

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

Câu 1: Cho tam giác ABC có $AB = 7$, $AC = 8$, $BC = \sqrt{57}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\cos A = \frac{1}{2}$

b) $S_{\triangle ABC} = 14\sqrt{3}$

c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $2\sqrt{19}$.

d) Trên tia đối của tia AC lấy điểm D sao cho $AD = \frac{1}{4}AC$. Khi đó: $BD = \sqrt{76}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Áp dụng định lý Cosin ta có: $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{7^2 + 8^2 - 57}{2 \cdot 7 \cdot 8} = \frac{1}{2}$

b) $\cos A = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 60^\circ \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3}$

$$\frac{BC}{\sin A} = 2 \cdot R \Rightarrow R = \frac{\sqrt{57}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{19}$$

c) Cách 1: Áp dụng định lý Sin ta có:

Cách 2: $S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R} \Leftrightarrow R = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4 \cdot S_{\triangle ABC}} = \frac{7 \cdot 8 \cdot \sqrt{57}}{4 \cdot 14\sqrt{3}} = \sqrt{19}$

d) Ta có: $\cos \angle BAD = \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cdot \cos \angle BAD = 7^2 + 2^2 + 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 67 \Leftrightarrow BD = \sqrt{67}$$

Câu 2: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{2}$; ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Khi đó:

a) $\alpha = 60^\circ$.

b) $\sin \alpha < 0$.

c) $\tan^2 \alpha = 3$.

d) Giá trị biểu thức $P = 3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x = \frac{13}{4}$.

Lời giải

a) Đúng.

$$\cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

b) Sai.

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha > 0$$

c) Đúng.

$$\tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = 3$$

Ta có:

d) Đúng.

$$P = 3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x = 3(1 - \cos^2 x) + 4 \cos^2 x = 3 + \cos^2 x = 3 + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$$

Ta có:

Câu 3: Cho tam giác ABC có $\angle BAC = 60^\circ$, $AC = 12$, $AB = 20$. Khi đó:

$$\text{a) } \cos \angle C = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC}$$

$$\text{b) Độ dài cạnh } BC = 4\sqrt{19}$$

$$\text{c) } \angle ACB \approx 83,4^\circ$$

$$\text{d) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác } ABC \text{ là } R = 4\sqrt{57}$$

Lời giải

a) Sai.

$$\text{Vi } \cos \angle C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2BC \cdot AC}$$

b) Đúng.

$$\text{Ta có: } BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle A$$

$$\Leftrightarrow BC^2 = 12^2 + 20^2 - 2 \cdot 12 \cdot 20 \cdot \cos 60^\circ \Leftrightarrow BC^2 = 304 \Leftrightarrow BC = 4\sqrt{19}$$

c) Đúng.

$$\text{Vi } \cos \angle C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2BC \cdot AC} \Leftrightarrow \cos \angle C = \frac{12^2 + (4\sqrt{19})^2 - 20^2}{2 \cdot 4\sqrt{19} \cdot 12} = \frac{\sqrt{19}}{38} \Leftrightarrow \angle ACB \approx 83,4^\circ$$

d) Sai.

$$\frac{BC}{\sin \angle A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \sin \angle A} = \frac{4\sqrt{19}}{2 \sin 60^\circ} = \frac{4\sqrt{57}}{3}$$

Câu 4: Cho tam giác ABC có $AB = 15$, $AC = 20$, $BC = 7$ và AH ($H \in BC$) là đường cao.

a) Diện tích tam giác ABC bằng $84\sqrt{2}$.

- b) $\sin A = \frac{7}{25}$.
- c) $AH = 12$.
- d) Tam giác ABC là tam giác tù.

Lời giải

a) Sai.

Nửa chu vi tam giác ABC bằng $p = \frac{15 + 20 + 7}{2} = 21$.

Diện tích tam giác ABC bằng $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21(21-15)(21-20)(21-7)} = 42$.

b) Đúng.

Ta có diện tích tam giác ABC bằng:

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 20 \cdot \sin A = 42 \Rightarrow \sin A = \frac{7}{25}.$$

c) Đúng.

Ta có diện tích tam giác ABC bằng:

$$S = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot 7 = 42 \Rightarrow AH = 12$$

d) Đúng.

Ta có:

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{15^2 + 20^2 - 7^2}{2 \cdot 15 \cdot 20} = \frac{24}{25}$$

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{15^2 + 7^2 - 20^2}{2 \cdot 15 \cdot 7} = -\frac{3}{5}$$

$$\cos C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2 \cdot AC \cdot BC} = \frac{20^2 + 7^2 - 15^2}{2 \cdot 20 \cdot 7} = \frac{4}{5}$$

Vì $\cos B < 0$ nên $B > 90^\circ$, do đó ABC là tam giác tù.

Câu 5: Cho tam giác ABC , biết $b = 7$, $c = 5$, $\cos A = \frac{3}{5}$. Khi đó:

- a) $\sin A = \frac{4}{5}$.
- b) $S = 14$.
- c) $a = 3\sqrt{2}$.
- d) $r = 4 - \sqrt{2}$.

a) Đúng.

Ta có: $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$

b) Đúng.

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = 14$$

c) Sai.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = 32 \Rightarrow a = 4\sqrt{2}$$

d) Sai.

$$p = \frac{a+b+c}{2} = 6 + 2\sqrt{2}$$

$$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{14}{6 + 2\sqrt{2}} = 3 - \sqrt{2}$$

Câu 6: Cho tam giác ABC có $AB = 2\sqrt{3}$, $AC = 3$ và $\cos A = \frac{-\sqrt{3}}{9}$.

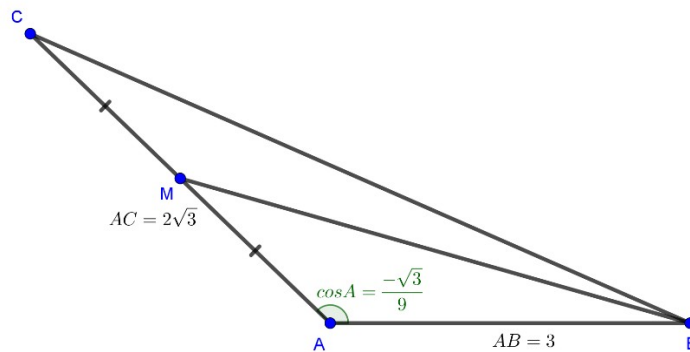
a) Độ dài cạnh BC là 5 .

b) Số đo góc nhỏ nhất trong tam giác ABC là góc $\widehat{B}$.

c) Gọi M là trung điểm của cạnh AC . Độ dài cạnh BM là $\sqrt{13}$.

d) Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là $0,91$.

Lời giải



a) Đúng:

Theo định lí côsin trong tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 3^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{-\sqrt{3}}{9} = 25 \Rightarrow BC = 5$$

b) Sai:

$$\cos A = \frac{-\sqrt{3}}{9} \text{ nên góc } \hat{A} \text{ là góc lớn nhất.}$$

Ta có

Mà $AB < AC \Rightarrow \hat{C} < \hat{B}$. Vậy góc $\hat{C}$ là góc nhỏ nhất trong tam giác ABC .

c) Sai:

Theo định lí côsin trong tam giác AMB ta có

$$BM^2 = AB^2 + AM^2 - 2AB \cdot AM \cdot \cos A = 3^2 + (\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{-\sqrt{3}}{9} = 14 \Rightarrow BM = \sqrt{14}$$

d) Sai:

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{-\sqrt{3}}{9}\right)^2} = \frac{\sqrt{78}}{9}$$

Ta có

$$\text{Diện tích của tam giác } ABC \text{ là } S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{78}}{9} = \sqrt{26}$$

$$S = \frac{r(a+b+c)}{2} \Rightarrow r = \frac{2 \cdot S}{a+b+c} = \frac{2 \cdot \sqrt{26}}{5+3+2\sqrt{3}} \approx 0,89$$

Mà

Câu 7: Cho tam giác ABC , biết $AC = 5$, $\hat{A} = 75^\circ$, $\hat{C} = 60^\circ$.

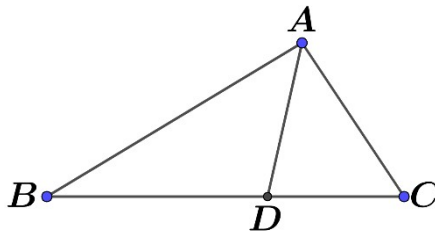
a) Góc $\hat{B} = 45^\circ$.

$$\text{b) } \frac{AB}{\sin B} = \frac{AC}{\sin C}$$

c) Diện tích tam giác ABC là $14,7$.

d) Độ dài phân giác trong góc $\hat{A}$ của tam giác ABC là $4,37$.

Lời giải



a) Đúng.

$$\hat{B} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{C} = 180^\circ - 75^\circ - 60^\circ = 45^\circ$$

b) Sai.

Hệ thức đúng là: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A}$.

c) Sai.

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \frac{AB}{\sin 60^\circ} = \frac{5}{\sin 45^\circ} = \frac{BC}{\sin 75^\circ} \Rightarrow \begin{cases} AB = \frac{5 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{5\sqrt{6}}{2} \\ CB = \frac{5 \cdot \sin 75^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{5 + 5\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \frac{5\sqrt{6}}{2} \cdot 5 \cdot \sin 75^\circ \approx 14,8$$

d) Đúng.

Cách 1: $S_{ACD} + S_{ADB} = S_{ACB} \Rightarrow \frac{1}{2} AD \cdot AC \cdot \sin \angle CAD + \frac{1}{2} AD \cdot AB \cdot \sin \angle BAD = \frac{1}{2} \frac{5\sqrt{6}}{2} \cdot 5 \cdot \sin 75^\circ$

$$\Rightarrow AD \left(\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \sin 37,5^\circ + \frac{1}{2} \cdot \frac{5\sqrt{6}}{2} \cdot \sin 37,5^\circ \right) = \frac{1}{2} \frac{5\sqrt{6}}{2} \cdot 5 \cdot \sin 75^\circ$$

$$\Rightarrow AD \approx 4,37$$

Cách 2: $\angle ADC = 180^\circ - 37,5^\circ - 60^\circ = 82,5^\circ$

$$\frac{AC}{\sin \angle ADC} = \frac{AD}{\sin C} \Rightarrow \frac{5}{\sin 82,5^\circ} = \frac{AD}{\sin 60^\circ} \Rightarrow AD \approx 4,37$$

Câu 8: Cho tam giác ABC , biết $AB = 4$, $BC = 5$, $\angle B = 120^\circ$.

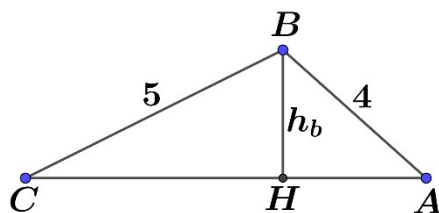
a) $\angle A > \angle C$.

b) $AC = \sqrt{61}$.

c) Độ dài đường cao ABC hạ từ đỉnh B là $2,23$.

d) Bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác ABC là $1,03$.

Lời giải



a) Đúng.

$$BC > AB \Rightarrow \angle A > \angle C$$

b) Đúng.

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B} = \sqrt{4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{61}$$

c) Sai.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot BA \cdot \sin B = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \sin 120^\circ = 5\sqrt{3}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} h_b \cdot AC \Rightarrow h_b = \frac{2S_{\Delta ABC}}{AC} = \frac{2 \cdot 5\sqrt{3}}{\sqrt{61}} \approx 2,22$$

d) Đúng.

$$\text{Nửa chu vi } p = \frac{AB + BC + AC}{2} = \frac{9 + \sqrt{61}}{2}$$

$$\text{Bán kính đường tròn nội tiếp: } r = \frac{S_{ABC}}{p} = 5\sqrt{3} : \frac{9 + \sqrt{61}}{2} \approx 1,03$$

Câu 9: Cho tam giác ABC có $a = 7, b = 9, c = 12$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $p = 14$.

b) $S = 14\sqrt{5}$.

c) Tam giác ABC là tam giác nhọn.

d) $\frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{2}{h_a}$.

Lời giải

a) Đúng.

$$\text{Ta có: } p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{7 + 9 + 12}{2} = 14$$

b) Đúng.

Theo công thức Hê-rông, ta có:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{14(14-7)(14-9)(14-12)} = 14\sqrt{5}$$

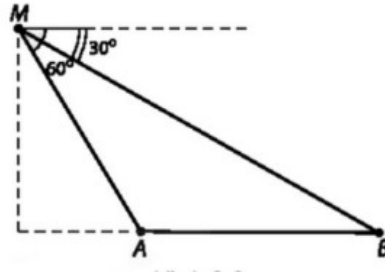
c) Sai.

$$\text{Ta có: } \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = -\frac{1}{9} \text{ . Suy ra góc } \hat{C} > 90^\circ \text{ . Do đó tam giác } ABC \text{ là tam giác tù.}$$

d) Sai.

$$\text{Ta thấy } b + c = 3a \Rightarrow \frac{2S}{h_b} + \frac{2S}{h_c} = 3 \cdot \frac{2S}{h_a} \Rightarrow \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{3}{h_a}$$

Câu 10: Một người đứng trên đài quan sát đặt ở cuối một đường đua thẳng. Ở độ cao $6m$ so với mặt đường đua, tại một thời điểm người đó nhìn thấy hai vận động viên A và B dưới các góc tương ứng là 60° và 30° , so với phương nằm ngang như hình vẽ.



a) Độ dài $AB^2 = BM^2 + AM^2 - 2BM \cdot AM \cdot \cos 30^\circ$.

b) Diện tích tam giác ABM được tính theo công thức $S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot AB \cdot \sin 60^\circ$.

c) Độ dài cạnh AM là $\frac{25\sqrt{3}}{2}(m)$.

d) Khoảng cách giữa hai vận động viên A và B tại thời điểm đó là $6m$.

Lời giải

a) Đúng.

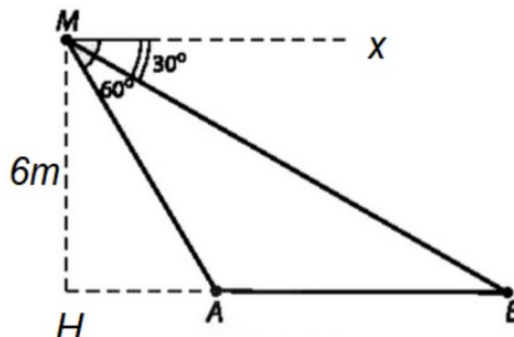
Theo định lý Cosin cho tam giác ABM thì $AB^2 = BM^2 + AM^2 - 2BM \cdot AM \cdot \cos 60^\circ$.

b) Sai.

