ĐỀ KIỂM TRA BÀI HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vecto $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1;-1;-3)$. **B.** $(3;1;1)$. **C.** $(1;1;3)$. **D.** $(3;3;-1)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm toạ độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(-4;-2;9)$. **B.** $(4;2;9)$. **C.** $(-2;4;-5)$. **D.** $(6;2;-3)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$. Tính tọa độ đỉnh C của hình hộp.

A. $C(4;6;-5)$. **B.** $C(2;0;2)$. **C.** $C(3;5;-6)$. **D.** $C(3;4;-6)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM}=(1;5;2)$, $\overrightarrow{ON}=(3;7;-4)$, $K(-1;3;1)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N. Tìm tọa độ vecto $\overrightarrow{KP}$.

A. $\overrightarrow{KP}=(6;6;-11)$. **B.** $\overrightarrow{KP}=(8;6;-11)$. **C.** $\overrightarrow{KP}=(6;6;-4)$. **D.** $\overrightarrow{KP}=(3;3;-2)$.

Câu 5: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm là $A(1;3;-1)$, $\overrightarrow{AB}=(3;-1;5)$. Tọa độ của $\overrightarrow{OB}$ là

A. $\overrightarrow{OB}=(-2;4;-6)$. **B.** $\overrightarrow{OB}=(2;-4;6)$. **C.** $\overrightarrow{OB}=(-4;-2;-4)$. **D.** $\overrightarrow{OB}=(4;2;4)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy.

A. $A'(1;-2;3)$. **B.** $A'(1;2;-3)$. **C.** $A'(-1;2;3)$. **D.** $A'(-1;2;-3)$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ tâm I có tọa độ các đỉnh $B(3;1;0)$, $D(0;4;-6)$. Tìm tọa độ điểm I.

A. $I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};-3\right)$. **B.** $I(3;5;-6)$. **C.** $I\left(-\frac{3}{2};\frac{3}{2};-3\right)$. **D.** $I(-3;5;-6)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thoả $\overrightarrow{OM}=3\vec{i}+5\vec{j}-7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm đối xứng M' của M qua mặt phẳng (Oxz).

A. $M'(-3;-5;7)$. **B.** $M'(3;5;-7)$. **C.** $M'(-3;5;7)$. **D.** $M'(3;-5;-7)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc tọa độ O, điểm B nằm trên tia Ox, điểm D nằm trên tia Oy, điểm A' nằm trên tia Oz.Biết $AB=2, AD=4, AA'=3$. Gọi tọa độ của C' là $(a;b;c)$ khi đó biểu thức $a+b-c$ có giá trị là.

A. -4. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm B trùng với gốc tọa độ O và tọa độ các điểm $A(3;0;0)$, $D(3;1;0)$, $B'(0;0;5)$. Gọi tọa độ $C'(m;n;p)$. Tính $m^2+n^2+p^2$

A. 26. **B.** 9. **C.** 16. **D.** 37.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;3;1)$, $\vec{b}=(-1;5;2)$, $\vec{c}=(4;-1;3)$ và $\vec{x}=(-3;22;5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

A. $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}-\vec{c}$ **B.** $\vec{x}=-2\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}$ **C.** $\vec{x}=2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c}$ **D.** $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là

A. $B'(8;4;10)$ **B.** $B'(6;12;0)$ **C.** $B'(10;8;6)$ **D.** $B'(13;0;17)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;0;-2)$, $B(-2;3;4)$, $C(4;-6;1)$.

a) Tọa độ trọng tâm G của tam giác là $(1;-1;1)$.

b) $\overrightarrow{AB}=(3;-3;6)$, $\overrightarrow{AC}=(-3;6;-3)$.

c) Tam giác ABC là tam giác cân.

d) Nếu $ABDC$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là $(7;-9;-5)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho vecto $\overrightarrow{OA}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ và $\overrightarrow{OB}=x'\vec{i}+y'\vec{j}+z'\vec{k}$.

a) Tọa độ của vecto $\vec{i}$ là $(0;1;0)$.

b) Tọa độ của vecto $\overrightarrow{OA}$ là $(x;y;z)$.

c) Tọa độ của điểm B là $(x';y';z')$.

d) Nếu $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OB}$ thì $x=x', y=y', z=z'$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho $M(8;4;3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

a) Hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox là điểm $(0;4;3)$.

b) Hình chiếu vuông góc của M trên trục Oz là điểm $(0;0;3)$.

c) Hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng Oxz là điểm $(8;0;3)$.

d) $\overrightarrow{OM}=8\vec{i}+4\vec{j}+3\vec{k}$.

