

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NINH BÌNH

ĐỀ KHẢO SÁT, ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG
GIÁO DỤC LỚP 12
LẦN THỨ HAI - NĂM HỌC 2025-2026
MÔN THI: TOÁN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 03 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

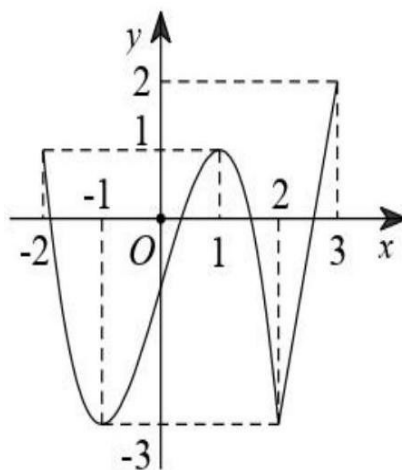
Họ và tên thí sinh:

Mã đề 0101

Số báo danh:

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 3]$ và có đồ thị trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng bao nhiêu?



A. 1.

B. 3.

C. -3.

D. 2.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	6	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-3; 6)$.

B. $(6; +\infty)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 5)$.

Câu 3. Cho hàm số bậc hai $f(x)$. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 9x + 8$ tại hai điểm A, B

phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_A = -1, x_B = 4$. Tính $I = \int_{-1}^4 f'(x) dx$.

A. $I = 43$.

B. $I = 30$.

C. $I = 45$.

D. $I = 5$.

Câu 4. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^3 f(x) dx = 8$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

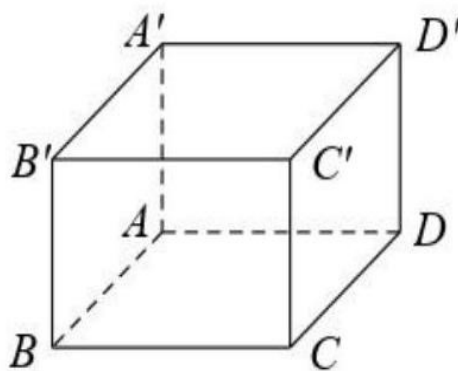
A. 16.

B. 4.

C. 10.

D. 6.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (xem hình bên). Vector $\overrightarrow{AB}$ bằng vector nào sau đây?



- A. $\overline{CD}$. B. $\overline{BC}$. C. $\overline{AA'}$. D. $\overline{A'B'}$.

Câu 6. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int 6^x dx = \frac{6^{x+1}}{x+1} + C$. B. $\int 6^x dx = 6^x \cdot \ln 6 + C$. C. $\int 6^x dx = 6^x + C$. D. $\int 6^x dx = \frac{6^x}{\ln 6} + C$.

Câu 7. Biết $\int f(x) dx = x^2 + \cos x + C$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) = 2x - \sin x$. B. $f(x) = 2x + \sin x$. C. $f(x) = \frac{x^3}{3} + \sin x + C$. D. $f(x) = \frac{x^3}{3} - \sin x + C$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (2; -1; 3)$. Tìm tọa độ của vector $3\vec{u}$.

- A. $3\vec{u} = (6; -1; 3)$. B. $3\vec{u} = (5; -3; 6)$. C. $3\vec{u} = (2; -1; 9)$. D. $3\vec{u} = (6; -3; 9)$.

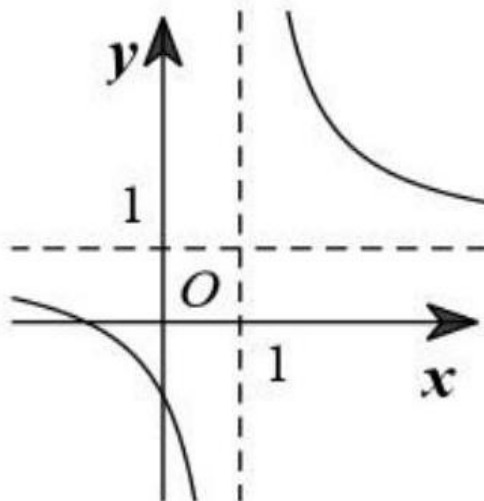
Câu 9. Bảng sau đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng (đơn vị: kilôgam) của 40 học sinh lớp 10 A trong một trường trung học phổ thông.