Ta có: $S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot MB \cdot \sin 60^\circ$.

c) Sai.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên đường đua.



Ta có $\angle ABM = \angle BMX = 30^\circ$

$\angle AMB = \angle AMX - \angle BMX = 30^\circ$

$\Rightarrow \angle MAH = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

Xét tam giác vuông AMH ta có $AM = \frac{MH}{\sin 60^\circ} = 4\sqrt{3}(m)$.

d) Sai.

Xét tam giác vuông BMH ta có $BM = \frac{MH}{\sin 30^\circ} = 12(m)$.

Áp dụng định lý Cosin cho tam giác ABM có:

$$AB^2 = BM^2 + AM^2 - 2BM \cdot AM \cdot \cos 30^\circ$$

$$= (4\sqrt{3})^2 + 12^2 - 2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 48$$

$$\Rightarrow AB = 4\sqrt{3} \approx 7(m)$$

Câu 11: Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} = 135^\circ, \hat{C} = 15^\circ$ và $b = 12\text{ cm}$. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\hat{B} = 30^\circ$.
- b) $a = 12\sqrt{2}\text{ cm}$.
- c) $c \approx 8,21\text{ cm}$.
- d) $R = 15\text{ cm}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Ta có: $\hat{B} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{C}) = 180^\circ - (135^\circ + 15^\circ) = 30^\circ$.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \frac{a}{\sin 135^\circ} = \frac{12}{\sin 30^\circ} = \frac{c}{\sin 15^\circ} = 2R$$

$$a = \frac{12 \cdot \sin 135^\circ}{\sin 30^\circ} = 12\sqrt{2}\text{ cm}; \quad c = \frac{12 \cdot \sin 15^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 6,21\text{ cm}; \quad R = \frac{12}{2\sin 30^\circ} = 12\text{ cm}.$$

Câu 12: Cho tam giác ABC có $b = 7\text{ cm}, c = 5\text{ cm}, \hat{A} = 120^\circ$. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.
- b) $a = \sqrt{127}\text{ cm}$.
- c) $\cos C \approx 0,91$.
- d) $R \approx 6,03\text{ cm}$.

Lời giải

a)	b) Sai	c)	d) Đúng
Đúng		Đúng	

Áp dụng định lý cosin trong tam giác, ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow a^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ = 109.$$

Do đó, $a = \sqrt{109} \text{ cm}$.

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{109 + 7^2 - 5^2}{2\sqrt{109} \cdot 7} \approx 0,91$$

Áp dụng định lí sin trong tam giác, ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \quad \text{nên} \quad R = \frac{a}{2 \cdot \sin A} = \frac{\sqrt{109}}{2 \cdot \sin 120^\circ} \approx 6,03 \text{ cm}$$

Câu 13: Cho tam giác ABC có $AB = 5$; $AC = 8$; $BC = 7$. Khi đó

a) Tam giác ABC là tam giác vuông.

b) Diện tích tam giác ABC bằng $10\sqrt{3}$.

c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $\frac{7\sqrt{3}}{3}$.

d) Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng 3 .

Lời giải

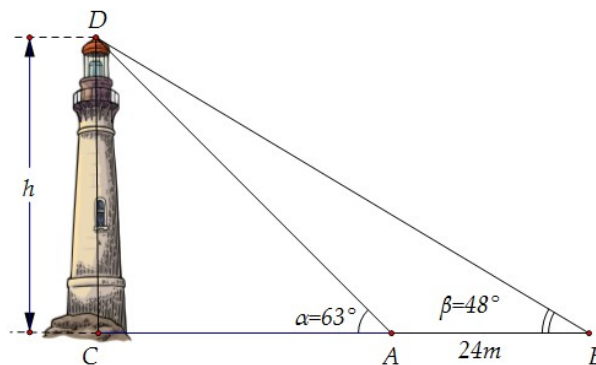
a) Sai. Ta có cạnh AC dài nhất và $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$.

b) Đúng. Ta có $p = \frac{AB + AC + BC}{2} = 10$ và $S = \sqrt{p(p - AB)(p - AC)(p - BC)} = 10\sqrt{3}$.

c) Đúng. Ta có $R = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4S} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$.

d) Sai. Ta có $r = \frac{S}{p} = \sqrt{3}$.

Câu 14: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A ; B trên mặt đất sao cho ba điểm A ; B ; C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24 \text{ m}$; $\angle CAD = 63^\circ$; $\angle CBD = 48^\circ$. Các kết quả làm tròn đến hàng phần chục.



a) $\angle ADB = 13^\circ$.

b) $\angle CDA = 27^\circ$.

c) $AD = 68,9\text{ m}$.

d) $h = 61,4\text{ m}$.

Lời giải

a) Sai. Ta có $\angle ADB = \angle DAC - \angle DBA = 63^\circ - 48^\circ = 15^\circ$.

b) Đúng. Ta có $\angle CDA = 90^\circ - \angle ADB - \angle ABD = 90^\circ - 15^\circ - 48^\circ = 27^\circ$.

c) Đúng. Áp dụng định lý sin trong tam giác ADB , ta được $\frac{AD}{\sin B} = \frac{AB}{\sin D}$. Từ đó suy ra

$$AD = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin D} = 68,9\text{ m}$$

d) Đúng. Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle ADC$ vuông tại C , ta được $h = AD \cdot \sin A = 61,4\text{ m}$.

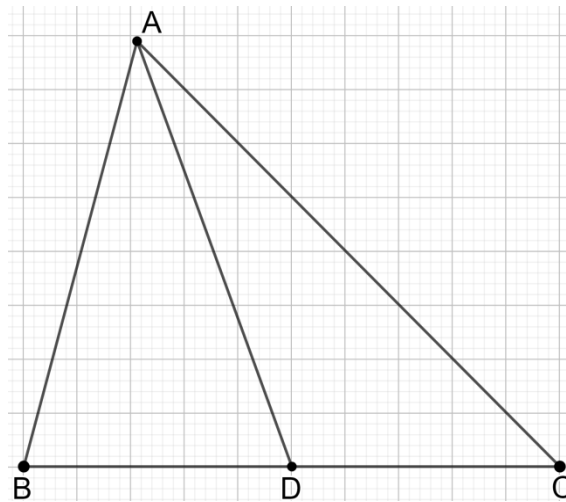
Câu 15: Cho tam giác ABC có $BC = 10$, $\angle B = 75^\circ$, $\angle C = 45^\circ$. Gọi D là trung điểm của BC .

a) $\angle A = 60^\circ$.

b) $AB = \frac{10 \cdot \sqrt{6}}{3}$.

c) $AD = \frac{5 \cdot \sqrt{15 + 6 \cdot \sqrt{3}}}{3}$.

d) $r_{ABD} \approx 1,85$.



Lời giải

a) Đ

Ta có $\angle A = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ$.

b) Đ

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = \frac{BC}{\sin 60^\circ} \Rightarrow AB = \frac{10 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10 \cdot \sqrt{6}}{3}$$

Theo định lý sine trong $\triangle ABC$, ta có

c) Đ

Theo định lý cosine trong $\triangle ABD$, ta có

$$AD^2 = \left(\frac{10 \cdot \sqrt{6}}{3} \right)^2 + 5^2 - 2 \cdot \frac{10 \cdot \sqrt{6}}{3} \cdot 5 \cdot \cos 75^\circ$$

$$= \frac{125 + 50 \cdot \sqrt{3}}{9} \quad \text{nên} \quad AD = \frac{5 \cdot \sqrt{15 + 6 \cdot \sqrt{3}}}{3}$$

d) s

Ta có

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{10 \cdot \sqrt{6}}{3} \cdot 5 \cdot \sin 75^\circ = \frac{25 \cdot \sqrt{6}}{3} \cdot \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} = \frac{25(3 + \sqrt{3})}{6}$$

$$P_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{10 \cdot \sqrt{6}}{3} + \frac{5 \cdot \sqrt{15 + 6 \cdot \sqrt{3}}}{3} + 5 \right) = \frac{10 \cdot \sqrt{6} + 5 \cdot \sqrt{15 + 6 \cdot \sqrt{3}} + 15}{6}$$

Hơn nữa,

$$r_{ABD} = \frac{S_{ABD}}{P_{ABD}} = \frac{25(3 + \sqrt{3})}{6} \cdot \frac{6}{10 \cdot \sqrt{6} + 5 \cdot \sqrt{15 + 6 \cdot \sqrt{3}} + 15} \approx 1,83$$

Từ đó, ta được

Câu 16: Cho tam giác ABC có $AB = 5, AC = 8, BC = 7$. Khi đó, các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tam giác ABC là tam giác tù.

b) Diện tích tam giác bằng $10\sqrt{3}$.

c) Độ dài đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A bằng $\sqrt{129}$.

d) Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng $\frac{7\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

a) Sai: Vì cạnh AC lớn nhất nên góc B lớn nhất, ta có $\cos B = \frac{BA^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot BA \cdot BC} = \frac{1}{7} \Rightarrow \hat{B} \approx 82^\circ$.
tam giác ABC nhọn.

b) Đúng. Vì $p = \frac{5+8+7}{2} = 10$

Diện tích tam giác $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 10\sqrt{3}$.

c) SAI: Đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A là $m_a = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2} = \frac{8^2 + 5^2 - 7^2}{2} = \frac{129}{2} \Rightarrow m_a = \frac{\sqrt{129}}{2}$.

$$r = \frac{S}{p} = \frac{10\sqrt{3}}{10} = \sqrt{3}.$$

d) SAI Vì Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng

Câu 17: Cho tam giác ABC có $AB = 14 \text{ cm}$; $AC = 18 \text{ cm}$; $\angle A = 62^\circ$. Xét tính đúng sai các khẳng định sau

a) Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \angle A$

b) Cạnh $BC \approx 16,8 \text{ cm}$

c) Góc $\angle B \approx 70^\circ 51'$

d) Cho điểm M nằm trong tam giác ABC biết $MA = MB = 10 \text{ cm}$. Khi đó cạnh $MC = 8,9 \text{ cm}$

Lời giải

a) S

Áp dụng định lí cosin ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \angle A$.

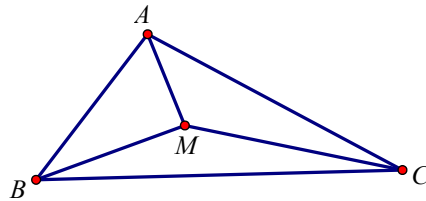
b) Đ

Ta có $BC = \sqrt{14^2 + 18^2 - 2 \cdot 14 \cdot 18 \cdot \cos 62^\circ} = 16,8 \text{ cm}$.

c) Đ

Ta có $\cos \angle B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{14^2 + 16,8^2 - 18^2}{2 \cdot 14 \cdot 16,8} = \frac{241}{735} \Rightarrow \angle B = 70^\circ 51'$

d) Đ



Ta có $\cos \angle BAM = \frac{AB^2 + AM^2 - MB^2}{2 \cdot AB \cdot AM} = \frac{14^2 + 10^2 - 10^2}{2 \cdot 14 \cdot 10} = \frac{7}{10} \Rightarrow \angle BAM = 45^\circ 34'$

Khi đó $\angle CAM = 62^\circ - 45^\circ 34' = 16^\circ 26'$

Ta được

$$MC = \sqrt{AM^2 + AC^2 - 2 \cdot AM \cdot AC \cdot \cos \angle CAM} = \sqrt{10^2 + 18^2 - 2 \cdot 10 \cdot 18 \cos 16^\circ 26'} = 8,9 \text{ cm}$$

Câu 18: Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $c = 3 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $\hat{C} = 30^\circ$. Khi đó:

a) $\angle B = 60^\circ$

b) $a = 5 \text{ (cm)}$

c) $R = 3,5 \text{ (cm)}$

d) $r \approx 1,2 \text{ (cm)}$

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

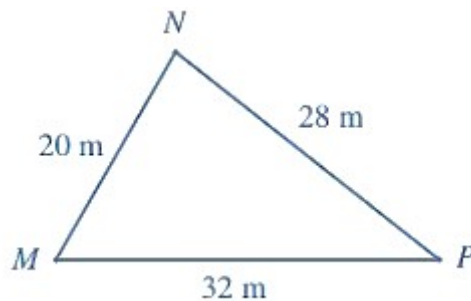
a) $\hat{B} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{C} = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

b) Ta có: $a^2 = 3^2 + 4^2 = 25$. Do đó $a = 5(cm)$.

c) Ta có $R = \frac{AC}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$.

d) Ta có: $S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{6}{6} = 1$.

Câu 19: Gia đình bạn An cần mua gạch lát sân chơi hình tam giác có chiều dài các cạnh là $20m, 28m, 32m$. Giá thành gạch là 150000 đồng/ m^2 .



a) Chu vi của sân chơi là $40m$.

b) Diện tích sân chơi hình tam giác là $160 m^2$.

c) Số tiền gia đình bạn An cần chi để mua gạch là $41.569.000$.

d) Gia đình bạn An dự định kéo đường dây điện thành một hình tròn ngoại tiếp sân chơi hình tam giác. Độ dài đường dây điện ít nhất nhà An cần dùng là $102m$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Nửa chu vi tam giác là: $p = \frac{20 + 28 + 32}{2} = 40(m)$. Chu vi sân chơi là $80m$.

b) Diện tích tam giác là: $S = \sqrt{40(40 - 20)(40 - 28)(40 - 32)} = 160\sqrt{3}(m^2)$.

c) Vậy số tiền gia đình bạn An cần chi để mua gạch là: $160\sqrt{3} \times 150.000 \approx 41.569.000$.

d) $R = \frac{abc}{4S} = \frac{20.28.32}{4.160\sqrt{3}} = \frac{28\sqrt{3}}{3}$.

Độ dài đường dây điện ít nhất nhà An cần dùng là $2\pi R = 2.3,14. \frac{28\sqrt{3}}{3} \approx 102$.

Câu 20: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3} (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$. Khi đó:

- a) $\cos \alpha < 0$
- b) $\cos^2 \alpha = \frac{5}{9}$
- c) $\cos(180^\circ - \alpha) = -\frac{1}{3}$
- d) $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{1 + 2\sqrt{2}}{2 + 2\sqrt{2}}$

Lời giải .

ĐÁP SỐ: S-S-S-Đ

a) Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\cos \alpha > 0$.

b) Vì $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$.

c) Vì $\cos \alpha > 0$ nên $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Mà α và $180^\circ - \alpha$ là hai góc bù nhau nên $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

d) $A = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{2 \sin \alpha + \cos \alpha} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3}}{2 \cdot \frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{1 + 2\sqrt{2}}{2 + 2\sqrt{2}}$.

