PHÒNG GD & ĐT NGA SƠN
CỤM: LIÊN - TIẾN - TÂN - THANH
(Đề thi gồm 05 câu, 01 trang)

ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI LẦN 3
MÔN: TOÁN 6
Năm học: 2023 - 2024
Ngày thi: 29 tháng 02 năm 2024
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

ĐỀ BÀI:

Câu 1 ***(4,0 điểm).*** Tính giá trị các biểu thức sau một cách hợp lý:

a) $53.39 + 47.39 - 53.21 - 47.21$

b) $B = 2^3.5^3 - 3.\{539 - [639 - 8.(7^8 : 7^6 + 2017^0)]\}$

c) $C = \dfrac{5.(2^2.3^2)^9.(2^2)^6 - 2.(2^2.3)^{14}.3^6}{5.2^{28}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{18}}$

d) $D = \left(\frac{1}{2^2}-1\right)\left(\frac{1}{3^2}-1\right)\left(\frac{1}{4^2}-1\right).....\left(\frac{1}{100^2}-1\right)$

Câu 2 ***(4,0 điểm).***

1) Tìm x, biết:

a) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 960 - 2^{x+3}$

b) $\left(\frac{2}{11.13}+\frac{2}{13.15}+...+\frac{2}{19.21}\right).462 - \left[2,04 : (x+1,05)\right] : 0,12 = 19$

2) Một hiệu sách có năm hộp bút bi và bút chì. Mỗi hộp chỉ đựng một loại bút. Hộp 1: 78 chiếc; Hộp 2: 80 chiếc; Hộp 3: 82 chiếc; Hộp 4: 114 chiếc; Hộp 5: 128 chiếc. Sau khi bán một hộp bút chì thì số bút bi còn lại gấp bốn lần số bút chì còn lại. Hãy cho biết lúc đầu hộp nào đựng bút bi, hộp nào đựng bút chì?

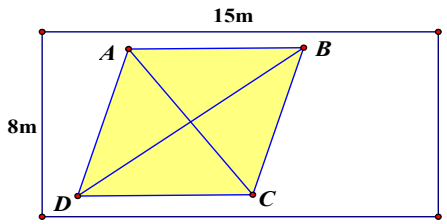
Câu 3 ***(4,0 điểm).***

a) Tìm hai số tự nhiên a và b, biết: BCNN(a,b) = 300; ƯCLN(a,b) = 15 và a + 15 = b.

b) Tìm số nguyên tố $\overline{ab}$ (a > b > 0), sao cho $\overline{ab} - \overline{ba}$ là số chính phương

Câu 4 ***(6,0 điểm).***

1) Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $15m$, chiều rộng $8m$. Người ta trồng một vườn hoa hình thoi ở trong mảnh đất đó, biết diện tích phần còn lại là $75m^2$. Tính độ dài đường chéo AC, biết $BD = 9m$.



2) Cho hình chữ nhật ABCD có chu vi là 60cm và chiều dài AB gấp rưỡi chiều rộng BC. Lấy một điểm M trên cạnh BC sao cho MB = 2.MC. Nối A với M kéo dài cắt DC kéo dài tại điểm E. Nối B với E. Nối D với M.

a) Tính diện tích hình chữ nhật $ABCD$.

b) Chứng tỏ rằng tam giác MBE và tam giác MCD có diện tích bằng nhau.

3) Cho n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ được một đường thẳng. Biết tất cả có 105 đường thẳng. Tính n.

Câu 5 ***(2,0 điểm).***

1) Cho tổng gồm 2014 số hạng: $S=\frac{1}{4}+\frac{2}{4^2}+\frac{3}{4^3}+\frac{4}{4^4}+...+\frac{2014}{4^{2014}}$. Chứng minh rằng: $S<\frac{1}{2}$.

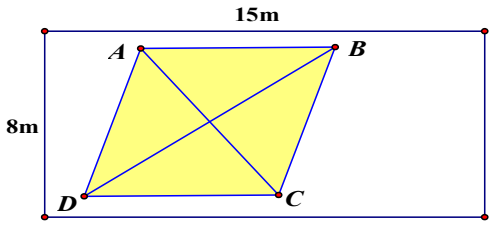
2) Cho các số $a_1,a_2,...,a_7$ là các số nguyên và $b_1,b_2,...,b_7$ cũng là các số nguyên đó nhưng lấy theo thứ tự khác. Chứng minh rằng $(a_1-b_1)(a_2-b_2)(a_3-b_3)....(a_7-b_7)$ là số chẵn.

