SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 02 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2026 - 2027
Môn thi: Toán (Dành cho mọi thí sinh)
Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (3,0 ĐIỂM)

Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án. Mỗi câu trả lời đúng được 0,25 điểm.

Câu 1. Căn bậc ba của -27 là

A. 3. **B.** -3. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $-3\sqrt{3}$.

Câu 2. Cho điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=-\frac{1}{2}x^2$. Biết điểm M có hoành độ bằng 2, tung độ điểm M là

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 3. Giá trị nào của x dưới đây là một nghiệm của bất phương trình $2x+4<0$?

A. -1. **B.** 0. **C.** -4. **D.** -2.

Câu 4. Cặp số $(x;y)$ nào dưới đây là một nghiệm của phương trình $2x-3y=-8$?

A. $(2;4)$. **B.** $(4;2)$. **C.** $(2;-4)$. **D.** $(-4;2)$.

Câu 5. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của 100 học sinh lớp 9 thu được bảng số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	20	40	18	15	7

Dựa vào bảng trên, hãy cho biết có bao nhiêu học sinh có thời gian tập thể dục trong ngày từ 60 phút đến dưới 100 phút?

A. 15. **B.** 22. **C.** 7. **D.** 23.

Câu 6. Cho tam giác ABC vuông tại A, biết $AB=2$, $AC=4$. Giá trị của $\sin ABC$ là

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{1}{10}$.

Câu 7. Cho tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (O). Số đo góc BOC là

A. 60°. **B.** 90°. **C.** 150°. **D.** 120°.

Câu 8. Một thùng đựng nước có dạng hình trụ với bán kính đáy bằng 3 dm và chiều cao bằng 9 dm. Thể tích của thùng là *(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)*

A. $85\ \text{dm}^3$. **B.** $254\ \text{dm}^3$. **C.** $170\ \text{dm}^3$. **D.** $509\ \text{dm}^3$.

Câu 9. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 12 cm, độ dài đường cao bằng 5 cm. Diện tích xung quanh của hình nón là

A. $156\pi\ \text{cm}^2$. **B.** $60\pi\ \text{cm}^2$. **C.** $720\pi\ \text{cm}^2$. **D.** $240\pi\ \text{cm}^2$.

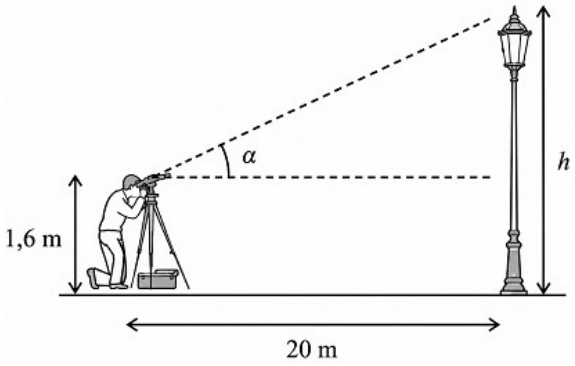
Câu 10. Tính $\sqrt{4a^2}+a$ với $a<0$ ta được kết quả là

A. $-a$. **B.** $3a$. **C.** $5a$. **D.** $-3a$.

Câu 11. Có 9 quả bóng được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng, xác suất của biến cố "Lấy được quả bóng có ghi số chẵn" là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{5}{9}$.

Câu 12. Để đo chiều cao của cột đèn, người ta đặt giác kế thẳng đứng có chiều cao bằng 1,6 m tại một điểm cách chân cột đèn 20 m. Quay ống ngắm của giác kế sao cho thấy đỉnh cột đèn. Đọc trên giác kế số đo góc nhọn α *(như hình vẽ)*. Biết $\alpha=35^\circ$, chiều cao h của cột đèn là *(làm tròn đến hàng phần mười)*



A. 13,1 m. **B.** 14 m. **C.** 11,5 m. **D.** 15,6 m.

PHẦN II. TỰ LUẬN (7,0 ĐIỂM)

Câu 1. (0,75 điểm) Rút gọn biểu thức $P=\left(\dfrac{5}{2\sqrt{x}-3}+\dfrac{1}{2\sqrt{x}+3}\right):(\sqrt{x}+1)$ với $x\ge 0, x\ne \dfrac{9}{4}$.