Nhóm	$[30; 40)$	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$
Tần số	2	14	16	8

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A. 40 . B. 10 . C. 30 . D. 70 .

Câu 10. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = \frac{2x+3}{x-1}$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$. C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = \frac{x+1}{3x-3}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vector nào sau đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) ?

A. $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$.

B. $\vec{n}_4 = (-4; 2; 3)$.

C. $\vec{n}_1 = (3; 2; -4)$.

D. $\vec{n}_3 = (3; -4; 1)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 4 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $N(2; 3; 0)$.

B. $P(4; 1; 1)$.

C. $Q(2; 2; 1)$.

D. $M(1; 2; 1)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \cos^2 \frac{x}{2}$.

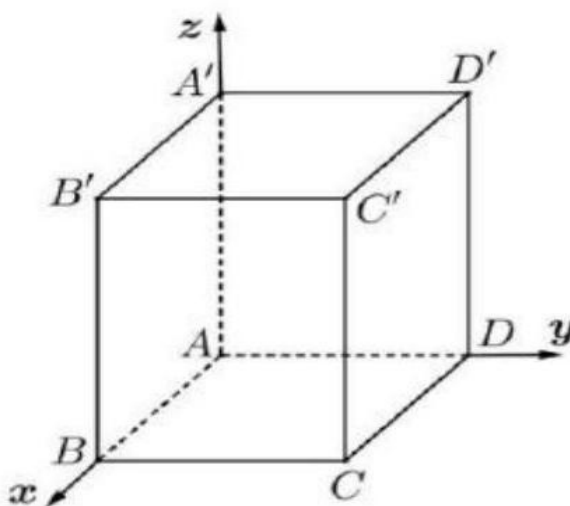
a) $\int f(x) dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sin x + C$.

b) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ và thỏa mãn $F(0) = 3$ thì $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{12} + \frac{11}{4}$.

c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = a + b\pi (a, b \in \mathbb{Q})$, trong đó $a^2 + b = \frac{1}{2}$.

d) Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = x^2 - 4 + \cos^2 \frac{x}{2}$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ bằng $\frac{23}{3}$.

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 5, AD = 6, AA' = 10$; G là trọng tâm của tam giác BDA' . Gắn một hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với điểm A , tia Ox trùng với tia AB , tia Oy trùng với tia AD , tia Oz trùng với tia AA' (xem hình vẽ bên).



a) Tọa độ của điểm C là $(5; 6; 0)$.

b) $|\vec{AC} + 2\vec{A'B}| = \sqrt{661}$.

c) Tọa độ điểm G là $\left(2; \frac{5}{3}; \frac{10}{3}\right)$.

d) $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{B'C} = -\frac{64}{3}$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = e^{x^3 - 3x^2 - 9x + 2026}$.

a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = e^{x^3 - 3x^2 - 9x + 2026}$.

b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

c) Hàm số $f(x)$ có hai giá trị cực trị trái dấu.

d) Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng e^{4035} .

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 0; 2)$, $B(2; 2; 1)$, $C(0; -1; 4)$.

a) Mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $x + y = 0$.

b) Hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $B'(0; 2; 1)$.

c) Mặt phẳng đi qua C và vuông góc với AB có phương trình là $3x + 2y - z + 6 = 0$.

