

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: Mã đề 9101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Bất phương trình $\log x < 1$ có tập nghiệm là

- A. $(0; 10)$. B. $(-\infty; 10)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

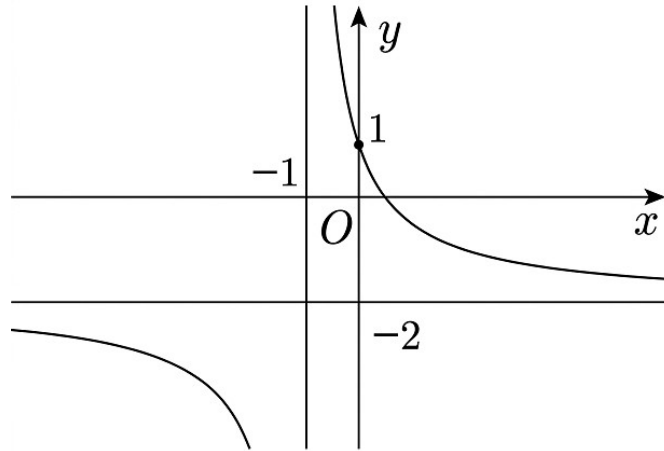
Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ giao điểm I của đường thẳng $(\alpha): x - 2y + z - 4 = 0$

- A. $I(2; 3; 0)$. B. $I(10; -5; -16)$. C. $I(-7; 5; 2)$. D. $I(1; -2; 1)$.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_1 + u_7 = 12$, số hạng u_4 của cấp số đó bằng

- A. 8 . B. 6 . C. 12 . D. 4 .

Câu 4. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình bên?



- A. $y = \frac{-2x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{-2x+1}{x+1}$. D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = x^2 - \frac{4}{x}$. Giá trị của $\int_1^2 f'(x) dx$ bằng

- A. $5 - \ln 2$. B. $\frac{7}{3} - \ln 2$. C. 5 . D. $\frac{7}{3}$.

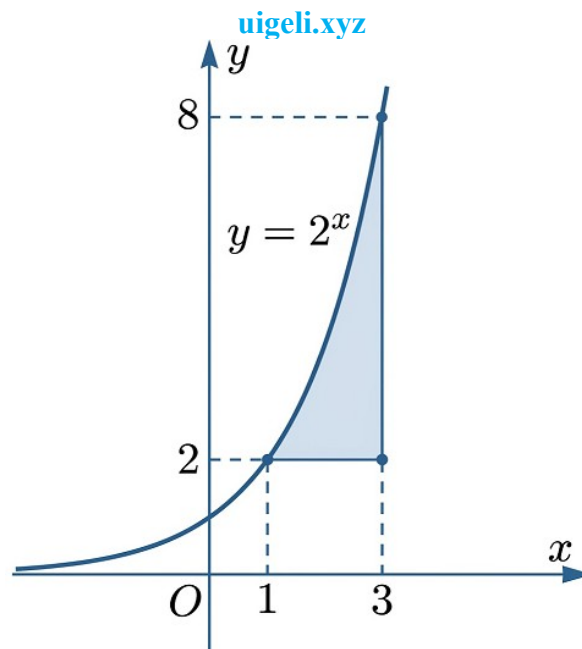
Câu 6. Theo thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh đã trúng tuyển vào lớp 10 tại một trường học năm học 2025 – 2026, thu được kết quả như bảng sau:

Khoảng điểm	$[6, 5; 7)$	$[7; 7, 5)$	$[7, 5; 8)$	$[8; 8, 5)$	$[8, 5; 9)$	$[9; 9, 5)$	$[9, 5; 10)$
Tần số	7	10	17	24	13	8	5

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A. $\Delta_Q = 1,1$. B. $\Delta_Q = 1,2$. C. $\Delta_Q = 1$. D. $\Delta_Q = 0,6$.

Câu 7. Diện tích hình phẳng tô đậm trong hình vẽ bên bằng



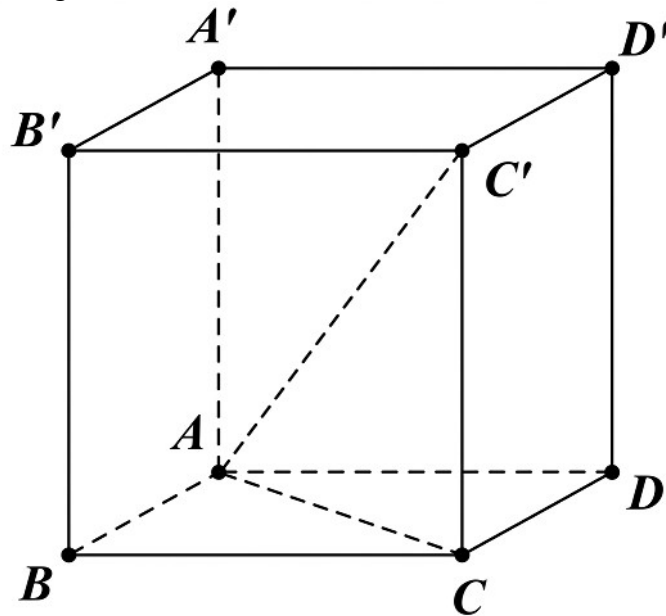
A. $\int_1^3 2^x, dx$

B. $\int_1^3 (2^x + 2), dx$

C. $\int_1^3 (2^x - 2), dx$

D. $\int_1^3 (2 - 2^x), dx$

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều. Gọi các điểm E, F lần lượt là trung điểm của SB và SC . Khi đó góc giữa EF và AB bằng

A. 60°

B. 45°

C. 30°

D. 90°

Câu 10. Cho $f(x) = 5^x$ thì $f(x+1) - f(x)$ bằng

A. 4.

B. $4f(x)$

C. $5f(x)$

D. 5.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(m;n;1)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z + 3 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m + 2n = 4$.