Câu 4: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(-4;3;-1)$ và $N(2;-1;-3)$

a) Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{OM}=(-4;3;-1)$

b) Cho vectơ $\vec{v}=\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$ và $\overrightarrow{AM}=\vec{v}$. Tọa độ vủa điểm A là: $A(5;1;2)$

c) Gọi G là trọng tâm của ΔOMN. Tọa độ hình chiếu của G trên Oxy là $\left(0;0;-\frac{4}{3}\right)$

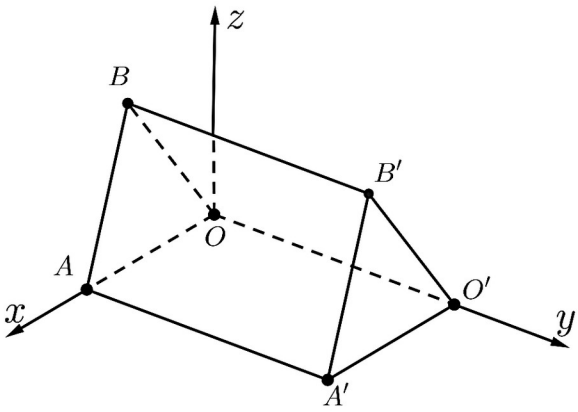
d) I là trung điểm của đoạn MN. Tọa độ của vectơ $\vec{w}=3\vec{i}+2\overrightarrow{ON}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OI}$ là $\left(\frac{9}{2};\frac{-5}{2};-7\right)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ΔABC biết $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(1;1;3)$. $H(x_0;y_0;z_0)$ là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC. Khi đó $x_0+y_0+z_0$ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm).

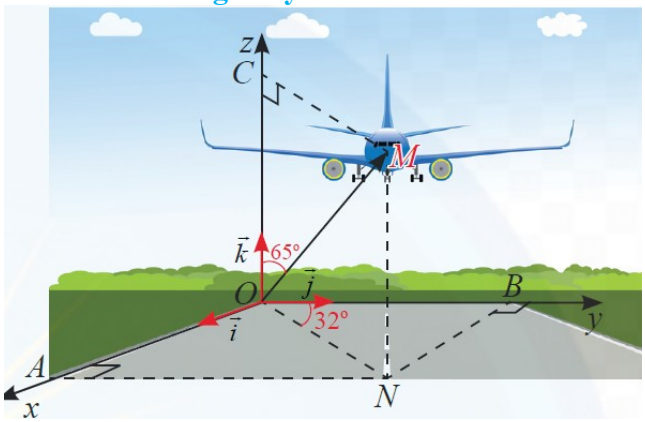
Câu 2: Những căn lều gỗ trong hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong hình 2. Với hệ trục toạ độ $Oxyz$ thể hiện như hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimét), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240;450;0)$ và $(120;450;300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm và chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tính $a+b+c$ (kàm tròn đến hàng đơn vị).

Hình 1



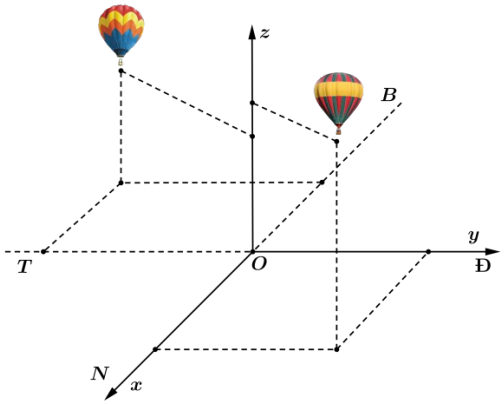
Hình 2

Câu 3: Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên dưới, cho biết $M(a;b;c)$ là vị trí của máy bay, $OM=14$, $\widehat{NOB}=32°$, $\widehat{MOC}=65°$. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c$?

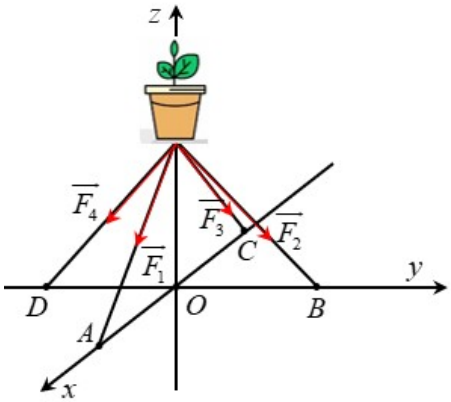


Câu 4: Trong không gian với một hệ trục toạ độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì toạ độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x;y;z)$. Tính $x+y+z$.

Câu 5: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát $2,5$ km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,8$ km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát $1,5$ km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất $0,6$ km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là a km theo hướng nam và b km theo hướng tây. Tính tổng $2a+3b$.