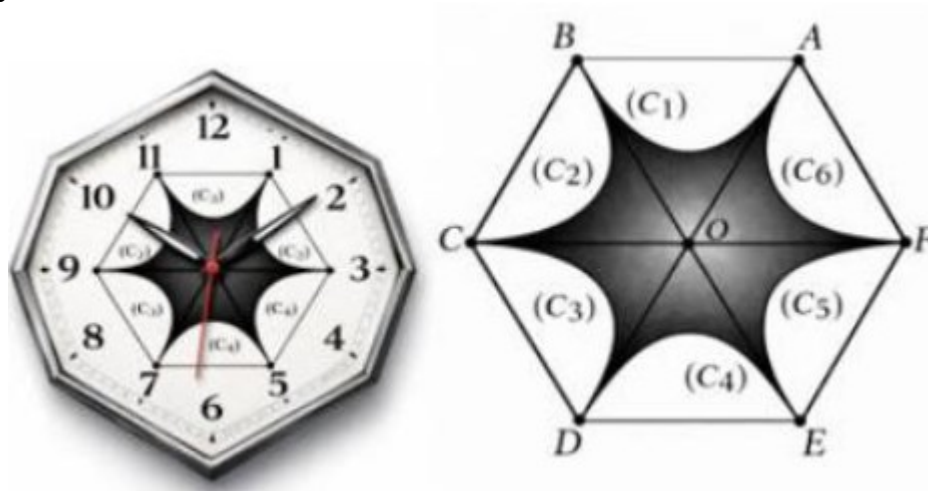
d) Gọi (α) là mặt phẳng chứa trục Ox và song song với đường thẳng AC . Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (α) bằng $\sqrt{5}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là km), một Radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển trên một đường thẳng với tốc độ và hướng bay không đổi. Máy bay bay từ điểm

$A(712; 200; 6)$ đến điểm $B(802; 220; 8)$ trong 8 phút và trong 4 phút tiếp theo máy bay có vị trí là điểm $C(x; y; z)$. Giá trị $x + y + z$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Trong hình bên là một chiếc đồng hồ treo tường cao cấp được thiết kế có phần ở giữa (phần tô đậm) dát vàng. Phần này được thiết kế như sau:



- Vẽ hình lục giác đều $ABCDEF$ tâm O và có cạnh bằng 4 cm ;
- Vẽ parabol (C_1) tiếp xúc với các đường thẳng OA, OB lần lượt tại A và B ;
- Tương tự vẽ parabol (C_2) tiếp xúc với các đường thẳng OB, OC lần lượt tại B và C ; parabol (C_3) tiếp xúc với các đường thẳng OC, OD lần lượt tại C và D ; ...; parabol (C_6) tiếp xúc với các đường thẳng OF, OA lần lượt tại F và A .

Hình phẳng (H) được giới hạn bởi sáu parabol $(C_1), (C_2), (C_3), (C_4), (C_5), (C_6)$ (phần tô đậm) là phần sẽ được dát vàng. Hỏi phần dát vàng này có diện tích bằng bao nhiêu centimet vuông (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần chục)?

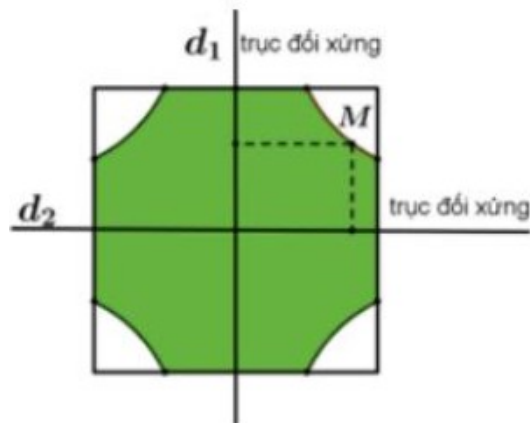
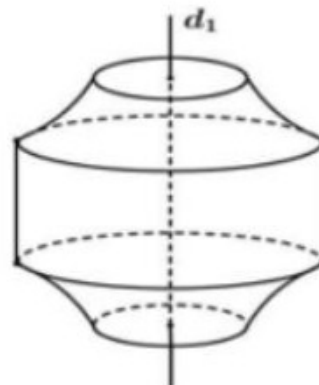
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét), một ngôi nhà (xem hình vẽ bên) có sàn nhà nằm ngang trên mặt phẳng $(\alpha): y - z - 5 = 0$. Hai mái nhà (coi như là hai phần mặt phẳng) lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 6 = 0$ $(Q): 2x + y - 3z + 10 = 0$. Hỏi chiều cao của ngôi nhà tính từ nóc nhà (điểm cao nhất của mái nhà) đến sàn nhà là bao nhiêu mét (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?