Câu 2. (0,75 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases}3x-4y=8\\ x-5y=-1\end{cases}$.

Câu 3. (0,75 điểm) Giải bất phương trình $\dfrac{5x-3}{4}+\dfrac{3x+1}{2}>-3$.

Câu 4. (0,75 điểm) Cho phương trình $x^2-4x+1=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 $(x_1>x_2)$. Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức $P=(x_2+3)\sqrt{x_1^2+2x_2-7-x_1^2}$.

Câu 5. (1,0 điểm) Một bể bơi có thể tích là $144\ \text{m}^3$. Ban đầu bể chưa có nước, hai máy bơm cùng hoạt động để bơm nước vào bể, sau 2 giờ lượng nước trong bể là $60\ \text{m}^3$. Nếu mỗi máy hoạt động riêng thì thời gian bơm đầy bể của máy thứ hai nhiều hơn thời gian bơm đầy bể của máy thứ nhất là 4 giờ. Hỏi nếu máy bơm thứ nhất hoạt động riêng thì cần bao nhiêu giờ để bơm đầy bể?

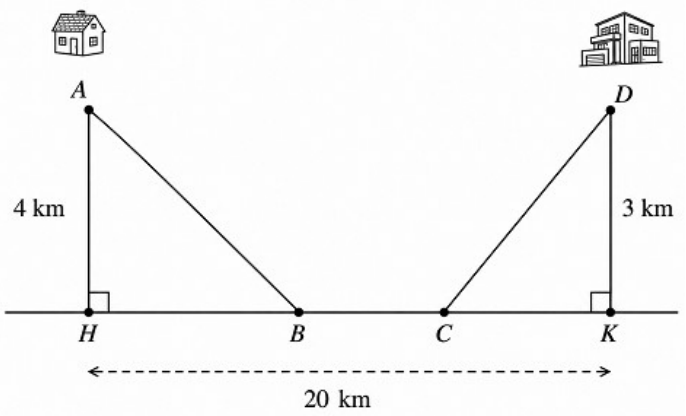
Câu 6. (2,5 điểm) Từ điểm M nằm bên ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn $(A$ và B là các tiếp điểm). Vẽ đường kính BC của đường tròn (O), đường thẳng MC cắt đường tròn (O) tại điểm D khác C. Gọi H là giao điểm của AB và MO.

a) Chứng minh $AC \perp MO$.

b) Chứng minh tứ giác $MDHB$ nội tiếp và $\triangle MDH \sim \triangle MOC$.

c) Đường thẳng qua C song song với DH cắt đường thẳng AB tại E. Chứng minh A là trung điểm của EH.

Câu 7. (0,5 điểm) Một công ty cần vận chuyển hàng từ kho hàng A đến trung tâm phân phối D. Trên bản đồ, hai điểm A và D nằm cùng phía đối với tuyến đường thẳng HK. Biết khoảng cách từ kho hàng A đến tuyến đường HK là 4 km, khoảng cách từ trung tâm phân phối D đến tuyến đường HK là 3 km, độ dài HK bằng 20 km. Công ty dự định xây dựng lộ trình cho xe vận chuyển đi theo đường gấp khúc $ABCD$, trong đó B, C thuộc đoạn HK *(như hình vẽ)*. Tốc độ trung bình của xe trên các đoạn AB, BC, CD lần lượt là 30 km/h, 50 km/h và 40 km/h. Hãy xác định vị trí các điểm B, C trên đoạn HK sao cho thời gian đi chuyển từ A đến D là nhỏ nhất.