Câu 6: Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30;0;0), B(0;20;0), C(-20;0;0), D(0;-20;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn $60N$ và được phân bố thành bốn lực $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3},\overrightarrow{F_4}$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính $\left|\overrightarrow{F_1}+2\overrightarrow{F_2}+3\overrightarrow{F_3}+4\overrightarrow{F_4}\right|$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



LỜI GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vecto $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1;-1;-3)$. **B.** $(3;1;1)$. **C.** $(1;1;3)$. **D.** $(3;3;-1)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2-1;2-1;1-(-2))$ hay $\overrightarrow{AB}=(1;1;3)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm toạ độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(-4;-2;9)$. **B.** $(4;2;9)$. **C.** $(-2;4;-5)$. **D.** $(6;2;-3)$.

Lời giải

Gọi $D(x;y;z)\Rightarrow\overrightarrow{CD}=(x+3;y-1;z-2)$ và $\overrightarrow{BA}=(-1;-3;7)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi:

$$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}\Leftrightarrow\begin{cases}x+3=-1\\y-1=-3\\z-2=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-4\\y=-2\\z=9\end{cases}$$

$\Rightarrow C(-4;-2;9)$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$. Tính tọa độ đỉnh C của hình hộp.

A. $C(4;6;-5)$. **B.** $C(2;0;2)$. **C.** $C(3;5;-6)$. **D.** $C(3;4;-6)$.

Lời giải

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x_B-x_A=x_C-x_D\\y_B-y_A=y_C-y_D\\z_B-z_A=z_C-z_D\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_C=2\\y_C=0\\z_C=2\end{cases}\Rightarrow C(2;0;2)$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM}=(1;5;2)$, $\overrightarrow{ON}=(3;7;-4)$, $K(-1;3;1)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N. Tìm tọa độ vecto $\overrightarrow{KP}$.

A. $\overrightarrow{KP}=(6;6;-11)$. **B.** $\overrightarrow{KP}=(8;6;-11)$. **C.** $\overrightarrow{KP}=(6;6;-4)$. **D.** $\overrightarrow{KP}=(3;3;-2)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OM}=(1;5;2)\Rightarrow M(1;5;2)$, $\overrightarrow{ON}=(3;7;-4)\Rightarrow N(3;7;-4)$.

Vì P là điểm đối xứng với M qua N nên N là trung điểm của MP ta suy ra được:

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{NP}\Leftrightarrow\begin{cases}x_N-x_M=x_P-x_N\\y_N-y_M=y_P-y_N\\z_N-z_M=z_P-z_N\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_P=5\\y_P=9\\z_P=-10\end{cases}\Rightarrow P(5;9;-10)$. Khi đó $\overrightarrow{KP}=(6;6;-11)$.

Câu 5: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm là $A(1;3;-1)$, $\overrightarrow{AB}=(3;-1;5)$. Tọa độ của $\overrightarrow{OB}$ là

A. $\overrightarrow{OB}=(-2;4;-6)$. **B.** $\overrightarrow{OB}=(2;-4;6)$. **C.** $\overrightarrow{OB}=(-4;-2;-4)$. **D.** $\overrightarrow{OB}=(4;2;4)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-1;5)\Leftrightarrow\begin{cases}x_B-x_A=3\\y_B-y_A=-1\\z_B-z_A=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B-1=3\\y_B-3=-1\\z_B+1=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B=4\\y_B=2\\z_B=4\end{cases}$.

Vậy $B(4;2;4)$ hay $\overrightarrow{OB}=(4;2;4)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy.

A. $A'(1;-2;3)$. **B.** $A'(1;2;-3)$. **C.** $A'(-1;2;3)$. **D.** $A'(-1;2;-3)$

Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(1;2;3)$ lên Oy. Suy ra $H(0;2;0)$

Khi đó H là trung điểm đoạn AA' nên ta có $\begin{cases}x_{A'}=2x_H-x_A=-1\\y_{A'}=2y_H-y_A=2\\z_{A'}=2z_H-z_A=-3\end{cases}\Rightarrow A'(-1;2;-3)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ tâm I có tọa độ các đỉnh $B(3;1;0)$, $D(0;4;-6)$. Tìm tọa độ điểm I.

A. $I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};-3\right)$. **B.** $I(3;5;-6)$. **C.** $I\left(-\frac{3}{2};\frac{3}{2};-3\right)$. **D.** $I(-3;5;-6)$.

