

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(-1; 3; 2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là

- A. $D\left(-1; 1; \frac{2}{3}\right)$. B. $D(-1; -3; -2)$. C. $D(1; 3; 4)$. D. $D(1; 1; 4)$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn:

$\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng:

- A. $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$. B. $\overrightarrow{GS} = 3\overrightarrow{OG}$.
C. G, S, O không thẳng hàng. D. $\overrightarrow{GS} = 5\overrightarrow{OG}$.

Câu 4. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 12. B. 60. C. 100. D. 80.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn

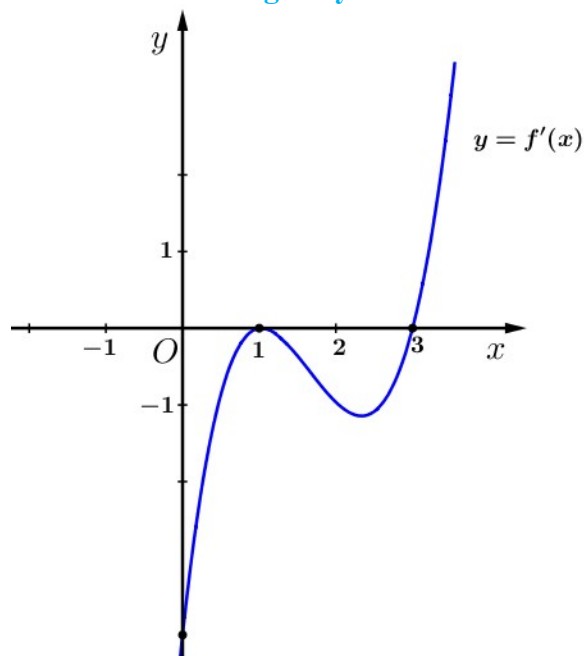
$f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2018$ với $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1-x) + 2018x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 3)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{4x-3}{x-3}$ có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) có hai điểm phân biệt M, N và tổng khoảng cách từ M hoặc N tới hai tiệm cận là nhỏ nhất. Khi đó MN có giá trị bằng

- A. $MN = 6$. B. $MN = 4\sqrt{2}$. C. $MN = 4\sqrt{3}$. D. $MN = 6\sqrt{2}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



- A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
 B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu.
 C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
 D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 8. Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ cắt đường thẳng $d: y = m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5$.

- A. $m \geq -3$. B. $m > -2$. C. $m \geq -2$. D. $m > -3$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -3)$. B. $(3; 4)$. C. $(1; 3)$. D. $(4; 5)$.

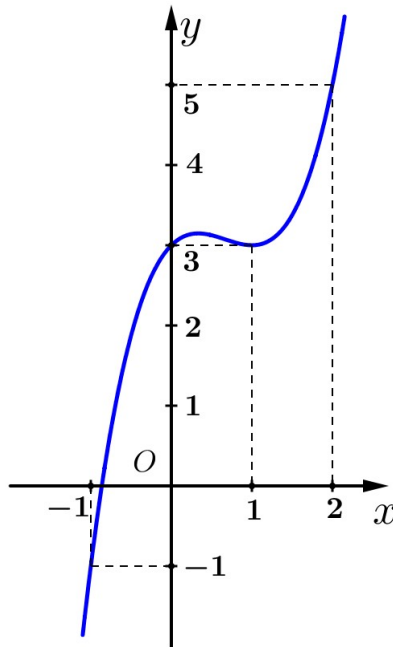
Câu 10. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

- A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = -7$. D. $m = 5$.

Câu 11. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x-2}{x-m}$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$?

- A. Vô số. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như dưới đây



Tìm giá trị lớn nhất $\max_{[-1;2]} g(x)$ của hàm số $g(x) = f(x) - x^2 - x$ trên đoạn $[-1; 2]$.

A. $\max_{[-1;2]} g(x) = g(2)$

B. $\max_{[-1;2]} g(x) = g(0)$

C. $\max_{[-1;2]} g(x) = g(1)$

D. $\max_{[-1;2]} g(x) = g(-1)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho $S(1; 2; 3)$ và các điểm A, B, C thuộc các trục Ox, Oy, Oz sao cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tọa độ điểm C là $C(7, 0, 0)$.

b) Tam giác ABC là tam giác vuông.

c) $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = 0$.

d) Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{343}{36}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{-mx^2 + (4m-2)x + 1 - 4m}{x-1}$

a) Khi $m < -1$ thì hàm số đạt cực đại và cực tiểu trong miền $x > 0$

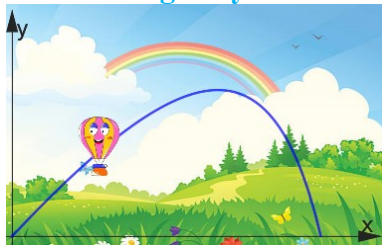
b) Khi $m = 1$ đồ thị hàm số không cắt trục Ox

c) Có 2 phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $x - y = 0$

d) Khi $m = 1$ đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Đường đi của một khinh khí cầu được gắn trong hệ trục tọa độ là một đường cong bậc hai trên bậc nhất có đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm có tọa độ là $(1; 0)$ và $(8; 0)$ với đơn vị trên hệ trục tọa độ là $1 (km)$. Biết rằng điểm cực đại của đồ thị hàm số là điểm $(6; 5)$. Hỏi khi khí cầu đi qua điểm cực đại và cách mặt đất $3875 (m)$ thì khí cầu cách gốc tọa độ theo phương ngang bao nhiêu? (đơn vị: km)

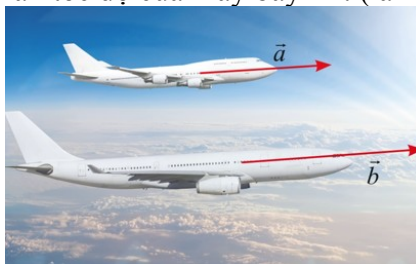


Câu 2. Bảng dưới đây thống kê cự li ném của một vận động viên.

Cự li (mm)	[19;19,5)	[19,5;20)	[20;20,5)	[20,5;21)	[21;21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).

Câu 3. Cho biết máy bay A đang bay với vector vận tốc $\vec{a} = (300; 200; 400)$ (đơn vị: km/h). Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A . (làm tròn đến hàng đơn vị)



Tính tốc độ của máy bay B .

Câu 4. Một cửa hàng kinh doanh trung bình bán được 700 máy điều hòa mỗi tháng với giá 15 triệu đồng một máy. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 1 triệu đồng, số lượng máy điều hòa bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 máy mỗi tháng. Biết hàm chi phí hàng tháng là $C(x) = 14000 - 3x$ (triệu đồng), trong đó x là số máy điều hòa bán ra trong tháng, cửa hàng nên đặt giá bán bao nhiêu để lợi nhuận là lớn nhất? (đơn vị là triệu đồng).

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B . Máy A làm việc trong x ngày cho số tiền lãi là $x^2 + 2x$ (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày cho số tiền lãi là $-27y^2 + 326y$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A làm việc trong bao nhiêu ngày để số tiền lãi thu được nhiều nhất? Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc và máy B làm việc không quá 6 ngày.

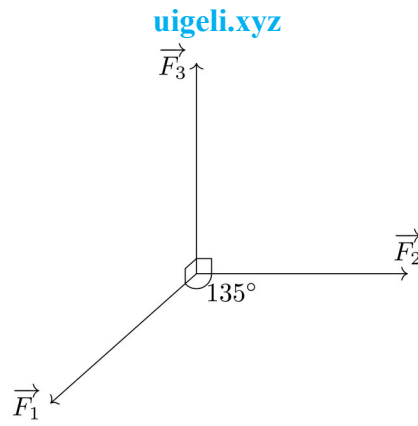
Câu 2. Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120; 122)	[122; 124)	[124; 126)	[126; 128)	[128; 130)
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn.

Theo quan điểm trên, hãy so sánh độ rủi ro của cổ phiếu A và cổ phiếu B .

Câu 3. Một chất điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α) , chịu tác động bởi ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$. Các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có giá nằm trong (α) và $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 135^\circ$, còn lực $\vec{F}_3$ có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Xác định tổng hợp lực của các lực trên, biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là 20 N, 15 N và 10 N. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 4. Số giá trị nguyên thuộc khoảng $(-2020; 2020)$ của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2019$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ là

----- **HẾT** -----
LỜI GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(0; -1; 1)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(-1; 3; 2)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là

- A. $D\left(-1; 1; \frac{2}{3}\right)$. B. $D(-1; -3; -2)$. C. $D(1; 3; 4)$. D. $D(1; 1; 4)$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Gọi } D(x; y; z), \text{ ta có } ABCD \text{ là hình bình hành nên } \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} &\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=2 \\ y-3=-2 \\ z-2=2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases} &\text{ . Vậy } D(1; 1; 4). \end{aligned}$$

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1), \overrightarrow{AC} = (1; 1; 1) &\Rightarrow [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-1; 2; -1). \\ \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] \right| &= \frac{\sqrt{6}}{2}. \end{aligned}$$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi G là điểm thỏa mãn:

$\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng:

- A. $\overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}$. B. $\overrightarrow{GS} = 3\overrightarrow{OG}$.
C. G, S, O không thẳng hàng. D. $\overrightarrow{GS} = 5\overrightarrow{OG}$.

