PHÒNG GD&ĐT LÂM THAO

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 6,7,8 CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2023 – 2024
MÔN THI: TOÁN 8
Thời gian làm bài: 120 phút không kể thời gian phát đề
(Đề thi gồm 02 trang)

I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN: *(8,0 điểm)*

Câu 1. Cho hai số a,b thỏa mãn $a+b=1$. Giá trị của biểu thức $P=2a^3+6ab+2b^3-2$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 2. Đa thức dư trong phép chia đa thức $f(x)=x^{50}+x^{49}+....+x^2+x+1$ cho đa thức x^2-1 là

A. $5x+26$. **B.** $25x+1$. **C.** $25x+26$. **D.** $5x+1$.

Câu 3. Cho $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$ (với $x,y,z\neq 0$). Giá trị của biểu thức $A=\frac{yz}{x^2}+\frac{xz}{y^2}+\frac{xy}{z^2}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 4. Cho $\frac{xy}{x^2+y^2}=\frac{3}{8}$. Giá trị của biểu thức $A=\frac{x^2-2xy+y^2}{x^2+2xy+y^2}$ bằng

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{-8}{3}$. **C.** $\frac{-1}{7}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

Câu 5. Cho biểu thức $A=\left(\frac{x}{x^2-4}-\frac{6}{3x-6}+\frac{1}{x+2}\right):\frac{6}{x+2},(x\neq\pm 2)$. Số các giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 6. Rút ra một lá bài từ bộ bài 52 lá. Xác suất để rút được con **bích** là

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{13}$. **C.** $\frac{12}{13}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\frac{3x-1}{5}-2=\frac{2-5x}{8}$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 8. Cho hai đường thẳng $(d_1):y=-3x+1$ và $(d_2):y=2x-3m+7$, với m là tham số. Giá trị của m để đường thẳng (d_1) cắt đường thẳng (d_2) tại một điểm trên trục tung là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 9. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, chiều cao bằng $15cm$, thể tích là $1280cm^3$. Khi đó diện tích xung quanh S_{xq} của hình chóp là

A. $548cm^2$. **B.** $542cm^2$. **C.** $544cm^2$. **D.** $546cm^2$.

Câu 10. Cho hình thoi $ABCD$, biết độ dài hai đường chéo $AC = 24cm, BD = 10cm.$ Chu vi hình thoi là

A. $52cm.$ **B.** $48cm.$ **C.** $68cm.$ **D.** $72cm.$

Câu 11. Cho hình bình hành $ABCD$, điểm G thuộc cạnh CD sao cho $DG = \frac{1}{5}DC$. Gọi E là giao điểm của AG và BD. Kết quả của tỉ số $DB : DE$ là

A. $5.$ **B.** $4.$ **C.** $3.$ **D.** $6.$

Câu 12. Cho hình thang $ABCD$ có $AB = 5cm, CD = 15cm$, độ dài hai đường chéo $AC = 16cm, BD = 12cm.$ Diện tích hình thang $ABCD$ bằng

A. $96cm^2.$ **B.** $192cm^2.$ **C.** $100cm^2.$ **D.** $72cm^2.$

Câu 13. Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh $AB = a.$ Một đường thẳng bất kì qua C cắt tia đối của các tia BA, DA lần lượt tại M và N. Khi đó tích $BM.DN$ có giá trị bằng

A. $2a^2.$ **B.** $a^2.$ **C.** $3a^2.$ **D.** $4a^2.$

Câu 14. Cho hình thang $ABCD$ có AB là đáy nhỏ, gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Qua O kẻ đường thẳng song song với AB cắt AD và BC theo thứ tự tại $M, N.$ Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}=\frac{1}{MN}.$ **B.** $\frac{1}{CD}+\frac{1}{MN}=\frac{1}{AB}.$ **C.** $\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}=\frac{2}{MN}.$ **D.** $\frac{1}{AB}+\frac{1}{CD}=\frac{MN}{2}.$

Câu 15. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 6cm, AB = 8cm$ và hai đường chéo cắt nhau tại O. Qua D kẻ đường thẳng d vuông góc với DB, d cắt BC kéo dài tại E. Kẻ CH vuông góc với DE tại H. Khi đó tỉ số diện tích $\frac{S_{EHC}}{S_{EBD}}$ bằng

A. $\frac{4}{5}.$ **B.** $\frac{16}{25}.$ **C.** $\frac{256}{625}.$ **D.** $\frac{25}{16}.$

Câu 16. Bạn Nam đi siêu thị mua một món hàng đang khuyến mãi giảm giá 20%, Nam có thẻ khách hàng thân thiết của siêu thị nên được giảm thêm 2% trên giá đã giảm nữa, do đó Nam chỉ phải trả 196000 đồng cho món hàng đó. Giá ban đầu của món hàng nếu không khuyến mãi là

A. $250000.$ **B.** $225000.$ **C.** $350000.$ **D.** $375000.$

II. PHẦN TỰ LUẬN: (*12,0 điểm*)

Câu 1. (*3,0 điểm*)

1. Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $2x^2 - 146 - (x-3)(2y-3) = 0$.