Lời giải

Gọi $I(a;b;c)$ suy ra $\overrightarrow{BI}=(a-3;b-1;c)$, $\overrightarrow{ID}=(-a;4-b;-6-c)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} a-3=-a \\ b-1=4-b \\ c=-6-c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{3}{2} \\ b=\dfrac{5}{2} \\ c=-3 \end{cases}$$

Vì $ABCD$ là hình bình hành tâm I nên $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{ID}$. Vậy $I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};-3\right)$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thoả $\overrightarrow{OM}=3\vec{i}+5\vec{j}-7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm đối xứng M' của M qua mặt phẳng (Oxz).

A. $M'(-3;-5;7)$. **B.** $M'(3;5;-7)$. **C.** $M'(-3;5;7)$. **D.** $M'(3;-5;-7)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OM}=3\vec{i}+5\vec{j}-7\vec{k} \Rightarrow M(3;5;-7)$.

Tọa độ hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxz) là $H(3;0;-7)$.

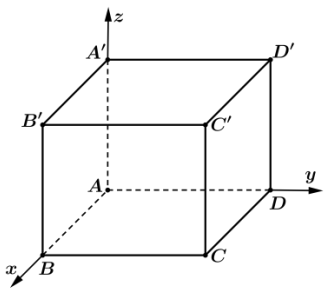
Gọi $M'(a;b;c)$ là điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz), suy ra $\overrightarrow{MH}=\overrightarrow{HM'}$ mà

$\overrightarrow{MH}=(0;-5;0)$, $\overrightarrow{HM'}=(a-3;b;c+7)$ nên $\begin{cases} a-3=0 \\ b=-5 \\ c+7=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-5 \\ c=-7 \end{cases}$. Vậy $M'(3;-5;-7)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc tọa độ O, điểm B nằm trên tia Ox, điểm D nằm trên tia Oy, điểm A' nằm trên tia Oz.Biết $AB=2, AD=4, AA'=3$. Gọi tọa độ của C' là $(a;b;c)$ khi đó biểu thức $a+b-c$ có giá trị là.

A. -4. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải



Theo giả thiết có $\overrightarrow{AB}=2\vec{i};\ \overrightarrow{AD}=4\vec{j};\overrightarrow{AA'}=3\vec{k};$

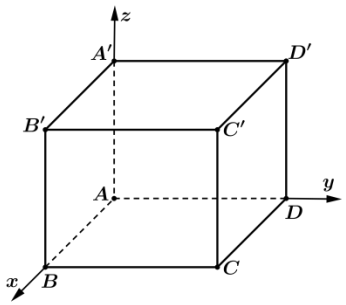
Áp dụng quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=2\vec{i}+4\vec{j}+3\vec{k}$.

Do đó điểm C' có tọa độ là $(2;4;3)$. Vậy $a+b-c=2+4-3=3$

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm B trùng với gốc tọa độ O và tọa độ các điểm $A(3;0;0)$, $D(3;1;0)$, $B'(0;0;5)$. Gọi tọa độ $C'(m;n;p)$. Tính $m^2+n^2+p^2$

A. 26. **B.** 9. **C.** 16. **D.** 37.

Lời giải



Vì tọa độ điểm $A(3;0;0) \Rightarrow \overrightarrow{BA}=3\vec{i}$; tọa độ điểm $D(3;1;0) \Rightarrow \overrightarrow{BD}=3\vec{i}+\vec{j}$

Mặt khác: $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BA}=3\vec{i}+\vec{j}-3\vec{i}=\vec{j}$

Vì tọa độ điểm $B'(0;0;5) \Rightarrow \overrightarrow{BB'}=5\vec{k}$

Ta có $\overrightarrow{BC'}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\vec{j}+5\vec{k} \Rightarrow C'(0;1;5)$. Vậy $m^2+n^2+p^2=26$

Câu 11: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;3;1)$, $\vec{b}=(-1;5;2)$, $\vec{c}=(4;-1;3)$ và $\vec{x}=(-3;22;5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

A. $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}-\vec{c}$ **B.** $\vec{x}=-2\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c}$ **C.** $\vec{x}=2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c}$ **D.** $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$

Lời giải

Đặt: $\vec{x}=m.\vec{a}+n.\vec{b}+p.\vec{c}$, $m,n,p\in\mathbb{R}$.