Lời giải

Chọn A

$$\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} \Leftrightarrow \overrightarrow{GS} + 4\overrightarrow{GO} = \vec{0} \\ \Rightarrow \overrightarrow{GS} = 4\overrightarrow{OG}.$$

Câu 4. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 12. B. 60. C. 100. D. 80.

Lời giải

Chọn C

Khoảng biến thiên: $100 - 0 = 100$

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2018$ với $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1-x) + 2018x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt: $y = h(x) = f(1-x) + 2018x + 2019$.

Ta có: $h'(x) = -f'(1-x) + 2018 = -x(3-x)g(1-x)$.

Xét $h'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x(3-x) \leq 0$

$$x(3-x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy hàm số $h(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và $(3; +\infty)$ nên đáp án đúng là đáp án D

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{4x-3}{x-3}$ có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) có hai điểm phân biệt M, N và tổng khoảng cách từ M hoặc N tới hai tiệm cận là nhỏ nhất. Khi đó MN có giá trị bằng

- A. $MN = 6$. B. $MN = 4\sqrt{2}$. C. $MN = 4\sqrt{3}$. D. $MN = 6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$M = \left(m; \frac{4m-3}{m-3} \right) \in (C)$$

- Giả sử , với $m \neq 3$.

- Tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 4$.

Do đó tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận là

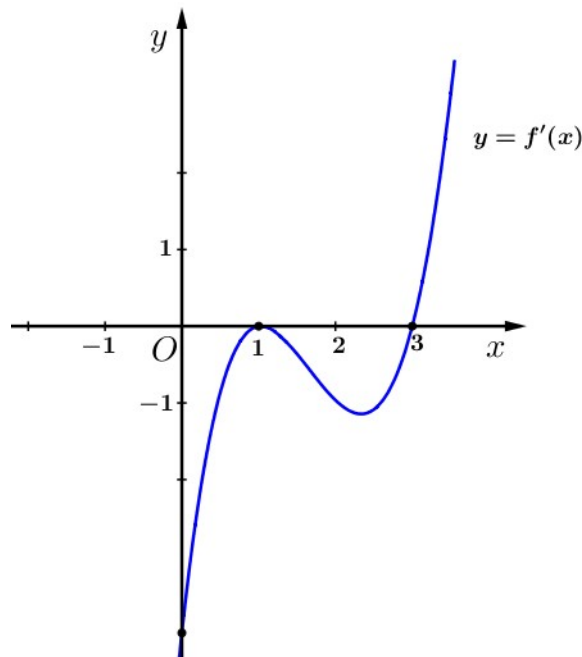
$$d = |m-3| + \left| \frac{4m-3}{m-3} - 4 \right| = |m-3| + \frac{9}{|m-3|} \geq 2 \cdot \sqrt{|m-3| \cdot \frac{9}{|m-3|}} = 6$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $|m-3| = \frac{9}{|m-3|} \Leftrightarrow (m-3)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} m-3=3 \\ m-3=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=6 \\ m=0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} M=(6;7) \\ M=(0;1) \end{cases} \quad \text{Một cách tương tự ta có các điểm} \quad \begin{cases} N=(6;7) \\ N=(0;1) \end{cases}$$

Do M, N phân biệt nên $MN = 6\sqrt{2}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



- A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu.
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	-	0	+	
$f(x)$							

Quan sát bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu.

- Câu 8.** Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ cắt đường thẳng $d: y = m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5$.
- A. $m \geq -3$. B. $m > -2$. C. $m \geq -2$. D. $m > -3$.

Lời giải

Chọn B

PT hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x^2 + 2 = m(x-1)$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - 2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x^2 - 2x - 2 - m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Cần (1) có hai nghiệm phân biệt x_2, x_3 khác $x_1 = 1$ và thỏa mãn $1 + x_2^2 + x_3^2 > 5$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m + 3 > 0 \\ 1 - 2 - 2 - m \neq 0 \\ 1 + S^2 - 2P > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 3 > 0 \\ -3 - m \neq 0 \\ 1 + 4 + 4 + 2m > 5 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2$$

- Câu 9.** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -3)$. B. $(3; 4)$. C. $(1; 3)$. D. $(4; 5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = f'(5-2x) = -2f'(5-2x)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -2f'(5-2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x = -3 \\ 5-2x = -1 \\ 5-2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$f'(5-2x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x < -3 \\ -1 < 5-2x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 2 < x < 3 \end{cases}; \quad f'(5-2x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5-2x > 1 \\ -3 < 5-2x < -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ 3 < x < 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

uigeli.xyz

x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y									

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng $(4;5)$.

- Câu 10.** Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.
- A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = -7$. D. $m = 5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = x^2 - 2mx + (m^2 - 4)$; $y'' = 2x - 2m$.

Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) < 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 6m + m^2 - 4 = 0 \\ 6 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 = 0 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 (L) \\ m = 5 (TM) \\ m > 3 \end{cases}$$

Vậy $m = 5$ là giá trị cần tìm.

- Câu 11.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x-2}{x-m}$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$?
- A. Vô số. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

$$y' = \frac{-m+2}{(x-m)^2}$$

Khi đó $(-\infty; 0)$

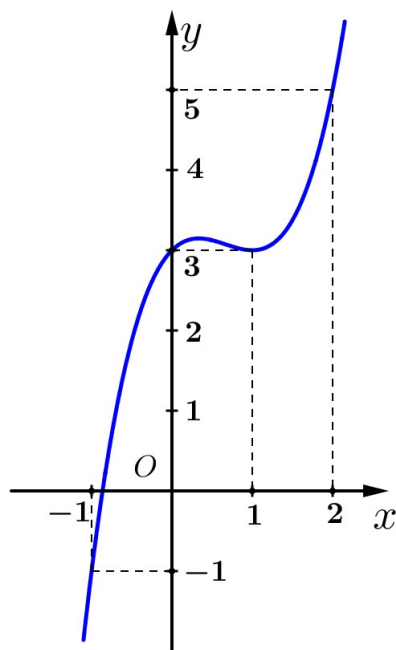
Hàm số đồng biến trên

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \quad \forall x \in (-\infty; 0) \\ m \notin (-\infty; 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-m+2}{(x-m)^2} > 0 \quad \forall x \in (-\infty; 0) \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m+2 > 0 \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 2.$$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; 1\}$.

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

- Câu 12.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\square$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như dưới đây



Tìm giá trị lớn nhất $\max_{[-1;2]} g(x)$ của hàm số $g(x) = f(x) - x^2 - x$ trên đoạn $[-1; 2]$.

A. $\max_{[-1;2]} g(x) = g(2)$

B. $\max_{[-1;2]} g(x) = g(0)$

C. $\max_{[-1;2]} g(x) = g(1)$

D. $\max_{[-1;2]} g(x) = g(-1)$

Lời giải

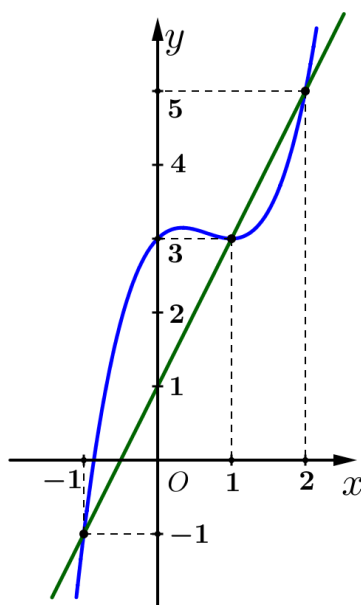
Chọn C

Xét hàm số $g(x) = f(x) - x^2 - x$ trên đoạn $[-1; 2]$.

Ta có $g'(x) = f'(x) - 2x - 1$.

Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 2x + 1$.

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(x)$ với đường thẳng $y = 2x + 1$.



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $f'(x) = 2x + 1$

Bảng biến thiên

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	-1	1	2
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$g(-1)$	$g(1)$	$g(2)$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\max_{[-1;2]} g(x) = g(1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho $S(1;2;3)$ và các điểm A, B, C thuộc các trục Ox, Oy, Oz sao cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Tọa độ điểm C là $C(7,0,0)$.

b) Tam giác ABC là tam giác vuông.

c) $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = 0$.

d) Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{343}{36}$.

