

BÀI TẬP KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ KHOẢNG TỬ PHÂN VỊ

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 8 (3NB-3TH-1VD-1VDC). Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 4. **B. 5.** C. 6. D. 7.

Lời giải

Chọn B

Khoảng biến thiên $R = 19 - 14 = 5$

Câu 2. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [14; 15). B. [15; 16). **C. [16; 17).** D. [17; 18).

Lời giải

Chọn C

Cỡ mẫu là: $1 + 3 + 8 + 6 + 2 = 20$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là tuổi thọ của 20 con hổ được sắp xếp theo thứ tự tăng dần

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\left[\frac{x_5 + x_6}{2} \right] \in [16; 17)$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [16; 17).

Câu 3. Giả sử kết quả khảo sát hai khu vực A và B về độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình được cho ở bảng sau:

Tuổi kết hôn	[19; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)	[31; 34)
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7

Số phụ nữ khu vực B	47	40	11	2	0
---------------------	----	----	----	---	---

khoảng biến thiên R và R' của từng mẫu số liệu ghép nhóm ứng với mỗi khu vực A và B.

A. $R = 12, R' = 15$

B. $R = 19, R' = 12$

C. $R = 15, R' = 12$

D. $R = 15, R' = 7$

Lời giải

• Khu vực A:

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A là:

$$R = 34 - 19 = 15.$$

Khu vực B:

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực B là:

$$R' = 31 - 19 = 12.$$

Câu 4. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 0,9.

B. 0,975.

C. 0,5.

D. 0,575.

Lời giải

Chọn D

Cỡ mẫu $n = 20$.

Gọi $x_1, \dots, x_{20}$ là mẫu số liệu gốc về quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hương trong 20 ngày được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1, \dots, x_3 \in [2,7; 3,0),$$

$$x_4, \dots, x_9 \in [3,0; 3,3),$$

$$x_{10}, \dots, x_{14} \in [3, 3; 3, 6),$$

$$x_{15}, \dots, x_{18} \in [3, 6; 3, 9),$$

$$x_{19}, x_{20} \in [3, 9; 4, 2).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_5 + x_6}{2} \in [3, 0; 3, 3)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

liệu ghép nhóm là:
$$Q_1 = 3, 0 + \frac{\frac{20}{4} - 3}{6} (3, 3 - 3, 0) = 3, 1$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2} \in [3, 6; 3, 9)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

liệu ghép nhóm là:
$$Q_3 = 3, 6 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (3 + 6 + 5)}{4} (3, 9 - 3, 6) = 3, 675$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3, 675 - 3, 1 = 0, 575$

Câu 5. Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2024 của một số hộ gia đình ở thành phố Nha Trang được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	[200; 250)	[250; 300)	[300; 350)	[350; 400)	[400; 450)
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

Khoảng tứ phân vị thứ nhất là

A. $Q_1 = \frac{16175}{62}$ **B.** $Q_1 = \frac{16175}{34}$ **C.** $Q_1 = \frac{16157}{62}$ **D.** $Q_1 = \frac{16751}{62}$

Lời giải

Số hộ gia đình được khảo sát (cỡ mẫu) là $n = 24 + 62 + 34 + 21 + 9 = 150$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{150}$ là tổng thu nhập trong năm 2024 của 150 hộ gia đình được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$x_1; \dots; x_{24} \in [200; 250)$$

$$x_{25}; \dots; x_{86} \in [300; 350)$$

$$x_{87}; \dots; x_{120} \in [300; 350)$$

$$x_{121}; \dots; x_{141} \in [350; 400)$$

$$x_{142}; \dots; x_{150} \in [400; 450)$$

Do đó, đối với dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{150}$ thì

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $x_{38} \in [250; 300)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 250 + \frac{\frac{150}{4} - 24}{62} (300 - 250) = \frac{16175}{62}$$

Câu 6. Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)	[9,2; 9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. $\Delta_Q = 0,286$

B. $\Delta_Q = 0,2$

C. $\Delta_Q = 0,6$

D. $\Delta_Q = 0,8$

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 100$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; \dots; x_5 \in [8,4; 8,6),$$

$$x_6; \dots; x_{17} \in [8,6; 8,8),$$

$$x_{18}; \dots; x_{42} \in [8,8; 9,0),$$

$$x_{43}, \dots, x_{86} \in [9,0; 9,2),$$

$$x_{87}, \dots, x_{100} \in [9,2; 9,4).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{25} + x_{26}}{2} \in [8,8; 9,0)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 8,8 + \frac{\frac{100}{4} - (5+12)}{25} (9,0 - 8,8) = 8,864$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{75} + x_{76}}{2} \in [9,0; 9,2)$.