Câu 21: Cho tam giác ABC có $BC = a, AC = b = 7 \text{ cm}, AB = c = 5 \text{ cm}, \hat{A} = 120^\circ$. Khi đó:

- a) $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$
- b) $a = \sqrt{127} \text{ cm}$
- b) $\cos B \approx 0,21$
- d) $R \approx 3,06 \text{ cm}$

Lời giải .

ĐÁP SỐ: Đ-S-S-S

a) Đúng

b) Áp dụng định lí cosin trong tam giác, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$\Rightarrow BC^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ = 109.$$

Do đó, $BC = a = \sqrt{109} \text{ cm}$.

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{109 + 5^2 - 7^2}{2\sqrt{109} \cdot 5} \approx 0,81$$

c) Ta có

d) Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC , ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \quad \text{nên} \quad R = \frac{a}{2 \cdot \sin A} = \frac{\sqrt{109}}{2 \cdot \sin 120^\circ} \approx 6,03(\text{ cm})$$

Câu 22: Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ và $b = 8$, $c = 5$, $\angle A = 60^\circ$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) . Độ dài cạnh a bằng 7 .

b) . Diện tích của tam giác ABC bằng 10 .

c) . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $\frac{7\sqrt{3}}{3}$.

d) . Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

ĐÁP SỐ: Đ-S-Đ-S

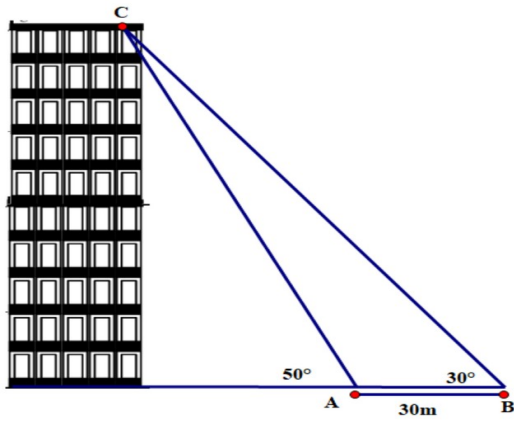
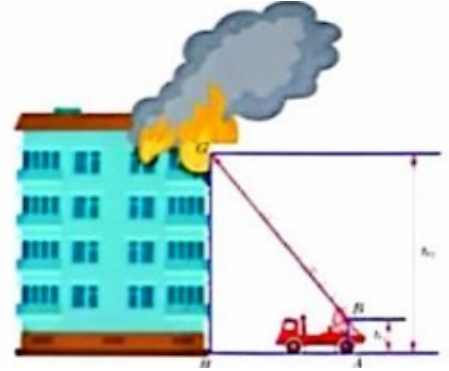
a) **Đúng:** Ta có $a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A} = \sqrt{8^2 + 5^2 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ} = 7$.

b) **Sai:** Diện tích của tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ = 10\sqrt{3}$.

c) **Đúng:** Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 5}{4 \cdot 10\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$.

d) **Sai:** Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là $r = \frac{2S}{a+b+c} = \frac{2 \cdot 10\sqrt{3}}{7+8+5} = \sqrt{3}$.

Câu 23: Hai người dân đứng cách nhau $30m$ cùng nhìn lên đỉnh của một tòa nhà theo góc nhìn lần lượt là 30° và 50° .

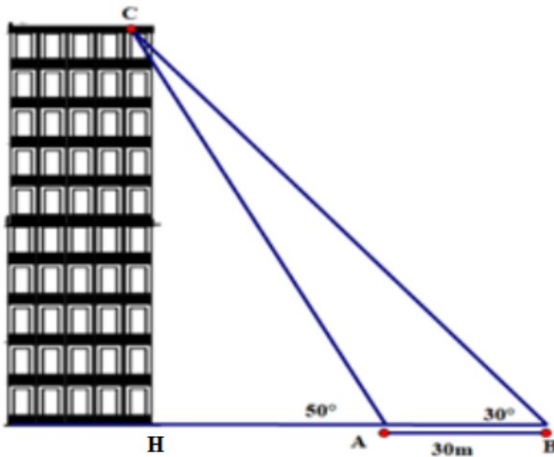
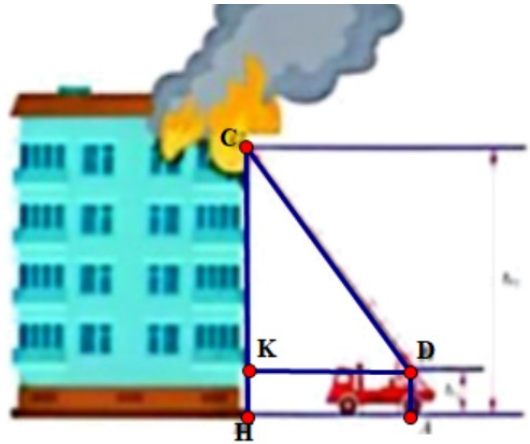


Các mệnh đề sau đúng hay sai? .

- a) Góc nhìn từ đỉnh tòa nhà về hai phía A và B nơi hai người dân đang đứng là góc $\widehat{ACB}$ có số đo 30° .
- b) . Khoảng cách từ vị trí người A tới nóc của tòa nhà là $43,9m$.
- c) . Chiều cao của tòa nhà là khoảng $30m$.
- d) . Vì gặp sự cố nên tầng trên cùng của tòa nhà đang bị cháy. Để cứu hộ đám cháy, một xe cứu hỏa đã tiếp cận dưới chân tòa nhà và chân thang đứng cách mặt đất $1,8m$, chiều dài tối đa của thang xếp là $40m$. Để tiếp cận được đám cháy thì xe cứu hỏa phải đứng cách chân tòa một khoảng xa nhất là $21,7m$.

Lời giải

ĐÁP SỐ: S-D-S-S



a) **Sai:** Xét tam giác $\triangle ABC$ có $\widehat{BAC} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$, $\widehat{ABC} = 30^\circ$
nên $\widehat{ACB} = 180^\circ - 130^\circ - 30^\circ = 20^\circ$.

b) **Đúng:** Khi đó: áp dụng định lý Sin cho tam giác $\triangle ABC$ ta được:

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{30}{\sin 20^\circ} = \frac{AC}{\sin 30^\circ} \Rightarrow AC = \frac{30 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 20^\circ} \approx 43,9m$$

c) **Sai:** Xét tam giác vuông $\triangle CHA$ vuông tại H nên $CH = AC \sin 50^\circ \approx 33,6m$.

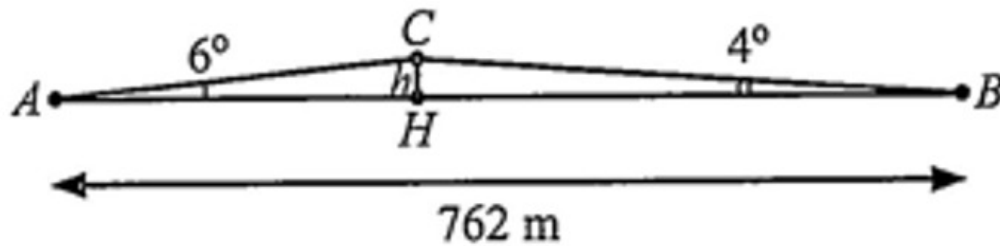
d) **Sai:** Gọi K là hình chiếu của D trên CH

Chân thang cách mặt đất $1,8m$ ta có: $CK = CH - HK = 33,6 - 1,8 = 31,8m$.

Khi đó, khoảng cách tới chân tòa nhà xa nhất có thể là:

$$KD = \sqrt{CD^2 - CK^2} = \sqrt{40^2 - 31,8^2} \approx 24,3m$$

Câu 24: Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà đến trường phải leo lên và xuống một con dốc. Cho biết đoạn thẳng AB dài $762m$, $\hat{A} = 6^\circ$, $\hat{B} = 4^\circ$. Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là $4km/h$ và tốc độ trung bình khi xuống dốc là $19km/h$.



a) $\angle ACB = 170^\circ$.

b) $AC \approx 300(m)$.

c) Chiều cao h của con dốc là khoảng $32m$.

d) Bạn An đến trường lúc khoảng 6 giờ 20 phút.

Lời giải

a) Đ

Xét tam giác ABC ta có: $\angle ACB = 180^\circ - 6^\circ - 4^\circ = 170^\circ$

b) s

Áp dụng định lý sin ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{AB \sin B}{\sin C} = \frac{762 \sin 4^\circ}{\sin 170^\circ} \approx 306(m)$

c) Đ

Xét tam giác vuông AHC ta có $h = CH = AC \sin A \approx 306 \sin 6^\circ \approx 32(m)$.

Vậy chiều cao con dốc là khoảng $32m$.

d) s

Áp dụng định lý sin ta có: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{762 \sin 6^\circ}{\sin 170^\circ} \approx 459(m)$

Ta có: $AC \approx 306m = 0,306km$; $CB \approx 459m = 0,459km$

Như vậy, thời gian bạn An đi từ nhà đến trường là:

$$t = \frac{AC}{4} + \frac{CB}{19} \approx \frac{0,306}{4} + \frac{0,459}{19} \approx 0,1 \text{ (giờ)} = 6 \text{ (phút)}.$$

Vậy bạn An đến trường lúc khoảng 6 giờ 6 phút.

Câu 25: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 7\text{ cm}$, $AC = 9\text{ cm}$, $BC = 12\text{ cm}$. Các khẳng định sau đúng hay sai.

a) $\cos A = \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2BC.AC}$.

b) Số đo góc $\widehat{BAC} \approx 96^\circ$.

c) Lấy điểm M trên cạnh AC sao cho $MC = 2MA$. Khi đó $MB = \frac{\sqrt{141}}{3}\text{ cm}$.

d) $S_{\triangle ABC} = 14\sqrt{5}\text{ (cm}^2\text{)}$.

Lời giải

a) S

Theo định lí cos ta có: $\cos A = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2AB.AC}$

b) Đ

$$\cos A = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2AB.AC} = \frac{7^2 + 9^2 - 12^2}{2.7.9} = -\frac{1}{9} \Rightarrow \widehat{BAC} \approx 96^\circ$$

c) S

Ta có: $MA = \frac{1}{3}AC = 3\text{ cm}$.

$$BM^2 = AB^2 + AM^2 - 2AB.AM.\cos A = 7^2 + 3^2 - 2.7.3.\left(-\frac{1}{9}\right) = \frac{188}{3}\text{ cm} \Rightarrow BM = \frac{2\sqrt{141}}{3}\text{ cm}$$

d) Đ

$$\cos \widehat{BAC} = -\frac{1}{9} \Rightarrow \sin \widehat{BAC} = \sqrt{1 - \cos^2 \widehat{BAC}} = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2}.7.9.\frac{4\sqrt{5}}{9} = 14\sqrt{5}\text{ (cm}^2\text{)}$$

Câu 26: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1$

b) $1 + 2\cos \alpha \sin \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2$

c) $1 - 2\cos \alpha \sin \alpha = (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$

d) $1 - 2\cos^2 \alpha.\sin^2 \alpha = \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) $(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1$

b) $1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2$

c) $1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$

d) Ta có: $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1$

Do đó: $1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$

Câu 27: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \forall x$

b) $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x, \forall x \neq 90^\circ$

c) $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 4, \forall x$

d) $\sin^6 x - \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x, \forall x$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng

b) $\tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x = \sin^2 x \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) = \sin^2 x \cdot \tan^2 x$

c) $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = \cos^2 x + 2 \cos x \cdot \sin x + \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \cos x \cdot \sin x + \sin^2 x$
 $= 2(\cos^2 x + \sin^2 x) = 2 \neq 4$

d) Ta có: $1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$
 $= \sin^6 x + \cos^6 x + 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) - 3 \sin^2 x \cos^2 x$
 $= \sin^6 x + \cos^6 x$

Vậy đáp án **D** sai.

Câu 28: Cho góc x thỏa mãn $0 < x < 180^\circ$. Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

a) $\sin(90^\circ - x) = \sin x$

b) Rút gọn biểu thức $A = \sin(90^\circ - x) + \cos(180^\circ - x)$ ta được $A = 2 \cos x$.

c) Rút gọn biểu thức $B = \tan(90^\circ - x) \cdot \tan x - \sin(180^\circ - x) + \sin x$ ta được $B = 1$.

d) Rút gọn biểu thức $C = \frac{\sin x}{1 + \cos x} + \cot x$ ta được $C = \frac{1}{\cos x}$.

Lời giải

a)SAI.

Ta có $\sin(90^\circ - x) = \cos x$ theo công thức hai góc phụ nhau.

b)SAI.

Ta có: $A = \sin(90^\circ - x) + \cos(180^\circ - x) = \cos x - \cos x = 0$.

Do đó $A = 0$. Vậy khẳng định sai.

c)ĐÚNG.

Ta có: $B = \tan(90^\circ - x) \cdot \tan x - \sin(180^\circ - x) + \sin x = \cot x \cdot \tan x - \sin x + \sin x = 1$

Vậy khẳng định đúng.

d)SAI.

Ta có:

$$C = \frac{\sin x}{1 + \cos x} + \cot x = \frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{\sin^2 x + (1 + \cos x) \cos x}{(1 + \cos x) \sin x}$$

$$= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x + \cos x}{(1 + \cos x) \sin x} = \frac{1 + \cos x}{(1 + \cos x) \sin x} = \frac{1}{\sin x}$$

Do đó $C = \frac{1}{\sin x}$. Vậy khẳng định sai.

Câu 29: Cho biểu thức $A = \cos 60^\circ - 5 \cot 150^\circ + 2 \sin 30^\circ \cdot \tan 120^\circ$.

a) $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

b) $\cot 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

c) $\sin 30^\circ \cdot \tan 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

d) $A = \frac{1 + 8\sqrt{3}}{2}$.

a) Đúng.

Ta có: $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

b) Sai.

Ta có: $\cot 150^\circ = -\sqrt{3}$.

c) Sai.

Ta có: $\sin 30^\circ \cdot \tan 120^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

d) Đúng.

Ta có: $A = \frac{1}{2} - 5 \cdot (-\sqrt{3}) + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-\sqrt{3}) = \frac{1+8\sqrt{3}}{2}$.

Câu 30: Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha = \frac{3}{5}$. Khi đó:

a) $\sin^2 \alpha = \frac{9}{25}$

b) $\cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$

c) $2 \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = \frac{56}{25}$

d) $\frac{\cot \alpha + \tan \alpha}{\cot \alpha - \tan \alpha} = \frac{25}{7}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Vì $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ nên $\sin^2 \alpha = \frac{9}{25}$. Chọn **Đúng**.

b) $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{16}{25}$. Chọn **Đúng**.

c) $2 \sin^2 \alpha + 3 \cos^2 \alpha = 2 \cdot \frac{9}{25} + 3 \cdot \frac{16}{25} = \frac{66}{25}$. Chọn **Sai**.

d) Ta có:

$$H = \frac{\cot \alpha + \tan \alpha}{\cot \alpha - \tan \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}}{\frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}} = \frac{1}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{1}{\frac{16}{25} - \frac{9}{25}} = \frac{25}{7}$$

. Chọn **Đúng**.