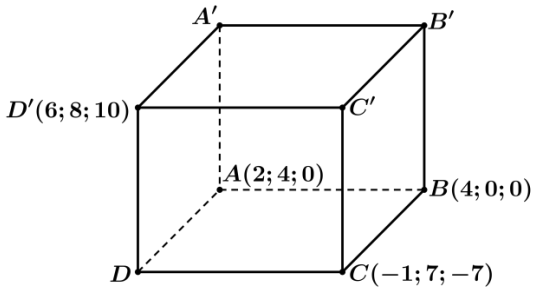
$$\Rightarrow (-3;22;5)=m.(2;3;1)+n.(-1;5;2)+p.(4;-1;3) \Rightarrow \begin{cases} 2m-n+4p=-3 \\ 3m+5n-p=22 \\ m+2n+3p=5 \end{cases} (I).$$

Giải hệ phương trình (I) ta được: $\begin{cases} m=2 \\ n=3 \\ p=-1 \end{cases}$. Vậy $\vec{x}=2\vec{a}+3\vec{b}-\vec{c}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là

A. $B'(8;4;10)$ **B.** $B'(6;12;0)$ **C.** $B'(10;8;6)$ **D.** $B'(13;0;17)$

Lời giải



Giả sử $D(a;b;c)$, $B'(a';b';c')$. Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow O\left(\frac{1}{2};4;\frac{-7}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=8 \\ c=-7 \end{cases}$.

Vậy $\overrightarrow{DD'} = (9;0;17)$, $\overrightarrow{BB'} = (a'-4;b';c')$.

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{BB'} \Rightarrow \begin{cases} a'=13 \\ b'=0 \\ c'=17 \end{cases}$. Vậy $B'(13;0;17)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;0;-2)$, $B(-2;3;4)$, $C(4;-6;1)$.

a) Tọa độ trọng tâm G của tam giác là $(1;-1;1)$.

b) $\overrightarrow{AB} = (3;-3;6)$, $\overrightarrow{AC} = (-3;6;-3)$.

c) Tam giác ABC là tam giác cân.

d) Nếu $ABDC$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là $(7;-9;-5)$.

Lời giải

a) Đúng: $\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = -1 \Rightarrow G(1;-1;1) \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3} = 1 \end{cases}$

b) Sai: Do $\overrightarrow{AB} = (-3;3;6)$, $\overrightarrow{AC} = (3;-6;3)$.

c) Đúng: Do $AB = AC = 3\sqrt{6}$ nên tam giác ABC cân tại A

d) Sai: Gọi $D(x;y;z)$, vì $ABDC$ là hình bình hành nên

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (-3;3;6) = (x-4;y+6;z-1) \Leftrightarrow (x;y;z) = (1;-3;7)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho vecto $\overrightarrow{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ và $\overrightarrow{OB} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$.

a) Tọa độ của vecto $\vec{i}$ là $(0;1;0)$.

b) Tọa độ của vecto $\overrightarrow{OA}$ là $(x;y;z)$.

c) Tọa độ của điểm B là $(x';y';z')$.

d) Nếu $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$ thì $x = x', y = y', z = z'$.

Lời giải

a) Sai: Tọa độ của vecto $\vec{i}$ là $(1;0;0)$.

b) Đúng: Vì $\overrightarrow{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ nên $\overrightarrow{OA} = (x;y;z)$.

c) Đúng: Vì $\overrightarrow{OB} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$ thì $B(x';y';z')$.

d) Đúng: Ta có $\overrightarrow{OA} = (x;y;z), \overrightarrow{OB} = (x';y';z')$ mà $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} \Leftrightarrow x = x', y = y', z = z'$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho $M(8;4;3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

a) Hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox là điểm $(0;4;3)$.

b) Hình chiếu vuông góc của M trên trục Oz là điểm $(0;0;3)$.

c) Hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng Oxz là điểm $(8;0;3)$.

d) $\overrightarrow{OM} = 8\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$.

Lời giải

a) Sai: Hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox là điểm $(8;0;0)$.

b) Đúng: Hình chiếu vuông góc của M trên trục Oz là điểm $(0;0;3)$.

c) Đúng: Hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng Oxz là điểm $(8;0;3)$.

d) Đúng: Vì $\overrightarrow{OM} = (8;4;3)$ nên $\overrightarrow{OM} = 8\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$.

Câu 4: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(-4;3;-1)$ và $N(2;-1;-3)$

a) Tìm tọa độ vecto $\overrightarrow{OM} = (-4;3;-1)$

b) Cho vecto $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ và $\overrightarrow{AM} = \vec{v}$. Tọa độ vủa điểm A là: $A(5;1;2)$

c) Gọi G là trọng tâm của ΔOMN. Tọa độ hình chiếu của G trên Oxy là $\left(0;0;-\frac{4}{3}\right)$

d) I là trung điểm của đoạn MN. Tọa độ của vecto $\vec{w}=3\vec{i}+2\overrightarrow{ON}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OI}$ là $\left(\frac{9}{2};\frac{-5}{2};-7\right)$

Lời giải

a) Đúng: Tọa độ vecto $\overrightarrow{OM}$ tương đương với tọa độ điểm $M(-4;3;-1)$

b) Đúng: Ta có $\vec{v}=\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$ nên $\vec{v}=(1;2;-3)$, giả sử tọa độ của $A(x_A;y_A;z_A)$