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 20 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (5+12+25)}{44} (9,2 - 9,0) = 9,15$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 9,15 - 8,864 = 0,286$$

Câu 7. Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	[175; 180)	[180; 185)
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	0	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	1	0

Sử dụng khoảng biến thiên, hãy cho biết chiều cao của học sinh nữ lớp nào có độ phân tán lớn hơn.

A. Lớp 12C

B. Lớp 12D

C. Bằng nhau

D. Không so sánh được

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C là: $185 - 155 = 30$ (cm).

Trong mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D, khoảng đầu tiên chứa dữ liệu là $[155; 160)$ và khoảng cuối cùng chứa dữ liệu là $[175; 180)$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D là: $180 - 155 = 25$ (cm).

Vậy nếu căn cứ theo khoảng biến thiên thì chiều cao của học sinh nữ lớp 12C có độ phân tán lớn hơn lớp 12D.

Câu 8. Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	[175; 180)	[180; 185)
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	0	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	1	0

Gọi Δ_Q và Δ'_Q khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của học sinh nữ lớp 12C và 12D.

Hãy so sánh khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của học sinh nữ lớp 12C và 12D.

A. $\Delta_Q > \Delta'_Q$

B. $\Delta_Q = \Delta'_Q$

C. $\Delta_Q < \Delta'_Q$

D. Không so sánh được

Lời giải

• Lớp 12C:

Cỡ mẫu $n = 2 + 7 + 12 + 3 + 0 + 1 = 25$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của 25 học sinh nữ lớp 12C được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$x_1; x_2 \in [155; 160)$$

$$x_3; \dots; x_9 \in [160; 165)$$

$$x_{10}; \dots; x_{21} \in [165; 170)$$

$$x_{22}; x_{23}; x_{24} \in [170; 175)$$

$$x_{25} \in [180; 185)$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_6 + x_7}{2} \in [160; 165)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 160 + \frac{\frac{25}{4} - 2}{7} (165 - 160) = \frac{4565}{28}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{19} + x_{20}}{2} \in [165; 170)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 165 + \frac{\frac{3,25}{4} - (2 + 7)}{12} (170 - 165) = \frac{2705}{16}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{2705}{16} - \frac{4565}{28} \approx 6,03$$

• Lớp 12D:

ỡ mẫu $n' = 5 + 9 + 8 + 2 + 1 = 25$.

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{25}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của 25 học sinh nữ lớp 12D được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$y_1; \dots; y_5 \in [155; 160),$$

$$y_6; \dots; y_{14} \in [160; 165),$$

$$y_{15}; \dots; y_{22} \in [165; 170),$$

$$y_{23}, y_{24} \in [170; 175),$$

$$y_{25} \in [175; 180).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{y_6 + y_7}{2} \in [160; 165)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu

số liệu ghép nhóm là
$$Q_1' = 160 + \frac{\frac{25}{4} - 5}{9} (165 - 160) = \frac{5785}{36}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{y_{19} + y_{20}}{2} \in [165; 170)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

liệu ghép nhóm là
$$Q_3' = 165 + \frac{\frac{3 \cdot 25}{4} - (5 + 9)}{8} (170 - 165) = \frac{5395}{32}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D là:

$$\Delta_Q' = Q_3' - Q_1' = \frac{5375}{32} - \frac{5785}{36} \approx 7,27$$

Ta có $\Delta_Q \approx 6,03 < \Delta_Q' \approx 7,27$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250 (km).

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 3,1$.

c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 575$.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng $79,17$.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

--	--	--	--

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = 300 - 50 = 250$ (km).

Cỡ mẫu $n = 5 + 10 + 9 + 4 + 2 = 30$.