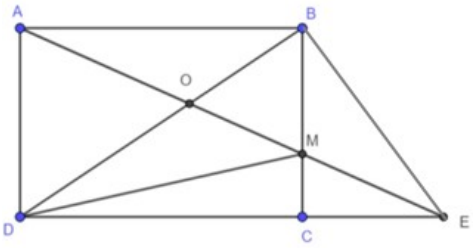
Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM
Môn thi: TOÁN 6

Câu	Nội dung cần đạt	Điểm
Câu 1 **4 điểm**	a) $53(39-21)+47.(39-21)$ $=53\ .\ 18+47.18$ $=18\ (53+47)$ $=18.100=1800$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	b) $B=2^3.5^3-3.\{539-[639-8.(7^8:7^6+2017^0)]\}$ $B=8.125-3.\{539-[639-8.(7^2+1)]\}$ $B=1000-3.\{539-[639-8.(49+1)]\}$ $B=1000-3.\{539-[639-8.50]\}$ $B=1000-3.\{539-[639-400]\}$ $B=1000-3.\{539-239\}$ $B=1000-3.300$ $B=1000-900$ $B=100$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	c) Tính $C=\frac{5.(2^2.3^2)^9.(2^2)^6-2.(2^2.3)^{14}.3^6}{5.2^{28}.3^{19}-7.2^{29}.3^{18}}$ $C=\frac{5.2^{18}.3^{18}.2^{12}-2.2^{28}.3^{14}.3^6}{5.2^{28}.3^{19}-7.2^{29}.3^{18}}$ $=\frac{5.2^{30}.3^{18}-2^{29}.3^{20}}{2^{28}.3^{18}(5.3-7.2)}=\frac{2^{29}.3^{18}(5.2-3^2)}{2^{28}.3^{18}(15-14)}=\frac{2}{1}=2$	0,5đ 0,5đ
	d) $D=\left(\frac{1}{2^2}-1\right)\left(\frac{1}{3^2}-1\right)\left(\frac{1}{4^2}-1\right).....\left(\frac{1}{100^2}-1\right)$ $D=\left(\frac{1-4}{2^2}\right)\left(\frac{1-9}{3^2}\right)\left(\frac{1-16}{4^2}\right).....\left(\frac{1-1000}{100^2}\right)$ $D=\frac{-3}{2^2}.\frac{-8}{3^2}.\frac{-15}{4^2}.....\frac{-9999}{100^2}$ $D=-\frac{1.3}{2^2}.\frac{2.4}{3^2}.\frac{3.5}{4^2}.....\frac{99.101}{100^2}$ $D=-\frac{(1.2.3.....99)(3.4.5.....101)}{(2.3.4.....100).(2.3.4.....100)}$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ

	$D = -\frac{1.101}{100.2}$ $D = -\frac{101}{200}$	
Câu 2 **4 điểm**	a) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 960 - 2^{x+3}$ $2^x (1 + 2 + 2^2 + 2^3) = 960$ $2^x .15 = 960$ $2^x = 960: 15$ $2^x = 64$ $2^x = 2^6$ $x = 6$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	b) Vì $\frac{2}{11.13} + \frac{2}{13.15} + \cdots + \frac{2}{19.21}$ $= \frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \cdots + \frac{1}{19} - \frac{1}{21}$ $= \frac{1}{11} - \frac{1}{21} = \frac{10}{231}$ Nên ta có $\frac{10}{231} \cdot 462 - \left[2,04 : (x + 1,05)\right] : 0,12 = 19$ 20 - [2,04 : (x + 1,05)] : 0,12 = 19 [2,04 : (x + 1,05)] : 0,12 = 20 - 19 [2,04 : (x + 1,05)] : 0,12 = 1 2,04 : (x + 1,05) = 1 . 0,12 x + 1,05 = 2,04 : 0,12 x + 1,05 = 17 x = 17 - 1,05 x = 15,95	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	2) Tổng số bút bi và bút chì lúc đầu là: 78+ 80+ 82+ 114+ 128 = 482 (chiếc) Vì số bút bi còn lại gấp bốn lần số bút chì còn lại nên tổng số bút bi và và bút chì còn lại là số chia hết cho 5, mà 482 chia cho 5 dư 2 nên hộp bút chì bán đi có số lượng chia cho 5 dư 2. Trong các số 78; 80; 82; 114; 128 chỉ có 82 chia cho 5 dư 2 . Vậy hộp bút chì bán đi là Hộp 3: 82 chiếc. Số bút bi và bút chì còn lại là : 482 - 82= 400 (chiếc) Số bút chì còn lại : 400:5 = 80(chiếc) Vậy: Các hộp đựng bút chì là: Hộp 2 ; Hộp 3 . Các hộp đựng bút bi là: Hộp 1; Hộp 4; Hộp 5	0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu 3 **4 điểm**	a) Từ dữ liệu đề bài cho, ta có : + Vì ƯCLN(a, b) = 15, nên ắt tồn tại các số tự nhiên m và n khác 0, sao cho: a = 15m; b = 15n (1)	0,5đ