Câu 4. Ông chủ của một ngôi nhà muốn làm một chiếc thang cứu hộ (coi như một đoạn thẳng) để sử dụng khi có nguy hiểm xảy ra. Khi chiếc thang được sử dụng thì một đầu của nó sẽ tiếp đất và một đầu còn lại sẽ đặt vào bức tường của ngôi nhà. Chiếc thang này được thiết kế để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà (tham khảo hình vẽ bên). Hàng rào cao 2,88 mét được đặt song song và cách bức tường của ngôi nhà một khoảng bằng 1,8 mét. Hỏi chiều dài ngắn nhất của chiếc thang bằng bao nhiêu mét (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?



Câu 5. Có một hình phẳng (H) (phần tô đậm trong hình vẽ bên) được tạo ra bằng cách vẽ một hình vuông có cạnh bằng 4. Sau đó, ở bốn góc hình vuông đó vẽ bốn đường cong đều có tính chất là: tích khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc mỗi đường cong đó đến hai trục đối xứng d_1, d_2 của hình vuông bằng 2. Khi cho hình phẳng (H) quay quanh trục d_1 ta sẽ thu được một vật thể tròn xoay, thể tích vật thể tròn xoay đó bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần chục)?



Câu 6. Một công ty A chuyên sản xuất giấy đã nhận được một đơn đặt hàng theo tháng từ đối tác B, mỗi tháng công ty A phải cung cấp cho đối tác B ít nhất 2800 kg giấy in và 2400 kg giấy carton. Công ty A sử dụng hai loại nguyên liệu là gỗ keo và gỗ bạch đàn. Từ một tấn gỗ keo sản xuất ra được 200 kg giấy in và 300 kg giấy carton; từ một tấn gỗ bạch đàn sản xuất ra được 300 kg giấy in và 150 kg giấy carton. Một tấn gỗ keo có giá là 1,2 triệu đồng và một tấn gỗ bạch đàn có giá là 1,5 triệu đồng. Biết mỗi tháng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ cung cấp không quá 9 tấn gỗ keo và không quá 10 tấn gỗ bạch đàn. Số tiền nhỏ nhất mà công ty A cần dùng mỗi tháng để mua nguyên liệu là bao nhiêu triệu đồng?

HƯỚNG DẪN CHẤM

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Đáp án											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	B	C	C	D	D	A	D	A	B	C	D

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)S-b)S-c)D-d)D	a)D-b)D-c)S-d)D	a)S-b)S-c)S-d)D	a)D-b)D-c)D-d)D

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
1086	13,9	6,36	6,56	37,7	15

LỜI GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \cos^2 \frac{x}{2}$.

Ta có $\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}$.

a) Xét mệnh đề $\int f(x) dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sin x + C$.

Ta tính $\int f(x) dx = \int \cos^2 \frac{x}{2} dx = \int \frac{1 + \cos x}{2} dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin x + C$.

Về phải đúng phải là $\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin x + C$, không phải $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sin x + C$.