Gọi $x_1, \dots, x_{30}$ là mẫu số liệu gốc về độ dài quãng đường bác tài xế đã lái xe mỗi ngày trong một tháng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1, \dots, x_5 \in [50; 100), \quad x_6, \dots, x_{15} \in [100; 150), \quad x_{16}, \dots, x_{24} \in [150; 200),$$

$$x_{25}, \dots, x_{28} \in [200; 250), \quad x_{29}, x_{30} \in [250; 300).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in [100; 150)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

ghép nhóm là:

$$Q_1 = 100 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10} (150 - 100) = 112,5$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in [150; 200)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

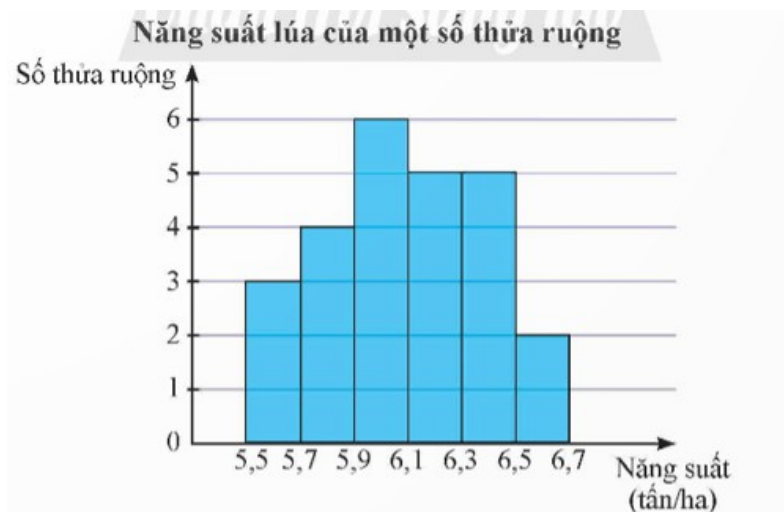
ghép nhóm là:

$$Q_3 = 100 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 10)}{9} (200 - 150) = \frac{575}{3}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{575}{3} - 112,5 \approx 79,17$$

Câu 2. Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh họa ở biểu đồ sau:



a) Có 6 thửa ruộng đã được khảo sát.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 1,2 (tấn/ha).

c) Khoảng tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_1 = 5,8625$.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 0,4675.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

a) Số thửa ruộng được khảo sát là: $n = 3 + 4 + 6 + 5 + 5 + 2 = 25$.

b) Từ biểu đồ, ta có bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu như sau:

Năng suất (tấn/ha)	[5,5; 5,7)	[5,7; 5,9)	[5,9; 6,1)	[6,1; 6,3)	[6,3; 6,5)	[6,5; 6,7)
Giá trị đại diện (tấn/ha)	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6
Tần số tương đối	3	4	6	5	5	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là: $R = 6,7 - 5,5 = 1,2$ (tấn/ha).

c)

Cỡ mẫu $n = 25$.

Gọi $x_1, \dots, x_{25}$ là mẫu số liệu gốc về năng suất của một số thửa ruộng được khảo sát được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1, x_2, x_3 \in [5,5; 5,7),$$

$$x_4, \dots, x_7 \in [5,7; 5,9),$$

$$x_8, \dots, x_{13} \in [5,9; 6,1),$$

$$x_{14}, \dots, x_{18} \in [6, 1; 6, 3),$$

$$x_{19}, \dots, x_{23} \in [6, 3; 6, 5),$$

$$x_{24}, x_{25} \in [6, 5; 6, 7).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_6 + x_7}{2} \in [5, 7; 5, 9)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 5, 7 + \frac{\frac{25}{4} - 3}{4} (5, 9 - 5, 7) = 5, 8625$$

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{19} + x_{20}}{2} \in [6, 3; 6, 5)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 6, 3 + \frac{\frac{3 \cdot 25}{4} - (3 + 4 + 6 + 5)}{5} (6, 5 - 6, 3) = 6, 33$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 6, 33 - 5, 8625 = 0, 4675$

Câu 3. Bảng sau thống kê lại tổng số giờ nắng trong tháng 6 của các năm từ 2002 đến 2021 tại hai trạm quan trắc đặt ở Nha Trang và Quy Nhơn.