	và ƯCLN(m, n) = 1 (2) + Vì BCNN(a, b) = 300, nên theo trên, ta suy ra : $\Rightarrow BCNN(15m;\ 15n) = 300 = 15.20$ $\Rightarrow BCNN(m;\ n) = 20$ (3) + Vì a + 15 = b, nên theo trên, ta suy ra : $\Rightarrow 15m+15=15n \Rightarrow 15.(m+1)=15n \Rightarrow m+1=n$ (4) Trong các trường hợp thoả mãn các điều kiện (2) và (3), thì chỉ có trường hợp : m = 4, n = 5 là thoả mãn điều kiện (4). Vậy với m = 4, n = 5, ta được các số phải tìm là : a = 15 . 4 = 60; b = 15 . 5 = 75	0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ
	b) Ta có : $\overline{ab}-\overline{ba}=(10a+b)-(10b+a)=10a+b-10b-a=9a-9b=9(a-b)=3^2(a-b)$ Vì a,b $\notin \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ => 1 ≤ a- b ≤ 8 Để $\overline{ab}-\overline{ba}$ là số chính phương thì a – b = 1; 4 +) a – b = 1 (mà a > b) ta có các số $\overline{ab}$ là : 98 ; 87 ; 76; 65; 54 ; 43; 32; 21 Vì $\overline{ab}$ là số nguyên tố nên chỉ có số 43 thoả mãn +) a – b = 4 (mà a > b) ta có các số $\overline{ab}$ là : 95 ; 84 ; 73; 62; 51 Vì $\overline{ab}$ là số nguyên tố nên chỉ có số 73 thoả mãn **Kết luận** : Vậy có hai số thoả mãn điều kiện bài toán là 43 và 73	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ
Câu 4 **6 điểm**	1)  Diện tích mảnh đất hình chữ nhật là: $15.8=120(m^2)$ Diện tích phần trồng hoa hình thoi là: $120-75=45(m^2)$ Độ dài đường chéo AC là: $45.2:9=10(m)$	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
	2)	

	 a) Gọi chiều rộng BC của hình chữ nhật là a (m) Vì chiều dài AB gấp rưỡi chiều rộng BC nên chiều dài AB là $1,5.a$ (m) Ta có $2.(a+1,5a)=60$ $5a=60$ hay $a=12$ Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là: $12.1,5.12=216$ (cm^2) b) Ta có $S_{EAB}=S_{BCD}$ (vì có chiều cao hạ từ E lên đáy AB bằng chiều cao BC của tam giác BCD hạ từ B lên đáy CD, đáy $CD=AB$) Ta có $S_{ABM}=S_{DBM}$ (vì có chiều cao $AB=CD$, chung đáy BM) Do đó $S_{EAB}-S_{ABM}=S_{BCD}-S_{DBM}$ hay $S_{BME}=S_{DMC}$	0,25đ 0,25đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ
	3) Chọn một điểm. Nối điểm đó với từng điểm trong n điểm còn lại ta được n – 1 đường thẳng. Làm như vậy với n điểm ta được n(n – 1) đường thẳng. Nhưng mỗi đường thẳng lại được tính hai lần, do đó tất cả chỉ có n(n – 1): 2 đường thẳng. Theo bài ra có 105 đường thẳng, do đó: n(n – 1): 2 = 105 n(n – 1) = 105.2 n(n – 1) = 210 n(n – 1) =2.3.5.7 n(n – 1) = 15.14 Vậy n = 15	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
Câu 5 **2 điểm**	a) Ta có $4S=1+\frac{2}{4}+\frac{3}{4^2}+\frac{4}{4^3}+...+\frac{2014}{4^{2013}}$. Suy ra: $3S=4S-S=1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+...+\frac{1}{4^{2013}}-\frac{2014}{4^{2014}}$ $\Rightarrow 3S<1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+...+\frac{1}{4^{2013}}$. Đặt M = $1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+...+\frac{1}{4^{2013}}$. $\Rightarrow 4M=4+1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+...+\frac{1}{4^{2012}}$ Ta có: $3M=4M-M=4-\frac{1}{4^{2013}}<4\Rightarrow M<\frac{4}{3}$ Do đó: $3S<\frac{4}{3}\Rightarrow S<\frac{4}{9}<\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
	b) Xét tổng $(a_1-b_1)+(a_2-b_2)+(a_3-b_3)+....+(a_7-b_7)$ $=(a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6+a_7)-(b_1+b_2+b_3+b_4+b_5+b_6+b_7)=0$ Nếu cả 7 số $a_1-b_1,a_2-b_2,.....,a_7-b_7$ đều lẻ thì tổng của chúng là số lẻ	0,25đ

	và do đó khác 0 (lẻ đối nhau vẫn có thể bằng 0) Suy ra có ít nhất một trong 7 số $a_1-b_1, a_2-b_2, ..., a_7-b_7$ là số chẵn $\Rightarrow (a_1-b_1)(a_2-b_2)(a_3-b_3)....(a_7-b_7)$ là số chẵn. Ta có hiệu (a_i-b_i) khác tính chẵn lẻ sẽ là một số lẻ. Không mất tính tổng quát nếu ta giả sử $(a_1-b_1)(a_2-b_2)(a_3-b_3)...(a_6-b_6)$ là các hiệu khác tính chẵn lẻ, nên tích trên là số lẻ $\Rightarrow a^7$ và b^7 sẽ cùng tính chẵn lẻ, hay (a_7-b_7) là số chẵn. Vậy $(a_1-b_1)(a_2-b_2)(a_3-b_3)....(a_7-b_7)$ là số chẵn.	0,25đ 0,25đ 0,25đ

Lưu ý: - Điểm toàn bài làm tròn đến 0,25 đ;
- HS làm cách khác, nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.