Lời giải

a)	S	b)	S	c)	Đ	d)	Đ
----	---	----	---	----	---	----	---

Ta đặt $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

$\overrightarrow{SA} = (a-1; -2; -3), \overrightarrow{SB} = (-1; b-2; -3), \overrightarrow{SC} = (-1; -2; c-3)$.

Vì SA, SB, SC đôi một vuông góc nên

$$\begin{cases} \overrightarrow{SA} \perp \overrightarrow{SB} \\ \overrightarrow{SB} \perp \overrightarrow{SC} \\ \overrightarrow{SA} \perp \overrightarrow{SC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = 0 \\ \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = 0 \\ \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=14 \\ 2b+3c=14 \\ a+3c=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=7 \\ b=\frac{7}{2} \\ c=\frac{7}{3} \end{cases}$$

Do SA, SB, SC đôi một vuông góc, nên: $V_{S.ABC} = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{1}{6} \cdot 7 \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{7}{3} = \frac{343}{36}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{-mx^2 + (4m-2)x + 1 - 4m}{x-1}$

a) Khi $m < -1$ thì hàm số đạt cực đại và cực tiểu trong miền $x > 0$

b) Khi $m = 1$ đồ thị hàm số không cắt trục Ox

c) Có 2 phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $x - y = 0$

d) Khi $m = 1$ đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị

Lời giải

a)	Đ	b)	Đ	c)	Đ	d)	Đ
----	---	----	---	----	---	----	---

(a)(b) Khi $m=1: y = \frac{-x^2 + 2x - 3}{x-1} = -x + 1 - \frac{2}{x-1}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$$y' = \frac{-x^2 + 2x + 1}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow y = 2\sqrt{2} \\ x = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow y = -2\sqrt{2} \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow 1 \pm} y = \pm \infty: x = 1$ là tiệm cận đứng

$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} y = -x + 1: y = -x + 1$ là tiệm cận xiên

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$1-\sqrt{2}$	1	$1+\sqrt{2}$	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	$2\sqrt{2}$	$+\infty$	$-\infty$	$-2\sqrt{2}$	$-\infty$

$$x = 0 \Rightarrow y = 3$$

$y = 0 \Rightarrow -x^2 + 2x - 3 = 0$ (vô nghiệm), đồ thị hàm số không cắt trục Ox

$$y = \frac{-mx^2 + (4m-2)x + 1 - 4m}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-mx^2 + 2mx - 4m + 2 - 1 + 4m}{(x-1)^2}$$

(c)

$$y' = \frac{-mx^2 + 2mx + 1}{(x-1)^2}$$

Suy ra

Dấu y' là dấu của tam thức $g(x) = -mx^2 + 2mx + 1$

$$g(x) \text{ có } \Delta' = m^2 + m$$

$$g(1) = -m + 2m + 1 = m + 1$$

Để hàm số có cực đại và cực tiểu thì $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ m+1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$

Lúc này, hàm số đạt cực đại, cực tiểu tại $x = x_1, x = x_2$ và $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{m} \end{cases}$

Giả sử $x_1 < x_2$

Theo yêu cầu bài toán:

$$\begin{cases} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 > 0 \text{ (luôn đúng)} \\ -\frac{1}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$$

Giao với điều kiện $\Delta' > 0$ được $m < -1$

$$y'_x = \frac{-x^2 + 2x + 1}{(x-1)^2}$$

(d)

Đường thẳng $x - y = 0$ có hệ số góc $k = 1$

Để tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $y = x$, cần và đủ là

$$y'_x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \frac{-x^2 + 2x + 1}{(x-1)^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ -x^2 + 2x + 1 = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 2x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ x = 2 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$$

Có hai tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán:

$$(T_1): y = 1(x - 0) + 3 \Leftrightarrow y = x + 3$$

$$(T_2): y = 1(x - 2) - 3 \Leftrightarrow y = x - 5$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Đường đi của một khinh khí cầu được gắn trong hệ trục tọa độ là một đường cong bậc hai trên bậc nhất có đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm có tọa độ là $(1;0)$ và $(8;0)$ với đơn vị trên hệ trục tọa độ là $1 (km)$. Biết rằng điểm cực đại của đồ thị hàm số là điểm $(6;5)$. Hỏi khi khinh khí cầu đi qua điểm cực đại và cách mặt đất $3875 (m)$ thì khinh khí cầu cách gốc tọa độ theo phương ngang bao nhiêu? (đơn vị: km)



Lời giải

Trả lời 7, 2

Không mất tính tổng quát, ta giả sử phương trình của đường cong là $y = \frac{x^2 + bx + c}{dx + e}$

Vì đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm có tọa độ là $(1;0)$ và $(8;0)$ nên

$$x^2 + bx + c = (x-1)(x-8) = x^2 - 9x + 8$$

$$y = \frac{x^2 - 9x + 8}{dx + e} \Rightarrow y' = \frac{(2x-9)(dx+e) - d(x^2-9x+8)}{(dx+e)^2}$$

Suy ra

Vì đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(6;5)$ nên suy ra

$$\begin{cases} y'(6) = 0 \\ y(6) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(6d+e) + 10d = 0 \\ \frac{-10}{6d+e} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 28d + 3e = 0 \\ 30d + 5e = -10 \end{cases} \Leftrightarrow d = \frac{3}{5}; e = -\frac{28}{5}$$

$$y = \frac{5(x^2 - 9x + 8)}{3x - 28}$$

Vậy phương trình của hàm số là: $y = \frac{5(x^2 - 9x + 8)}{3x - 28}$. Kiểm tra lại điểm cực trị của hàm số này ta thấy điểm $(6;5)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ tìm nghiệm $x > 6$ của phương trình

$$\frac{5(x^2 - 9x + 8)}{3x - 28} = 3,875 \Leftrightarrow 5x^2 - 56,625x + 148,5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7,2 \\ x = 4,125 \end{cases} (L)$$

Vậy khi khí cầu đi qua điểm cực đại và cách mặt đất $3875 (m)$ thì khí cầu cách gốc tọa độ theo phương ngang là 7,2 km.

Câu 2. Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (mm)	[19;19,5)	[19,5;20)	[20;20,5)	[20,5;21)	[21;21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời 0 , 2 8

Ta có bảng số liệu với đại diện:

Cự li (mm)	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25	
Tần số	13	45	24	12	6	$n = 100$

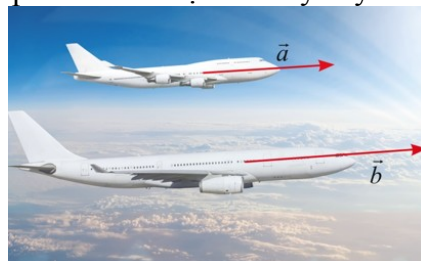
Số trung bình cộng của mẫu số ghép nhóm trên là:

$$\bar{x} = \frac{19,25 \cdot 13 + 19,75 \cdot 45 + 20,25 \cdot 24 + 20,75 \cdot 12 + 21,25 \cdot 6}{100} = 20,015$$

Suy ra, phương sai của mẫu số liệu trên là:

$$s^2 = \frac{1}{100} (13 \cdot (19,25 - 20,015)^2 + 45 \cdot (19,75 - 20,015)^2 + 24 \cdot (20,25 - 20,015)^2 + 12 \cdot (20,75 - 20,015)^2 + 6 \cdot (21,25 - 20,015)^2) \approx 0,28.$$

Câu 3. Cho biết máy bay A đang bay với vectơ vận tốc $\vec{a} = (300; 200; 400)$ (đơn vị: km/h). Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A . (làm tròn đến hàng đơn vị)



Tính tốc độ của máy bay B .

Lời giải

Trả lời 1 6 1 5

$$3\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 3.300 = x \\ 3.200 = y \\ 3.400 = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ y = 600 \\ z = 1200 \end{cases} \Rightarrow \vec{b} = (900; 600; 1200)$$

Ta có:

Tốc độ của máy bay B là: $|\vec{b}| = \sqrt{900^2 + 600^2 + 1200^2} \approx 1615,55$ (km/h)

Câu 4. Một cửa hàng kinh doanh trung bình bán được 700 máy điều hòa mỗi tháng với giá 15 triệu đồng một máy. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 1 triệu đồng, số lượng máy điều hòa bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 máy mỗi tháng. Biết hàm chi phí hàng tháng là $C(x) = 14000 - 3x$ (triệu đồng), trong đó x là số máy điều hòa bán ra trong tháng, cửa hàng nên đặt giá bán bao nhiêu để lợi nhuận là lớn nhất? (đơn vị là triệu đồng).