Hết

LỜI GIẢI THAM KHẢO

I. TRẮC NGHIỆM

1. B	2. D	3. C	4. A	5. B	6. C
7. D	8. B	9. A	10. A	11. C	12. D

II. TỰ LUẬN

Câu 1: (0,75 điểm)

Rút gọn biểu thức $P=\left(\dfrac{5}{2\sqrt{x}-3}+\dfrac{1}{2\sqrt{x}+3}\right):(\sqrt{x}+1)$ với $x\ge 0, x\ne \dfrac{9}{4}$.

Cách giải:

Với $x\ge 0, x\ne \dfrac{9}{4}$, ta có:

$$P=\left(\frac{5(2\sqrt{x}+3)}{(2\sqrt{x}-3)(2\sqrt{x}+3)}+\frac{1(2\sqrt{x}-3)}{(2\sqrt{x}-3)(2\sqrt{x}+3)}\right):(\sqrt{x}+1)$$

$$P=\left(\frac{10\sqrt{x}+15+2\sqrt{x}-3}{(2\sqrt{x}-3)(2\sqrt{x}+3)}\right):(\sqrt{x}+1)$$

$$P=\frac{12\sqrt{x}+12}{(2\sqrt{x})^2-3^2}:(\sqrt{x}+1)$$

$$P=\frac{12(\sqrt{x}+1)}{4x-9}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

$$P=\frac{12}{4x-9}$$

Vậy với $x\ge 0, x\ne \dfrac{9}{4}$ thì $P=\dfrac{12}{4x-9}$.

Câu 2: (0,75 điểm)

Giải hệ phương trình: $\begin{cases}3x-4y=8 \quad (1)\\ x-5y=-1 \quad (2)\end{cases}$

Cách giải:

Từ phương trình (2), biểu diễn x theo y: $x=5y-1$.

Thế vào phương trình (1), được:

$3(5y-1)-4y=8$

$15y-3-4y=8$

$11y=11$

$y=1$.

Thay $y=1$ vào biểu thức $x=5y-1$, ta được:

$x=5.1-1=4$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x;y)=(4;1)$.

Câu 3: (0,75 điểm)

Giải bất phương trình:

$\frac{5x-3}{4}+\frac{3x+1}{2}>-3$.

Cách giải:

$\frac{5x-3}{4}+\frac{2(3x+1)}{4}>\frac{-3.4}{4}$

$5x-3+2(3x+1)>-12$

$5x-3+6x+2>-12$

$11x>-11$

$x>-1$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $x>-1$.

Câu 4: (0,75 điểm)

Cho phương trình $x^2-4x+1=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 $(x_1>x_2)$. Không giải phương trình, tính giá trị của biểu thức:

$P=(x_2+3)\cdot\sqrt{x_1^2+2x_2-7}-x_1^2$.

Cách giải:

Ta có $\Delta'=(-2)^2-1.1=3>0$, do đó phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2.

Theo hệ thức Vi-ét, ta có:

$x_1+x_2=4$

$x_1\cdot x_2=1$

Vì $x_1+x_2=4$ và $x_1>x_2$ nên ta suy ra $x_1>2$.

Suy ra $x_1-1>0$.

Từ hệ thức Vi-ét, ta có $2x_2=2(4-x_1)=8-2x_1$.

Thay vào biểu thức dưới dấu căn, ta được:

$x_1^2+2x_2-7=x_1^2+(8-2x_1)-7=x_1^2-2x_1+1=(x_1-1)^2$

Do $x_1-1>0$ nên ta có:

$\sqrt{x_1^2+2x_2-7}=\sqrt{(x_1-1)^2}=|x_1-1|=x_1-1$

Vì x_1 là nghiệm của phương trình nên $x_1^2-4x_1+1=0$.

Suy ra $x_1^2=4x_1-1$.

Thay $\sqrt{x_1^2+2x_2-7}=x_1-1$ và $x_1^2=4x_1-1$ vào biểu thức P, ta được:

$P=(x_2+3)(x_1-1)-(4x_1-1)$

$P=(x_1x_2-x_2+3x_1-3)-4x_1+1$

$P=x_1x_2-x_1-x_2-2$

$P = x_1x_2 - (x_1 + x_2) - 2$

$P = 1 - 4 - 2 = -5$

Vậy giá trị của biểu thức là $P = -5$.