2. Cho số tự nhiên n thỏa mãn $2n+7$ và $3n+10$ là các số chính phương. Chứng minh rằng $n+3 \vdots 40.$

Câu 2. *(4 điểm)*

1. Giải phương trình $(x+2)^2(2x+1)(2x+7) = -5.$

2. Cho hai số thực phân biệt $a,b\neq 0$ thỏa mãn $\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{3}{ab}=1.$ Tính giá trị biểu thức $A=\left[(a-1)(b-1)+2023\right]^{2024}.$

Câu 3. *(4 điểm)*

1. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Các đường cao AD,BE,CF cắt nhau tại $H.$

a) Chứng minh rằng $BD.DC=DH.DA.$

b) Chứng minh rằng điểm H cách đều ba cạnh của tam giác $DEF.$

c) Gọi M,N,P,Q,I,K lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng $BC,CA,AB,EF,FD,DE.$ Chứng minh rằng ba đường thẳng MQ,NI,PK đồng quy tại một điểm.

2. Cho tam giác ABC vuông tại A. Hai đường phân giác trong BD,CE cắt nhau tại O.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{BD^2}{BO^2}+\frac{CE^2}{CO^2}.$

Câu 4. *(1 điểm)* Cho hai số x,y thỏa mãn điều kiện $\left(x^2-y^2\right)^2+4x^2y^2+x^2-2y^2=0.$ Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=x^2+y^2.$

---------- Hết----------

- Họ và tên thí sinh :..... Số báo danh .....

PHÒNG GD&ĐT LÂM THAO

HƯỚNG DẪN CHẤM
KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2023 – 2024
MÔN: TOÁN 8
(Hướng dẫn chấm gồm 04 trang)

I. Một số chú ý khi chấm bài

- Hướng dẫn chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Khi chấm thi giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp logic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.
- Thí sinh làm bài theo cách khác với hướng dẫn chấm mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của hướng dẫn chấm.
- Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số.

II. Đáp án – thang điểm

1. Phần trắc nghiệm khách quan: Mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6	Câu 7	Câu 8
C	**C**	**B**	**D**	**B**	**A**	**D**	**B**
Câu 9	Câu 10	Câu 11	Câu 12	Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
C	**A**	**D**	**A**	**B**	**C**	**C**	**A**

2. Phần tự luận:

Nội dung	**Điểm**
Câu 1. **1.** Tìm các số nguyên x,y thỏa mãn $2x^2-146-(x-3)(2y-3)=0$. **2.** Cho số tự nhiên n thỏa mãn $2n+7$ và $3n+10$ là các số chính phương. Chứng minh rằng $n+3\vdots 40.$	**3,0**

1. $2x^2-146-(x-3)(2y-3)=0\Leftrightarrow(x-3)(2x-2y+9)=128$ — 0,5

Vì $2x-2y+9\not\vdots 2$ nên ta có bảng — 0,25

$x-3$	128	-128
$2x-2y+9$	1	-1
x	131	-125
y	135	-120

— 0,5

Vậy $(x,y)\in\{(131;135);(-125;-120)\}$ — 0,25

2. Vì $2n+7$ là số chính phương lẻ nên $2n+7\equiv 1(\mathrm{mod}\,8)\Rightarrow n+3\equiv 0(\mathrm{mod}\,4)$ — 0,5

Suy ra $3n+10$ là số chính phương lẻ $3n+10\equiv 1(\mathrm{mod}\,8)\Leftrightarrow n+3\equiv 0(\mathrm{mod}\,8)$ — 0,5

Ta có $2n+7+3n+10=5n+17\equiv 2(\mathrm{mod}\,5)\Rightarrow 2n+7\equiv 1(\mathrm{mod}\,5)\Rightarrow n+3\equiv 0(\mathrm{mod}\,5)$ — 0,25

Suy ra $n+3\vdots 40$ — 0,25

Câu 2. — **4,0**

1. Giải phương trình $(x+2)^2(2x+1)(2x+7)=-5.$

2. Cho hai số thực phân biệt $a,b\neq 0$ thỏa mãn $\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{3}{ab}=1.$ Tính giá trị biểu thức $A=\left[(a-1)(b-1)+2023\right]^{2024}$