Lời giải

Trả lời 9, 5

Gọi P (triệu đồng) là giá của một máy điều hòa và x là số máy điều hòa bán ra trong tháng.

Ta có hàm cầu $p = ax + b$ đi qua các điểm $(700; 15)$ và $(800; 14)$

Suy ra $p = -\frac{1}{100}x + 22$

Ta có hàm doanh thu trong tháng là: $R(x) = px = -\frac{1}{100}x^2 + 22x$

Suy ra hàm lợi nhuận của cửa hàng trong tháng là:

$$L(x) = R(x) - C(x) = -\frac{1}{100}x^2 + 22x - (14000 - 3x)$$

$$\Leftrightarrow L(x) = -\frac{1}{100}x^2 + 25x - 14000$$

Ta có $L(x)$ đạt GTLN bằng 1625 (triệu đồng) khi $x = 1250$

Vậy cửa hàng nên đặt giá bán để lợi nhuận lớn nhất là: $p = -\frac{1}{100} \cdot 1250 + 22 = 9,5$ (triệu đồng)

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận. Thí sinh trình bày lời giải vào giấy làm bài.

Câu 1. Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B . Máy A làm việc trong x ngày cho số tiền lãi là $x^2 + 2x$ (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày cho số tiền lãi là $-27y^2 + 326y$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A làm việc trong bao nhiêu ngày để số tiền lãi thu được nhiều nhất? Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc và máy B làm việc không quá 6 ngày.

Lời giải

Theo đề $x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - x$

Bài toán trở thành tìm x để hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất với

$$f(x) = -27(10 - x)^2 + 326(10 - x) + x^2 + 2x = -26x^2 + 216x + 560.$$

Vì $f(x)$ là hàm bậc hai có $a < 0$ nên đạt giá trị lớn nhất tại $x = \frac{54}{13} \approx 4$ do $(y \leq 6)$.

Vậy máy A cần được sử dụng trong 4 ngày, máy B cần được sử dụng trong 6 ngày.

Câu 2. Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120; 122)	[122; 124)	[124; 126)	[126; 128)	[128; 130)
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn.

Theo quan điểm trên, hãy so sánh độ rủi ro của cổ phiếu A và cổ phiếu B .

Lời giải

Ta có bảng thống kê giá đóng cửa theo giá trị đại diện

Giá đóng cửa	121	123	125	127	129
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

• Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{8 \cdot 121 + 9 \cdot 123 + 12 \cdot 125 + 10 \cdot 127 + 11 \cdot 129}{50} = 125,28.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1^2 = \frac{1}{50} (8 \cdot 121^2 + 9 \cdot 123^2 + 12 \cdot 125^2 + 10 \cdot 127^2 + 11 \cdot 129^2) - 125,28^2 = 7,5216.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_1 = \sqrt{7,5216}$.

• Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{16 \cdot 121 + 4 \cdot 123 + 3 \cdot 125 + 6 \cdot 127 + 21 \cdot 129}{50} = 125,48.$$

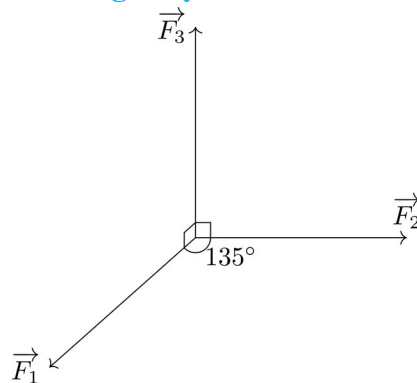
Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{50} (16 \cdot 121^2 + 4 \cdot 123^2 + 3 \cdot 125^2 + 6 \cdot 127^2 + 21 \cdot 129^2) - 125,48^2 = 12,4096.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_2 = \sqrt{12,4096}$.

Vậy nếu đánh giá độ rủi ro theo phương sai và độ lệch chuẩn thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B .

Câu 3. Một chất điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α) , chịu tác động bởi ba lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$. Các lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ có giá nằm trong (α) và $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 135^\circ$, còn lực $\vec{F}_3$ có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Xác định tổng hợp lực của các lực trên, biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là 20 N, 15 N và 10 N. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Ta có $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$.
Suy ra

$$\begin{aligned}\vec{F}^2 &= (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3)^2 \\ &= F_1^2 + F_2^2 + F_3^2 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 + 2\vec{F}_2 \cdot \vec{F}_3 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_3 \\ &= 20^2 + 15^2 + 10^2 + 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot \cos 135^\circ \\ &\approx 17,3.\end{aligned}$$

Vậy độ lớn của tổng hợp lực là $17,3$ N.

Câu 4. Số giá trị nguyên thuộc khoảng $(-2020; 2020)$ của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2019$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ là

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - m$.

Hàm số đồng biến trên khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - m \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$
 $\Leftrightarrow 3x^2 - 6x \geq m, \forall x \in (0; +\infty)$ (1)

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 - 6x$ trên $(0; +\infty)$

Ta có $f'(x) = 6x - 6, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Do đó $\min_{(0; +\infty)} f(x) = f(1) = -3$

(1) $\Leftrightarrow m \leq -3$. Kết hợp với giả thiết ta được $m \in (-2020; -3]$. Nên có 2017 số nguyên thỏa mãn

----- HẾT -----

ĐỀ 2

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 11

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-3	$+\infty$	

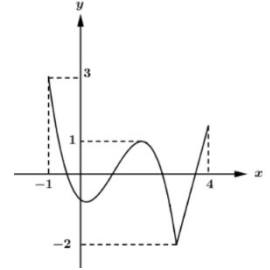
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$ B. $(-2; 3)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(3; +\infty)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $[1; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[1; 4]$ là

- A. -1 B. 3 C. 1 D. -2

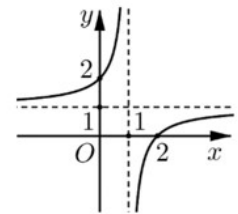


Câu 3: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = 5$ B. $x = 0$ C. $x = 1$ D. $y = 0$

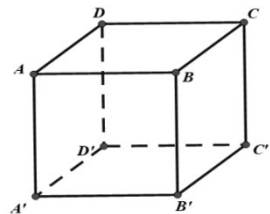
Câu 4: Hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y = \frac{x-2}{x-1}$ B. $y = \frac{-2+x}{x+1}$ C. $y = \frac{x-1}{x-1}$ D. $y = \frac{1-2x}{x+1}$



Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{D'C'} = \overrightarrow{DD'}$ C. $\overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC}$



Câu 6: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$ theo a ?

- A. $a\sqrt{6}$ B. $a\sqrt{3}$ C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 7: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, điểm M trên CC' sao cho $\overrightarrow{MC} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{MC'}$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$.

- Khẳng định nào dưới đây là đúng?
A. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ B. $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{2}\vec{a} + \vec{b} - \frac{3}{4}\vec{c}$ C. $\overrightarrow{AM} = -\vec{a} + 2\vec{b} - \frac{2}{3}\vec{c}$ D. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \frac{3}{4}\vec{c}$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 0)$, $B(3; 4; -2)$ và $C(1; 0; -3)$. Biết tọa độ điểm $D(x_0; y_0; z_0)$ để tứ giác $BACD$ là hình bình hành. Tính $x_0 + y_0 + z_0$?

- A. 12 B. 2 C. -5 D. -8

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng của điểm $M(1; 2; 3)$ qua trục Ox có tọa độ là

A. $(1; -2; -3)$

B. $(1; 0; 0)$

C. $(0; 2; 3)$

D. $(-1; -2; -3)$

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u} = (-3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (0; 2; -2)$. Tọa độ của véc tơ $\vec{w} = 2\vec{u} - \vec{v}$ tương ứng là:

A. $(-6; -2; 4)$

B. $(-6; 2; 0)$

C. $(-2; 1; 3)$

D. $(1; -2; 5)$

Câu 11: Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau. Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này? (Làm tròn các kết quả đến hàng phần trăm).