Câu 31: Cho $\cot x = -2$, $0 \leq x \leq 180^\circ$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $\tan x = 2$.

b) $\cos x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

c) Giá trị của biểu thức $P = \frac{2\sin x + 3\cos x}{3\sin x + \cos x}$ bằng -4 .

d) Giá trị của biểu thức $Q = \frac{\sin x + 2\cos x - 1 - 2\sin x \cos x}{3\sin x \cos x + 1 - \sin x - 3\cos x}$ bằng $-\frac{19 + 2\sqrt{5}}{31}$.

Lời giải

a) Ta có $\tan x \cdot \cot x = 1$ nên $\tan x = \frac{-1}{2}$, chọn đáp án **SAI**.

b) Ta có $\tan x = \frac{-1}{2}$ và $\tan^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$ với $\cos x < 0$ nên $\cos x = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$. Chọn đáp án **SAI**.

$$P = \frac{2\sin x + 3\cos x}{3\sin x + \cos x} = \frac{\frac{2\sin x + 3\cos x}{\sin x}}{\frac{3\sin x + \cos x}{\sin x}} = \frac{2 + 3\cot x}{3 + \cot x} = \frac{2 + 3(-2)}{3 + (-2)} = -4$$

c) Ta có , chọn đáp án **ĐÚNG**.

d) Ta có

$$Q = \frac{\sin x + 2\cos x - 1 - 2\sin x \cos x}{3\sin x \cos x + 1 - \sin x - 3\cos x} = \frac{(\sin x - 1)(1 - 2\cos x)}{(\sin x - 1)(3\cos x - 1)} = \frac{1 - 2\cos x}{3\cos x - 1} = \frac{1 - 2 \cdot \frac{-2\sqrt{5}}{5}}{3 \cdot \frac{-2\sqrt{5}}{5} - 1} = -\frac{19 + 2\sqrt{5}}{31}$$

$\sin x \neq 1$) nên chọn đáp án **ĐÚNG**.

Câu 32: Cho $\cos x = -\frac{1}{3}$, với $0^\circ < x < 180^\circ$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề dưới đây.

a) $A = 3\sin x + 2\tan x = -2\sqrt{2}$

b) $B = 2\sin^2 x - 4\cos^2 x = \frac{4}{3}$

c) $C = \frac{2\tan x - \cot x}{2\tan x + 3\cot x} = \frac{15}{19}$

d) $D = \sqrt{\sin^2 x - 3\cos^2 x + 4} - \sqrt{3\sin^2 x - \cos^2 x + 2} = 0$

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Đúng

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$$

Ta có

$$\text{Vì } 0^\circ < x < 180^\circ \text{ nên } \sin x > 0 \text{ suy ra } \sin x = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Khi đó } \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -2\sqrt{2}$$

$$\text{Do đó } A = 3 \sin x + 2 \tan x = 3 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} + 2 \cdot (-2\sqrt{2}) = -2\sqrt{2}$$

b) Đúng

$$B = 2 \sin^2 x - 4 \cos^2 x = 2(1 - \cos^2 x) - 4 \cos^2 x = 2 - 6 \cos^2 x = 2 - 6 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{4}{3}$$

Ta có

c) Đúng

Cách 1:

$$C = \frac{2 \tan x - \cot x}{2 \tan x + 3 \cot x} = \frac{(2 \tan x - \cot x) \tan x}{(2 \tan x + 3 \cot x) \tan x} = \frac{2 \tan^2 x - 1}{2 \tan^2 x + 3}$$

Ta có

$$\text{Lại có } \tan x = -2\sqrt{2} \Rightarrow \tan^2 x = 8$$

$$\text{Khi đó } C = \frac{2 \cdot 8 - 1}{2 \cdot 8 + 3} = \frac{15}{19}$$

Cách 2:

$$C = \frac{2 \tan x - \cot x}{2 \tan x + 3 \cot x} = \frac{2 \cdot (-2\sqrt{2}) - \left(-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)}{2 \cdot (-2\sqrt{2}) + 3 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)} = \frac{15}{19}$$

Vì $\tan x = -2\sqrt{2}$ nên $\cot x = -\frac{\sqrt{2}}{4}$, khi đó

d) Đúng

Cách 1:

$$D = \sqrt{(1 - \cos^2 x) - 3 \cos^2 x + 4} - \sqrt{3(1 - \cos^2 x) - \cos^2 x + 2} = \sqrt{5 - 4 \cos^2 x} - \sqrt{5 - 4 \cos^2 x} = 0$$

Ta có

Cách 2:

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}, \quad \cos^2 x = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

Ta có

Khi đó
$$D = \sqrt{\frac{8}{9} - 3 \cdot \frac{1}{9} + 4} - \sqrt{3 \cdot \frac{8}{9} - \frac{1}{9} + 2} = \sqrt{\frac{41}{9}} - \sqrt{\frac{41}{9}} = 0$$

Câu 33: Cho $\tan x = -3$, với $0^\circ < x < 180^\circ$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề dưới đây.

a) $A = \cot x = -\frac{1}{3}$

b) $B = \sin x = \frac{3\sqrt{10}}{10}$

c) $C = \frac{2\sin x - \cos x}{2\sin x + 3\cos x} = \frac{5}{9}$

d) $D = \frac{2\sin x + \cos x}{\sin^3 x + \sin^2 x \cdot \cos x} = \frac{35}{18}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng

Ta có
$$A = \cot x = \frac{1}{\tan x} = -\frac{1}{3}$$

b) Đúng

Ta có
$$\frac{1}{\sin^2 x} = 1 + \cot^2 x = 1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{10}{9} \Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{9}{10}$$

Vì $0^\circ < x < 180^\circ$ nên $\sin x > 0$, suy ra
$$\sin x = \sqrt{\frac{9}{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

c) Sai

Ta có
$$C = \frac{2\sin x - \cos x}{2\sin x + 3\cos x} = \frac{2\sin x - \cos x}{\cos x} : \frac{2\sin x + 3\cos x}{\cos x} = \frac{2\tan x - 1}{2\tan x + 3} = \frac{2 \cdot (-3) - 1}{2 \cdot (-3) + 3} = \frac{7}{3}$$

d) Sai

Cách 1:

Ta có
$$D = \frac{2\sin x + \cos x}{\sin^3 x + \sin^2 x \cdot \cos x} = \frac{2\sin x + \cos x}{\cos^3 x} : \frac{\sin^3 x + \sin^2 x \cdot \cos x}{\cos^3 x} = \frac{2\tan x (\tan^2 x + 1) + \tan^2 x + 1}{\tan^3 x + \tan^2 x}$$

$$\Leftrightarrow D = \frac{2\tan^3 x + \tan^2 x + 2\tan x + 1}{\tan^3 x + \tan^2 x}$$

Khi đó
$$D = \frac{2 \cdot (-3)^3 + (-3)^2 + 2 \cdot (-3) + 1}{(-3)^3 + (-3)^2} = \frac{25}{9}$$

Cách 2:

Ta có $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} \Rightarrow \cos x = \cot x \cdot \sin x = -\frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{10}}{10} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Thay $\sin x = \frac{3\sqrt{10}}{10}$, $\cos x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$ vào D ta được

$$D = \frac{2\sin x + \cos x}{\sin^3 x + \sin^2 x \cdot \cos x} = \frac{2 \cdot \frac{3\sqrt{10}}{10} + \left(-\frac{\sqrt{10}}{10}\right)}{\left(\frac{3\sqrt{10}}{10}\right)^3 + \left(\frac{3\sqrt{10}}{10}\right)^2 \cdot \frac{-\sqrt{10}}{10}} = \frac{25}{9}.$$

Câu 34: Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Cho $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$. Nếu $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ thì $\alpha = 30^\circ$.

b) Nếu $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ thì $\cos \alpha < 0$.

c) Cho tam giác ABC , ta có $\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B+C}{2} = 1$.

d) Cho $0^\circ \leq a \leq 180^\circ$, ta có $\sin(180^\circ - a) \cdot \sin a - \sin(90^\circ - a) \cdot \cos(180^\circ - a) = 0$.

Lời giải

a) Sai.

b) Đúng.

c) Đúng.

$$\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B+C}{2} = \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \left(90^\circ - \frac{A}{2}\right) = \tan \frac{A}{2} \cdot \cot \frac{A}{2} = 1.$$

d) Sai.

$$\sin(180^\circ - a) \cdot \sin a - \sin(90^\circ - a) \cdot \cos(180^\circ - a) = \sin a \cdot \sin a - \cos a \cdot (-\cos a) = \sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

Câu 35: Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Cho tam giác ABC ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B}$.

b) Cho tam giác ABC có $AB = 10$, $\hat{C} = 60^\circ$. Khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \frac{20\sqrt{3}}{3}$.

c) Cho tam giác ABC có $AB = 3a$, $BC = 5a$, $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $\hat{B}$ tù. Khi đó $AC = \sqrt{19}a$.

d) Cho tam giác ABC có $AB = 3a$, $\hat{A} = 105^\circ$, $\hat{B} = 30^\circ$. Khi đó $AC = \frac{3\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải

a) Đúng.

b) Sai.

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC ta được $2R = \frac{AB}{\sin C} = \frac{10}{\sin 60^\circ} = \frac{20\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $R = \frac{10\sqrt{3}}{3}$.

c) Sai.

Vì $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $\hat{B}$ tù nên $\hat{B} = 120^\circ$.

Khi đó $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B} = \sqrt{(3a)^2 + (5a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 5a \cdot \cos 120^\circ} = 7a$.

d) Đúng.

Ta có $\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 45^\circ$. Theo định lý sin: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{3a \cdot \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{3\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 36: Cho tam giác nhọn ABC có $AB = 4$; $AC = 5$ và diện tích $S = 5\sqrt{3}$

a) $\sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC}$

b) Số đo góc $\hat{BAC} = 30^\circ$

c) Độ dài cạnh $BC = \sqrt{21}$

d). Đường cao $AH = \frac{10\sqrt{7}}{7}$

Lời giải

a) Đúng

Ta có $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC}$

b) Sai

Vì $\sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC} = \frac{10\sqrt{3}}{4 \cdot 5} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = 60^\circ$. Vậy số đo góc $\hat{BAC} = 60^\circ$

c) Đúng

Áp dụng định lý cosin vào tam giác ABC có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A$$

$$\Rightarrow BC^2 = 4^2 + 5^2 - 2.4.5.\cos 60^\circ$$

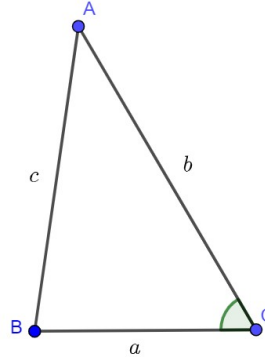
$$\Rightarrow BC^2 = 21$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{21}$$

d) Đúng

Áp dụng công thức $S = \frac{1}{2} AH.BC \Rightarrow AH = \frac{2S}{BC} = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{21}} = \frac{10\sqrt{7}}{7}$

Câu 37: Cho tam giác ABC có $a = 4$, $\hat{C} = 60^\circ$, $b = 6$



a) Độ dài cạnh AB bằng $c = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$.

b) Chu vi tam giác ABC bằng $10 + 2\sqrt{7}$.

c) Góc $\hat{BAC}$ bằng 41° .

d) Độ dài đường phân giác trong góc $\hat{C}$ của tam giác ABC bằng $6\sqrt{3}$.

Lời giải

a) Sai

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}}$$

b) Đúng

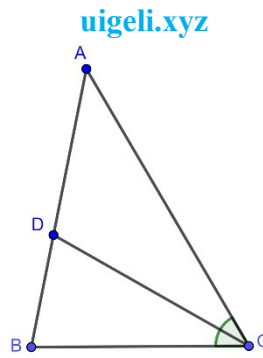
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} = 4^2 + 6^2 - 2.4.6.\cos 60^\circ = 28 \text{ nên } c = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}.$$

Do đó chu vi tam giác ABC bằng $a + b + c = 10 + 2\sqrt{7}$.

c) Đúng

Trong tam giác ABC có: $\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$ hay $\frac{4}{\sin \hat{A}} = \frac{2\sqrt{7}}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{21}}{7} \Rightarrow \hat{BAC} \approx 41^\circ$.

d) Sai



Gọi D là chân đường phân giác trong góc $\widehat{C}$ ($D \in AB$).

Lại có: $\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{2} \Rightarrow AD = \frac{3}{5} AB = \frac{3}{5} \cdot \sqrt{28}$; $\widehat{ACD} = \widehat{BCD} = \frac{1}{2} \widehat{ACB} = 30^\circ$.

Trong tam giác ADC ta có: $\frac{CD}{\sin \widehat{A}} = \frac{AD}{\sin \widehat{ACD}} \Rightarrow CD = \frac{AD \cdot \sin \widehat{A}}{\sin \widehat{ACD}} = \frac{\frac{3}{5} \cdot \sqrt{28} \cdot \frac{\sqrt{21}}{7}}{\sin 30^\circ} = \frac{12\sqrt{3}}{5}$.

Câu 38: Hai tàu chở hàng cùng xuất phát từ một bến cảng nhưng đi theo hai hướng khác nhau. Chiếc thứ nhất di chuyển với tốc độ 26 hải lý/ giờ theo hướng đông và chiếc thứ hai di chuyển theo hướng lệch so với hướng bắc 30° về phía đông với tốc độ 20 hải lý/ giờ. Giả sử chúng luôn di chuyển trên quãng đường thẳng trong suốt 7 giờ kể từ lúc xuất phát.

- Sau 2 giờ kể từ lúc xuất phát, chiếc tàu thứ nhất cách bến cảng 52 hải lý.
- Hai tàu di chuyển theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° .
- Sau 1 giờ kể từ lúc xuất phát, hai chiếc tàu cách nhau khoảng 46 hải lý.
- Sau 4 giờ kể từ lúc xuất phát, khoảng cách giữa 2 tàu hơn 100 hải lý.

Lời giải

a) Đúng

Sau 2 giờ, quãng đường đi được của chiếc tàu thứ nhất là: $2 \cdot 26 = 52$ hải lý.

Vậy sau 2 giờ, chiếc tàu thứ nhất cách bến cảng 52 hải lý

b) Đúng

Hai tàu di chuyển theo hai hướng tạo với nhau một góc $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

c) Sai

Sau 1 giờ, quãng đường đi được của chiếc tàu thứ nhất và chiếc tàu thứ hai lần lượt là 26 hải lý và 20 hải lý.