Vậy mệnh đề sai.

b) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $(-\infty; +\infty)$ và thỏa mãn $F(0)=3$ thì

$$F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{12} + \frac{11}{4}.$$

Vì $F'(x)=f(x)$, nên

$$F(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin x + C.$$

Từ $F(0)=3$, suy ra

$$3 = \frac{0}{2} + \frac{1}{2} \sin 0 + C \Rightarrow C = 3.$$

Do đó
$$F(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin x + 3.$$

Suy ra
$$F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{12} + \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{6} + 3 = \frac{\pi}{12} + \frac{1}{4} + 3 = \frac{\pi}{12} + \frac{13}{4}.$$

Mệnh đề đã cho là $\frac{\pi}{12} + \frac{11}{4}$, nên sai.

c) Xét mệnh đề $\int_0^{\pi/2} f(x)dx = a + b\pi \quad (a, b \in \mathbb{R})$,

trong đó
$$a^2 + b = \frac{1}{2}.$$

Ta có
$$\int_0^{\pi/2} f(x)dx = \int_0^{\pi/2} \cos^2 \frac{x}{2} dx = \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin x \right) \Big|_0^{\pi/2}.$$

Suy ra
$$\int_0^{\pi/2} f(x)dx = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}.$$

Vậy có thể viết
$$a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{4}.$$

Khi đó
$$a^2 + b = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}.$$

Vậy mệnh đề đúng.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số

$y = f(x), y = x^2 - 4 + \cos^2 \frac{x}{2}$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ bằng $\frac{23}{3}$.

Hiệu hai hàm số là $f(x) - \left(x^2 - 4 + \cos^2 \frac{x}{2}\right) = 4 - x^2$.

Vậy diện tích cần tìm là $S = \int_0^3 |4 - x^2| dx$.

Vì $4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2$, nên $S = \int_0^2 (4 - x^2) dx + \int_2^3 (x^2 - 4) dx$.

Tính được $\int_0^2 (4 - x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3}\right) \Big|_0^2 = 8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$,

Và $\int_2^3 (x^2 - 4) dx = \left(\frac{x^3}{3} - 4x\right) \Big|_2^3 = (9 - 12) - \left(\frac{8}{3} - 8\right) = -3 + \frac{16}{3} = \frac{7}{3}$.

Do đó $S = \frac{16}{3} + \frac{7}{3} = \frac{23}{3}$.

Vậy mệnh đề **d)** đúng

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D có $AB = 5, AD = 6, AA' = 10$.

Gắn hệ trục tọa độ Oxyz với $O \equiv A, Ox \parallel AB, Oy \parallel AD, Oz \parallel AA'$.

Suy ra $A(0;0;0), B(5;0;0), D(0;6;0), A'(0;0;10)$.

Do đó $C(5;6;0), B'(5;0;10), C'(5;6;10)$.

a) Xét mệnh đề: tọa độ điểm C là $(5;6;0)$.

Từ cách đặt hệ trục ở trên, ta có ngay $C(5;6;0)$.

Vậy mệnh đề đúng.

b) Xét mệnh đề $|\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{A'B}| = \sqrt{661}$.

Ta có $\overrightarrow{AC} = (5;6;0)$, và $\overrightarrow{A'B} = B - A' = (5;0;-10)$.

Suy ra $\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{A'B} = (5;6;0) + 2(5;0;-10) = (15;6;-20)$.

Do đó $|\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{A'B}| = \sqrt{15^2 + 6^2 + (-20)^2} = \sqrt{225 + 36 + 400} = \sqrt{661}$.

Vậy mệnh đề đúng.

c) Gọi G là trọng tâm tam giác BDA'. Xét mệnh đề: $G\left(2; \frac{5}{3}; \frac{10}{3}\right)$.

Vì G là trọng tâm tam giác BDA', nên $G\left(\frac{x_B + x_D + x_{A'}}{3}, \frac{y_B + y_D + y_{A'}}{3}, \frac{z_B + z_D + z_{A'}}{3}\right)$.