Số lần gặp sự cố	(0, 5; 2, 5)	(2, 5; 4, 5)	(4, 5; 6, 5)	(6, 5; 8, 5)	(8, 5; 10, 5)
Số xe	17	33	25	20	5

A. 5,32

B. 3,52

C. 2,53

D. 5,23

Câu 12: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	(2, 7; 3, 0)	(3, 0; 3, 3)	(3, 3; 3, 6)	(3, 6; 3, 9)	(3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 3,39. B. 11,62. C. 0,13. D. 0,36.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 3$ có đồ thị (C) .

a) Hàm số có 2 điểm cực trị.

b) Giá trị cực đại của hàm số là $\frac{4}{3}$.

c) $f(10^{79}) < (10^{80})$

d) Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là $\frac{4\sqrt{145}}{27}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2), B(-2; 0; 3)$.

a) $\vec{OA} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$

b) Tọa độ của vector $\vec{AB} = (-3; 1; 1)$

c) Điểm A' là hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) thì $\vec{AA'} = (0; 0; 2)$

d) Tọa độ điểm C để tứ giác $OABC$ là hình bình hành là $C(1; 1; -3)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{3x^2 + 2x}{4x + 4}$. Khoảng cách từ điểm $M(3; -2)$ đến đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số này bằng

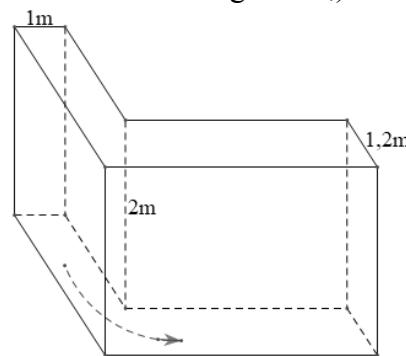
Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Tích vô hướng $\vec{MN} \cdot \vec{CB} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Câu 3: Một công ty sản xuất bóng đèn LED đã kiểm tra chất lượng sản phẩm của một lô hàng và ghi nhận thời gian sử dụng của 250 bóng đèn như sau:

Khoảng thời gian (giờ)	Giá trị đại diện	Số lượng bóng đèn
$[0, 1000)$	500	5
$[1000, 2000)$	1500	46
$[2000, 3000)$	2500	162
$[3000, 4000)$	3500	25
$[4000, 5000)$	4500	12

Nếu độ lệch chuẩn của của bảng số liệu trên vượt quá 500 thì lô hàng không đạt tiêu chuẩn. Qua tính toán người ta thấy lô hàng đã không đạt tiêu chuẩn để đưa ra thị trường. Hỏi độ lệch chuẩn của lô hàng trên đã vượt qua tiêu chuẩn là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4: Hành lang trong một tòa nhà có dạng chữ L (hình vẽ) có chiều cao 2 m, một phía rộng 1m, một phía rộng $1\frac{1}{2}$ m. Một người thợ cần mang một số ống thép cứng các loại có độ dài 2m, $2\frac{5}{8}$ m, 3m, $3\frac{5}{8}$ m, 4m, từ bên này qua bên kia. Hỏi có thể mang được mấy loại qua lối đi đó?



IV. Tự luận

Câu 1: Một công ty phát động một chiến dịch quảng bá sản phẩm mới và số lượng người biết đến sản phẩm này tại thời điểm t ngày sau khi bắt đầu

chiến dịch được ước tính theo công thức $N(t) = 10t^3 - \frac{t^4}{2}$ (người). Khi đó $N'(t)$ là tốc độ lan truyền

thông tin (người/ngày) tại thời điểm t với $t \in [0; 14]$. Hỏi tốc độ lan truyền thông tin chiến dịch quảng bá sản phẩm đạt giá trị lớn nhất vào ngày thứ mấy (tính bắt đầu từ ngày phát động chiến dịch)?

Câu 2: Một công ty du lịch tổ chức các tour khám phá vào mỗi cuối tuần, với tối đa 120 khách tham gia mỗi tour. Nếu giá vé là 400 nghìn đồng/người, toàn bộ số vé đều được bán hết. Tuy nhiên, cứ mỗi khi tăng giá vé thêm 50 nghìn đồng, số lượng khách đăng ký giảm đi 10 người. Để doanh thu từ mỗi tour đạt mức cao nhất, công ty nên bán với giá bao nhiêu nghìn đồng mỗi vé (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp tứ giác đều $SABCD$ có cạnh đáy bằng $\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $\sqrt{5}$ và O là tâm của đáy. Gọi $I(a;b;c)$ là điểm cách đều các đỉnh A, B, C, D, S . Biết rằng S thuộc tia Oz . Tính $a + b + c$.

----- HẾT -----

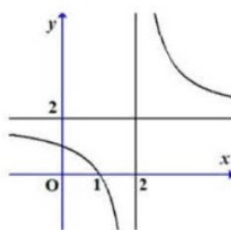
ĐỀ 3

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 11

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ (a, b, c là các hằng số thực) có đồ thị như hình vẽ bên. Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số cắt nhau tại I .



Tọa độ của điểm I là

A. $(0;0)$

B. $(1;2)$

C. $(2;1)$

D. $(2;2)$

Câu 2: Hàm số $y = x^4 + 8x^2$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; +\infty)$

B. $(-2; 0)$

C. $(-\infty; -2)$

D. $(-\infty; +\infty)$

Câu 3: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$	
y'	-	0	+	+	0	-
y	$+\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

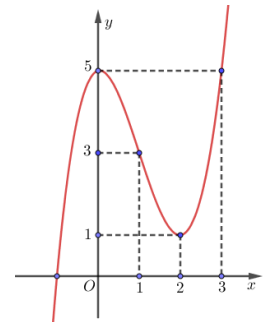
A. 3. B. 1. C. 2. D. - 3.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

A. 7. B. 1. C. - 1. D. - 2.

Câu 5: Cho $y = f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ sau: Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 0)$ B. $(1; 3)$
C. $(0; 1)$ D. $(3; 5)$



Câu 6: Điều tra cân nặng các học sinh (tính theo đơn vị kilôgam) ở một lớp 12 của một trường học người ta thu được mẫu số liệu như sau:

Cân nặng (kg)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Số học sinh	2	11	16	8	2	1

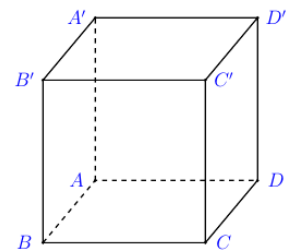
Phương sai của mẫu số liệu trên bằng

A. 111. B. 113. C. 112. D. 110.

Câu 7: Xét hình hộp tùy ý $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên).

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AB + AD + AA' = AB'$ B. $AB + AD + AA' = BD'$
C. $AB + AD + AA' = AD'$ D. $AB + AD + AA' = AC'$



Câu 8: Tổng số lượng đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x^2 - x}$ là

A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 9: Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài mỗi cạnh bằng 2. Giá trị của $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DB}$ bằng

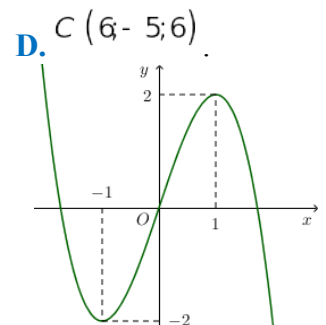
A. $2\sqrt{3}$. B. 2. C. - 2. D. $-2\sqrt{3}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 2)$, $B(2; 1; 4)$ và trọng tâm là $G(-1; 2; 0)$. Tìm tọa độ của đỉnh C .

A. $C(-5; -6)$ B. $C(2; 3; 6)$ C. $C(\frac{2}{3}; 1; \frac{10}{3})$ D. $C(-5; 6)$

Câu 11: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A. $y = -x^3 + 3x$ B. $y = x^3 - 3x^2$
C. $y = x^3 - 3x$ D. $y = -x^3 + 3x^2$



Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $u(-1; 1; 3)$ và $v(1; -1; 0)$. Giá trị của $u \cdot v$ bằng

A. - 2. B. 2. C. 1. D. - 1.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Số giờ sử dụng smartphone trong 1 ngày nghỉ của học sinh lớp 12A7 được thống kê trong bảng sau

Số giờ sử dụng (giờ)	[0;1)	[1;2)	[2;3)	[3;4)	[4;5)	[5;6)
Số học sinh	3	15	12	9	5	1

- a) Số trung vị của mẫu số liệu trên bằng $\frac{19}{8}$.
- b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên bằng 6.
- c) Giá trị trung bình của mẫu số liệu trên bằng $\frac{226}{45}$.
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên bằng $\frac{2\sqrt{731}}{45}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-1; 3; 0); B(1; 2; -1); C(1; 1; -2)$.

- a) $\overrightarrow{AB} = (2; -1; -1)$.
- b) $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.
- c) Tọa độ điểm D là $(-1; 2; -1)$.
- d) Diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + c$ có đồ thị (C) . Biết (C) đi qua điểm $A(-2; 2)$ và nhận điểm $B(2; 3)$ làm điểm cực trị. Giá trị của $T = a + b + c$ bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 2: Một người quản lý một trang trại nuôi cá xác định rằng: Sau t tháng từ khi thả 300 con cá X (với $0 \leq t \leq 10$) thì khối lượng trung bình $m(t)$ tính theo kilogram của một con cá X ước tính là $m(t) = 0,45t^3 + 0,2 + \frac{141}{155}t - 0,05t^2$.