Theo giả thiết $\overrightarrow{AM}=\vec{v}\Leftrightarrow\begin{cases}-4-x_A=1\\3-y_A=2\\-1-z_A=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_A=5\\y_A=1\\z_A=2\end{cases}\Leftrightarrow A(5;1;2)$

c) Sai: Ta có $G\left(-\frac{2}{3};\frac{2}{3};-\frac{4}{3}\right)$. Tọa độ hình chiếu của G trên Oxy là $\left(-\frac{2}{3};\frac{2}{3};0\right)$.

d) Đúng: I là trung điểm của MN nên tọa độ I xác định bởi công thức

$$\begin{cases}\frac{x_M+x_N}{2}=x_I\\\frac{y_M+y_N}{2}=y_I\\\frac{z_M+z_N}{2}=z_I\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{-4+2}{2}=x_I\\\frac{3-1}{2}=y_I\\\frac{-1-3}{2}=z_I\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1=x_I\\1=y_I\\-2=z_I\end{cases}\Leftrightarrow I(-1;1;-2)$$

Theo giả thiết $\vec{w}=3\vec{i}+2\overrightarrow{ON}-\frac{1}{2}\overrightarrow{OI}=\left(3.1+2.2-\frac{1}{2}.5,3.0+2.(-1)-\frac{1}{2}.1,3.0+2.(-3)-\frac{1}{2}.2\right)$

$\Rightarrow\vec{w}=\left(\frac{9}{2};-\frac{5}{2};-7\right)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ΔABC biết $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(1;1;3)$. $H(x_0;y_0;z_0)$ là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC. Khi đó $x_0+y_0+z_0$ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{BC}=(1;-1;3)$; $\overrightarrow{BH}(x_0;y_0-2;z_0)$

Vì B,C,H thẳng hàng nên $\overrightarrow{BH}=t\overrightarrow{BC}$, $t\in R$. Ta có $\begin{cases}x_0=t\\y_0-2=-t\\z_0=3t\end{cases}$ $(t\in\square)$.

Khi đó: $H(t;2-t;3t)\in BC\Rightarrow\overrightarrow{AH}=(t-2;2-t;3t)$.

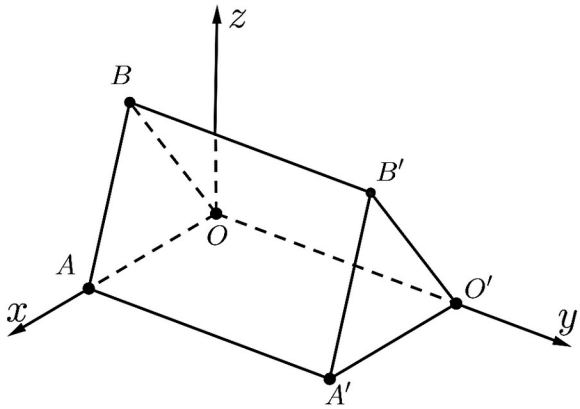
Mặt khác: H là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC nên

$\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow t - 2 - 2 + t + 9t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4}{11}$.

$\Rightarrow H\left(\frac{4}{11};\frac{18}{11};\frac{12}{11}\right) \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = \frac{34}{11} \approx 3,09$.

Câu 2: Những căn lều gỗ trong hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong hình 2. Với hệ trục toạ độ $Oxyz$ thể hiện như hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimét), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240;450;0)$ và $(120;450;300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm và chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tính $a+b+c$ (kàm tròn đến hàng đơn vị).

Hình 1



Hình 2

Lời giải

Vì điểm A' có toạ độ là $(240;450;0)$ nên khoảng cách từ A' đến các trục Ox, Oy lần lượt là 450 cm và 240 cm $\Rightarrow A'A = 450$ cm và $A'O' = 240$ cm.

Từ giả thiết suy ra $\overrightarrow{A'B'} = (-120;0;300)$

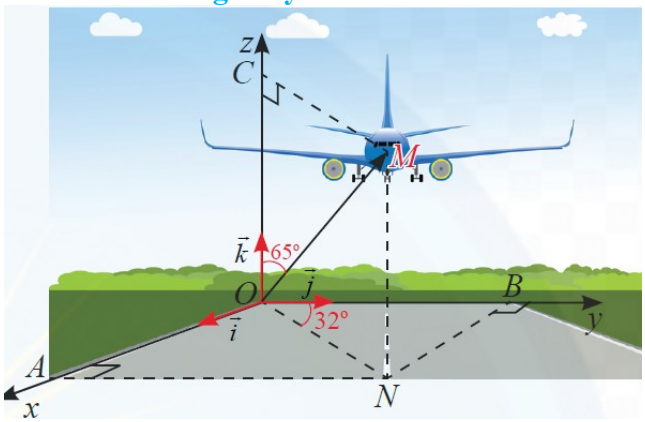
Do đó: $A'B' = \left|\overrightarrow{A'B'}\right| = \sqrt{(-120)^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323(\text{cm})$.