Vậy sau khi xuất phát 1 giờ, hai tàu cách nhau một khoảng:

$$\sqrt{26^2 + 20^2 - 2 \cdot 26 \cdot 20 \cdot \cos(90^\circ - 30^\circ)} = 2\sqrt{139} \approx 23,6 \text{ hải lý.}$$

d) Sai

Sau 4 giờ, quãng đường đi được của chiếc tàu thứ nhất và chiếc tàu thứ hai lần lượt là $26.4 = 104$ hải lý và $20.4 = 80$ hải lý.

Vậy sau khi xuất phát 4 giờ, hai tàu cách nhau một khoảng:

$$\sqrt{104^2 + 80^2 - 2.104.80.\cos(90^\circ - 30^\circ)} = 8\sqrt{139} \approx 94,3 \text{ hải lý.}$$

Câu 39: Cho tam giác ABC có $AB = 10, AC = 17, BC = 21$.

a) ΔABC có 1 góc tù.

b) Diện tích tam giác ABC bằng 84.

c) Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng $\frac{2}{3}$

d) $\sin B = \frac{3}{5}$

Lời giải

a) Đúng

Ta có $AB < AC < BC \Rightarrow \hat{C} < \hat{B} < \hat{A}$.

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2.AB.AC} = \frac{10^2 + 17^2 - 21^2}{2.10.17} = -\frac{13}{84} < 0 \text{ nên góc } A \text{ là góc tù}$$

b) Đúng

$$p = \frac{10+17+21}{2} = 24 \Rightarrow S = \sqrt{24.(24-10)(24-17)(24-21)} = 84$$

c) Sai

$$S = p.r \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{84}{24} = \frac{7}{2}$$

d) Sai

$$S = \frac{1}{2} AB.AC.\sin B \Rightarrow \sin B = \frac{2S}{AB.AC} = \frac{2.84}{10.21} = \frac{4}{5}$$

Câu 40: Cho tam giác MNP có $MN = 13, MP = 10, \cos M = \frac{5}{13}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $NP^2 = MN^2 + MP^2 - 2.MN.MP.\cos M$.

b) Tam giác MNP cân tại M .

c) $\cos N = \frac{238}{169}$.

d) Nếu tam giác MNP có $\sin^2 M + \sin^2 P = \sin^2 N$ thì tam giác MNP là tam giác vuông tại N .

a) Đúng: Ta có: $NP^2 = MN^2 + MP^2 - 2 \cdot MN \cdot MP \cdot \cos M$

b) Sai: Ta có: $NP^2 = MN^2 + MP^2 - 2 \cdot MN \cdot MP \cdot \cos M = 13^2 + 10^2 - 2 \cdot 13 \cdot 10 \cdot \frac{5}{13} = 169 \Rightarrow NP = 13$

Khi đó, $MN = NP \Rightarrow \triangle MNP$ cân tại N

c) Sai: Ta có: $\cos N = \frac{MN^2 + NP^2 - MP^2}{2 \cdot MN \cdot NP} = \frac{13^2 + 13^2 - 10^2}{2 \cdot 13 \cdot 13} = \frac{119}{169}$

d) Đúng: Nếu tam giác MNP có $\sin^2 M + \sin^2 P = \sin^2 N$ thì tam giác MNP là tam giác vuông tại N

Áp dụng định lý sin: $\frac{NM}{\sin P} = \frac{MP}{\sin N} = \frac{NP}{\sin M} = 2R$ ta có:
$$\begin{cases} \sin P = \frac{NM}{2R} \\ \sin N = \frac{MP}{2R} \\ \sin M = \frac{NP}{2R} \end{cases}$$

Theo giả thiết ta có: $\sin^2 M + \sin^2 P = \sin^2 N \Leftrightarrow \left(\frac{NM}{2R}\right)^2 + \left(\frac{NP}{2R}\right)^2 = \left(\frac{MP}{2R}\right)^2 \Leftrightarrow NM^2 + NP^2 = MP^2$

Vậy tam giác ABC là tam giác vuông tại N do: $NM^2 + NP^2 = MP^2$

Câu 41: Cho tam giác ABC có G là trọng tâm, $AB = 5, AC = 7, \cos A = \frac{3}{5}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $BC = 4\sqrt{2}$.

b) $\sin A = \pm \frac{4}{5}$.

c) Đường cao xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC là $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

d) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác GBC bằng $\frac{\sqrt{17810}}{42}$

Lời giải

Đặt: $AB = c, BC = a, CA = b$

a) Mệnh đề đúng.

Ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = 32 \Rightarrow a = 4\sqrt{2}$.

b) Mệnh đề sai.

Ta có: $\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \Rightarrow \sin^2 A = 1 - \cos^2 A = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$

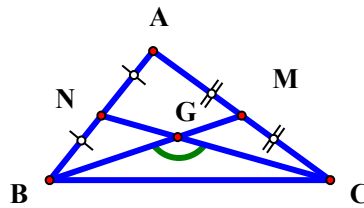
c) Mệnh đề đúng.

Gọi đường cao xuất phát từ đỉnh A là h_a .

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} b.c \sin A = \frac{1}{2} a.h_a \Rightarrow h_a = \frac{bc \sin A}{a} = \frac{7.5 \cdot \frac{4}{5}}{4\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$

d) Mệnh đề đúng.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và AB . Khi đó $BM \cap CN = G$.



Xét tam giác ABM : $BM^2 = AB^2 + AM^2 - 2.AB.AM \cos \angle BAC = 5^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2 - 2.5 \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{65}{4}$

Suy ra: $BM = \sqrt{\frac{65}{4}} = \frac{\sqrt{65}}{2}$ và $BG = \frac{2}{3} BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{65}}{2} = \frac{\sqrt{65}}{3}$

Xét tam giác ACN : $CN^2 = AC^2 + AN^2 - 2.AC.AN \cos \angle BAC = 7^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2.7 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{137}{4}$

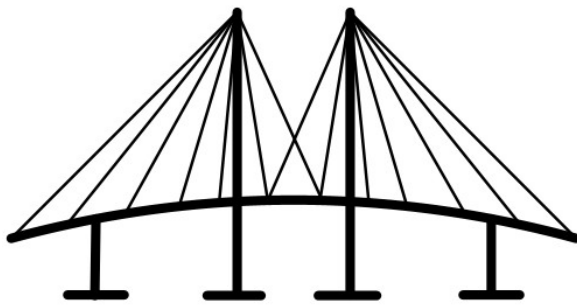
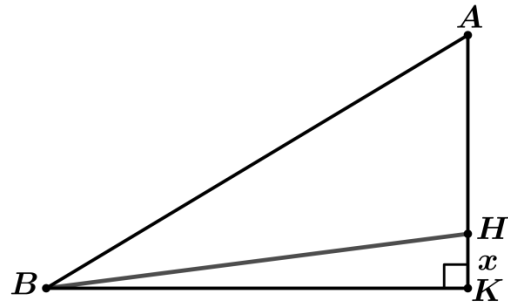
Suy ra: $CN = \sqrt{\frac{137}{4}} = \frac{\sqrt{137}}{2}$ và $CG = \frac{2}{3} CN = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{137}}{2} = \frac{\sqrt{137}}{3}$

Ta có: $S_{\Delta GBC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a h_a = \frac{1}{6} \cdot 4\sqrt{2} \cdot \frac{7\sqrt{2}}{2} = \frac{14}{3}$

$$S_{\Delta GBC} = \frac{BG.CG.BC}{4R_{GBC}} \Rightarrow R_{GBC} = \frac{BG.CG.BC}{4S_{\Delta GBC}} = \frac{\frac{\sqrt{65}}{3} \cdot \frac{\sqrt{137}}{3} \cdot 4\sqrt{2}}{4 \cdot \frac{14}{3}} = \frac{\sqrt{17810}}{42} \approx 3,2$$

Mà

Câu 42: Quan sát cây cầu dây văng minh họa như hình dưới đây:



Tại trụ cao nhất, khoảng cách từ đỉnh trụ tới chân trụ trên mặt cầu là 150 m , độ dài dây văng dài nhất nối từ đỉnh trụ xuống mặt cầu là 300 m , khoảng cách từ chân dây văng dài nhất tới chân trụ trên mặt cầu là 250 m .

a) $\cos \angle AHB = \frac{BH^2 + AH^2 - AB^2}{2BH \cdot AH}$.

b) $\cos \angle AHB = -\frac{1}{5}$.

c) $\angle AHB \approx 93,8^\circ$.

d) Độ dốc của cầu qua trụ là khoảng $3,8^\circ$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Xét tam giác ABH , áp dụng định lí côsin ta có: $\cos \angle AHB = \frac{BH^2 + AH^2 - AB^2}{2BH \cdot AH}$.

b) $\cos \angle AHB = \frac{BH^2 + AH^2 - AB^2}{2BH \cdot AH} = \frac{250^2 + 150^2 - 300^2}{2 \cdot 250 \cdot 150} = -\frac{1}{15}$.

c) $\cos \angle AHB = -\frac{1}{15} \Rightarrow \angle AHB \approx 93,8^\circ$.

d) Độ dốc của cầu là góc nghiêng giữa đường cầu qua trụ và phương nằm ngang, tức là góc $\angle KBH$.

Xét tam giác BHK ta có: $\angle HBK \approx 93,8^\circ - 90^\circ = 3,8^\circ$.

Vậy độ dốc của cầu qua trụ là khoảng $3,8^\circ$.

Câu 43: Một cửa hàng bán hai loại gạo là gạo sữa và gạo lứt. Gạo sữa giá 15 nghìn đồng/kilôgam. Gạo lứt giá 25 nghìn đồng/kilôgam.

a) Cửa hàng bán x kg gạo sữa được số tiền là $15x$.

b) Cửa hàng trộn x kg gạo sữa và y kg gạo lứt và bán số gạo đã trộn với giá 20 nghìn đồng/kilôgam thì số tiền thu được là $T = 20(x + y)$.

c) Cửa hàng trộn x kg gạo sữa và y kg gạo lứt sao cho số gạo đã trộn có giá không quá 20 nghìn đồng/kilôgam. Khi đó bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y là $3x - 5y \geq 0$.

d) Cửa hàng trộn x kg gạo sữa và y kg gạo lứt sao cho số gạo đã trộn có giá không quá 20 nghìn đồng/kilôgam. Nếu trộn không quá 10 kg gạo sữa thì số tiền thu được tối đa là 240 nghìn đồng.

Lời giải

a) Gạo sữa giá 15 nghìn đồng/kg nên x kg gạo sữa giá $15x$. Khẳng định trên là **đúng**.

b) Cửa hàng trộn x kg gạo sữa và y kg gạo lứt và bán số gạo đã trộn là $x + y$ kg

Nếu bán số gạo đó với giá 20 nghìn đồng/kilôgam thì số tiền thu được là $20(x + y)$. Khẳng định trên là **đúng**.

c) Cửa hàng trộn x kg gạo sữa và y kg gạo lứt sao cho số gạo đã trộn có giá không quá 20 nghìn đồng/kilôgam

Theo đề ta có bất phương trình $15x + 25y \leq 20(x + y) \Leftrightarrow x - y \geq 0$

Khi đó bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y là $x - y \geq 0$. Khẳng định trên là sai.

d) Cửa hàng trộn x kg gạo sữa và y kg gạo lứt sao cho số gạo đã trộn có giá không quá 20 nghìn đồng/kilôgam.

Nếu trộn không quá 10 kg gạo sữa

$$\begin{cases} x - y \geq 0 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Theo đề ta có hệ bất phương trình

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình ta tìm được GTLN của $T \leq 20(x + y)$ thì số tiền thu được tối đa là 400 nghìn đồng. Khẳng định trên là **sai**.

Câu 44: Cho tam giác ABC có $AC = 8$, $BC = 12$, $\angle ACB = 60^\circ$, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

a) $\frac{\sin A}{BC} = \frac{\sin B}{AC} = \frac{\sin C}{AB} = 2R$.

b) $AB = 4\sqrt{7}$.

c) Diện tích tam giác ABC là $S = 24$.

d) Gọi M là trung điểm AB . Độ dài MC bằng $2\sqrt{19}$.

a) Sai

Theo định lý sin, ta có $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} = 2R$.

b) Đúng

Theo định lý cosin, ta có $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos \angle ACB = 112$.

Suy ra $AB = 4\sqrt{7}$.

c) Sai

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 \cdot \sin 60^\circ = 24\sqrt{3}$.

d) Đúng

Ta có $AM = \frac{1}{2} AB = 2\sqrt{7}$.

Xét tam giác ABC có $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{\sqrt{7}}{14}$.

Xét tam giác AMC có $MC^2 = AM^2 + AC^2 - 2AM \cdot MC \cdot \cos A = 76$

Suy ra $MC = 2\sqrt{19}$.

Câu 45: Cho tam giác ABC có $AB = c, BC = a, AC = b$. Các khẳng định sau đúng hay sai.

a) Cho $a = 7cm, b = 8cm, c = 10cm$. Khi đó số đo góc $\angle B \approx 53^\circ$.

b) Nếu $a = 7cm, b = 8cm, c = 10cm$ thì $\sin C = \frac{\sqrt{55}}{112}$

c) Cho $a = \sqrt{2x+1}, b = 2, c = 3, \angle A = 60^\circ$ thì $x = 3$.

b) Cho $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{3}bc$ thì $\angle BAC = 30^\circ$.

Lời giải

a) Đ

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{10^2 + 7^2 - 8^2}{2 \cdot 10 \cdot 7} = \frac{17}{28} \Rightarrow \angle B \approx 53^\circ$$

b) S

$$\cos C = \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2 \cdot CA \cdot CB} = \frac{7^2 + 8^2 - 10^2}{2 \cdot 7 \cdot 8} = \frac{13}{112} \Rightarrow \sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \frac{15\sqrt{55}}{112}$$

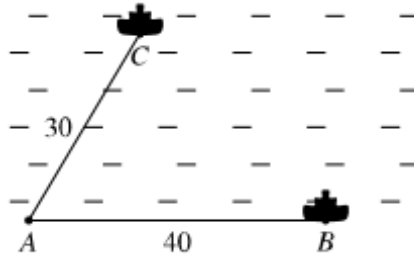
c) Đ

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \Leftrightarrow 2x+1 = 4+9-2.2.3.\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x+1=7 \Leftrightarrow x=3$$

d) Đ

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\sqrt{3}bc}{2bc} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 30^\circ$$

Câu 46: Hai chiếc tàu thuyền cùng xuất phát từ một vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc 60° . Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lí một giờ. Tàu C chạy với tốc độ 15 hải lí một giờ.



a) Sau 2 giờ, quãng đường tàu B chạy được là 40 hải lí.

b) Sau 2 giờ, quãng đường tàu C chạy được là 15 hải lí.

c) $BC^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC}$.

d) Sau hai giờ, hai tàu cách nhau xấp xỉ 36 hải lí.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Sau 2 giờ, quãng đường tàu B chạy được là $20 \cdot 2 = 40$ hải lí

b) Sau 2 giờ, quãng đường tàu C chạy được là $15 \cdot 2 = 30$ hải lí

c) Áp dụng định lý Cosin trong tam giác ABC , ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC}$

d) $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = 40^2 + 30^2 - 2 \cdot 40 \cdot 30 \cdot \cos 60^\circ = 1300 \Rightarrow BC \approx 36$.