B. $m + 2n = -2$.

C. $m + 2n = 2$.

D. $m + 2n = -4$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		-1		3	
	$-\infty$							$-\infty$

A. $(2; 4)$.

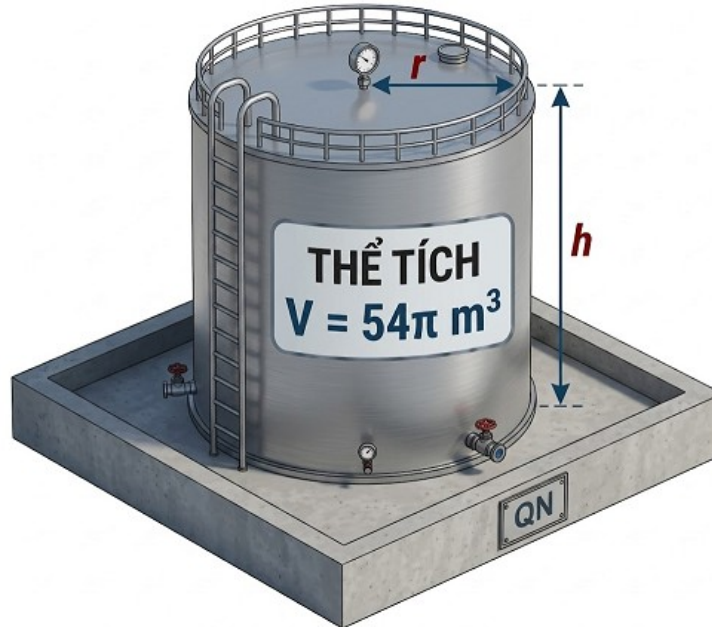
B. $(0; 2)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; -2)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một đại lý xăng dầu tại Quảng Ngãi cần làm một bồn chứa dầu hình trụ bằng tôn có thể tích $V = 54\pi, (m^3)$. Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của cái bồn dầu.



a) Công thức để tính thể tích bồn chứa dầu là $V = \pi r^2 h$.

b) Để diện tích toàn phần nhỏ nhất thì bán kính $r = 3(m)$.

$$S(r) = 2\pi \left(\frac{54}{r} + r^2 \right)$$

c) Diện tích toàn phần của bồn chứa dầu theo bán kính r là

d) Biết chi phí vật liệu (tôn) để làm bồn chứa là 500.000 đồng/ m^2 . Khi đó, số tiền ít nhất để mua nguyên vật liệu làm bồn chứa dầu là khoảng 8^1 triệu đồng (làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 2. Xét một hệ trục tọa độ O_{xyz} được cho sẵn, đơn vị trên mỗi trục là dm , mặt ngoài của một cục đá có dạng hình cầu được mô hình hóa bởi phương trình mặt cầu $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 6$, cục đá nằm yên trên sàn nhà. Người ta nhìn thấy một tấm ván ngã xuống đè lên cục đá, phần giao của tấm ván và sàn nhà là

$$\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$$

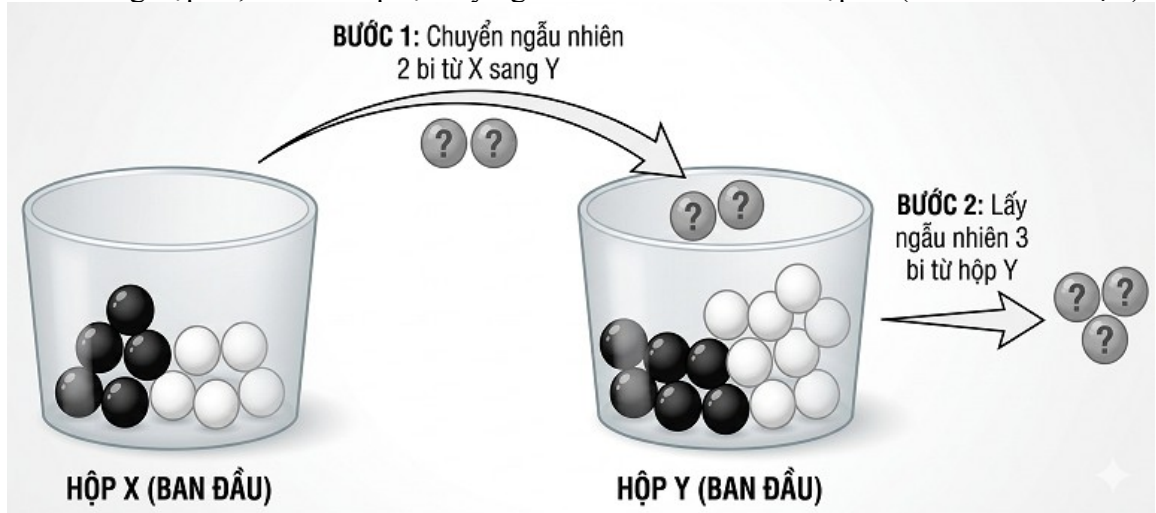
đường thẳng d có phương trình $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$. Gọi A, B lần lượt là hai tiếp điểm của tấm ván, sàn nhà với cục đá và I là tâm cục đá (hình vẽ minh họa).

- Câu 3.** Một cốc cà phê nóng có nhiệt độ ban đầu là 80°C được đặt trong một phòng có nhiệt độ ổn định là 20°C . Sau 15 phút, nhiệt độ của cốc cà phê giảm xuống còn 50°C (hình vẽ minh họa). Gọi $T(t)$ là nhiệt độ của cốc cà phê tại thời điểm t (phút) và $y(t) = T(t) - 20$ là chênh lệch nhiệt độ giữa cà phê và môi trường. Biết rằng tốc độ thay đổi chênh lệch nhiệt độ tỉ lệ thuận với chính nó, tức là $y'(t) = k \cdot y(t)$ (với k là hằng số).