Số giờ nắng	[130; 160)	[160; 190)	[190; 220)	[220; 250)	[250; 280)	[280; 310)
Số năm ở Nha Trang	1	1	1	8	7	2
Số năm ở Quy Nhơn	0	1	2	4	10	3

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 20 .

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trạm quan trắc ở Nha Trang bằng 45 .

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trạm quan trắc ở Quy Nhơn bằng 39 .

d) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn Nha Trang.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
SAI	SAI	SAI	ĐÚNG

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là : $310 - 130 = 180$.

b) Xét mẫu số liệu của trạm quan trắc ở Nha Trang:

Gọi $x_1, \dots, x_{20}$ là mẫu số liệu gốc về tổng số giờ nắng trong tháng 6 của các năm 2022 đến 2021 tại trạm quan trắc đặt ở Nha Trang được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1 \in [130; 160),$$

$$x_2 \in [160; 190),$$

$$x_3 \in [190; 220),$$

$$x_4, \dots, x_{11} \in [220; 250),$$

$$x_{12}, \dots, x_{18} \in [250; 280),$$

$$x_{19}, x_{20} \in [280; 310).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_5 + x_6}{2} \in [220; 250)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu

$$Q_1 = 220 + \frac{\frac{20}{4} - (1+1+1)}{8} (250 - 220) = 227,5$$

số liệu ghép nhóm là:

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2} \in [250; 280)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

$$Q_3 = 250 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (1+1+1+8)}{7} (280 - 250) = \frac{1870}{7}$$

liệu ghép nhóm là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{1870}{7} - 227,5 \approx 39,64$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

c) Xét mẫu số liệu của trạm quan trắc ở Quy Nhơn:

Gọi $y_1, \dots, y_{20}$ là mẫu số liệu gốc về tổng số giờ nắng trong tháng 6 của các năm 2022 đến 2021 tại trạm quan trắc đặt ở Quy Nhơn được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$y_1 \in [160; 190),$$

$$y_2, y_3 \in [190; 220),$$

$$y_4, \dots, y_7 \in [220; 250),$$

$$y_8, \dots, y_{17} \in [250; 280),$$

$$y_{18}, \dots, y_{20} \in [280; 310).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{y_5 + y_6}{2} \in [220; 250)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu

số liệu ghép nhóm là:

$$Q'_1 = 200 + \frac{\frac{20}{4} - (1+2)}{4} (250 - 200) = 235$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{y_{15} + y_{16}}{2} \in [250; 280)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

liệu ghép nhóm là:

$$Q'_3 = 250 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (1+2+4)}{10} (280 - 250) = 274$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta'_Q = Q'_3 - Q'_1 = 274 - 235 = 39$.

d) Vì $\Delta_Q \approx 39,64 > \Delta'_Q = 39$ nên nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì số giờ nắng trong tháng 6 của Quy Nhơn đồng đều hơn Nha Trang.

Câu 4. Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A và B.



a) Giá trị đại diện cho mỗi nhóm và bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên là:

Điểm trung bình	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Số học sinh trường A	4	5	3	4	2
Số học sinh trường B	2	5	4	3	1

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của trường A là 2,275.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của trường B là 1.526.

d) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường A có điểm trung bình đồng đều hơn trường B.

Lời giải

A.	B.	C.	D.
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

a) Giá trị đại diện của nhóm [5; 6) là 5,5.

Giá trị đại diện của nhóm [6; 7) là 6,5.

Giá trị đại diện của nhóm [7; 8) là 7,5.

Giá trị đại diện của nhóm [8; 9) là 8,5.

Giá trị đại diện của nhóm [9; 10) là 9,5.

Từ biểu đồ, ta có bảng tần số ghép nhóm sau:

Điểm trung bình	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10)
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Số học sinh trường A	4	5	3	4	2
Số học sinh trường B	2	5	4	3	1

b)

• Xét mẫu số liệu của trường A:

Cỡ mẫu $n_A = 4 + 5 + 3 + 4 + 2 = 18$.