Vậy sau hai giờ, hai tàu cách nhau 36 hải lí.

Câu 47: Cho tam giác ABC có $AB = 9$, $AC = 14$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

a) $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC}$.

b) $R = \frac{28\sqrt{3}}{3}$.

c) $\sin C = \frac{9\sqrt{3}}{28}$.

d) $BC = \frac{9 + \sqrt{541}}{2}$, và diện tích tam giác ABC không vượt quá 63.

Lời giải

a) Đúng

Theo định lí côsin, ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos \widehat{BAC}$.

b) Sai

Theo định lí sin, ta có $\frac{AC}{\sin B} = 2R \Rightarrow R = \frac{AC}{2 \sin B} = \frac{14\sqrt{3}}{3}$.

c) Đúng

Theo định lí sin, ta có $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{AB \sin B}{AC} = \frac{9\sqrt{3}}{28}$.

d) Đúng

Theo định lí côsin, ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB.BC.\cos \widehat{ABC}$

$$\Leftrightarrow 14^2 = 9^2 + BC^2 - 2.9.BC.\cos 60^\circ \Leftrightarrow BC^2 - 9BC - 115 = 0 \Leftrightarrow BC = \frac{9 + \sqrt{541}}{2}.$$

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} AB.BC.\sin B = \frac{9\sqrt{3}}{8} (9 + \sqrt{541})$.

Câu 48: Cho góc $\alpha = \widehat{xOM}$ với điểm $M(x_0; y_0)$ trên nửa đường tròn đơn vị. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\sin \alpha = x_0; \cos \alpha = y_0$.

b) Nếu $x_0 < 0$ thì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

c) Nếu $x_0 = \frac{1}{3}; y_0 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ thì giá trị $\cot \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

d) Nếu $x_0 = -\frac{1}{3}; y_0 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ thì giá trị $\frac{\tan \alpha - \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{7}{9}$.

Lời giải

a) Khẳng định **SAI** vì điểm $M(x_0; y_0)$ trên nửa đường tròn đơn vị thì $\sin \alpha = y_0; \cos \alpha = x_0$

b) Khẳng định **SAI** vì $x_0 < 0$ thì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

c) Khẳng định **ĐÚNG** vì điểm $M\left(\frac{1}{3}; \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ trên nửa đường tròn đơn vị thì

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

d) Khẳng định **ĐÚNG** vì $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \cos \alpha = -\frac{1}{3} \Rightarrow \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}, \tan \alpha = -2\sqrt{2}$ nên

$$\frac{\tan \alpha - \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{-2\sqrt{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}}}{-2\sqrt{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}}} = \frac{7}{9}.$$

Câu 49: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hai góc α và $180^\circ - \alpha$ gọi là hai góc bù nhau.
- b) Nếu α và β là hai góc bù nhau thì $\sin \alpha = \sin \beta$.
- c) Nếu α và β là hai góc phụ nhau thì $\cos \alpha = \cos \beta$.
- d) Cho α và β là hai góc phụ nhau thì $P = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta = 1$.

Lời giải

a.) Hai góc α và $180^\circ - \alpha$ gọi là hai góc bù nhau. Vậy chọn **đúng**.

b) Ta có hai góc α và β bù nhau thì $\sin \alpha = \sin \beta$. Vậy chọn **đúng**.

c) Nếu α và β là hai góc phụ nhau thì $\cos \alpha = \sin \beta$. Vậy chọn **sai**.

d) Cho α và β là hai góc phụ nhau thì

$$P = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta = \sin \alpha \cdot \sin \alpha + \cos \alpha \cdot \cos \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

Vậy chọn **đúng**.

Câu 50: Cho góc lượng giác α thỏa $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\tan \alpha > 0$.

b) $\sin(90^\circ + \alpha) = \frac{2}{3}$

c) Giá trị $\tan \alpha = 2\sqrt{2}$.

d) $\frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = 1 + 2 \tan^2 \alpha$

Lời giải

a) Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\tan \alpha > 0$. Vậy mệnh đề **Đúng**.

b) Ta có: $\sin(90^\circ + \alpha) = \sin(180^\circ - 90^\circ - \alpha) = \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha = \frac{1}{3}$. Vậy mệnh đề **Sai**

c) Ta có $\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha + 1 = 9 \Leftrightarrow \tan^2 \alpha = 8 \Leftrightarrow \tan \alpha = 2\sqrt{2}$ (vì $\tan \alpha > 0$)
 Vậy mệnh đề **Đúng**.

d) Ta có: $\frac{1 + \sin^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1 + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha + 1 + \tan^2 \alpha = 2 \tan^2 \alpha + 1$
 Vậy mệnh đề **đúng**.

Câu 51: Cho góc lượng giác x ; biết $\sin x = \frac{5}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < x < \pi$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\cos x > 0$.

b) Giá trị của biểu thức $P = 2 \sin^2 x - \cos^2 x = \frac{-94}{169}$.

c) Giá trị $\tan x = \frac{5}{12}$.

d) Giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin 4x}{1 + \cos 4x} = -\frac{120}{119}$

Lời giải

a) Do $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ nên $\cos x < 0$. Vậy mệnh đề **sai**.

b) Ta có: $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$.

$P = 2 \sin^2 x - \cos^2 x = 2 \cdot \left(\frac{25}{169}\right) - \frac{144}{169} = \frac{-94}{169}$.
 Do đó

Vậy mệnh đề đúng.

c) Do $\cos x < 0$ và $\cos^2 x = \frac{144}{169}$ nên $\cos x = -\frac{12}{13}$.

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{5}{12}.$$

Vậy mệnh đề **sai**.

d) Ta có:

$$A = \frac{\sin 4x}{1 + \cos 4x} = \frac{2 \sin 2x \cdot \cos 2x}{2 \cos^2 2x} = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{2 \cdot \left(-\frac{5}{12}\right)}{1 - \left(-\frac{5}{12}\right)^2} = -\frac{120}{119}.$$

Vậy mệnh đề **đúng**.

Câu 52: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điểm M trên nửa đường tròn đơn vị phía trên trục Ox sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ có tung độ bằng $\frac{1}{3}$.

b) Giá trị $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

c) Giá trị $\cot \alpha = -2\sqrt{2}$.

d) Giá trị $\frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{25}{9}$.

Lời giải

a.) Khẳng định đúng vì điểm M trên nửa đường tròn đơn vị phía trên trục Ox sao cho $\widehat{xOM} = \alpha$ có

$$y_M = \sin \alpha \Leftrightarrow y_M = \frac{1}{3}.$$

b.) Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$ mặt khác $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ suy ra

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

c.) Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cot \alpha < 0$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha \Leftrightarrow \cot \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1} = -2\sqrt{2}.$$

d.) Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\tan \alpha < 0; \cot \alpha < 0$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha \Leftrightarrow \cot \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1} = -2\sqrt{2}.$$

$$\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \Leftrightarrow \tan \alpha = -\frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

$$\text{Vậy } \frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{25}{9}.$$

Câu 53: Cho $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\sin(180^\circ - \alpha) < 0$.

b) Giá trị $\cos(180^\circ - \alpha) = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

c) Giá trị $\cot^2 \alpha = 2$.

d) Giá trị $\frac{\sin \alpha + 3 \cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = 7$.

Lời giải

a) Mệnh đề sai vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thì $\sin \alpha > 0$, ta có $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha > 0$.

b) Mệnh đề sai

Vì vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thì $\cos \alpha > 0$

Giá trị $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}$.

c) Mệnh đề sai $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = 2$ nên $\cot^2 \alpha = 4$.

d) Mệnh đề sai

Do $\cos \alpha \neq 0$ nên $\frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 3}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 1} = \frac{\tan \alpha + 3}{\tan \alpha - 1} = -7$.

Câu 54: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Giá trị $\cos(90^\circ - \alpha) < 0$.

b) $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

c) Giá trị $\cot^2 \alpha = 8$.

d) Giá trị $\frac{5 \tan \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = 4$.

Lời giải

a) Mệnh đề sai vì $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha = \frac{1}{3} > 0$

b) Mệnh đề đúng vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$. Do đó: $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

$$\cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^2} - 1 = 8$$

c) Mệnh đề đúng vì

d) Mệnh đề sai

$$\frac{5 \tan \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{\frac{5}{\cot \alpha} + \cot \alpha}{\frac{1}{\cot \alpha} + \cot \alpha} = \frac{5 + \cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{4 + \frac{1}{\sin^2 \alpha}}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} = \frac{9 + 4}{9} = \frac{13}{9}$$

Cách 2: Theo phần b ta có $\cot^2 \alpha = 8$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cot \alpha = -\sqrt{8} = -2\sqrt{2} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$

$$\frac{5 \tan \alpha + \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{5 \cdot \left(-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) - 2\sqrt{2}}{-\frac{1}{2\sqrt{2}} - 2\sqrt{2}} = \frac{-5 - 8}{-1 - 8} = \frac{13}{9}$$

Do đó:

Câu 55: Cho $\cos a = \frac{1}{2}$ với $0 < a < \frac{\pi}{2}$. Trong các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Giá trị $\tan a = \sqrt{3}$

b) Giá trị $\sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) = 1$

c) Giá trị $\cos\left(a + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos\left(a - \frac{\pi}{6}\right) = 1$

d) Giá trị $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x} = \sqrt{3}$

Lời giải

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} = \frac{\sin a}{\sqrt{1 - \sin^2 a}} = \frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

a) Ta có . Vậy chọn **sai**.

b) Ta có:

$$\begin{aligned} \sin\left(a + \frac{\pi}{3}\right) &= \sin a \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \cos a \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sin a \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{1 - \sin^2 a} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1 \end{aligned}$$

Vậy chọn **đúng**.

c) Ta có:

$$\begin{aligned}
 A &= \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \left(\cos\left(x + \frac{\pi}{6} + x - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{6} - x + \frac{\pi}{6}\right) \right) \\
 &= \frac{1}{2} \left(\cos 2x + \cos \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - 2 \sin^2 a + \cos \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \left(1 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Vậy chọn **sai**.

d) Ta có

$$\begin{aligned}
 \frac{(\sin 3a + \sin a) + \sin 2a}{(\cos 3a + \cos a) + \cos 2a} &= \frac{2 \sin \frac{3a+a}{2} \cos \frac{3a-a}{2} + \sin 2a}{2 \cos \frac{3a+a}{2} \cos \frac{3a-a}{2} + \cos 2a} \\
 &= \frac{2 \sin 2a \cos a + \sin 2a}{2 \cos 2a \cos a + \cos 2a} = \frac{\sin 2a (2 \cos a + 1)}{\cos 2a (2 \cos a + 1)} \\
 &= \frac{\sin 2a}{\cos 2a} = \tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a} = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

Vậy chọn **đúng**.

Câu 56: Cho $\triangle ABC$, có diện tích bằng $12\sqrt{3}$, cạnh $AB = 6$, $\angle BAC = 120^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos B$.

b) Độ dài cạnh $BC = 2\sqrt{37}$.

c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là $\frac{3\sqrt{111}}{2}$.

d) Độ dài chân đường phân giác trong góc A của $\triangle ABC$ có độ dài là $\frac{25}{7}$.

Lời giải

a) Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$ suy ra mệnh đề **sai**

b) Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot AC = 12\sqrt{3} \Rightarrow AC = 8.$$

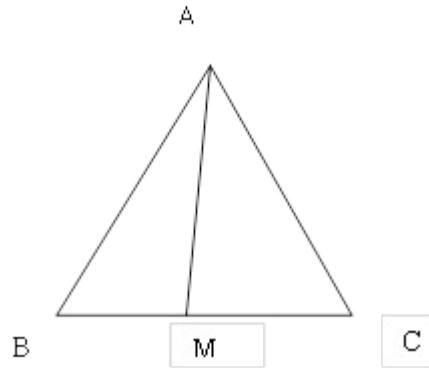
$$\Rightarrow BC^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 120^\circ = 148$$

$$\Rightarrow BC = 2\sqrt{37} \text{ suy ra mệnh đề } \mathbf{đúng}$$

c) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC:

$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4 \cdot R} \Rightarrow R = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4S_{ABC}} = \frac{6 \cdot 8 \cdot 2 \cdot \sqrt{37}}{4 \cdot 12\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{111}}{3} \text{ suy ra mệnh đề sai}$$

d)



Gọi M là chân đường phân giác góc A .

$$\frac{BM}{CM} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}.$$

Ta có

$$\text{Suy ra } BM = \frac{3}{7} BC = \frac{6\sqrt{37}}{7}.$$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABM ta được:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos \angle ABC = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{576}{49}.$$

$$\Rightarrow AM = \frac{24}{7} \text{ suy ra mệnh đề sai.}$$

Câu 57: Cho $\triangle ABC$ có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ và bán kính đường tròn ngoại tiếp R .

a) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = R$.

b) Nếu $a = 50$ cm, $\angle B = 65^\circ$ và $\angle C = 45^\circ$ thì bán kính đường tròn ngoại tiếp làm tròn kết quả đến hàng phần mười là: $R = 26,6$ cm.

c) Nếu $a = 10$, $\angle B = 80^\circ$, $R = 10$ thì góc $\angle C = 60^\circ$.

d) Giả sử tam giác ABC được bạn An đã cắt từ một tấm tôn hình tròn có bán kính $R = 1$ (m). Để tam giác ABC có $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 75^\circ$ thì An phải cắt miếng tôn theo hai dây cung $AB \approx 1,73$ (m) và $BC \approx 1,41$ (m). (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

a) Ta có $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$. Vậy chọn **SAI**

b) Vì $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \Rightarrow \angle A = 180^\circ - (65^\circ + 45^\circ) = 70^\circ$.