Câu 5: (1 điểm)

Một bể bơi có thể tích là $144\ \text{m}^3$. Ban đầu bể chưa có nước, hai máy bơm cùng hoạt động để bơm nước vào bể, sau 2 giờ lượng nước trong bể là $60\ \text{m}^3$. Nếu mỗi máy hoạt động riêng thì thời gian bơm đầy bể của máy thứ hai nhiều hơn thời gian bơm đầy bể của máy thứ nhất là 4 giờ. Hỏi nếu máy bơm thứ nhất hoạt động riêng thì cần bao nhiêu giờ để bơm đầy bể?

Cách giải:

Gọi thời gian máy bơm thứ nhất hoạt động riêng một mình để đầy bể là x giờ.

Điều kiện: $x > 0$.

Vì nếu hoạt động riêng, thời gian máy thứ hai bơm đầy bể nhiều hơn máy thứ nhất là 4 giờ, nên thời gian máy thứ hai hoạt động riêng một mình để đầy bể là $x + 4$ giờ.

Vì thể tích của bể bơi là $144\ \text{m}^3$ nên:

Trong 1 giờ, máy thứ nhất bơm được: $\frac{144}{x}\ \text{m}^3$.

Trong 1 giờ, máy thứ hai bơm được: $\frac{144}{x+4}\ \text{m}^3$.

Vì nếu cả hai máy cùng hoạt động thì sau 2 giờ lượng nước trong bể là $60\ \text{m}^3$ nên trong 1 giờ cả hai máy cùng hoạt động sẽ bơm được: $\frac{60}{2} = 30\ \text{m}^3$.

Từ đó, ta có phương trình về tổng lượng nước 2 máy bơm được trong 1 giờ:

$$\frac{144}{x} + \frac{144}{x+4} = 30$$

$$\frac{24}{x} + \frac{24}{x+4} = 5$$

$$\frac{24(x+4)}{x(x+4)} + \frac{24x}{x(x+4)} = \frac{5x(x+4)}{x(x+4)}$$

$$24(x+4) + 24x = 5x(x+4)$$

$$24x + 96 + 24x = 5x^2 + 20x$$

$$48x + 96 = 5x^2 + 20x$$

$$5x^2 - 28x - 96 = 0$$

$$(x-8)(5x+12) = 0$$

TH1: $x - 8 = 0$

$x = 8$ thỏa mãn.

TH2: $5x + 12 = 0$

$5x = -12$

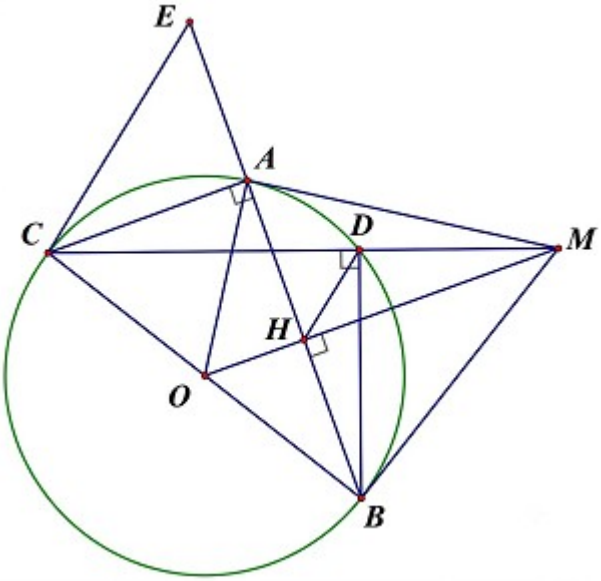
$x = \frac{-12}{5}$ không thỏa mãn.

Vậy nếu máy bơm thứ nhất hoạt động riêng thì cần 8 giờ để bơm đầy bể.