Thay tọa độ vào: $G\left(\frac{5+0+0}{3}, \frac{0+6+0}{3}, \frac{0+0+10}{3}\right) = G\left(\frac{5}{3}; 2; \frac{10}{3}\right)$.

Vậy tọa độ đúng của G là $\left(\frac{5}{3}; 2; \frac{10}{3}\right)$, không phải $\left(2; \frac{5}{3}; \frac{10}{3}\right)$.

Mệnh đề sai.

d) Xét mệnh đề $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{B'C} = -\frac{64}{3}$.

Ta có $\overrightarrow{AG} = \left(\frac{5}{3}; 2; \frac{10}{3}\right)$.

Mặt khác $\overrightarrow{B'C} = C - B' = (5; 6; 0) - (5; 0; 10) = (0; 6; -10)$.

Suy ra $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{B'C} = \frac{5}{3} \cdot 0 + 2 \cdot 6 + \frac{10}{3} \cdot (-10) = 12 - \frac{100}{3} = \frac{36 - 100}{3} = -\frac{64}{3}$.

Vậy mệnh đề đúng.

Câu 3. Cho hàm số

$$f(x) = e^{x^3 - 3x^2 - 9x + 2026}.$$

Đặt $u(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2026$.

Khi đó $f(x) = e^{u(x)}$.

a) Xét mệnh đề $f'(x) = e^{x^3 - 3x^2 - 9x + 2026}$.

Ta có $f'(x) = u'(x)e^{u(x)}$.

Mà $u'(x) = 3x^2 - 6x - 9 = 3(x-3)(x+1)$.

Vì thế $f'(x) = (3x^2 - 6x - 9)e^{x^3 - 3x^2 - 9x + 2026}$.

Mệnh đề đã cho thiếu thừa số $u'(x)$, nên sai.

b) Xét mệnh đề: hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Ta có $f'(x) = 3(x-3)(x+1)e^{x^3 - 3x^2 - 9x + 2026}$.

Vì $e^{x^3 - 3x^2 - 9x + 2026} > 0, \forall x$, nên dấu của $f'(x)$ là dấu của $(x-3)(x+1)$.

Suy ra: $f'(x) > 0$ khi $x < -1$ hoặc $x > 3$

$f'(x) < 0$ khi $-1 < x < 3$.

Do đó hàm số không đồng biến trên toàn bộ $(-\infty; +\infty)$.

Vậy mệnh đề sai.

c) Xét mệnh đề: hàm số $f(x)$ có hai giá trị cực trị trái dấu.

Từ bảng dấu ở trên: $x = -1$ là điểm cực đại, $x = 3$ là điểm cực tiểu

Hai giá trị cực trị là $f(-1) = e^{(-1)^3 - 3(-1)^2 - 9(-1) + 2026} = e^{2031} > 0$,

$$f'(3) = e^{27-27-27+2026} = e^{1999} > 0.$$

Cả hai giá trị cực trị đều dương, nên không thể trái dấu.

Vậy mệnh đề sai.

d) Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng e^{4035} .

Trên đoạn $[-2;2]$, do $f'(x) > 0$ trên $[-2;-1)$, $f'(x) < 0$ trên $(-1;2]$,

nên hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=-1$.

$$\text{Ta tính: } u(-1) = (-1)^3 - 3(-1)^2 - 9(-1) + 2026 = -1 - 3 + 9 + 2026 = 2031.$$

$$\text{Nên } f(-1) = e^{2031}.$$

Để tìm giá trị nhỏ nhất trên $[-2;2]$, so sánh tại hai đầu mút:

$$u(-2) = (-8) - 12 + 18 + 2026 = 2024, \quad u(2) = 8 - 12 - 18 + 2026 = 2004.$$

$$\text{Suy ra } f(2) = e^{2004} < f(-2) = e^{2024}.$$

$$\text{Vậy } \max_{[-2,2]} f(x) = e^{2031}, \quad \min_{[-2,2]} f(x) = e^{2004}.$$

$$\text{Tích của chúng là } e^{2031} \cdot e^{2004} = e^{4035}.$$

Vậy mệnh đề đúng.