- Trang 4

Câu 4. Hộp X có 5 bi đen và 5 bi trắng, hộp Y có 6 bi đen và 8 bi trắng. Bạn H lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp X bỏ sang hộp Y , sau đó tiếp tục lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp Y (hình vẽ minh họa).



- a) Biết rằng bạn H đã lấy được 2 viên bi đen và 1 viên bi trắng từ hộp Y , xác suất để 2 viên bi đen ấy là từ hộp X chuyển qua bằng $\frac{448}{1693}$.
- b) Xác suất để lấy được 3 viên bi đen từ hộp Y bằng $\frac{109}{1680}$.
- c) Xác suất lấy được 2 viên bi đen và 1 viên bi trắng từ hộp Y bằng $\frac{1693}{5040}$.
- d) Xác suất để lấy được 2 viên bi trắng từ hộp X bằng $\frac{1}{3}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một nhà máy chế tạo linh kiện điện tử đặc chủng, số lượng linh kiện được sản xuất mỗi tháng là x ($x \in \mathbb{N}^+, 100 \leq x \leq 5000$). Toàn bộ sản phẩm sản xuất ra đều được tiêu thụ với giá bán cố định là 200 triệu đồng/linh kiện. Doanh thu được xác định theo mô hình tuyến tính $F(x) = 200x$, tổng chi phí sản xuất lại tăng theo hàm mũ và được cho bởi công thức: $C(x) = 100 \cdot e^{0.001x}$ (đơn vị: triệu đồng). Để nhà máy đạt lợi nhuận tối thiểu là 25 tỷ đồng, nhà máy cần sản xuất ít nhất bao nhiêu linh kiện trong tháng đó?

Câu 2. Trong ngày hội trại 26/03 vừa qua, chi đoàn lớp 12/1 trường THPT A tổ chức một gian hàng ẩm thực phục vụ thực khách với hai món chính là Trà đào và Nem chua rán. Để tăng doanh số, lớp thiết kế hai gói combo sau:

- Combo "Năng lượng": Giá 30 nghìn đồng, bao gồm 1 cốc trà đào và 1 đĩa nem chua rán.
- Combo "Bùng nổ": Giá 80 nghìn đồng, bao gồm 2 cốc trà đào và 3 đĩa nem chua rán.

Qua tính toán nguyên liệu chuẩn bị ban đầu, lớp chỉ có thể phục vụ tối đa 120 cốc trà đào và 150 đĩa nem chua rán. Giả sử sức mua của học sinh và thầy cô trong trường là rất lớn, lớp luôn bán hết các combo đã đóng gói. Số tiền lớn nhất (đơn vị: nghìn đồng) mà chi đoàn lớp 12/1 có thể thu được từ việc bán hai loại combo trên là bao nhiêu?

Câu 3. Một công ty kiến trúc thiết kế một trạm dừng chân hiện đại có hình dáng là một khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, đảm bảo các yêu cầu sau:

- Mặt sán (ABC) là một tam giác đều có cạnh bằng 6^m .

• Cột trụ chính AA' được đặt nghiêng sao cho hình chiếu vuông góc của đỉnh mái A' lên mặt sàn (ABC) trùng khớp với trọng tâm G của tam giác ABC .

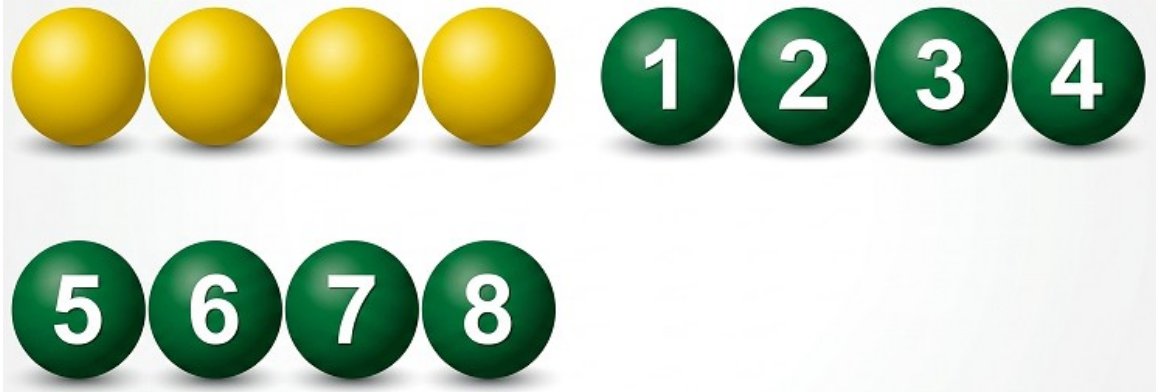
• Khoảng cách giữa cột trụ AA' và mép sàn BC là $1,5\sqrt{3}, m$.

Phần không gian giới hạn trong khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là $18\sqrt{m}, (m^3)$. Tìm m .

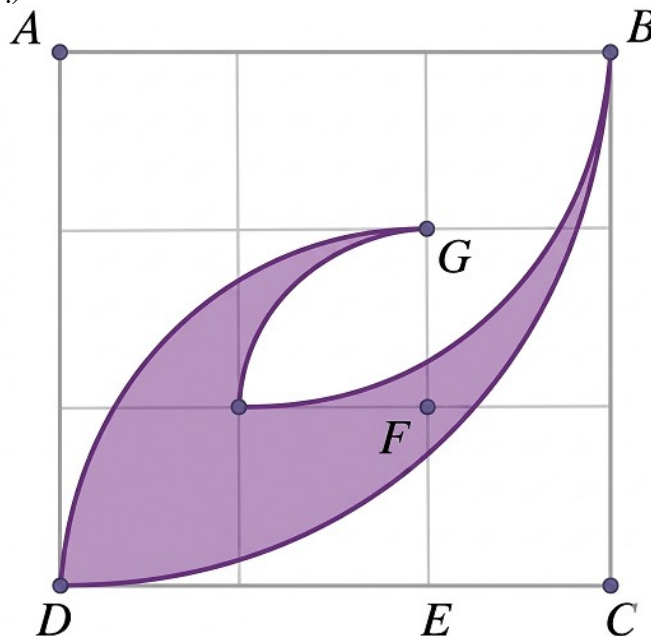
Câu 4. Có 12 quả bóng gồm 4 quả bóng vàng giống nhau và 8 quả bóng xanh được đánh số $1, 2, \dots, 8$.