Gọi $x_1, \dots, x_{18}$ là mẫu số liệu gốc về điểm trung bình năm học của học sinh trường A được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1, \dots, x_4 \in [5; 6),$$

$$x_5, \dots, x_9 \in [6; 7),$$

$$x_{10}, \dots, x_{12} \in [7; 8),$$

$$x_{13}, \dots, x_{16} \in [8; 9),$$

$$x_{17}, x_{18} \in [9; 10).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_5 \in [6; 7)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

ghép nhóm là:
$$Q_1 = 6 + \frac{\frac{18}{4} - 4}{5}(7 - 6) = 6,1$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{14} \in [8; 9)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

nhóm là:
$$Q_3 = 8 + \frac{\frac{3 \cdot 18}{4} - (4 + 5 + 3)}{4}(9 - 8) = 8,375$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 8,375 - 6,1 = 2,275$.

- Xét mẫu số liệu của trường B:

$$\text{Cỡ mẫu } n_B = 2 + 5 + 4 + 3 + 1 = 15.$$

Gọi $y_1, \dots, y_{20}$ là mẫu số liệu gốc về điểm trung bình năm học của học sinh trường B được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$y_1, y_2 \in [5; 6),$$

$$y_3, \dots, y_7 \in [6; 7),$$

$$y_8, \dots, y_{11} \in [7; 8),$$

$$y_{12}, \dots, y_{14} \in [8; 9),$$

$$y_{15} \in [9; 10).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_4 \in [6; 7)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

ghép nhóm là:
$$Q'_1 = 6 + \frac{\frac{15}{4} - 2}{5}(7 - 6) = 6,35$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{12} \in [8; 9)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

nhóm là:
$$Q'_3 = 8 + \frac{\frac{3 \cdot 15}{4} - (2 + 5 + 4)}{3}(9 - 8) = \frac{97}{12}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:
$$\Delta'_Q = Q'_3 - Q'_1 = \frac{97}{12} - 6,35 \approx 1,73$$

d) Vì $\Delta_Q = 2,275 > \Delta'_Q \approx 1,73$ nên nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các bạn trong lớp 12C được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số học sinh	8	16	4	2

Nếu biết học sinh hoàn thành bài kiểm tra sớm nhất mất 27 phút và muộn nhất mất 43 phút thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là bao nhiêu?

Lời giải

Nếu biết học sinh hoàn thành bài kiểm tra sớm nhất mất 27 phút và muộn nhất mất 43 phút thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là $43 - 27 = 16$.

Câu 2. Để đánh giá chất lượng một loại pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[5; 5,5)	[5,5; 6)	[6; 6,5)	[6,5; 7)	[7; 7,5)
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Đáp án:

• Khoảng biến thiên: $R = 7,5 - 5 = 2,5$.

• Khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 0,75$

Khoảng biến thiên: $R = 7,5 - 5 = 2,5$.

Cỡ mẫu là $n = 2 + 8 + 15 + 10 + 5 = 40$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{40}$ thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin và được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{10} + x_{11}}{2}$.

Mà $x_{10} \in [5,5; 6); x_{11} \in [6; 6,5)$. Do đó $Q_1 = 6$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{30} + x_{31}}{2} \in [6,5; 7)$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là $[6,5; 7)$.

$$Q_3 = 6,5 + \frac{\frac{3 \cdot 40}{4} - 25}{10} (7 - 6,5) = 6,75$$

Khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 6,75 - 6 = 0,75$.

Câu 3. Một người ghi lại thời gian đàm thoại của một số cuộc gọi cho kết quả như bảng sau:

Thời gian t (phút)	Số cuộc gọi
$0 \leq t < 1$	8
$1 \leq t < 2$	17
$2 \leq t < 3$	25
$3 \leq t < 4$	20
$4 \leq t < 5$	10

Lời giải

Đáp án: Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = 1,8$

Ta có bảng mẫu số liệu ghép nhóm được viết lại như sau

Thời gian t (phút)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)	[4; 5)
Số cuộc gọi	8	17	25	20	10

Có cỡ mẫu $n = 8 + 17 + 25 + 20 + 10 = 80$.

Giả sử $x_1; x_2; \dots; x_{80}$ là thời gian đàm thoại của 80 cuộc gọi được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Ta có tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{20} + x_{21}}{2} \in [1; 2)$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[1; 2)$.