Người này nhận định rằng tỉ lệ giữa số lượng cá X còn sống trong ao so với số lượng cá X thả ban đầu sau t tháng kể từ ngày thả là $p(t) = \frac{31}{31+t}$. Biết rằng sản lượng cá X tại một thời điểm được tính bằng tổng khối lượng của các con cá X đã thả còn sống trong ao lúc đó. Hỏi với những nhận định trên của người quản lý thì dự kiến trong tối đa 10 tháng nuôi, sản lượng cá X lớn nhất có thể đạt được là bao nhiêu? (kết quả tính theo đơn vị kilogram)

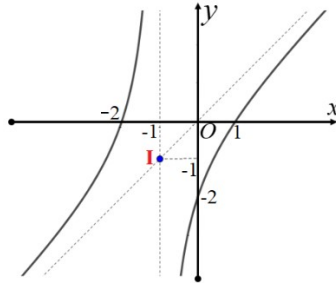
Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; 3; -2); B(-1; -1; 0); C(3; 1; -1); D(0; 2; -2)$. Xét điểm M thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) . Khi $f = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + 3|\overrightarrow{MD}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì điểm M có tọa độ là $(a; b; c)$. Giá trị của biểu thức $T = a + b - c$ bằng bao nhiêu?

Câu 4: Tại một vị trí cụ thể ở núi Bà Đen người ta đặt cố định một hệ trục tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên mỗi trục có độ dài bằng 1 mét. Một người đứng cố định tại vị trí $B(2; 0; -1)$, quan sát một chiếc cabin cáp treo và thấy rằng cabin này xuất phát từ điểm $A(-1; 4; 3)$, chuyển động thẳng đều theo hướng của

vecto $\vec{u} = (1; 2; -2)$ với vận tốc 6 mét/giây. Hỏi sau 5 giây kể từ lúc xuất phát, khoảng cách giữa cabin và người quan sát bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

IV. Tự luận

Câu 1: Cho hàm số $y = ax + \frac{b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ. Biết tâm đối xứng của đồ thị là $I(-1; -1)$. Tính giá trị của biểu thức $S = 4a + b$.



Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; -2)$ và $B(3; -1; 1)$. Tìm tọa độ điểm $M(a; b; c)$ sao cho $\vec{AM} = 3\vec{AB}$.

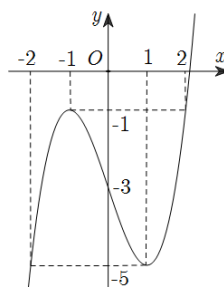
Câu 3: Người ta muốn xây một chiếc bể chứa nước có hình dạng là một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3} \text{ m}^3$. Biết đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và giá thuê thợ xây là 120.000 đồng/m². Tính chi phí thuê nhân công là ít nhất (đơn vị triệu đồng).

----- HẾT -----

ĐỀ 4	ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026
	MÔN: TOÁN 11

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đường cong dưới đây là của đồ thị hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x + 3$ B. $y = -x^3 + 3x - 3$ C. $y = x^3 - 3x^2 - 3$ D. $y = x^3 - 3x - 3$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. 0. C. 2. D. - 4.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 3)$ B. $(-\infty; -1)$ C. $(-1; 0)$ D. $(-2; +\infty)$

Câu 4: Tuổi của các học viên của một lớp tiếng anh buổi tối ở một trung tâm ghi lại trong bảng tần số ghép nhóm sau

Tuổi của học viên	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	
Số học viên	10	12	14	9	5	$n = 50$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(40; 50)$ B. $(20; 30)$ C. $(50; 60)$ D. $(30; 40)$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; -2; 1)$, $\vec{b} = (4m; -2)$. Với giá trị nào của m thì vector $\vec{a}$ vuông góc với vector $\vec{b}$?

- A. $m = 6$ B. $m = 10$ C. $m = 5$ D. $m = -5$

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC , G là trung điểm của MN . Đẳng thức nào dưới đây là đúng?

- A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = -2\vec{MN}$ B. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{MN}$
C. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 0$ D. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{MN}$

Câu 7: Một mẫu số liệu ghép nhóm về khối lượng của một nhóm cá thể động vật (đơn vị: kg) có phương sai là 9. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng

- A. 81 kg B. 9 kg C. 27 kg D. 3 kg

Câu 8: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau:

Nhóm	[8; 11)	[11; 14)	[14; 17)	[17; 20)	[20; 23)	
Tần số	5	6	8	7	4	$n = 30$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A. 31 B. 15 C. 9 D. 12

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; -2; 3)$, $\vec{b} = (1; 4; -4)$ và $\vec{c} = (3; 2; -2)$. Tọa độ của véc tơ $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b} + 4\vec{c}$ là

- A. $(17; 0; 2)$ B. $(19; 8; -6)$ C. $(14; 2; -1)$ D. $(11; 6; -8)$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, điểm $K(1; 5; -2)$ và $\vec{KH} = (3; 6; 4)$. Tọa độ của điểm H là

- A. $(4; 11; 2)$ B. $(-2; -1; -6)$ C. $(2; 1; 6)$ D. $(3; 30; -8)$

Câu 11: Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 4x - 2}{x + 3}$ là

- A. $y = x + 3$ B. $y = -x + 4$ C. $y = x - 7$ D. $y = -x + 7$

Câu 12: Gọi Q_1, Q_2, Q_3 lần lượt là tứ phân vị của một mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng tứ phân vị D_Q của mẫu số liệu trên được xác định bởi công thức nào sau đây?

- A. $D_Q = Q_2 - Q_3$ B. $D_Q = Q_2 - Q_1$ C. $D_Q = Q_1 - Q_3$ D. $D_Q = Q_3 - Q_1$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Kết quả kiểm tra môn Tiếng Anh (cùng một đề) của học sinh hai lớp 12A và 12B được cho lần lượt bởi mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng A và Bảng B

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[0; 2)$	1	3
$[2; 4)$	3	5
$[4; 6)$	5	5
$[6; 8)$	7	25
$[8; 10)$	9	2
		$n = 40$
Bảng A		

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[0; 2)$	1	1
$[2; 4)$	3	4
$[4; 6)$	5	15
$[6; 8)$	7	16
$[8; 10)$	9	4
		$n = 40$
Bảng B		

- a) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 12A nhỏ hơn 2.
 b) Phương sai của mẫu số liệu lớp 12B nhỏ hơn 3.
 c) Số trung bình cộng của hai mẫu số liệu trên bằng nhau.
 d) Dựa vào độ lệch chuẩn ta thấy điểm thi của học sinh lớp 12B đồng đều hơn lớp 12A.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 3; -2)$, $B(3; 4; -5)$, $C(2; 0; 0)$

- a) Góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$.
 b) Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 1; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -3; 2)$.
 c) Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G(2; \frac{7}{3}; -\frac{7}{3})$.
 d) Tam giác ABC là tam giác đều.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong bảng sau

Nhóm	$[40; 45)$	$[45; 50)$	$[50; 55)$	$[55; 60)$	$[60; 65)$	$[65; 70)$	
Tần số	4	14	8	10	6	2	$n = 44$

Hiệu giữa khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của bảng số liệu trên bằng bao nhiêu?

Câu 2: Giả sử chi phí cho xuất bản x cuốn tạp chí (gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,...) được cho bởi công thức $C(x) = 0,001x^2 - 2x + 100000$, trong đó $C(x)$ được tính theo đơn vị nghìn đồng. Chi

phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Tỷ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí. Chi phí trung bình thấp nhất cho một cuốn tạp chí là bao nhiêu nghìn đồng, biết rằng nhu cầu hiện tại xuất bản không quá 30000 cuốn

Câu 3: Sau khi phát hiện dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người bị nhiễm bệnh kể từ ngày xuất

hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 1 + 18t^2 - \frac{1}{3}t^3$, $t = 0, 1, 2, \dots, 30$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t . Vào ngày thứ bao nhiêu thì tốc độ truyền bệnh là lớn nhất?

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (3; -2; 1)$, $\vec{b} = (1; 2; 1)$. Vectơ $\vec{c} = (12; m; n)$ là vector vuông góc đồng thời với hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Giá trị của $4n - 5m$ bằng bao nhiêu?

IV. Tự luận

- Câu 1:** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = 3$, $AD = 1$, $SA \perp (ABCD)$ và SC tạo với mặt đáy một góc 45° . Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{SC}$ và $\vec{CA}$ bằng bao nhiêu?
- Câu 2:** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm A, B, C có M thuộc đoạn BC thỏa $BM = 2MC$. Biết rằng $\vec{AB}(2; -1; 3)$ và $\vec{AC}(-2; 6; -3)$. Tính tọa độ của $\vec{AM}$.