Người ta bỏ ngẫu nhiên tất cả số bóng trên vào ba hộp đựng A, B, C khác nhau, mỗi hộp có 4 ngăn đánh số $1, 2, 3, 4$, mỗi ngăn chứa được đúng 1 quả bóng. Gọi T là số cách phân bố các quả bóng vào các ngăn của ba

hộp trên sao cho có đúng một hộp chứa toàn các bóng mang số chẵn. Tính giá trị $\frac{T}{70}$.



Câu 5. Từ bảng gỗ hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh $12, cm$, bạn Anh chia hình vuông này thành 9 hình vuông nhỏ bằng nhau rồi vẽ một hình cang của được giới hạn bởi các cung phần tư của các đường tròn tâm A, E, F, G (xem hình vẽ). Tính diện tích hình cang của (phần tô đậm trong hình vẽ) theo đơn vị cm^2 . (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 6. Dịp cuối tuần một nhóm 2^7 bạn gồm Tâm, Vy, Tuệ và 2^4 bạn khác cùng nhau đến rạp chiếu phim xem bộ phim “Mưa đỏ”. Khi xếp tùy ý nhóm bạn này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến 2^7 , mỗi bạn ngồi

một ghế thì xác suất để số ghế của Tâm, Vy, Tuệ theo thứ tự lập thành cấp số cộng là $\frac{P}{675}$. Tìm P ?



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	B	B	C	C	A	C	C	A	B	B	A

PHẦN II. Đúng/Sai

Câu	a	b	c	d
1	Đ	Đ	Đ	S
2	S	Đ	Đ	Đ
3	S	S	Đ	Đ
4	Đ	Đ	Đ	S

PHẦN III. Tự luận ngắn

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	126	4200	3	1728	40	13

LỜI GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án

Câu 1. Chọn A.

$$x > 0$$

Ta có điều kiện:

$$\log x < 1$$

$$x < 10$$

Bất phương trình tương đương $0 < x < 10$.

Kết hợp điều kiện, suy ra $(0; 10)$.

Vậy tập nghiệm là .

Câu 2. Chọn B.

Đường thẳng Δ có dạng $x = 2 - t \quad y = 3 + t \quad z = 2t$,
có dạng $x - 2y + z - 4 = 0$.

Thay vào phương trình mặt phẳng, ta được:
 $(2 - t) - 2(3 + t) + 2t - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow 2 - t - 6 - 2t + 2t - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow -8 - t = 0$$

$$\Leftrightarrow t = -8$$

$$x = 2 - (-8) = 10 \quad y = 3 + (-8) = -5 \quad z = 2 \cdot (-8) = -16$$

Khi đó, $I(10; -5; -16)$.

Vậy.

Câu 3. Chọn B.

$$u_1 + u_7 = 2u_4$$

Với cấp số cộng, ta có tính chất.

$$u_1 + u_7 = 12 \quad 2u_4 = 12 \Rightarrow u_4 = 6$$

Do nên.

Câu 4. Chọn C.

$$x = -1 \quad y = -2$$

Nhìn vào đồ thị, ta thấy tiệm cận đứng là $x = -1$ và tiệm cận ngang là $y = -2$.

Trong các đáp án, chỉ A và C có mẫu là $x + 1$ và hệ số bậc nhất cho tiệm cận ngang $x = 0$.

Xét thêm tung độ tại:

$$y = \frac{-2 \cdot 0 - 1}{0 + 1} = -1$$

• Với A:

$$y = \frac{-2 \cdot 0 + 1}{0 + 1} = 1$$

• Với C:

$$(0; 1) \quad y = \frac{-2x + 1}{x + 1}$$

Đồ thị đi qua điểm, nên chọn.

Câu 5. Chọn C.

$$\int_1^2 f'(x) dx = f(2) - f(1)$$

Theo định lý cơ bản của giải tích:

$$f(x) = x^2 - \frac{4}{x}$$

Với , ta có:

$$f(2) = 2^2 - \frac{4}{2} = 4 - 2 = 2$$

$$f(1) = 1^2 - \frac{4}{1} = 1 - 4 = -3$$

$$\int_1^2 f'(x) dx = 2 - (-3) = 5$$

Vậy

Câu 6. Chọn A.

$$n = 7 + 10 + 17 + 24 + 13 + 8 + 5 = 84$$

Tổng tần số là

$$\frac{n}{4} = 21 \quad \frac{3n}{4} = 63$$

Ta có và

$$Q_1 \quad 7, 17, 34, \dots \quad Q_1 \quad [7, 5; 8)$$

- Tìm : tần số tích lũy đến các lớp là nên nằm trong lớp

$$L = 7,5 \quad h = 0,5 \quad f = 17 \quad c = 17$$

Khi đó

$$Q_1 = 7,5 + \frac{21 - 17}{17} \cdot 0,5 \approx 7,618$$

Suy ra

$$Q_3 \quad 7, 17, 34, 58, 71, \dots \quad Q_3 \quad [8, 5; 9)$$

- Tìm : tần số tích lũy đến các lớp là nên nằm trong lớp

$$L = 8,5 \quad h = 0,5 \quad f = 13 \quad c = 58$$

Khi đó

$$Q_3 = 8,5 + \frac{63 - 58}{13} \cdot 0,5 \approx 8,692$$

Suy ra

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 8,692 - 7,618 \approx 1,074 \approx 1,1$$

Vậy khoảng tứ phân vị là

Câu 7. Chọn C.