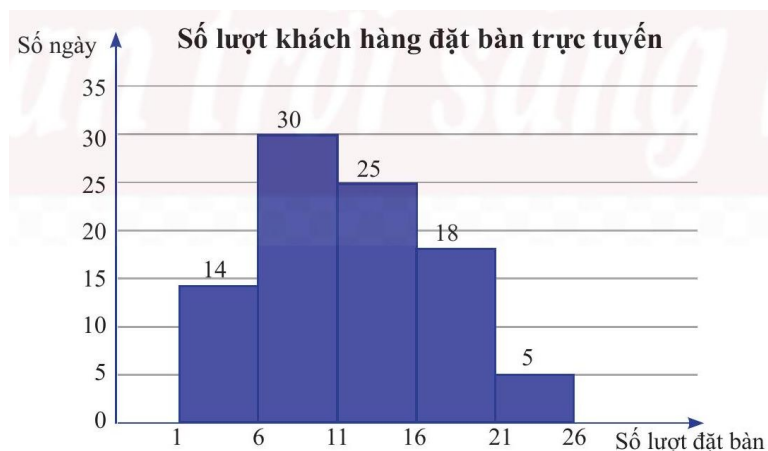
$$Q_1 = 1 + \frac{\frac{80}{4} - 8}{17} (2 - 1) \approx 1,7$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{x_{60} + x_{61}}{2} \in [3; 4)$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là $[3; 4)$.

$$Q_3 = 3 + \frac{\frac{3 \cdot 80}{4} - 50}{20} (4 - 3) = 3,5$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 1,8$

Câu 4. Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2024 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn; cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn; ...



Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên.

Lời giải

Từ biểu đồ đã cho, ta có có bảng thống kê sau:

Số lượt đặt bàn	[1; 6)	[6; 11)	[11; 16)	[16; 21)	[21; 26)
Số ngày	14	30	25	18	5

Cỡ mẫu $n = 14 + 30 + 25 + 18 + 5 = 92$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{92}$ là mẫu số liệu gốc về số lượt khách đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; \dots; x_{14} \in [1; 6),$$

$$x_{15}; \dots; x_{44} \in [6; 11),$$

$$x_{45}; \dots; x_{69} \in [11; 16),$$

$$x_{70}; \dots; x_{87} \in [16; 21),$$

$$x_{88}; \dots; x_{92} \in [21; 26).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{23} + x_{24}}{2} \in [6; 11)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 6 + \frac{\frac{92}{4} - 14}{30} (11 - 6) = 7,5$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{69} + x_{70}}{2}$.

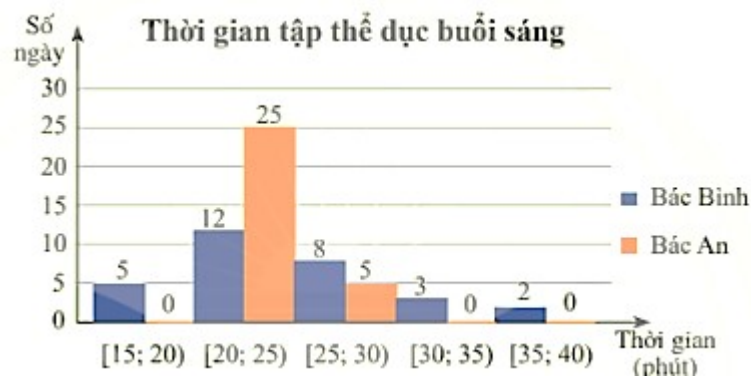
Mà $x_{69} \in [11; 16)$ và $x_{70} \in [16; 21)$

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 16$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 16 - 7,5 = 8,5$$

Câu 5. Biểu đồ dưới đây thống kê thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng của Bác Bình và Bác An



Hãy so sánh khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình và bác An.

Lời giải

Ta có bảng thống kê sau:

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Số ngày tập của Bác Bình	5	12	8	3	2
Số ngày tập của Bác An	0	25	5	0	0

Cỡ mẫu $n = 30$.

- Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình:

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; \dots; x_5 \in [15; 20),$$

$$x_6; \dots; x_{17} \in [20; 25),$$

$$x_{18}; \dots; x_{25} \in [25; 30),$$

$$x_{26}; \dots; x_{28} \in [30; 35),$$

$$x_{29}; x_{30} \in [35; 40).$$

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 20 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{12} (25 - 20) = \frac{505}{24}$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in [25; 30)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 25 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 12)}{8} (30 - 25) = \frac{455}{16}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình là

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{445}{16} - \frac{505}{24} = \frac{355}{48} \approx 7,4$$

- Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác An:

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{30}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác An được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$y_1; \dots; y_{25} \in [20; 25),$$

$$y_{26}; \dots; y_{30} \in [25; 30).$$

Tứ phân vị thứ nhất Q'_1 của mẫu số liệu gốc là $y_8 \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q'_1 = 20 + \frac{\frac{30}{4}}{25} (25 - 20) = \frac{43}{2}$$

Tứ phân vị thứ ba Q'_3 của mẫu số liệu gốc là $y_{23} \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q'_3 = 20 + \frac{3.30}{25}(25 - 20) = \frac{49}{2}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác An

là $\Delta'_Q = Q'_3 - Q'_1 = \frac{49}{2} - \frac{43}{2} = 3$

Vì $\Delta_Q \approx 7,4 > \Delta'_Q = 3$ nên khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình lớn hơn bác An.

Câu 6. Hai bảng tần số ghép nhóm dưới đây thống kê theo độ tuổi số lượng thành viên nam và thành viên nữ đang sinh hoạt trong một câu lạc bộ dưỡng sinh.

Khoảng tuổi	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)	[70; 75)	[75; 80)	[80; 85)	[85; 90)
Số thành viên nam	4	7	4	6	15	12	2	0

Khoảng tuổi	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)	[70; 75)	[75; 80)	[80; 85)	[85; 90)
Số thành viên nữ	3	4	5	3	7	14	13	1

Hãy tính các khoảng tứ phân vị của tuổi nam giới và nữ giới trong mỗi bảng số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

- Nam giới:

Cỡ mẫu $n = 4 + 7 + 4 + 6 + 15 + 12 + 2 = 50$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{50}$ là mẫu số liệu gốc về tuổi của nam giới đang sinh hoạt trong câu lạc bộ dưỡng sinh được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; \dots; x_4 \in [50; 55),$$

$$x_5; \dots; x_{11} \in [55; 60),$$

$$x_{12}; \dots; x_{15} \in [60; 65),$$

$$x_{16}; \dots; x_{21} \in [65; 70),$$

$$x_{22}; \dots; x_{36} \in [70; 75),$$

$$x_{37}; \dots; x_{48} \in [75; 80),$$

$$x_{49}; x_{50} \in [80; 85).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{13} \in [60; 65)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 60 + \frac{\frac{50}{4} - (4 + 7)}{4} (65 - 60) = 61,875$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in [75; 80)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 75 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (4 + 7 + 4 + 6 + 15)}{12} (80 - 75) = 75,625$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi của nam giới đang sinh hoạt trong câu lạc bộ dưỡng sinh là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 75,625 - 61,875 = 13,75$$

• Nữ giới:

Cỡ mẫu $n' = 3 + 4 + 5 + 3 + 7 + 14 + 13 + 1 = 50$.

Gọi $y_1; \dots; y_{50}$ là mẫu số liệu gốc về tuổi của nữ giới đang sinh hoạt trong câu lạc bộ dưỡng sinh được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$y_1; \dots; y_4 \in [50; 55),$$

$$y_4; \dots; y_7 \in [55; 60),$$

$$y_8; \dots; y_{12} \in [60; 65),$$

$$y_{13}; \dots; y_{15} \in [65; 70),$$

$$y_{16}; \dots; y_{22} \in [70; 75),$$

$$y_{23}, \dots, y_{36} \in [75; 80),$$

$$y_{37}, \dots, y_{49} \in [80; 85),$$

$$y_{50} \in [85; 90).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_{13} \in [65; 70)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q'_1 = 65 + \frac{\frac{50}{4} - (3 + 4 + 5)}{3} (70 - 65) = \frac{395}{6}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{38} \in [80; 85)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q'_3 = 80 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (3 + 4 + 5 + 3 + 7 + 14)}{13} (85 - 80) = \frac{2095}{26}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi của nữ giới đang sinh hoạt trong câu lạc bộ dưỡng sinh là:

$$\Delta'_Q = Q'_3 - Q'_1 = \frac{2095}{26} - \frac{395}{6} \approx 14,74$$