Ta có $\frac{a}{\sin A} = 2R$ nên $R = \frac{50}{2 \cdot \sin 70^\circ} \approx 26,6$. Vậy chọn **ĐÚNG**.

c) Ta có $\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow \sin A = \frac{a}{2R} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$. Vì $\angle B = 80^\circ$ nên $\angle A < 100^\circ$, suy ra $\angle A = 30^\circ$. Vậy $\angle C = 180^\circ - 80^\circ - 30^\circ = 70^\circ$. Vậy chọn **SAI**.

d) Xét tam giác ABC ta có: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \Rightarrow \angle C = 180^\circ - 45^\circ - 75^\circ = 60^\circ$

Áp dụng định lý sin ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = 2R = 2$

Suy ra $AC = 2 \sin C = 2 \sin 60^\circ \approx 1,73$ (m)

$BC = 2 \sin A = 2 \sin 45^\circ \approx 1,41$ (m)

Vậy chọn **ĐÚNG**.

Câu 58: Cho $\triangle ABC$ có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ và bán kính đường tròn ngoại tiếp R .

a) $a \sin C = c \sin A$.

b) Nếu $a = 7$, $\angle B = 60^\circ$ và $\angle C = 75^\circ$ thì $b = \frac{7\sqrt{6}}{2}$.

c) Nếu $a = 7$, $\angle B = 60^\circ$ và $\angle C = 75^\circ$ thì $R = 7\sqrt{2}$.

d) Nếu $4 \sin A = 3 \sin B - 2 \sin C$ và $b = 2c$ thì $\triangle ABC$ vuông tại A .

Lời giải

a) Ta có $\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Leftrightarrow a \sin C = c \sin A$. Vậy chọn **ĐÚNG**.

b) Ta có $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \Rightarrow \angle A = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$.

Mà $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ nên $b = \frac{7 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{7\sqrt{6}}{2}$. Vậy chọn **ĐÚNG**.

c) Ta có $\frac{a}{\sin A} = 2R$ nên $R = \frac{7}{2 \cdot \sin 45^\circ} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$. Vậy chọn **SAI**.

d) Ta có $4 \sin A = 3 \sin B - 2 \sin C \Leftrightarrow \frac{4a}{2R} = \frac{3b}{2R} - \frac{2c}{2R} \Leftrightarrow 4a = 3b - 2c$.

Mà $b = 2c$ nên $4a = 6c - 2c \Leftrightarrow 4a = 4c \Leftrightarrow a = c$.

Suy ra $\triangle ABC$ cân tại B nên không thể vuông tại A . Vậy chọn **SAI**.

Câu 59: Cho tam giác ΔABC có $AC = b = 7$; $AB = c = 5$; $\cos A = \frac{3}{5}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai ?

a) góc A là góc tù.

b) $a = 4\sqrt{2}$.

c) $\sin A = -\frac{4}{5}$

d) Độ dài đường cao hạ từ đỉnh A bằng $\frac{7\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

a) Khẳng định **SAI** vì $\cos A = \frac{3}{5} > 0 \Rightarrow A$ nhọn.

b) Khẳng định **Đúng** vì $a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos A} = \sqrt{7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5}} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

c) Khẳng định **SAI** vì $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$.

Suy ra $\begin{cases} \sin A = \frac{4}{5} \\ \sin A = -\frac{4}{5} \end{cases}$ vì $0 \leq A \leq 180^\circ$ nên $\sin A = \frac{4}{5}$

d) Khẳng định **ĐÚNG** vì $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 14$ mà $S = \frac{1}{2}a \cdot h_a \Leftrightarrow 14 = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot h_a \Leftrightarrow h_a = \frac{7\sqrt{2}}{2}$.

Câu 60: Tam giác ABC có $2 \sin H = \sin B$, $c = 2$ và $a^2 + b^2 = 15$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Độ dài cạnh AB lớn nhất

b) Độ dài cạnh $BC = \sqrt{3}$

c) $\cos C = \frac{11}{12}$

d) Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác là $r = \frac{3\sqrt{69} - 2\sqrt{23}}{46}$

Lời giải

Áp dụng định lý sin ta có $2 \sin H = \sin B \Rightarrow 2a = b$ mà $a^2 + b^2 = 15 \Rightarrow a^2 + 4a^2 = 15 \Rightarrow a = \sqrt{3} \Rightarrow b = 2\sqrt{3}$

Suy ra b) đúng

$b > c > a \Rightarrow \angle ABC$ là góc lớn nhất nên **a) sai**

Áp dụng định lý cô sin ta có $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b} = \frac{11}{12}$ suy ra **c) đúng**

Ta có
$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3\sqrt{3}+2}{2}$$

Diện tích tam giác
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = pr \Rightarrow r = \frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p} = r = \frac{3\sqrt{69}-2\sqrt{23}}{46}$$

Câu 61: Cho tam giác ABC biết $AB = 2; AC = 5; \angle BAC = 60^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \frac{BC}{2 \cdot \sin \angle BAC}$.

b) Độ dài cạnh BC bằng $2\sqrt{6}$.

c) Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

d) Gọi E là điểm thỏa mãn $\overline{BE} = 3\overline{CE}$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABE bằng $\frac{19\sqrt{11343}}{285}$

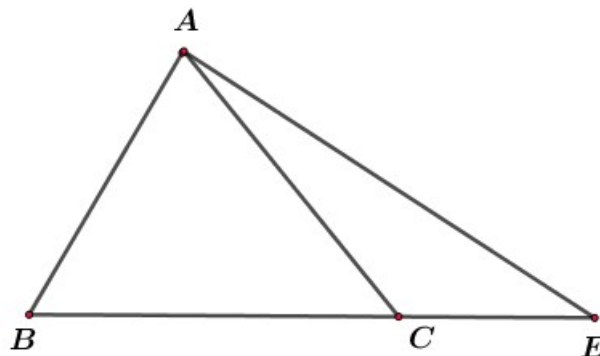
Lời giải.

a) Áp dụng định lý sin cho tam giác ABC ta có $\frac{BC}{\sin \angle BAC} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{BC}{2 \cdot \sin \angle BAC}$

b) Áp dụng định lý cos cho tam giác ABC ta có $BC^2 = 2^2 + 5^2 - 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ = 19 \Rightarrow BC = \sqrt{19}$

c) Ta có diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

d)



Ta có $BE = \frac{3}{2} BC = \frac{3\sqrt{19}}{2}$

Từ định lý cos cho tam giác ABC ta có

$$\cos \angle ABC = \frac{BA^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{4 + 19 - 25}{2 \cdot 2 \cdot \sqrt{19}} = -\frac{1}{2\sqrt{19}} \Rightarrow \sin \angle ABC = \sqrt{1 - \cos^2 \angle ABC} = \frac{5\sqrt{57}}{38}$$

Áp dụng định lý cos cho tam giác ABE ta có

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 - 2 \cdot AB \cdot BE \cdot \cos \angle ABC = 4 + \left(\frac{3\sqrt{19}}{2}\right)^2 - 2 \cdot 2 \cdot \frac{3\sqrt{19}}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2\sqrt{19}}\right) = \frac{199}{4}$$

$$\Rightarrow AE = \frac{\sqrt{199}}{2}$$

$$R_1 = \frac{AE}{2 \sin \angle ABE} = \frac{\frac{\sqrt{199}}{2}}{2 \cdot \frac{5\sqrt{57}}{38}} = \frac{19\sqrt{199}}{5\sqrt{57}} = \frac{19\sqrt{11343}}{285}$$

Vậy bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABE là

Câu 62: Cho tam giác ABC có cạnh $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$.

a) Khi $a = b = c = 5$ thì $\cot A = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

b) Khi $a = \sqrt{2}b = \sqrt{2}c$ thì $\cot A = 1$.

c) $\cot A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{5S}$, với S là diện tích tam giác ABC .

d) $\cot A + \cot B + \cot C = \frac{b^2 + c^2 + a^2}{4S}$, với S là diện tích tam giác ABC .

Lời giải

a) **Đúng:** Khi $a = b = c = 5$ thì tam giác ABC đều nên $\cot A = \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

b) **Sai:** Khi $a = \sqrt{2}b = \sqrt{2}c \Leftrightarrow b = c = \frac{a}{\sqrt{2}}$ suy ra tam giác ABC vuông cân tại A .

(do $\triangle ABC$ có độ dài 3 cạnh thỏa mãn hệ thức Pitago: $b^2 + c^2 = a^2$ và $b = c$)

Do đó $\cot A = \cot 90^\circ = 0$.

c) **Sai:** Theo định lý sin và định lý cosin ta có

$$\sin A = \frac{a}{2R}; \quad \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \quad (R \text{ là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác } ABC).$$

Và công thức $S = \frac{abc}{4R} \Leftrightarrow \frac{R}{abc} = \frac{1}{4S}$.

Khi đó

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \quad \frac{a}{2R} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{abc} R = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S}$$

$$\cot B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{4S}; \quad \cot C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4S}$$

d) Đúng: Tương tự như câu c), ta có

$$\cot A + \cot B + \cot C = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S} + \frac{a^2 + c^2 - b^2}{4S} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4S} = \frac{b^2 + c^2 + a^2}{4S}$$

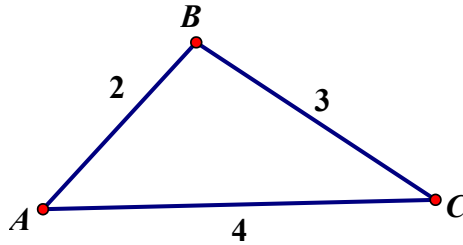
Khi đó:

Câu 63: Cho tam giác ABC với $AB=2$, $BC=3$, $CA=4$. Xét tính đúng-sai của các mệnh đề sau:

- A. Tam giác ABC có diện tích $\sqrt{2}$.
- B. Tam giác ABC có chiều cao $AH=1$.
- C. Tam giác ABC có góc B là góc tù.

D. Tam giác ABC có tổng độ dài bán kính đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp bằng $\frac{7\sqrt{15}}{10}$.

Lời giải



Trong tam giác ABC có $p = \frac{2+3+4}{2} = \frac{9}{2}$ nên theo công thức Hê-rông ta có:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{3\sqrt{15}}{4} \text{ nên A sai.}$$

$$S = \frac{1}{2} AH \cdot BC \Leftrightarrow AH = \frac{2S}{BC} = \frac{\sqrt{15}}{2} \text{ nên B sai.}$$

Theo định lí côsin, $\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{2^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 2 \cdot 3} = -\frac{1}{4} < 0 \Rightarrow \widehat{B} > 90^\circ$ nên C đúng.

$$S = \frac{abc}{4R} \Leftrightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{4 \cdot \frac{3\sqrt{15}}{4}} = \frac{8\sqrt{15}}{15}$$

$$S = pr \Leftrightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{\sqrt{15}}{6}$$

Vậy $R + r = \frac{8\sqrt{15}}{15} + \frac{\sqrt{15}}{6} = \frac{7\sqrt{15}}{10}$ nên **D** đúng.

Câu 64: Cho tam giác ABC có $AB = 2\sqrt{3}$, $AC = 3$ và $\cos A = \frac{-\sqrt{3}}{9}$.

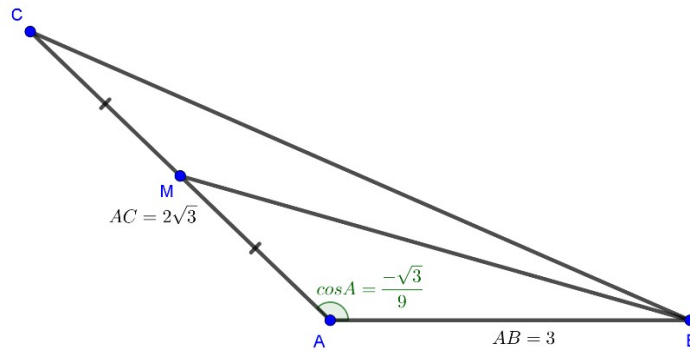
a) Góc nhỏ nhất trong tam giác là góc $\hat{B}$.

b) Độ dài cạnh BC là 5 .

c) Gọi M là trung điểm của cạnh AC . Độ dài cạnh BM là $\sqrt{13}$.

d) Diện tích của tam giác ABC là $\sqrt{26}$.

Lời giải



a) Ta có $\cos A = \frac{-\sqrt{3}}{9}$ nên góc $\hat{A}$ là góc lớn nhất

Mà $AB < AC \Rightarrow \hat{C} < \hat{B}$. Vậy góc $\hat{C}$ là góc nhỏ nhất trong tam giác ABC .

b) Theo định lý côsin trong tam giác ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 3^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \frac{-\sqrt{3}}{9} = 25 \Rightarrow BC = 5$$

c) Theo định lý côsin trong tam giác AMB ta có

$$BM^2 = AB^2 + AM^2 - 2AB \cdot AM \cdot \cos A = 3^2 + (\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{-\sqrt{3}}{9} = 14 \Rightarrow BM = \sqrt{14}$$

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{-\sqrt{3}}{9}\right)^2} = \frac{\sqrt{78}}{9}$$

d) Ta có

$$\text{Diện tích của tam giác } ABC \text{ là } S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{78}}{9} = \sqrt{26}$$

Câu 65: Cho tam giác ABC có $AB = 6$; $AC = 8$; $\angle BAC = 90^\circ$. Gọi D, E là các điểm thuộc cạnh BC sao

cho $CD = BE = \frac{1}{4} BC$.

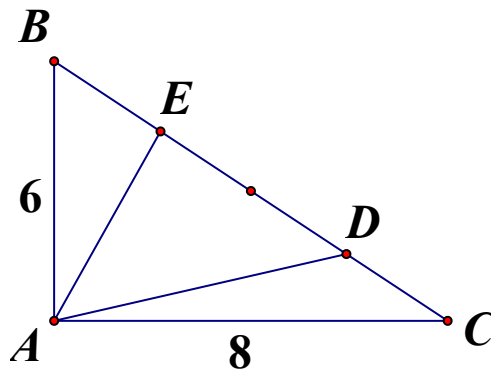
a) Tam giác ABC vuông cân.

b) Độ dài cạnh $BC = 10$.

c) Số đo góc $\angle ABC = 60^\circ$.

d) Số đo góc $\angle EAD \approx 52^\circ$.

Lời giải



a) Tam giác ABC vuông cân.

Ta có: $AB = 6$; $AC = 8 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông cân (sai).

b) Độ dài cạnh $BC = 10$.

Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$.

Vậy $BC = 10$ (đúng).

c) Số đo góc $\angle ABC = 60^\circ$.

Xét $\triangle ABC$: $\tan \angle ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow \angle ABC \approx 53^\circ$.

Vậy $\angle ABC = 60^\circ$ (sai).

d) Số đo góc $\angle EAD \approx 52^\circ$.



Ta có

Vì $CD = BE = \frac{1}{4} BC \Rightarrow CD = BE = \frac{5}{2} \Rightarrow DE = 5$.