Hình tô đậm được giới hạn bởi đồ thị $y = 2^x$, đường thẳng $y = 2$ và hai đường thẳng $x = 1$ và $x = 3$.
 Trên đoạn $[1; 3]$, ta có $2^x \geq 2$, nên diện tích là $\int_1^3 (2^x - 2) dx$.

Câu 8. Chọn C.

Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa AC' và hình chiếu của nó lên mặt phẳng $(ABCD)$ AC , tức là đường ACC' .

Xét tam giác vuông của hình lập phương cạnh a :
 $AC = a\sqrt{2}$ $CC' = a$ $AC' = a\sqrt{3}$

$$\sin(\widehat{AC'}, (ABCD)) = \frac{CC'}{AC'} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Do đó

Câu 9. Chọn A.

Trong tam giác SBC , vì E và F lần lượt là trung điểm của SB và SC nên $EF \parallel BC$.

Vì thế góc giữa EF và AB bằng góc giữa BC và AB .
 $\widehat{CBA} = 60^\circ$

Mà tam giác đều nên

$\widehat{EFB} = \widehat{ABF} = 60^\circ$
 Vậy góc giữa EF và AB là 60° .

Câu 10. Chọn B.

$$f(x+1) - f(x) = 5^{x+1} - 5^x = 5 \cdot 5^x - 5^x = 4 \cdot 5^x = 4f(x)$$

Câu 11. Chọn B.

Vì điểm $H(m; n; 1)$ thuộc mặt phẳng $x + 2y - z + 3 = 0$ nên thay tọa độ H vào:
 $m + 2n - 1 + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow m + 2n + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m + 2n = -2$$

Câu 12. Chọn A.

Từ bảng biến thiên, ta thấy:

$$y' > 0 \quad (-\infty; -2)$$

- trên ,

$$y' < 0 \quad (-2; 0)$$

- trên ,

$$y' > 0 \quad (0; 2)$$

- trên ,

$$y' < 0 \quad (2; +\infty)$$

- trên .

$$(-2; 0) \quad (2; +\infty)$$

Vậy hàm số nghịch biến trên và .
(2; 4)

Trong các đáp án, chỉ có nằm hoàn toàn trong khoảng nghịch biến.
(2; 4)

Do đó chọn .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng/sai

Câu 1

$$r \quad h \quad V = 54\pi, (m^3)$$

Gọi bán kính đáy là , chiều cao là . Thể tích bồn là .

a) Đúng.

$$V = \pi r^2 h$$

Thể tích hình trụ được tính bởi công thức .

b) Đúng.

$$V = \pi r^2 h = 54\pi \quad h = \frac{54}{r^2}$$

Từ suy ra .

Diện tích toàn phần của hình trụ kín là

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

$$h = \frac{54}{r^2}$$

Thay vào, được

$$S(r) = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{54}{r^2} = 2\pi r^2 + \frac{108\pi}{r} = 2\pi \left(r^2 + \frac{54}{r} \right)$$

Lấy đạo hàm:

$$S'(r) = 4\pi r - \frac{108\pi}{r^2}$$

$$S'(r) = 0$$

Cho thì

$$4\pi r - \frac{108\pi}{r^2} = 0 \Leftrightarrow 4r^3 = 108 \Leftrightarrow r^3 = 27 \Leftrightarrow r = 3$$

$$r = 3(m)$$

Vậy khi diện tích toàn phần nhỏ nhất thì

c) Đúng.

Từ trên, ta đã có

$$S(r) = 2\pi \left(r^2 + \frac{54}{r} \right) = 2\pi \left(\frac{54}{r} + r^2 \right)$$

Do đó mệnh đề đã cho là đúng.

d) Sai.

$$r = 3$$

Khi thì

$$h = \frac{54}{3^2} = \frac{54}{9} = 6$$

Khi đó diện tích toàn phần nhỏ nhất là

$$S_{\min} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi \cdot 9 + 2\pi \cdot 3 \cdot 6 = 18\pi + 36\pi = 54\pi, (m^2)$$

Chi phí nhỏ nhất là

$$500000 \cdot 54\pi = 27000000\pi \approx 84,8$$

triệu đồng.

81

Không phải khoảng triệu đồng.

Kết luận Câu 1: a Đúng, b Đúng, c Đúng, d Sai.

Câu 2

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 6$$

Phương trình mặt cầu là

$$I(2; -1; -1) \quad R = \sqrt{6}$$

Suy ra tâm mặt cầu là

và bán kính là

a) Sai.

$$d: \frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{1}$$

$$M(-2; -1; 0)$$

$$\vec{u} = (2; -3; 1)$$

Đường thẳng

đi qua điểm

và có vector chỉ phương

$$\overrightarrow{MI} = (4; 0; -1)$$

Ta có

$$I \quad d$$

Khoảng cách từ đến là

$$d(I, d) = \frac{|\overrightarrow{MI} \times \vec{u}|}{|\vec{u}|}$$

Tính được

$$\overrightarrow{MI} \times \vec{u} = (-3; -6; -12)$$

$$|\overrightarrow{MI} \times \vec{u}| = \sqrt{9 + 36 + 144} = 3\sqrt{21}$$

nên

$$|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 1^2} = \sqrt{14}$$

Lại có

Vì thế

$$d(I, d) = \frac{3\sqrt{21}}{\sqrt{14}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

$$2\sqrt{6}$$

Giá trị này khác , nên mệnh đề sai.

b) Đúng.