1. $(x+2)^2(2x+1)(2x+7)=-5\Leftrightarrow(2x+4)^2(2x+1)(2x+7)=-20$ — 0,25

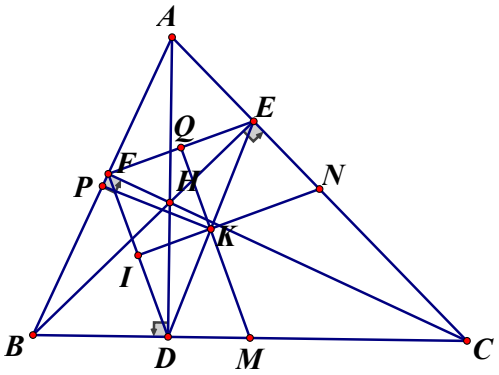
Đặt $2x+4=t$. Ta có phương trình $t^2(t-3)(t+3)=-20$ — 0,25

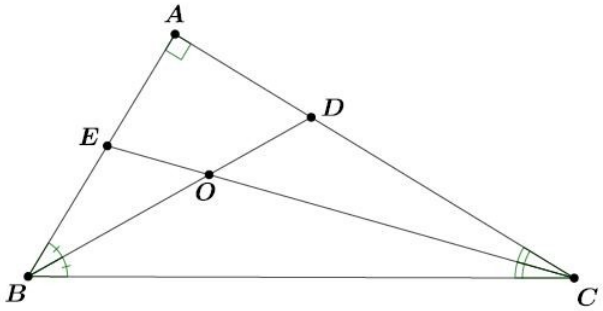
$t^2(t^2-9)=-20\Leftrightarrow(t^2-4)(t^2-5)=0$ — 0,5

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t^2=4\\t^2=5\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}2x+4=2\\2x+4=-2\\2x+4=\sqrt{5}\\2x+4=-\sqrt{5}\end{array}\right.$$ — 0,5

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-3\\x=\frac{\sqrt{5}-4}{2}\\x=\frac{-\sqrt{5}-4}{2}\end{array}\right.$$. Vậy $S=\left\{-1;-3;\frac{\sqrt{5}-4}{2};\frac{-\sqrt{5}-4}{2}\right\}$ — 0,5

2. Ta có $\frac{1}{a^3}+\frac{1}{b^3}+\frac{3}{ab}=1\Leftrightarrow\left(\frac{1}{a}\right)^3+\left(\frac{1}{b}\right)^3+(-1)^3-3.\frac{1}{a}.\frac{1}{b}.(-1)=0$ — 0,5

$\Rightarrow \left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-1\right)\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+1-\frac{1}{ab}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=0$	0,5
Vì $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+1-\frac{1}{ab}+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{a}+1\right)^2+\left(\frac{1}{b}+1\right)^2+\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)^2\right]>0$ (vì $a\neq b$)	0,5
Suy ra $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-1=0\Leftrightarrow a+b=ab\Leftrightarrow ab-a-b=0$	0,25
$A=\left[(a-1)(b-1)+2023\right]^{2024}=(ab-a-b+1+2023)^{2024}=2024^{2024}$	0,25
Câu 3. **1.** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. a) Chứng minh rằng $BD.DC=DH.DA.$ b) Chứng minh rằng điểm H cách đều ba cạnh của tam giác DEF. c) Gọi M, N, P, Q, I, K lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng $BC, CA, AB, EF, FD, DE.$ Chứng minh rằng ba đường thẳng MQ, NI, PK đồng quy tại một điểm. **2.** Cho tam giác ABC vuông tại A. Hai đường phân giác trong BD, CE cắt nhau tại O. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{BD^2}{BO^2}+\frac{CE^2}{CO^2}$.	**4,0**
1. 	
a) Chỉ ra được $\Delta BDH \sim \Delta ADC(g.g)\Rightarrow \frac{BD}{AD}=\frac{DH}{DC}\Rightarrow BD.DC=DH.DA$	1,0
b) Chứng minh được $\Delta AEF \sim \Delta ABC(c.g.c)\Rightarrow \widehat{AEF}=\widehat{ABC}$	0,25
Tương tự: $\widehat{DEC}=\widehat{ABC}$. Do đó $\widehat{AEF}=\widehat{DEC}$	0,25
Mà $\widehat{AEF}+\widehat{HEF}=\widehat{DEC}+\widehat{HED}=90^0$ nên $\widehat{HEF}=\widehat{HED}$	0,25
$\Rightarrow EH$ là phân giác của góc FED. Chứng minh tương tự có FH là phân giác của góc EFD Do đó H là giao của các đường phân giác trong của tam giác DEF. Suy ra điều phải chứng minh.	0,25
c) Do ΔBEC vuông tại E, M là trung điểm BC nên $EM=\frac{1}{2}BC$ (trung tuyến ứng với cạnh huyền), Tương tự: $FM=\frac{1}{2}BC$	0,25
Do đó: ΔEMF cân tại M, mà Q là trung điểm EF	0,25