Vì ΔABC vuông tại A suy ra $\cos \angle ABC = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$; $\cos \angle ACB = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$.

Áp dụng định lý cô sin cho ΔABE và ΔACD có

$$AE^2 = AB^2 + BE^2 - 2AB \cdot BE \cdot \cos \angle ABE = 6^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \cdot 6 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{97}{4} \Rightarrow AE = \frac{\sqrt{97}}{2}$$

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 - 2AC \cdot CD \cdot \cos \angle ACD = 8^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \cdot 8 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{153}{4} \Rightarrow AD = \frac{\sqrt{153}}{2}$$

$$\cos \angle DAE = \frac{AD^2 + AE^2 - DE^2}{2 \cdot AD \cdot AE} = \frac{\frac{153}{4} + \frac{97}{4} - 5^2}{2 \cdot \frac{\sqrt{153}}{2} \cdot \frac{\sqrt{97}}{2}} \approx 0.6156 \Rightarrow \angle DAE \approx 52^\circ$$

Câu 66: Cho tam giác ABC có $AB=15$, $AC=20$ và $\angle BAC=60^\circ$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

- a) $BC=18$
- b) $\angle ABC=75^\circ$
- c) $S=129$
- d) $2R-5r < 0$ (Với R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC)

Lời giải

a) Đúng

Áp dụng định lý Côsin trong tam giác ABC , ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A = 15^2 + 20^2 - 2 \cdot 15 \cdot 20 \cdot \cos 60^\circ = 325$$

Do đó $BC = \sqrt{325} \approx 18$

b) Sai

Áp dụng định lý Côsin trong tam giác ABC , ta có

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos B$$

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{15^2 + 18^2 - 20^2}{2 \cdot 15 \cdot 18} = \frac{149}{540}$$

Do đó $\angle ABC \approx 74^\circ$

c) Sai

Diện tích tam giác ABC là

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 20 \cdot \sin 60^\circ = 75\sqrt{3} \approx 130$$

d) Đúng

Áp dụng định lý Sin trong tam giác ABC , ta có

$$2R = \frac{BC}{\sin BAC}$$

$$\hat{U} R = \frac{BC}{2 \cdot \sin BAC} = \frac{\sqrt{325}}{2 \cdot \sin 60^\circ} = \sqrt{\frac{325}{3}}$$

$$S = \frac{r(a+b+c)}{2} \hat{U} r = \frac{2 \cdot S}{a+b+c} = \frac{2 \cdot 75\sqrt{3}}{15 + \sqrt{325} + 20} \gg 4,9$$

Nên $2R - 5r < 0$.

Câu 67: Cho tam giác ABC có $BC = 12(\text{cm})$, $AC = 15(\text{cm})$, $\angle C = 120^\circ$.

a) $AB^2 = AC^2 + CB^2 + 2BC \cdot AC \cdot \cos C$.

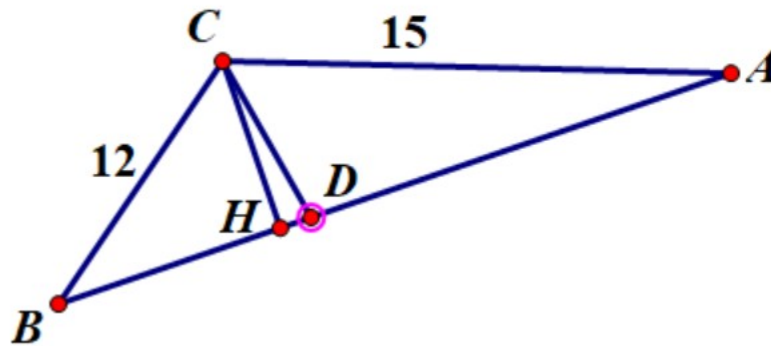
b) $\angle A = 26^\circ$.

c) Độ dài đường cao hạ từ C của tam giác là $CH = 6,65(\text{cm})$.

d) Độ dài đường phân giác trong hạ từ C là CD lớn hơn $7(\text{cm})$.

(các độ dài đoạn thẳng làm tròn đến hàng phần trăm và số đo góc làm tròn đến đơn vị độ)

Lời giải



a) Sai vì $AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2BC \cdot AC \cdot \cos C$.

b) Đúng. Ta có

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2BC \cdot AC \cdot \cos C \Leftrightarrow AB^2 = 12^2 + 15^2 - 2 \cdot 12 \cdot 15 \cdot \cos 120^\circ$$

$$AB^2 = 549 \Leftrightarrow AB = \sqrt{549} = 3\sqrt{61}$$

Áp dụng định lý sin, ta có $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \sin A = \frac{12 \cdot \sin 120^\circ}{3\sqrt{61}} = \frac{2\sqrt{83}}{61} \Rightarrow A \approx 26^\circ$ (vì góc C tù nên góc A nhọn).

c) **Đúng.** Xét tam giác vuông AHC có $\sin A = \frac{CH}{CA} \Rightarrow CH = AC \cdot \sin A \approx 6.65$.

d) **Sai.**

Gọi D là chân đường phân giác trong, ta có

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AC}{CB} = \frac{5}{4} \Rightarrow AD = \frac{5}{4} BD \Rightarrow AD = \frac{5}{9} \cdot 3\sqrt{61} = \frac{5\sqrt{61}}{3}.$$

Áp dụng định lý sin trong tam giác ACD ta có $\frac{CD}{\sin A} = \frac{AD}{\sin 60^\circ} \Rightarrow CD = \frac{AD \cdot \sin A}{\sin 60^\circ} \approx 6,67 < 7$.

Câu 68: Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là $AB = 2$, $BC = 5$, $CA = 6$. Gọi M là trung điểm của BC .

a) Trong tam giác ABC , số đo của góc B là lớn nhất.

b) Giá trị của $\cos B$ là $\frac{7}{20}$.

c) Diện tích của tam giác ABC là $\frac{3\sqrt{39}}{4}$.

d) $\frac{\sqrt{55}}{2}$ là độ dài đường trung tuyến MA của tam giác ABC .

Lời giải

a) **Đúng**

Vì cạnh $CA = 6$ là lớn nhất trong 3 cạnh của tam giác ABC .

b) **Sai.**

Áp dụng hệ quả định lý cô-sin ta có: $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{5^2 + 2^2 - 6^2}{2 \cdot 5 \cdot 2} = -\frac{7}{20}$.

c) **Đúng**

Ta có: $p = \frac{2+5+6}{2} = \frac{13}{2}$.

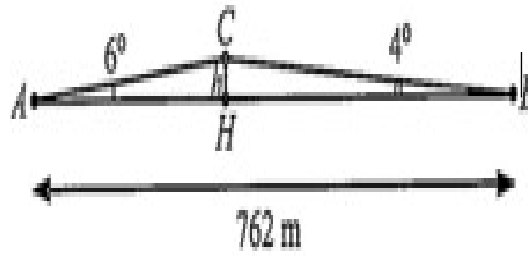
Áp dụng công thức hê – rông ta có: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{3\sqrt{39}}{4}$.

d) **Đúng**

Áp dụng công thức tính độ dài trung tuyến ta có:

$$MA = \sqrt{\frac{c^2 + b^2}{2} - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{2^2 + 6^2}{2} - \frac{5^2}{4}} = \frac{\sqrt{55}}{2}.$$

Câu 69: Lúc 6 giờ 30 phút sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (Hình vẽ). Cho biết đoạn thẳng AB dài $762m$, $\hat{A} = 6^\circ$, $\hat{B} = 4^\circ$.



a) Góc $\angle ACB = 170^\circ$.

b) Quãng đường bạn An đạp lên dốc là $305m$.

c) Chiều cao h của con dốc theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là $32m$.

d) Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là $4km/h$ và tốc độ trung bình khi xuống dốc là $19km/h$. Bạn An đến trường lúc 6 giờ 36 phút.

Lời giải

a) Đúng

Xét tam giác ABC ta có: $\angle ACB = 180^\circ - 6^\circ - 4^\circ = 170^\circ$.

b) Sai

Áp dụng định lý sin ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{AB \sin B}{\sin C} = \frac{762 \sin 4^\circ}{\sin 170^\circ} \approx 306(m)$.

c) Đúng

Xét tam giác vuông AHC ta có $h = CH = AC \sin A \approx 306 \sin 6^\circ \approx 32(m)$.

Vậy chiều cao con dốc là khoảng $32m$.

d) Đúng

Áp dụng định lý sin ta có: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{762 \sin 6^\circ}{\sin 170^\circ} \approx 459(m)$.

Ta có: $AC \approx 306m = 0,306km$; $CB \approx 459m = 0,459km$.

Như vậy, thời gian bạn An đi từ nhà đến trường là:

$$t = \frac{AC}{4} + \frac{CB}{19} \approx \frac{0,306}{4} + \frac{0,459}{19} \approx 0,1 \text{ (giờ)} = 6 \text{ (phút)}.$$

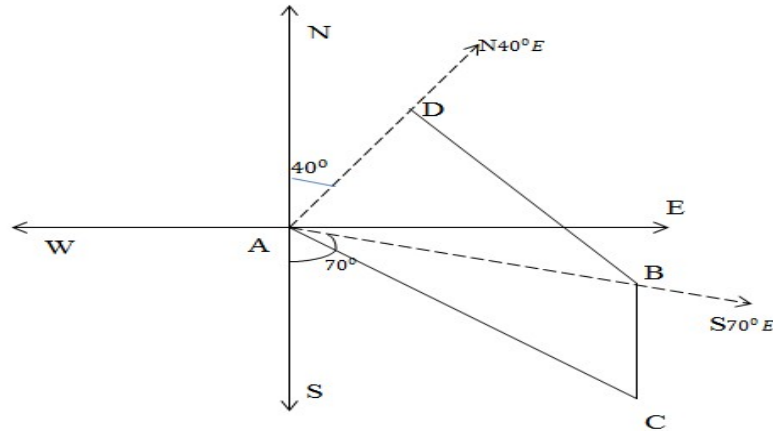
Vậy bạn An đến trường lúc khoảng 6 giờ 36 phút.

Câu 70: Hai tàu đánh cá xuất phát từ cảng A lúc 8h, tàu thứ nhất đi theo hướng $S70^\circ E$ với vận tốc $50km/h$. Tàu thứ 2 đi theo hướng $N40^\circ E$ với vận tốc $55km/h$. Đi được 75 phút thì động cơ của tàu thứ nhất bị hỏng nên tàu trôi tự do theo hướng nam với vận tốc $7km/h$. Sau 1h30 phút kể từ khi động cơ bị hỏng, tàu đó neo đậu được vào một hòn đảo.

Các mệnh đề sau đúng hay sai? (các kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

- a) Quãng đường mà tàu thứ nhất đi được sau 75 phút kể từ khi xuất phát là $62,5$ (km).
 b) Khoảng cách giữa hai tàu tại thời điểm tàu thứ nhất bị hỏng là $107,6$ (km)
 c) Lúc 10 giờ 45 phút tàu thứ nhất cách vị trí xuất phát khoảng $59,7$ (km)
 d) Hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu thứ nhất neo đậu là $S61,5^\circ E$

Lời giải



- a) Ta gọi B là nơi tàu thứ nhất bị hỏng, C là cảng neo đậu, D là vị trí của tàu thứ 2 tại thời điểm tàu thứ nhất bị hỏng.

Đổi 75 phút = 1,25 giờ

Quãng đường mà tàu thứ nhất đi được sau 75 phút kể từ khi xuất phát là

$$S_1 = AB = 1,25 \cdot 50 = 62,5 \text{ (km)}$$

- b) Khoảng cách giữa hai tàu tại thời điểm tàu thứ nhất bị hỏng là

Quãng đường mà tàu thứ hai đi được sau 75 phút kể từ khi xuất phát là

$$S_2 = AD = 1,25 \cdot 55 = 68,75 \text{ (km)}$$

Ban đầu tàu thứ nhất di chuyển theo hướng $S70^\circ E$ nên $\widehat{BAS} = 70^\circ$, tàu thứ 2

di chuyển theo hướng $N40^\circ E$ nên $\widehat{NAD} = 70^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{BAD} = 180^\circ - (\widehat{SAB} + \widehat{DAN}) = 180^\circ - (70^\circ + 40^\circ) = 70^\circ$$

Khoảng cách giữa hai tàu bằng độ dài đoạn thẳng BD .

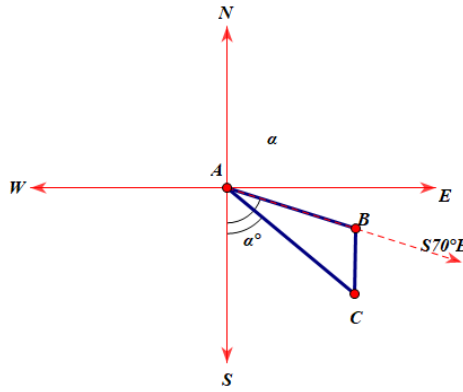
Áp dụng định lí côsin cho tam giác BAD ta được

$$\begin{aligned} BD^2 &= AB^2 + AD^2 - 2 \cdot AB \cdot AD \cdot \cos \widehat{BAD} \\ &= 62,5^2 + 68,75^2 - 2 \cdot 62,5 \cdot 68,75 \cdot \cos 70^\circ \approx 5693,6 \end{aligned}$$

Suy ra $BD \approx \sqrt{5693,6} \approx 75,5 \text{ (km)}$.

- c) Lúc 10 giờ 45 phút tàu thứ nhất đã đi được 2 giờ 45 phút. Tức khi đó tàu thứ nhất

đã neo đậu được vào đảo C . Khi đó tàu thứ nhất cách vị trí xuất phát bằng AC



Trong tam giác ABC ta có $\angle ABC = 180^\circ - \angle BAS = 110^\circ$.

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC được: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$

$$AC^2 = 62,5^2 + 10,5^2 - 2 \cdot 62,5 \cdot 10,5 \cdot \cos 110^\circ \approx 4465,4 \Rightarrow AC \approx 66,8$$

Lúc 10 giờ 45 tàu thứ nhất cách vị trí xuất phát khoảng $66,8$ km.

d) Xác định hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

Theo sơ đồ, hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là $S\alpha^\circ E$ với $\alpha^\circ = \angle CAS$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow \sin A = \frac{BC \cdot \sin B}{AC}$$

$$\text{Mà } \hat{B} = 110^\circ; AC \approx 66,8; BC = 10,5.$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{10,5 \cdot \sin 110^\circ}{66,8} \approx \hat{A} \approx 8,5^\circ \left(\text{do } \hat{A} < 90^\circ \right)$$

$$\Rightarrow \alpha^\circ \approx 70^\circ - 8,5^\circ = 61,5^\circ.$$

Vậy hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là $S61,5^\circ E$.