Câu 6: (2,5 điểm)

Từ điểm M nằm bên ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A và B là các tiếp điểm). Vẽ đường kính BC của đường tròn (O), đường thẳng MC cắt đường tròn (O) tại điểm D khác C. Gọi H là giao điểm của AB và MO.

a) Chứng minh $AC \square MO$.



Cách giải:

Ta có $MA = MB$ tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau.

Lại có $OA = OB$ bán kính của đường tròn (O).

Suy ra MO là đường trung trực của đoạn thẳng AB.

Do đó $MO \perp AB$ tại H.

Xét đường tròn (O) có BC là đường kính nên $\widehat{BAC} = 90^\circ$ góc nội tiếp chắn nửa đường tròn.

Suy ra $AC \perp AB$.

Vì $AC \perp AB$ và $MO \perp AB$ nên $AC \parallel MO$.

b) Chứng minh tứ giác $MDHB$ nội tiếp và $\triangle MDH \sim \triangle MOC$.

Cách giải:

+) Tứ giác $MDHB$ nội tiếp:

Ta có $\widehat{BDC} = 90^\circ$ góc nội tiếp chắn nửa đường tròn.

Vì M, D, C thẳng hàng nên $\widehat{BDM} + \widehat{BDC} = 180^\circ$ hai góc kề bù.

Suy ra $\widehat{BDM} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

Có $MO \perp AB$ tại H, hay $\widehat{BHM} = 90^\circ$.

Tứ giác $MDHB$ có $\widehat{BDM} = \widehat{BHM} = 90^\circ$.

Vậy tứ giác $MDHB$ nội tiếp đường tròn đường kính BM.

+) $\triangle MDH \sim \triangle MOC$:

Xét đường tròn (O) có $\widehat{MBD} = \widehat{MCB}$ góc tạo bởi tiếp tuyến, dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung BD.

Xét $\triangle MDB$ và $\triangle MBC$ có:

$\angle BMC$ chung;

$\widehat{MBD} = \widehat{MCB}$ chứng minh trên.

Suy ra $\triangle MDB \sim \triangle MBC$ g.g.

$\Rightarrow \dfrac{MD}{MB} = \dfrac{MB}{MC} \Rightarrow MB^2 = MD \cdot MC$.

Xét $\triangle MBO$ vuông tại B có đường cao BH, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$MB^2 = MH \cdot MO$.

Từ đó suy ra $MD \cdot MC = MH \cdot MO \Rightarrow \dfrac{MH}{MC} = \dfrac{MD}{MO}$.

Xét $\triangle MDH$ và $\triangle MOC$ có:

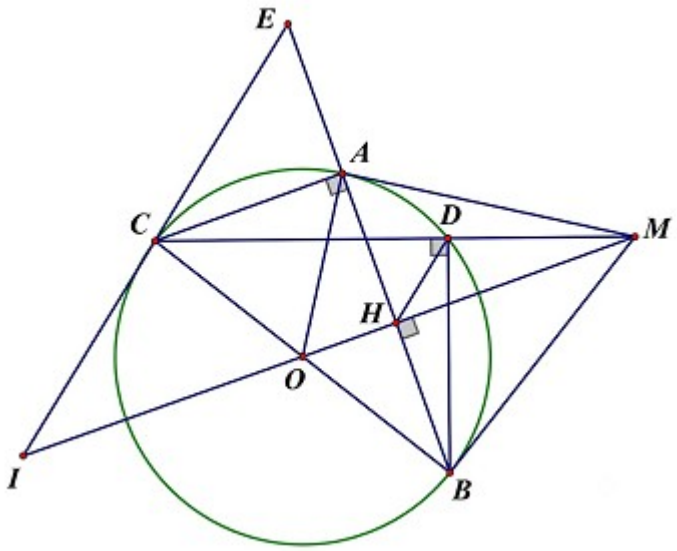
$\angle OMC$ chung;

$\frac{MH}{MC}=\frac{MD}{MO}$

Suy ra $\triangle MDH \sim \triangle MOC$ c.g.c.

c) Đường thẳng qua C song song với DH cắt đường thẳng AB tại E. Chứng minh A là trung điểm của EH.