Vì $O'O = A'A = 450$cm và O' nằm trên trục Oy nên toạ độ của điểm O' là $(0;450;0)$.

Do đó: $\overrightarrow{O'B'} = (120;0;300)$ và $O'B' = \left|\overrightarrow{O'B'}\right| = \sqrt{120^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323$ (cm).

Vậy mỗi căn lều gỗ có chiều dài là 450 cm, chiều rộng là 240 cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là 323 cm $\Rightarrow a+b+c = 1013$.

Câu 3: Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên dưới, cho biết $M(a;b;c)$ là vị trí của máy bay, $OM = 14$, $\widehat{NOB} = 32°$, $\widehat{MOC} = 65°$. Tính giá trị của biểu thức $T = a+b+c$?



Lời giải

Tam giác OCM vuông tại C có $OC = OM.\cos 65° = 14.\cos 65° \approx 5,9$

Mặt khác: $CM = OM.\sin 65° = 14.\sin 65° \approx 12,7$ và $ON = CM,\ AN = OB$.

Ta lại có: $\widehat{AON} = 90° - \widehat{BON} = 58°$

Tam giác OAN vuông tại A có $OA = ON.\cos 58° = 12,7.\cos 58° \approx 6,7$

Hơn nữa $AN = ON.\sin 58° = 12,7.\sin 58° \approx 10,8$.

Khi đó: $\overrightarrow{OM} = OA.\vec{i} + OB.\vec{j} + OC.\vec{k} = 6,7\vec{i} + 10,8.\vec{j} + 5,9\vec{k} \Rightarrow M(6,7;10,8;5,9)$.

Vậy $\begin{cases} a = 6,7 \\ b = 10,8 \end{cases} \Rightarrow T = a + b + c = 6,7 + 10,8 + 5,9 = 23,4$.
$c = 5,9$

Câu 4: Trong không gian với một hệ trục toạ độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì toạ độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x;y;z)$. Tính $x + y + z$.

Lời giải

Vị trí của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x;y;z)$.

Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng.

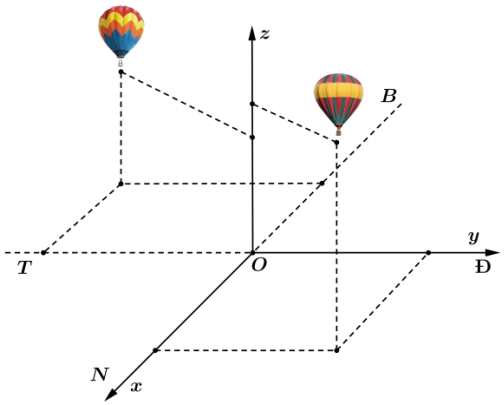
Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên $AB = 2BC$.

Do đó $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \left(\frac{940-800}{2}; \frac{550-500}{2}; \frac{9-7}{2}\right) = (70;25;1)$.

Mặt khác, $\overrightarrow{BC} = (x-940; y-550; z-8)$ nên $\begin{cases} x - 940 = 70 \\ y - 550 = 25 \\ z - 8 = 1 \end{cases}$

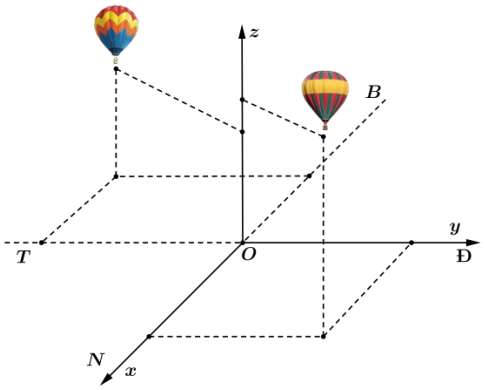
Từ đó $\begin{cases} x = 1010 \\ y = 575 \\ z = 9 \end{cases} \Rightarrow x + y + z = 1594$.

Câu 5: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát $2,5$ km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,8$ km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát $1,5$ km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất $0,6$ km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là a km theo hướng nam và b km theo hướng tây. Tính tổng $2a + 3b$.



Lời giải

Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ), đơn vị đo lấy theo kilômét.



