = x - 2$ cắt nhau tại hai điểm A, B. Tìm tọa độ các điểm A, B và tính diện tích $\square OAB$ (trong đó O là gốc tọa độ, hoành độ giao điểm A lớn hơn hoành độ giao điểm B).

Lời giải.



$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } -x^2 = x - 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0.$$

$$\text{Giải phương trình ta nhận được } x = 1; x = -2. \text{ Suy ra } A(1; -1); B(-2; -4).$$

Diện tích tam giác ABC là

$$\begin{aligned} S_{\square AOB} &= S_{\square AOC} + S_{\square BOC} \\ &= \frac{1}{2} AH \cdot OC + \frac{1}{2} BK \cdot OC \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (1 + 2) = 3 \text{ (dvdt)}. \end{aligned}$$

Bài 16. Cho parabol $(P): y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $d: y = mx + 1$.

a) Chứng minh với mọi giá trị của m đường thẳng d và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

b) Gọi A,B là giao điểm của d và (P) . Tính diện tích tam giác OAB theo m (O là gốc tọa độ).

Lời giải.

a) Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{4}x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4mx - 4 = 0$.

Ta có $\Delta' = 4m^2 + 4 > 0$ với mọi m .

Do đó phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m .

Vậy d và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m .

b) Giải phương trình (*) ta được $x = 2m \pm \sqrt{m^2 + 1}$.

Suy ra $A \left(2m - \sqrt{m^2 + 1}; \frac{(2m - \sqrt{m^2 + 1})^2}{4} \right); B \left(2m + \sqrt{m^2 + 1}; \frac{(2m + \sqrt{m^2 + 1})^2}{4} \right)$.

Vậy $S_{\triangle OAB} = 2\sqrt{m^2 + 1}$ (đvdt).

Bài 17. Một xe lửa đi từ Hà Nội vào Bình Sơn (Quảng Ngãi) Sau đó 1 giờ, một xe lửa khác đi từ Bình Sơn ra Hà Nội với vận tốc lớn hơn vận tốc của xe lửa thứ nhất là 5 km/h. Hai xe gặp nhau tại một ga ở chính giữa quãng đường. Tìm vận tốc của mỗi xe, giả thiết rằng quãng đường từ Hà Nội - Bình Sơn dài 900 km.

Khi đó vận tốc của xe lửa thứ hai là $x + 5$ (km/h)

$$\frac{450}{x} \text{ (h)}.$$

Thời gian xe lửa thứ nhất đi từ Hà Nội đến chỗ gặp nhau là

$$\frac{450}{x + 5} \text{ (h)}.$$

Thời gian xe lửa thứ hai đi từ Bình Sơn đến chỗ gặp

$$\frac{450}{x} - \frac{450}{x + 5} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 5x - 2250 = 0.$$

Theo đề, ta có phương trình

Giải phương trình ta được $x = 45$ (nhận); $x = -50$ (loại)

Vậy vận tốc xe lửa thứ nhất là 45 km/h, xe thứ hai là 50 km/h.

Bài 18. Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn hàng. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hết hàng trong bao nhiêu ngày?

Lời giải.

Gọi khối lượng hàng chở theo định mức trong 1 ngày là x (tấn) Điều kiện $x > 0$.

Khi đó, số ngày quy định là $\frac{140}{x}$ (ngày)

Do chở vượt mức nên số ngày đội đã chở là $\frac{140}{x} - 1$ (ngày)

Khối lượng hàng đội đã chở được là $140 + 10 = 150$ (tấn)

Theo đề, ta có phương trình: $\left(\frac{140}{x} - 1\right) \cdot (x + 5) = 140 + 10 \Leftrightarrow x^2 + 15x - 700 = 0$.

Giải phương trình ta được $x = 20$ (nhận); $x = -35$ (loại)

Vậy số ngày đội phải chở theo kế hoạch là $140 : 20 = 7$ (ngày).

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
B	B	A	D

B. PHẦN TỰ LUẬN**Bài 1.** Giải các phương trình sau.

a) $x^2 - 6x + 5 = 0$;

b) $x^2 - 4x = 2$.

Lời giải.

a) Phương trình có $a + b + c = 0$ nên có nghiệm $x_1 = 1; x_2 = 5$.

b) $x^2 - 4x = 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 2 = 0$.

Ta có $\Delta' = 4 + 2 = 6 > 0$ nên phương trình có nghiệm $x = 2 \pm \sqrt{6}$.

Bài 2. Cho đường thẳng $d: y = 2x + m$ và parabol $(P): y = x^2$.

a) Vẽ (P) và d trên cùng một trục tọa độ khi $m = 1$.

b) Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

Lời giải.