Cách giải:



Gọi I là giao điểm của CE và MO.

Vì $CE \perp DH$, áp dụng định lí Ta-lét cho tam giác MCI ta có

$\frac{MH}{MI}=\frac{MD}{MC}$.

Kết hợp với các hệ thức $MB^2=MD\cdot MC$ và $MB^2=MH\cdot MO$ ta có:

$\frac{MH}{MI}=\frac{MD\cdot MC}{MC^2}=\frac{MB^2}{MC^2}=\frac{MH\cdot MO}{MC^2}\Rightarrow MI=\frac{MC^2}{MO}$.

Trong tam giác MBC vuông tại B, có

$MC^2=MB^2+BC^2=MH\cdot MO+(2\cdot OB)^2$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông MBO có đường cao BH:

$OB^2=OH\cdot MO$.

Khi đó $MC^2=MH\cdot MO+4\cdot OH\cdot MO=MO(MH+4\cdot OH)$.

Thay vào biểu thức tính MI ta được:

$MI=\frac{MO(MH+4\cdot OH)}{MO}=MH+4\cdot OH$.

Suy ra $HI=MI-MH=4\cdot OH$.

Xét $\triangle ABC$ có O là trung điểm của BC và $OH \perp AC$ do $MO \perp AC$ nên OH là đường trung bình của $\triangle ABC$.

Do đó H là trung điểm của AB và $OH=\frac{1}{2}AC\Rightarrow AC=2\cdot OH$.

Vì $AC \perp MO$ hay $AC \perp HI$, áp dụng hệ quả định lí Ta-lét cho tam giác EAC ta có

$\frac{EH}{EA}=\frac{HI}{AC}=\frac{4\cdot OH}{2\cdot OH}=2$.

Suy ra $EH = 2 \cdot EA$.

Mà điểm A nằm giữa E và H nên $EH = EA + AH$.

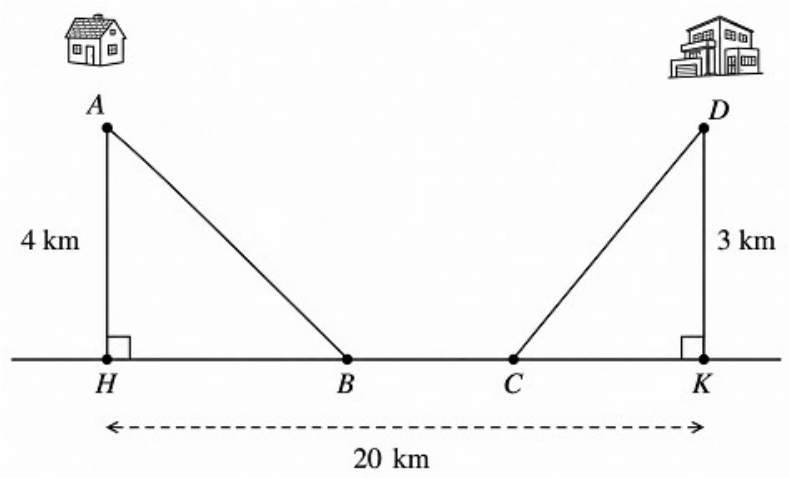
Từ đó ta có $2 \cdot EA = EA + AH \Rightarrow EA = AH$.

Vậy A là trung điểm của EH.

Câu 7: (0,5 điểm)

Một công ty cần vận chuyển hàng từ kho hàng A đến trung tâm phân phối D. Trên bản đồ, hai điểm A và D nằm cùng phía đối với tuyến đường thẳng HK. Biết khoảng cách từ kho hàng A đến tuyến đường HK là 4 km, khoảng cách từ trung tâm phân phối D đến tuyến đường HK là 3 km, độ dài HK bằng 20 km. Công ty dự định xây dựng lộ trình cho xe vận chuyển đi theo đường gấp khúc $ABCD$, trong đó B, C thuộc đoạn HK như hình vẽ. Tốc độ trung bình của xe trên các đoạn AB, BC, CD lần lượt là 30 km/h, 50 km/h và 40 km/h. Hãy xác định vị trí các điểm B, C trên đoạn HK sao cho thời gian di chuyển từ A đến D là nhỏ nhất.