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(-1;0;2)$, $B(2;2;1)$, $C(0;-1;4)$.

a) Xét mệnh đề: mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $x + y = 0$.

Mặt phẳng (Oxy) là mặt phẳng chứa hai trục Ox, Oy, nên có phương trình $z = 0$.

Do đó phương trình $x + y = 0$

không phải là phương trình của (Oxy).

Vậy mệnh đề sai.

b) Hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $B'(0;2;1)$.

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x = 0$.

Hình chiếu vuông góc của điểm B(2;2;1) lên (Oyz) là điểm giữ nguyên tung độ và cao độ, chỉ thay hoành độ bằng 0, tức là $B'(0;2;1)$.

Vậy mệnh đề đúng.

c) Mặt phẳng đi qua C và vuông góc với $\overline{AB}$ có phương trình là $3x + 2y - z + 6 = 0$.

$$\text{Ta có } \overline{AB} = (3; 2; -1).$$

Nếu mặt phẳng vuông góc với $\overline{AB}$, thì $\overline{AB}$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng đó.

Vì mặt phẳng đi qua C(0;-1;4), nên phương trình là $3(x-0) + 2(y+1) - 1(z-4) = 0$.

$$\text{Rút gọn: } 3x + 2y + 2 - z + 4 = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - z + 6 = 0.$$

Đúng như đề bài đã nêu. Vậy mệnh đề đúng.

d) Gọi (α) là mặt phẳng chứa trục Ox và song song với đường thẳng AC. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (α) bằng $\sqrt{5}$.

Ta có $\overrightarrow{AC} = C - A = (1; -1; 2)$.

Vì (α) chứa trục Ox, nên nó chứa vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 0; 0)$.

Lại vì (α) song song với AC, nên nó còn chứa vector $\vec{v} = (1; -1; 2)$.

Suy ra một vector pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}] = (0; -2; -1)$.

Có thể lấy vector pháp tuyến $\vec{n} = (0; 2; 1)$.

Vì (α) chứa trục Ox, nên đi qua gốc tọa độ O(0;0;0). Do đó phương trình của (α) là $2y + z = 0$.

Khoảng cách từ B(2;2;1) đến (α) là $d(B, (\alpha)) = \frac{|0 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{0^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$.

Vậy mệnh đề **d)** đúng.

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1.

Máy bay bay thẳng đều nên trong 4 phút tiếp theo, quãng đường đi được bằng một nửa quãng đường đi trong 8 phút đầu.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (802 - 712; 220 - 200; 8 - 6) = (90; 20; 2)$.

Vậy trong 4 phút tiếp theo,

$$\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = (45; 10; 1).$$

Suy ra $C = B + \overrightarrow{BC} = (802 + 45; 220 + 10; 8 + 1) = (847; 230; 9)$.

Do đó $x + y + z = 847 + 230 + 9 = 1086$.

Câu 2.

Diện tích hình lục giác đều cạnh 4 là

$$S_{ABCDEF} = 6 \cdot \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} = 24\sqrt{3}.$$

Xét một miền cong, chẳng hạn miền ứng với cạnh AB.

Đặt hệ trục sao cho parabol tương ứng có phương trình

$$y^2 = \frac{4}{\sqrt{3}}(x - \sqrt{3}), \quad \text{và đường thẳng AB có phương trình } x = 2\sqrt{3}.$$

$$S_1 = \int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} \left[4 - 2\sqrt{\frac{4}{\sqrt{3}}(x - \sqrt{3})} \right] dx = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

Diện tích một miền cong là

Có 6 miền như thế nên diện tích phần dát vàng là $S = 6S_1 = 6 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3} \approx 13.856$.

Làm tròn đến hàng phần chục: 13,9

Câu 3.