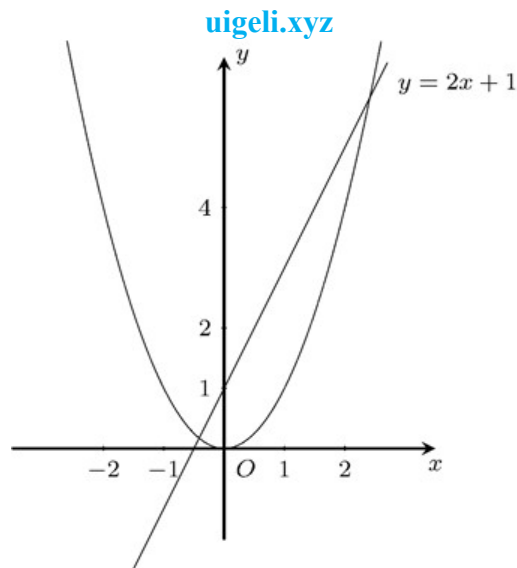
a) Khi $m = 1$ thì $d: y = 2x + 1$ và $(P): y = x^2$.

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

x	0	$-\frac{1}{2}$
$y = 2x + 1$	1	0

Đồ thị



- b)** Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) $x^2 - 2x - m = 0$. Đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ cùng dương khi
- $$\begin{cases} \Delta' = 1 + m > 0 \\ S = 2 > 0 \\ P = -m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0.$$

Bài 3. Cho phương trình $x^2 - 4x + m = 0$. Tìm m để phương trình:

- a)** Có hai nghiệm phân biệt. **b)** Có hai nghiệm trái dấu.
- c)** Có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 7$.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = 4 - m$.

- a)** PT có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 4$.
- b)** PT có hai nghiệm trái dấu $ac < 0 \Leftrightarrow m < 0$.
- c)** Để phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m < 4$.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1x_2 = m. \end{cases}$$

Theo định lí Vi-ét ta có

$$\text{Ta có } x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 7$$

Từ đó tìm được $m = 3$ (thỏa mãn).

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
D	A	B	B

B. PHẦN TỰ LUẬN**Bài 1.** Giải các phương trình sau.

a) $x^2 - x - 11 = 0$;

b) $x^2 + 5x + 6 = 0$.

Lời giải.

a) $\Delta = 1 + 4 \cdot 11 = 45 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x = \frac{1 \pm 3\sqrt{5}}{2}$.

b) $x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x+3)(x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -3. \end{cases}$

Bài 2. Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60 km, sau đó chạy xuôi dòng 48 km trên cùng một dòng sông có vận tốc dòng nước là 2 km/h. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn ngược dòng 1 giờ.**Lời giải.**Gọi vận tốc của tàu khi nước yên lặng là x (km/h) Điều kiện $x > 2$.

$$\frac{60}{x-2} = \frac{48}{x+2} + 1.$$

Theo đề, ta có phương trình

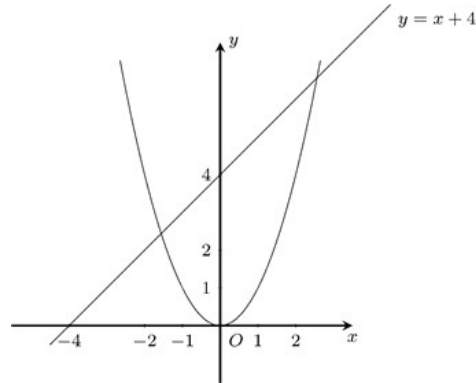
Giải phương trình, ta được $x = 22$ (thỏa mãn)Vậy vận tốc của tàu khi nước yên lặng là 22 (km/h)**Bài 3.** Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = mx + 4$.a) Cho $m = 1$ vẽ $(P), d$ trên cùng hệ trục tọa độ.b) Chứng minh rằng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m .c) Gọi $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$ là hai giao điểm của $(P), d$. Tìm giá trị của m sao cho $y_1^2 + y_2^2 = 7^2$.**Lời giải.**a) Cho $m = 1$ thì $d: y = x + 4$.

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

x	0	-4
$y = x + 4$	4	0

Đồ thị



b) Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là $x^2 - mx - 4 = 0$.

Vì $\Delta = m^2 + 16 > 0$ với mọi m nên ta có đpcm.

c) Từ giả thiết và theo hệ thức Vi-ét ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -4. \end{cases}$$

Ta có $A, B \in (P) \Rightarrow y_1 = x_1^2; y_2 = x_2^2$.

Nên $y_1^2 + y_2^2 = 7^2 \Rightarrow x_1^4 + x_2^4 = 49 \Rightarrow \left[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 \right]^2 - 2x_1^2 x_2^2 = 49$.

Ta tìm được $m = 1; m = -17$.

--- HẾT ---