Cách giải:



Đặt $HB = x$ km với $x \geq 0$; $KC = y$ km với $y \geq 0$.

Vì tổng độ dài $HK = 20$ km nên $BC = 20 - x - y$ điều kiện $x + y \leq 20$.

Áp dụng định lý Pythagore cho hai tam giác vuông $\triangle AHB$ vuông tại H và $\triangle DKC$ vuông tại K, ta có:

$$AB = \sqrt{AH^2 + HB^2} = \sqrt{4^2 + x^2} = \sqrt{x^2 + 16}$$

$$CD = \sqrt{DK^2 + KC^2} = \sqrt{3^2 + y^2} = \sqrt{y^2 + 9}$$

Vì tốc độ trung bình của xe trên các đoạn AB, BC, CD lần lượt là 30 km/h, 50 km/h và 40 km/h nên thời gian của xe trên các đoạn AB, BC, CD lần lượt là

$\frac{\sqrt{x^2+16}}{30}$, $\frac{20-x-y}{50}$, $\frac{\sqrt{y^2+9}}{40}$ giờ.

Khi đó ta có biểu thức tổng thời gian di chuyển của xe là:

$$T = \frac{\sqrt{x^2+16}}{30} + \frac{20-x-y}{50} + \frac{\sqrt{y^2+9}}{40}$$

$$T = \left(\frac{\sqrt{x^2+16}}{30} - \frac{x}{50}\right) + \left(\frac{\sqrt{y^2+9}}{40} - \frac{y}{50}\right) + \frac{20}{50}$$

Đặt $M = \frac{\sqrt{x^2+16}}{30} - \frac{x}{50}$; $N = \frac{\sqrt{y^2+9}}{40} - \frac{y}{50}$.

Để T nhỏ nhất thì M, N nhỏ nhất.

+) Ta có: $M=\frac{\sqrt{x^2+16}}{30}-\frac{x}{50}$

$\frac{150M}{150}=\frac{5\sqrt{x^2+16}}{150}-\frac{3x}{150}$

$150M=5\sqrt{x^2+16}-3x$

Xét bất đẳng thức: $5\sqrt{x^2+16}\ge 3x+16$

Vì cả hai vế đều dương do $x\ge 0$, ta bình phương hai vế:

$25(x^2+16)\ge(3x+16)^2$

$25x^2+400\ge 9x^2+96x+256$

$16x^2-96x+144\ge 0$

$x^2-6x+9\ge 0$ hay $(x-3)^2\ge 0$ luôn đúng với mọi x.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi:

$x-3=0$

$x=3$ km thỏa mãn.

Giá trị nhỏ nhất của M đạt được khi $HB=3$ km.

+) Ta có: $N=\frac{\sqrt{y^2+9}}{40}-\frac{y}{50}$

$\frac{200N}{200}=\frac{5\sqrt{y^2+9}}{200}-\frac{4y}{200}$

$200N=5\sqrt{y^2+9}-4y$

Xét bất đẳng thức: $5\sqrt{y^2+9}\ge 4y+9$

Vì cả hai vế đều dương do $y\ge 0$, ta bình phương hai vế:

$25(y^2+9)\ge(4y+9)^2$

$25y^2+225\ge 16y^2+72y+81$

$9y^2-72y+144\ge 0$

$y^2-8y+16\ge 0$ hay $(y-4)^2\ge 0$ luôn đúng với mọi y.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi:

$y-4=0$

$y=4$ km thỏa mãn.

Giá trị nhỏ nhất của N đạt được khi $KC=4$ km.

Vậy để thời gian di chuyển từ kho A đến trung tâm phân phối D là ngắn nhất thì điểm B,C nằm trên đoạn HK sao cho $HB=3$ km; $KC=4$ km.