Câu 3: Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. (Quy tròn đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

ĐỀ 5

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 11

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?
 A. $(0; 4)$ B. $(2; 4)$ C. $(2; +\infty)$ D. $(-\infty; 0)$
- Câu 2:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x - 1)(x - 2)$, $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?
 A. $x = 2$ B. $x = -1$ C. $x = 1$ D. $x = 0$

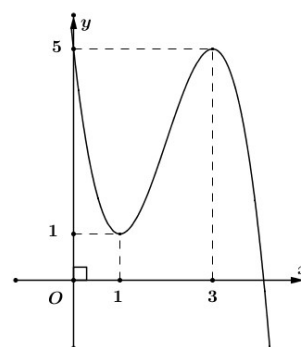
Câu 3: Cho hàm số $y = g(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
$g(x)$	$+\infty$	-2	$+\infty$	2	$-\infty$	

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = g(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng
 A. -2 B. 2 C. -1 D. 1

Câu 4: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ
 Công thức của hàm số bậc ba đã cho là

- A. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 5$
 B. $y = -x^3 + 6x^2 + 9x + 5$
 C. $y = x^3 - 2x^2 - 3x + 5$
 D. $y = x^3 - 5x + 5$



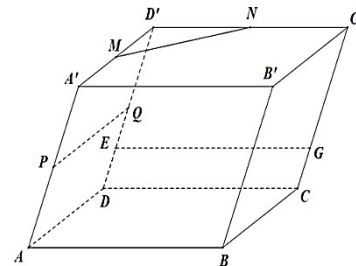
Câu 5: Điều tra thời gian sử dụng Internet hằng ngày của một số học sinh được bảng sau

Thời gian (phút)	$[30; 60)$	$[60; 90)$	$[90; 120)$	$[120; 150)$	$[150; 180)$
Tần số	2	4	10	5	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nhóm nào?

- A. $[30; 60)$ B. $[120; 150)$ C. $[90; 120)$ D. $[150; 180)$

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD A'B'C'D'$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, DD', AA', DD' . Gọi E là trung điểm DQ , G là điểm trên cạnh CC' sao cho $CC' = 4CG$ (tham khảo hình vẽ).



Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

- A. Bốn vector $\vec{AA'}, \vec{BB'}, \vec{CC'}, \vec{DD'}$ bằng nhau.
- B. Vector $\vec{MN}$ và $\vec{AC}$ cùng phương.
- C. $\vec{DA} + \vec{DC} + \vec{DD'} = \vec{DB'}$.
- D. $\vec{PQ} + \vec{QG} + \vec{DG} = \vec{AC}$.

Câu 7: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ của 20 thiết bị điện tử như sau

Tuổi thọ (năm)	(2; 4)	(4; 6)	(6; 8)	(8; 10)
Tần số	2	8	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là

- A. 4.
- B. 8.
- C. 10.
- D. 7.

Câu 8: Khảo sát thời gian tự học trong một tuần của một số học sinh lớp 12 được bảng như sau

Thời gian (giờ)	(2,5; 14,5)	(4,5; 16,5)	(6,5; 18,5)	(8,5; 20,5)	(20,5; 22,5)
Số học sinh	9	13	17	9	4

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) đã khảo sát là

- A. 4,3.
- B. 5,4.
- C. 2,3.
- D. 6,1.

Câu 9: Cho hàm số $y = x + 1 + \frac{x}{x^2 + 1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và $x = -1$.
- B. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận nào.
- C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x + 1$.
- D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC cân tại B biết $A(1; 0; 1), B(3; 2; 1), C(1; 2; 1)$. Tọa độ chân đường cao kẻ từ B của tam giác ABC là

- A. $(1; 0; 1)$.
- B. $(1; 1; 0)$.
- C. $(1; 1; 1)$.
- D. $(0; 1; 0)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ biết $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = \sqrt{5}$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$

- A. 20.
- B. $3(5 + \sqrt{5})$.
- C. 6.
- D. 4.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 3)$ và $B(3; -3; 6)$. Tọa độ giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng tọa độ (Oxy) là

- A. $(1; 0; 1)$.
- B. $(-1; 3; 0)$.
- C. $(1; 3; 0)$.
- D. $(-1; 3; 3)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một nhà sản xuất Robot xác định rằng để bán được x đơn vị Robot, giá bán mỗi đơn vị (triệu đồng) phải là $p(x) = 1000 - x$. Nhà sản xuất cũng xác định rằng tổng chi phí sản xuất x đơn vị được cho bởi $C(x) = 3000 + 20x$. Khi đó.

- a) Tổng doanh thu $R(x) = x + p(x)$.
- b) Tổng lợi nhuận $P(x) = R(x) - C(x)$.
- c) Để tối đa hóa lợi nhuận thì công ty phải sản xuất và bán 490 đơn vị Robot.
- d) Giá bán mỗi đơn vị là 510 (triệu đồng) thì công ty đạt lợi nhuận tối đa.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho 3 vector $\vec{a} = (1; -1; 2), \vec{b} = (3; 0; -2), \vec{c} = (7; -1; -2)$.

a) Tọa độ véctor $\vec{2a} - \vec{b} + \vec{c} = (6; -3; 4)$.

b) $|\vec{b}| = 1$.

c) Giá trị $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{-1}{\sqrt{78}}$.

d) Nếu $\vec{d}$ có độ lớn bằng 1 và $\vec{a} \cdot \vec{d} = 2$ thì khi đó $(\vec{a} + \vec{d})^2 = 11$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

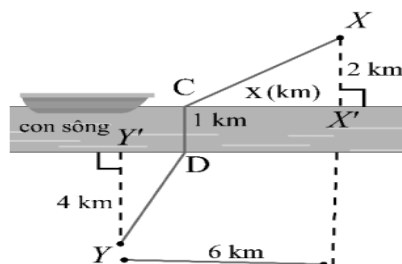
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$		-2		2	$-\infty$

Tính giá trị $f(1)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (1; 0; 1)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (-4; 2; m)$ và $\vec{d} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$. Tìm m để góc giữa $\vec{c}$ và $\vec{d}$ bằng 90° .

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$ và $B(2; -3; 3)$. Gọi M là điểm nằm trên trục Oz và cách đều A, B . Khi đó cao độ của điểm M bằng bao nhiêu?

Câu 4: Một con đường cần được xây dựng giữa hai thành phố X và Y nằm ở hai bên đối diện của một con sông có chiều rộng đều 1 km. X cách sông 2 km và Y cách sông 4 km, gọi hai hình chiếu vuông góc của X và Y trên bờ sông là XX' và YY' , khoảng cách giữa XX' và YY' là 6 km. Một cây cầu sẽ được xây dựng để cho phép giao thông đi qua sông. Vị trí của cây cầu CD cách XX' là x (km). Tìm x để con đường cần được xây dựng giữa hai thành phố X và Y được ngắn nhất.



IV. Tự luận

Câu 4: Hai sinh viên Phú và Hậu rủ nhau mở một công ty vận tải taxi điện (Sử dụng nguồn cung sẵn có trong nước với nhiều ưu đãi khuyến khích phát triển loại phương tiện này). Hai bạn Phú và Hậu dự định sử dụng không quá 10 xe. Nếu công ty sử dụng tối đa thời gian hoạt động của x xe điện trên ($1 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{N}$) thì doanh thu nhận được của số xe đó là $D(x) = x^3 - 4597x^2 + 50300x + 30000$ (triệu đồng), trong khi chi phí nạp điện, bảo dưỡng, phí cầu đường, thuế và thuê nhân công lái xe. bình

quân cho mỗi xe là $C(x) = 3x + 300 + \frac{30000}{x}$

(triệu đồng). Hai bạn Phú và Hậu cần ưu tiên tối đa cho bao nhiêu xe hoạt động thường xuyên để lợi nhuận công ty thu được là lớn nhất?

Câu 5: Bảng sau đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao (đơn vị: centimet) của 38 học sinh nam lớp 12 ở một trường trung học phổ thông.

Nhóm	$\frac{1}{2}[60; 163)$	$\frac{1}{2}[63; 166)$	$\frac{1}{2}[66; 169)$	$\frac{1}{2}[69; 172)$	$\frac{1}{2}[72; 175)$	
------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	------------------------	--

Tần số	5	12	9	7	5	$n = 38$
--------	---	----	---	---	---	----------

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên (Quy tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho 4 điểm $A(-6; 4; -1), B(1; 1; 2), C(-3; 2; 4), D(-1; -1; 0)$, biết tọa độ $M(a; b; c)$ để $P = MA^2 + MB^2 + MC^2 + 2MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị $Q = 15a + 10b - c$.