Giao tuyến của hai mái nhà là giao tuyến của hai mặt phẳng

$$(P): 2x - 3y + z - 6 = 0, \quad (Q): 2x + y - 3z + 10 = 0.$$

Lấy một điểm thuộc giao tuyến đó.

$$\text{Cho } x=0, \text{ ta có hệ } \begin{cases} -3y + z = 6, \\ y - 3z = -10. \end{cases}$$

$$\text{Giải ra được } y = -1, \quad z = 3.$$

Vậy điểm $M(0; -1; 3)$ thuộc giao tuyến của (P) và (Q).

Sàn nhà nằm trên mặt phẳng $(\alpha): y - z - 5 = 0$.

Chiều cao cần tìm là khoảng cách từ M đến (α) :

$$d = \frac{|0 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) + (-1) \cdot 3 - 5|}{\sqrt{0^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{9}{\sqrt{2}} \approx 6.36.$$

Vậy chiều cao của ngôi nhà là 6,36

Câu 4.

Gọi $h=2,88$ m là chiều cao hàng rào và $d=1,8$ m là khoảng cách từ hàng rào đến tường.

Độ dài ngắn nhất của thang cứu hộ vượt qua hàng rào được cho bởi công thức

$$L_{\min} = \left(h^{2/3} + d^{2/3} \right)^{3/2}.$$

$$\text{Thay số: } L_{\min} = \left(2.88^{2/3} + 1.8^{2/3} \right)^{3/2} \approx 6.559.$$

Làm tròn đến hàng phần trăm: 6,56

Câu 5.

Đặt hệ trục tọa độ có gốc tại tâm hình vuông, hai trục đối xứng là $d_1: x = 0, d_2: y = 0$.

Vì tích khoảng cách từ một điểm thuộc đường cong đến hai trục đối xứng bằng 2, nên trong góc phần tư thứ nhất, đường cong có phương trình $xy = 2$.

Hình vuông có cạnh 4 nên $-2 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 2$.

Khi quay hình phẳng (H) quanh trục d_1 , thể tích vật thể tròn xoay là

$$V = \pi \int_{-2}^2 R^2(y) dy.$$

$$R(y) = \begin{cases} 2, & |y| \leq 1, \\ \frac{2}{|y|}, & 1 \leq |y| \leq 2. \end{cases}$$

Với

$$V = 2\pi \left(\int_0^1 2^2 dy + \int_1^2 \left(\frac{2}{y} \right)^2 dy \right) = 2\pi \left(\int_0^1 4 dy + \int_1^2 \frac{4}{y^2} dy \right).$$

Do đó

$$V = 2\pi \left(4 + 4 \left[-\frac{1}{y} \right]_1^2 \right) = 2\pi(4 + 2) = 12\pi \approx 37,70.$$

Suy ra

Vậy ^{37,7}

Câu 6.

Gọi x (tấn) là số tấn gỗ keo, và y (tấn) là số tấn gỗ bạch đàn.

$$\begin{cases} 200x + 300y \geq 2800 \\ 300x + 150y \geq 2400 \\ 0 \leq x \leq 9 \\ 0 \leq y \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y \geq 28 \\ 2x + y \geq 16 \\ 0 \leq x \leq 9 \\ 0 \leq y \leq 10 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta có hệ ràng buộc:

Chi phí cần tối thiểu: $C = 1.2x + 1.5y$.

Xét giao điểm của hai đường thẳng biên: $\begin{cases} 2x + 3y = 28, \\ 2x + y = 16. \end{cases}$

Lấy phương trình đầu trừ phương trình sau: $2y = 12 \Rightarrow y = 6$.

Thay vào $2x + y = 16$ ta được $2x + 6 = 16 \Rightarrow x = 5$.

Khi đó $C_{\min} = 1.2 \cdot 5 + 1.5 \cdot 6 = 6 + 9 = 15$.

Vậy số tiền nhỏ nhất cần dùng là 15