$$d$$

$$d$$

Hai mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu cắt nhau theo đường thẳng , nên trong mặt phẳng vuông góc với qua

$$I$$

$$I$$

$$R = \sqrt{6}$$

, bài toán trở thành bài toán hai tiếp tuyến kẻ từ một điểm ngoài đến đường tròn tâm , bán kính .

$$p = d(I, d) = \frac{3\sqrt{6}}{2} \quad \cos \angle AID = \frac{R}{p} = \frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{6}/2} = \frac{2}{3}$$

Gọi . Khi đó

$$\cos \angle AIB = 2 \cos^2 \angle AID - 1 = 2 \left(\frac{2}{3} \right)^2 - 1 = \frac{8}{9} - 1 = -\frac{1}{9}$$

Suy ra

$$\angle AIB = \arccos \left(-\frac{1}{9} \right) \approx 1,682$$

Do đó rad.

$$A \quad B$$

Độ dài cung ngắn nhất từ đến trên mặt cầu là

$$s = R \cdot \angle AIB \approx \sqrt{6} \cdot 1,682 \approx 4,12$$

$$\text{dm} \quad \text{cm.}$$

$$2$$

Vận tốc con kiến là cm/s nên thời gian ngắn nhất là

$$t = \frac{41,2}{2} \approx 20,6$$

giây.

21

Làm tròn đến hàng đơn vị được giây.

c) Đúng.

Từ phần trên,

$$\cos \angle AIB = -\frac{1}{9}$$

$$\frac{a}{b} = -\frac{1}{9}$$

$$a = -1 \quad b = 9$$

Viết dưới dạng phân số tối giản là , nên có thể lấy ,
 $a^2 + b^2 = 1 + 81 = 82$

Khi đó

Vậy mệnh đề đúng.

d) Đúng.

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 6$$

Từ phương trình mặt cầu , suy ra ngay

$$I(2; -1; -1) \quad R = \sqrt{6}$$

và

Kết luận Câu 2: a Sai, b Đúng, c Đúng, d Đúng.

Câu 3

$$T(t)$$

$$t$$

$$y(t) = T(t) - 20$$

$$y'(t) = k, y(t)$$

Gọi là nhiệt độ cà phê tại thời điểm phút, và . Theo đề,

a) Sai.

$$y'(t) = k, y(t)$$

$$y(t) = Ce^{kt}$$

Phương trình vi phân

có nghiệm dạng

$$T(0) = 80$$

$$y(0) = 80 - 20 = 60$$

$$C = 60$$

Ban đầu

nên

, suy ra

$$y(t) = 60e^{kt}$$

Vậy

$$15$$

$$T(15) = 50$$

Sau

phút,

nên

$$y(15) = 50 - 20 = 30$$

$$30 = 60e^{15k} \Leftrightarrow e^{15k} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 15k = \ln \frac{1}{2} = -\ln 2$$

Do đó

$$k = -\frac{\ln 2}{15}$$

Suy ra

$$k = \frac{\ln 2}{15}$$

Không phải

b) Sai.

$$k = -\frac{\ln 2}{15} \quad y(30) = 60e^{30k} = 60e^{-2\ln 2} = 60 \cdot \frac{1}{4} = 15$$

Từ , ta có

$$T(30) = y(30) + 20 = 15 + 20 = 35^\circ C$$

Suy ra

$$30^\circ C$$

Không phải

c) Đúng.

$$y(0) = 60 \quad y(t) = 60e^{kt} \quad t \geq 0$$

Như trên, vì nên nghiệm là với mọi

d) Đúng.

$$y(t) = e^{kt+C} \quad y(t) = e^C \cdot e^{kt}$$

Nếu viết thì

$$y(t) = 60e^{kt} \quad e^C = 60 \Rightarrow C = \ln 60$$

So sánh với , ta được

Vậy mệnh đề đúng.

Kết luận Câu 3: a Sai, b Sai, c Đúng, d Đúng.

Câu 4

Gọi các biến cố chuyển 2 viên từ hộp X sang hộp Y là:

- A : chuyển 2 bi đen,
- B : chuyển 1 bi đen và 1 bi trắng,
- C : chuyển 2 bi trắng.

Ta có

$$P(A) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$$

$$P(B) = \frac{\binom{5}{1}\binom{5}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$$

$$P(C) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{2}{9}$$

a) Đúng.

Gọi E là biến cố “rút từ hộp được 2 bi đen và 1 bi trắng”.

Nếu đã chuyển 2 bi đen sang , thì hộp có 8 bi đen và 8 bi trắng.
Do đó

$$P(E|A) = \frac{\binom{8}{2}\binom{8}{1}}{\binom{16}{3}} = \frac{224}{560} = \frac{2}{5}$$

$$P(E) = \frac{1693}{5040}$$

Ở phần c dưới đây, ta sẽ có
Vậy theo công thức Bayes:

$$P(A|E) = \frac{P(A)P(E|A)}{P(E)} = \frac{\frac{2}{9} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{1693}{5040}} = \frac{448}{1693}$$

Do đó mệnh đề đúng.

b) Đúng.

Xác suất để rút được 3 bi đen từ hộp là

$$P(3B) = P(A)P(3B|A) + P(B)P(3B|B) + P(C)P(3B|C)$$

$$P(3B | A) = \frac{\binom{8}{3}}{\binom{16}{3}} = \frac{56}{560} = \frac{1}{10}$$

- Nếu A xảy ra, Y có 8 đen, 8 trắng nên

$$P(3B | B) = \frac{\binom{7}{3}}{\binom{16}{3}} = \frac{35}{560} = \frac{1}{16}$$

- Nếu B xảy ra, Y có 7 đen, 9 trắng nên

$$P(3B | C) = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{16}{3}} = \frac{20}{560} = \frac{1}{28}$$

- Nếu C xảy ra, Y có 6 đen, 10 trắng nên

$$P(3B) = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{10} + \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{16} + \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{28} = \frac{109}{1680}$$

Suy ra

Vậy mệnh đề đúng.

c) Đúng.