$\Rightarrow MQ$ là đường trung trực của EF Tương tự, chứng minh được NI và PK cũng là đường trung trực của tam giác DEF nên ba đường thẳng MQ, NI, PK đồng quy tại một điểm.	0,25
2. Cho tam giác ABC vuông tại A. Hai đường phân giác trong BD, CE cắt nhau tại O. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{BD^2}{BO^2}+\frac{CE^2}{CO^2}$.  	**1,0**
Xét ΔABC có BD là đường phân giác trong nên $\frac{CD}{AD}=\frac{BC}{AB}\Rightarrow\frac{CD}{AD+CD}=\frac{BC}{AB+BC}\Leftrightarrow\frac{CD}{AC}=\frac{BC}{AB+BC}\Leftrightarrow\frac{CD}{BC}=\frac{AC}{AB+BC}$. Xét ΔBCD có CO là đường phân giác trong nên $\frac{OD}{OB}=\frac{CD}{BC}=\frac{AC}{AB+BC}\Rightarrow\frac{OD+OB}{OB}=\frac{AC+AB+BC}{AB+BC}\Leftrightarrow\frac{BD}{BO}=\frac{AC+AB+BC}{AB+BC}$. Tương tự ta có $\frac{CE}{CO}=\frac{AC+AB+BC}{AC+BC}$. Suy ra $\frac{BD}{BO}.\frac{CE}{CO}=\frac{AC+AB+BC}{AB+BC}.\frac{AC+AB+BC}{AC+BC}=\frac{(AC+AB+BC)^2}{(AB+BC)(AC+BC)}$. Đặt $BC=a;\ AC=b;\ AB=c$. Tam giác ABC vuông tại A nên $BC^2=AB^2+AC^2\Leftrightarrow a^2=b^2+c^2$. Như vậy $\frac{BD}{BO}.\frac{CE}{CO}=\frac{(AC+AB+BC)^2}{(AB+BC)(AC+BC)}=\frac{(a+b+c)^2}{(a+b)(a+c)}=\frac{a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca}{a^2+ac+ab+bc}$ $=\frac{b^2+c^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca}{b^2+c^2+ac+ab+bc}=\frac{2(b^2+c^2+ab+bc+ca)}{b^2+c^2+ac+ab+bc}=2$ $\frac{BD^2}{BO^2}+\frac{CE^2}{CO^2}\geq 2.\frac{BD}{BO}.\frac{CE}{CO}=4$ Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\frac{BD^2}{BO^2}+\frac{CE^2}{CO^2}$ là 4. Dấu '=' xảy ra $\Leftrightarrow\Delta ABC$ vuông cân tại A.	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 4. Cho hai số x, y thỏa mãn điều kiện $(x^2-y^2)^2+4x^2y^2+x^2-2y^2=0$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=x^2+y^2$.	**1,0**

$\left(x^2-y^2\right)^2+4x^2y^2+x^2-2y^2=0\Leftrightarrow x^4+y^4-2x^2y^2+4x^2y^2+x^2-2y^2=0$ $\Leftrightarrow\left(x^4+2x^2y^2+y^4\right)+x^2-2y^2=0\Leftrightarrow\left(x^2+y^2\right)^2-2\left(x^2+y^2\right)+1=-3x^2+1$ $\Leftrightarrow\left(x^2+y^2-1\right)^2=-3x^2+1$	0,25
Ta có: $-3x^2+1\le 1\forall x\Rightarrow\left(x^2+y^2-1\right)^2\le 1\Leftrightarrow -1\le x^2+y^2-1\le 1\Leftrightarrow 0\le A\le 2$	0,25
$A=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\x^2+y^2=0\end{cases}\Leftrightarrow x=y=0.$ Vậy $\min A=0\Leftrightarrow x=y=0$	0,25
$A=2\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\x^2+y^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y^2=2\end{cases}$ $\max A=2\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y^2=2\end{cases}$. Vậy	0,25

…….**Hết**…….