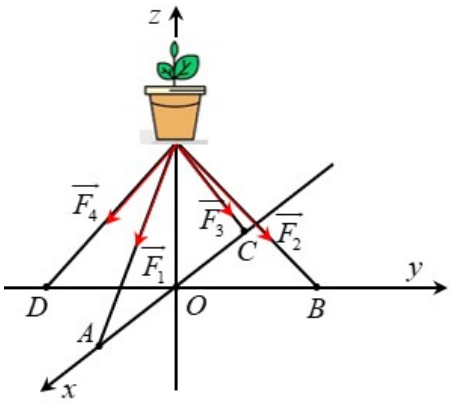
Chiếc khinh khí cầu thứ nhất và thứ hai ở vị trí A, B ta có $A\left(\frac{5}{2};2;\frac{4}{5}\right), B\left(-\frac{3}{2};-3;\frac{3}{5}\right)$.

Gọi C là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oxy), $C\left(\frac{5}{2};2;-\frac{4}{5}\right)$. Khi đó $I = BC \cap (Oxy)$.

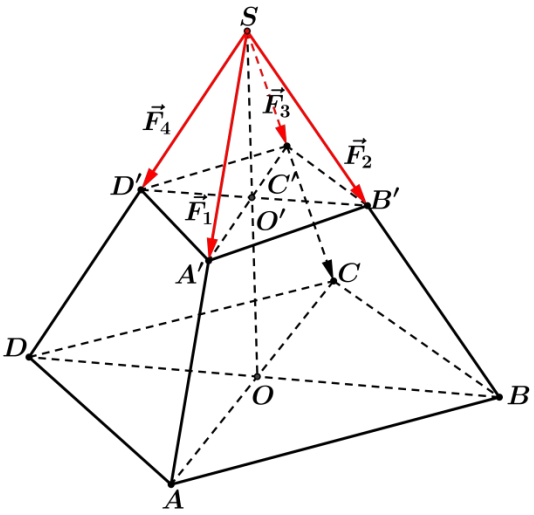
$\overrightarrow{BC} = \left(4;5;-\frac{7}{5}\right)$. $I \in (Oxy) \Rightarrow I(x;y;0) \Rightarrow \overrightarrow{BI} = \left(x+\frac{3}{2};y+3;-\frac{3}{5}\right)$

$\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BI}$ cùng phương nên $\dfrac{x+\dfrac{3}{2}}{4}=\dfrac{y+3}{5}=\dfrac{3}{7} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3}{14} \\ y=-\dfrac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{3}{14} \\ b=\dfrac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow 2a+3b=3$.

Câu 6: Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30;0;0), B(0;20;0), C(-20;0;0), D(0;-20;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn $60N$ và được phân bố thành bốn lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính $\left|\overrightarrow{F_1}+2\overrightarrow{F_2}+3\overrightarrow{F_3}+4\overrightarrow{F_4}\right|$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải



Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình vuông.

Ta có: $\overrightarrow{SA}=(30;0;-30), \overrightarrow{SB}=(0;20;-20), \overrightarrow{SC}=(-20;0;-20), \overrightarrow{SD}=(0;-20;-20)$

$\Rightarrow SA=SB=SC=SD=30\sqrt{2}$. Do đó $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.

Các vecto $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có điểm đầu tại S và điểm cuối lần lượt là A', B', C', D'.

Ta có: $SA'=SB'=SC'=SD'$ nên $S.A'B'C'D'$ cũng là hình chóp tứ giác đều.

Gọi $\vec{F}$ là trọng lực tác dụng lên chậu cây và O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

Ta có: $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = \overrightarrow{SA'} + \overrightarrow{SB'} + \overrightarrow{SC'} + \overrightarrow{SD'} = 4\overrightarrow{SO'}$

Ta có: $\left|\vec{F}\right| = 60 \Rightarrow \left|\overrightarrow{SO'}\right| = SO = 15$.

Do tam giác $SO'A'$ vuông cân nên

$$SA' = SO'\sqrt{2} = 15\sqrt{2} = \frac{1}{2}SA \Rightarrow \vec{F_1} = \overrightarrow{SA'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA} = (15;0;-15)$$

Chứng minh tương tự ta cũng có:

$$\vec{F_2} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SB} = (0;15;-15), \vec{F_3} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SC} = (-15;0;-15), \vec{F_4} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SD} = (0;-15;-15)$$

Suy ra: $\vec{F_1} + 2\vec{F_2} + 3\vec{F_3} + 4\vec{F_4} = (-30;-30;-150) \Rightarrow \left|\vec{F_1} + 2\vec{F_2} + 3\vec{F_3} + 4\vec{F_4}\right| = 90\sqrt{3} \approx 156$.