----- HẾT -----

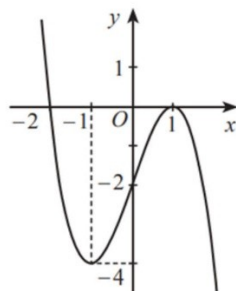
ĐỀ 6

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2025-2026

MÔN: TOÁN 11

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$ tại



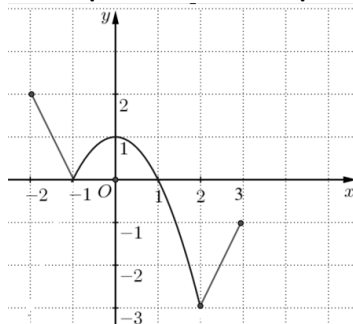
A. $x = 1$.

B. $x = -4$.

C. $x = 0$.

D. $x = -1$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 3]$ như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$. Giá trị của biểu thức $2M - m$ bằng



A. 8.

B. 7.

C. 5.

D. 6.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		4		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3; +\infty)$.

B. $(-2; +\infty)$.

C. $(-2; 3)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$					$+\infty$


 $\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 1 3 1

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (-3; 2; 5)$. Vector cùng hướng vector $\vec{a}$ là

- A. $\vec{b} = (0; 5; 8)$ B. $\vec{b} = (5; 2; -3)$ C. $\vec{b} = (-6; 4; 10)$ D. $\vec{b} = (3; -2; -5)$

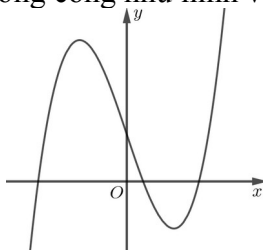
Câu 7: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ có phương trình là

- A. $x = -2$ B. $x = 1$ C. $x = 2$ D. $x = -1$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $M(-3; 2; 5)$ xuống mặt phẳng (Oxz) là

- A. $(0; 2; 0)$ B. $(-3; -2; 5)$ C. $(-3; 0; 5)$ D. $(3; 2; -5)$

Câu 9: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ bên



- A. $y = \frac{x-1}{x+2}$ B. $y = x^3 - 3x + 1$ C. $y = -x^3 + 3x + 1$ D. $y = \frac{x^2+3}{x+2}$

Câu 10: Cho mẫu số liệu ghép nhóm có bảng tần số ghép nhóm như sau

Nhóm	$[2; 5)$	$[5; 8)$	$[8; 11)$	$[11; 14)$	$[14; 17)$
Tần số	4	6	12	0	13

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A. 15. B. 9. C. 12. D. 2.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u}$ thỏa mãn $\vec{u} = -2\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{v} = -3\vec{u}$ là

- A. $(6; -15; 3)$ B. $(-5; 2; -4)$ C. $(-6; 15; -3)$ D. $(-6; -15; 3)$

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\vec{AB} = \vec{AD} + \vec{AA'} + \vec{AC'}$ B. $\vec{AD'} = \vec{AA'} + \vec{AB} + \vec{AC'}$
C. $\vec{AC'} = \vec{AA'} + \vec{AB} + \vec{AD}$ D. $\vec{AA'} = \vec{AC'} + \vec{AB} + \vec{AD}$

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(-2; 1; 1)$, $B(1; 0; 3)$.

- a) Điểm B nằm trên trục Oy .
b) $\vec{AB} = (3; -1; 2)$.
c) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $(-1; 1; 4)$.

d) Có đúng 2 điểm M nằm trên trục OZ và thỏa mãn

$$|\vec{MA} + \vec{MB}| = 3\sqrt{3}$$

Câu 2: Sau khi đo tốc độ gió trong nhiều khoảng thời gian ngày 01/12/2024 tại đỉnh Mẫu Sơn, một đội nghiên cứu đã mô hình hóa mối quan hệ của tốc độ gió v (đơn vị: km/h) theo thời gian t (giờ) bởi hàm

$$v(t) = -\frac{1}{108}t^3 + \frac{23}{72}t^2 - \frac{10}{3}t + 30$$

số với $0 \leq t \leq 24$. Đồng thời, đội nghiên cứu lắp đặt thử nghiệm một tuabin gió tại đây để khảo sát xây dựng một dự án nhà máy điện gió. Tuabin gió đạt công suất hoạt động tối đa khi tốc độ gió nằm trong khoảng $32 - 35 km/h$

a) Đạo hàm
$$v'(t) = -\frac{1}{36}t^2 + \frac{23}{36}t - \frac{10}{3}$$

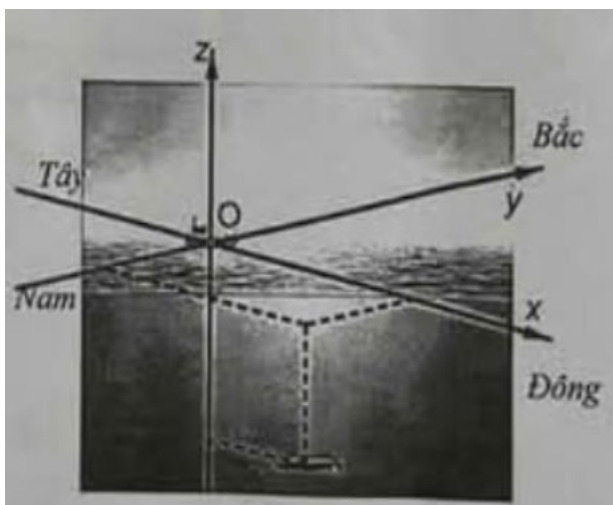
b) Tại thời điểm 9h sáng thì tốc độ gió là $20,125 km/h$

c) Trong khoảng thời gian từ 0h đến 8h sáng thì tốc độ gió giảm dần theo thời gian.

d) Không có thời điểm nào trong ngày 01/12/2024 mà tuabin nói trên đạt công suất hoạt động tối đa.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1: Một con tàu tuần tra trên biển được trang bị hệ thống Radar quét sóng âm với hệ trục tọa độ được hiển thị trên hệ thống có gốc tọa độ là vị trí tàu tuần tra; các trục Ox, Oy có chiều dương tương ứng hướng về phía Đông và phía Bắc; trục Oz có chiều dương hướng lên trên, đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo km . Thông qua hệ thống Radar, con tàu phát hiện ra một tàu ngầm ở vị trí cách tàu tuần tra $3km$ về phía Đông, $6km$ về phía Nam và đang lặn sâu $2km$ so với mặt biển. Gọi tọa độ của con tàu hiển thị trên Radar là $(a; b; c)$.



Giá trị của biểu thức $P = a - b + c$ là bao nhiêu? (Đơn vị: km).

Câu 2: Một cơ sở kinh doanh hoa hồng dự kiến lợi nhuận khi sản xuất x sản phẩm ($0 \leq x \leq 270$) được cho bởi hàm số $y = -x^3 + 270x^2$ (đơn vị: đồng). Hỏi từ sản phẩm thứ bao nhiêu trở đi thì lợi nhuận của cơ sở kinh doanh đó bắt đầu giảm?

Câu 3: Nhân dịp Giáng sinh 2026, một căn phòng hình hộp chữ nhật trong khuôn viên giáo xứ Thanh Hóa, phường Hồ Nai trang trí 2 cây thông và gắn hệ trục $Oxyz$ được thiết lập như hình vẽ, đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo m . Cây thông bên trái đặt cách mép tường Oxz $0,5m$, cách mép tường Oyz $3m$ và cao $2m$. Cây thông bên phải đặt cách mép tường Oxz $1,5m$, cách mép tường Oyz $0,3m$ và cao $2,5m$. Trên đỉnh 2 cây thông có treo 2 ngôi sao trang trí A và B . Từ A, B người ta nối 2 dây đèn LED trang trí đến cùng 1 điểm trên mặt sàn để tạo thành một chữ V . Giả sử dây LED được kéo thẳng.



Tổng độ dài dây LED ngắn nhất cần sử dụng là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4: Khi điều trị cho bệnh nhân cao huyết áp, bác sĩ tiêm cho bệnh nhân một loại thuốc giảm huyết áp. Biết độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$, trong đó x là số miligam thuốc điều trị được tiêm cho bệnh nhân ($0 \leq x \leq 30$). Để bệnh nhân đó có huyết áp giảm nhiều nhất thì liều lượng thuốc cần tiêm vào là bao nhiêu miligam?

IV. Tự luận

Câu 1: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 2: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa. Hãy tính lợi nhuận tối đa đó (đơn vị nghìn đồng).

Câu 3: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = 3$, $AD = 1$, $SA \perp (ABCD)$ và SC tạo với mặt đáy một góc 45° . Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{SC}$ và $\vec{CA}$ bằng bao nhiêu?

----- HẾT -----