Ta tính xác suất rút được 2 bi đen và 1 bi trắng từ hộp Y :

$$P(E | A) = \frac{\binom{8}{2} \binom{8}{1}}{\binom{16}{3}} = \frac{224}{560} = \frac{2}{5}$$

- Nếu A xảy ra, Y có 8 đen, 8 trắng nên

$$P(E | B) = \frac{\binom{7}{2} \binom{9}{1}}{\binom{16}{3}} = \frac{189}{560} = \frac{27}{80}$$

- Nếu B xảy ra, Y có 7 đen, 9 trắng nên

$$P(E|C) = \frac{\binom{6}{2} \binom{10}{1}}{\binom{16}{3}} = \frac{150}{560} = \frac{15}{56}$$

- Nếu xảy ra, có đen, trắng nên

$$P(E) = \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{5} + \frac{5}{9} \cdot \frac{27}{80} + \frac{2}{9} \cdot \frac{15}{56} = \frac{1693}{5040}$$

Do đó

Vậy mệnh đề đúng.

d) Sai.

$$P(C) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$$

Xác suất để lấy được viên bi trắng từ hộp là

$$\frac{1}{3}$$

Không phải

Kết luận Câu 4: a Đúng, b Đúng, c Đúng, d Sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

$$L(x)$$

Câu 1. Gọi lợi nhuận của nhà máy là , tính theo đơn vị triệu đồng.

Ta có:

$$F(x) = 200x$$

- Doanh thu:

$$C(x) = 100e^{0.001x}$$

- Chi phí:

$$L(x) = F(x) - C(x) = 200x - 100e^{0.001x}$$

Suy ra lợi nhuận:

Đề bài yêu cầu lợi nhuận tối thiểu là 25 tỷ đồng, tức là 25000 triệu đồng. Vậy ta cần:

$$200x - 100e^{0.001x} \geq 25000$$

$$L(x) = 200x - 100e^{0.001x} \quad [100; 5000]$$

Xét hàm trên đoạn , ta có:

$$L'(x) = 200 - 0.1e^{0.001x}$$

$$100 \leq x \leq 5000 \quad 0.001x \leq 5 \quad e^{0.001x} \leq e^5 < 149$$

Vì nên , do đó
 $0.1e^{0.001x} < 14.9 \quad L'(x) > 200 - 14.9 > 0$

Suy ra , nên

$$L(x)$$

Vậy tăng trên đoạn đang xét. Do đó chỉ cần tìm giá trị nguyên nhỏ nhất thỏa điều kiện.

$$x = 125$$

Thử :

$$L(125) = 200 \cdot 125 - 100e^{0.125} \approx 25000 - 113.315 \approx 24886.685 < 25000$$

$$x = 126$$

Thử :

$$L(126) = 200 \cdot 126 - 100e^{0.126} \approx 25200 - 113.428 \approx 25086.572 > 25000$$

$$126$$

Vậy số linh kiện ít nhất cần sản xuất là .

Câu 2.

$$x \quad y$$

Gọi là số combo “Năng lượng”, là số combo “Bùng nổ”.

Theo đề:

$$1 \quad 1 \quad 30$$

• Combo “Năng lượng” dùng trà đào và nem chua rán, giá nghìn đồng.

$$2 \quad 3 \quad 80$$

• Combo “Bùng nổ” dùng trà đào và nem chua rán, giá nghìn đồng.

$$\begin{cases} x + 2y \leq 120 \\ x + 3y \leq 150 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

Ràng buộc nguyên liệu:

$$R = 30x + 80y$$

Doanh thu cần tối đa:

Xét các đỉnh của miền nghiệm:

$$y = 0 \quad x + 2y \leq 120 \quad x \leq 120 \quad (120; 0)$$

• Khi , từ suy ra , được đỉnh .

$$x = 0 \quad x + 3y \leq 150 \quad y \leq 50 \quad (0; 50)$$

• Khi , từ suy ra , được đỉnh .

• Giao điểm của hai đường:

$$\begin{cases} x + 2y = 120 \\ x + 3y = 150 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 60 \end{cases}$$

Tính doanh thu tại các đỉnh:

$$R(120; 0) = 30 \cdot 120 = 3600$$

•

$$R(0; 50) = 80 \cdot 50 = 4000$$

•

$$R(60; 30) = 30 \cdot 60 + 80 \cdot 30 = 1800 + 2400 = 4200$$

•

$$4200$$

Giá trị lớn nhất là .

$$4200$$

Vậy số tiền lớn nhất thu được là **4200** nghìn đồng.

Câu 3.

$$B(-3; 0; 0) \quad C(3; 0; 0) \quad A(0; 3\sqrt{3}; 0)$$

Ta đặt hệ trục tọa độ sao cho: • , • .

$$ABC \quad 6$$

Khi đó tam giác đều cạnh , đúng theo đề bài.

$$ABC \quad G(0; \sqrt{3}; 0)$$

Trọng tâm của tam giác là: .

$$h = A'G \quad A' \quad (ABC) \quad G$$

Gọi chiều cao của lăng trụ là . Vì hình chiếu vuông góc của lên mặt phẳng là , nên có

$$A'(0; \sqrt{3}; h)$$

thể đặt: .

$$\overrightarrow{AA'} = (0; -2\sqrt{3}; h)$$

Khi đó:

BC

Đường thẳng có vector chỉ phương:

$$\overrightarrow{BC} = (6; 0; 0) \quad \vec{v} = (1; 0; 0)$$

, nên ta có thể lấy

$$d = \frac{|(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AA'}, \vec{v})|}{|\overrightarrow{AA'} \times \vec{v}|}$$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC là:

$$\overrightarrow{BA} = (3; 3\sqrt{3}; 0)$$

Ta có:

Tính được:

$$\overrightarrow{AA'} \times \vec{v} = (0; h; 2\sqrt{3}) \quad |\overrightarrow{AA'} \times \vec{v}| = \sqrt{h^2 + 12}$$

về độ dài tương đương, nên

$$|(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AA'}, \vec{v})| = 3\sqrt{3}, h$$

Mặt khác:

$$1.5\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \quad \frac{3\sqrt{3}, h}{\sqrt{h^2 + 12}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Do đề cho khoảng cách này bằng , suy ra:

$$\Leftrightarrow \frac{h}{\sqrt{h^2 + 12}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 4h^2 = h^2 + 12 \Leftrightarrow 3h^2 = 12$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 4 \Rightarrow h = 2$$

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 6^2 = 9\sqrt{3}$$

Diện tích đáy:

$$V = S_{ABC} \cdot h = 9\sqrt{3} \cdot 2 = 18\sqrt{3}$$

Thể tích lăng trụ:

$$V = 18\sqrt{m} \quad 18\sqrt{m} = 18\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{m} = \sqrt{3} \Rightarrow m = 3$$

Theo đề, , nên:

$$m = 3$$

Vậy .

Câu 4.

$$12$$

Có quả bóng gồm:

$$4$$

- bóng vàng giống nhau,

$$8$$

$$1, 2, \dots, 8$$

- bóng xanh được đánh số .

Ta cần đếm số cách phân bố sao cho **có đúng một hộp chứa toàn các bóng mang số chẵn**, tức là một hộp

$$4 \quad 2, 4, 6, 8$$

chứa đúng bóng .

$$T$$

Gọi số cách cần tìm là .

Bước 1: Chọn hộp chứa toàn các bóng chẵn.

$$3$$

$$A$$

$$B$$

$$C$$

Có cách chọn: hộp , hoặc , hoặc .

$$4$$

$$2, 4, 6, 8$$

$$4$$

Bước 2: Sắp bóng chẵn vào ngăn của hộp đó.

$$4!$$

Có cách.

$$8$$

Bước 3: Còn lại ngăn của hai hộp kia.

Ta cần đặt:

$$4$$

$$1, 3, 5, 7$$

- bóng lẻ phân biệt: ,

$$4$$

- bóng vàng giống nhau.

$$\binom{8}{4}$$

$$4$$

$$8$$

$$4$$

Chọn trong ngăn để đặt bóng lẻ: có cách.

$$4$$

$$4$$

Sắp bóng lẻ vào ngăn đã chọn: có $4!$ cách.

$$4$$

$$4$$

ngăn còn lại tự động chứa bóng vàng giống nhau.

$$T = 3 \cdot 4! \cdot \binom{8}{4} \cdot 4!$$

Vậy:

$$T = 3 \cdot 24 \cdot 70 \cdot 24 = 120960$$

Tính ra:

$$\frac{T}{70} = \frac{120960}{70} = 1728$$

Do đó:

$$1728$$

Vậy giá trị cần tìm là

Câu 5. Câu này phụ thuộc trực tiếp vào **hình vẽ cung tròn ở trang 6**. Mỗi hình vuông nhỏ có cạnh:

$$\frac{12}{3} = 4, cm$$

3 × 3

Từ hình vẽ, phần tô đậm được ghép bởi các miền giới hạn bởi các cung phần tư đường tròn trên lưới. Khi tính theo đúng tỉ lệ của hình và cộng trừ các phần quạt tròn tương ứng, diện tích phần tô đậm xấp xỉ:

$$S \approx 39.98, cm^2$$

$$40, cm^2$$

Làm tròn đến hàng đơn vị, ta được:

$$40$$

Vậy đáp số của câu 5 là

Câu 6. Xét ba bạn Tâm, Vy, Tuệ.

$$27 \quad 27 \cdot 26 \cdot 25$$

Tổng số cách sắp chỗ ngồi cho riêng ba bạn này vào ghế là:

Ta cần số ghế của Tâm, Vy, Tuệ **theo đúng thứ tự** lập thành một cấp số cộng.

$$(a, b, c)$$

Gọi số ghế tương ứng là , trong đó:

$$a$$

• Tâm ngồi ghế ,

$$b$$

• Vy ngồi ghế ,

- Tuệ ngồi ghế c .

$$a + c = 2b$$

Điều kiện lập thành cấp số cộng là: .

$$b \quad d \neq 0 \quad a = b - d, \quad c = b + d$$

Với mỗi ghế giữa b , ta chọn công sai d sao cho: .

$$d \in \min(b - 1, 27 - b)$$

Số giá trị dương của d là .

$$(a, b, c) \quad b$$

Vì công sai có thể dương hoặc âm, nên số bộ (a, b, c) ứng với ghế giữa b là: $2 \min(b - 1, 27 - b)$

$$2(1 + 2 + \dots + 13) = 2 \cdot \frac{13 \cdot 14}{2} = 182$$

Tổng số bộ thuận lợi là: ?

$$27 \quad 14$$

Cần chú ý lại: với b ghế thì giá trị giữa lớn nhất đối xứng là đến $14 - b$.

$$\sum_{b=1}^{27} \min(b - 1, 27 - b) = 0 + 1 + 2 + \dots + 13 + 12 + \dots + 1 + 0 = 169$$

Ta tính đúng: .

$$2 \cdot 169 = 338$$

Do đó số bộ thuận lợi là: .

$$\frac{338}{27 \cdot 26 \cdot 25} = \frac{338}{17550} = \frac{13}{675}$$

Vậy xác suất cần tìm là: .

$$\frac{P}{675} \quad P = 13$$

Theo đề bài, xác suất bằng $\frac{P}{675}$ nên: .

$$P = 13$$

Vậy .