PHÒNG GD&ĐT LÂM THAO

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 6,7,8 CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2022 – 2023
MÔN THI: TOÁN 7
Thời gian làm bài: 90 phút không kể thời gian phát đề
(Đề thi gồm 02 trang)

I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (6,0 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng rồi ghi vào bài làm.

Câu 1. Cho số hữu tỉ x thỏa mãn $(x+1)^3 = 125$ giá trị của $\sqrt{x}$ là

A. 16. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 2. Số các giá trị nguyên của x thỏa mãn $(2x-1)^6 = (2x-1)^8$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 3. Cho $5x = 3y$. Giá trị của biểu thức $A = \dfrac{8x^2 + 3y^2 - 2xy}{10x^2 - 3y^2}$ là

A. $\dfrac{9}{7}$. **B.** $\dfrac{39}{25}$. **C.** $\dfrac{197}{223}$. **D.** $\dfrac{39}{5}$.

Câu 4. Cho ΔABC có độ dài các cạnh là a, b, c tỉ lệ thuận với ba số 6; 8; 11 và $c^2 - a^2 = 340$. Chu vi của tam giác ABC là

A. 20cm. **B.** 25cm. **C.** 40cm. **D.** 50cm.

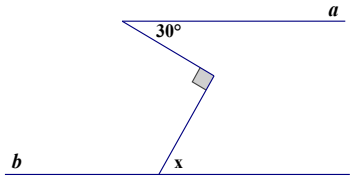
Câu 5. Cho đa thức $f(x) = x^2 + ax + b$. Biết $f(x)$ chia hết cho $x+3$ và $f(x)$ chia hết cho $x-4$. Khi đó $2a-3b$ có giá trị là

A. 38. **B.** 34. **C.** 21. **D.** – 27.

Câu 6. Cho biết $x^3 - 2x + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $P(x) = -5x^4 + 10x^2 - 15x + 1$ là

A. $P(x) = 0$. **B.** $P(x) = 1$. **C.** $P(x) = -5$. **D.** $P(x) = -6$.

Câu 7. Cho $a // b$ như hình vẽ bên. Số đo góc x bằng:



A. 150°. **B.** 90°.
C. 60°. **D.** 30°.

Câu 8. Tam giác ABC có $\hat{A} = 40^0; \hat{B} - \hat{C} = 20^0$. Trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$. Số đo $\hat{CBE}$ là

A. 80^0. **B.** 100^0. **C.** 90^0. **D.** 120^0.

Câu 9. Cho ΔABC vuông tại A. Trên cạnh BC lấy 2 điểm D và E sao cho $BD = BA; CE = CA$. Khi đó $\hat{DAE}$ có số đo là

A. 20^0. **B.** 30^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

Câu 10. Cho ΔABC có $\widehat{ABC}=70^0;\widehat{ACB}=50^0$. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ B. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $HB<HC.$ **B.** $HB>HC.$ **C.** $HB=HC.$ **D.** $\widehat{BAC}=70^0.$

Câu 11. Cho tam giác ABC ($AB<AC$). Vẽ AD là tia phân giác góc A ($D\in BC$). Gọi E và I lần lượt là các hình chiếu của D trên cạnh AB, AC. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $\Delta AED=\Delta AID.$ **B.** $\Delta BED=\Delta CID.$ **C.** $\Delta ADB=\Delta ADC.$ **D.** $\Delta AED=\Delta BED.$

Câu 12. Trong thư viện có 9 quyển sách gồm 3 quyển Toán giống nhau, 3 quyển Ngữ Văn giống nhau, 3 quyển Tiếng Anh giống nhau. Xác suất để chọn được một quyển sách không phải Toán là

A. $\frac{1}{9}.$ **B.** $\frac{1}{3}.$ **C.** $\frac{1}{2}.$ **D.** $\frac{2}{3}.$

II. PHẦN TỰ LUẬN: (14,0 điểm)

Câu 1 (3,0 điểm)

1. Tìm các số nguyên dương *x, y* sao cho $2x-xy+3y=9$.

2. Tìm các số nguyên m để $(m+1)(m^2+2m)$ là một số chính phương.

Câu 2 (4,0 điểm)

1. Cho 3 số $a;b;c$ thỏa mãn $\frac{a}{2021}=\frac{b}{2022}=\frac{c}{2023}$.

Chứng minh rằng $(a-c)^3=8(a-b)^2.(b-c)$.

2. Cho đa thức $A(x)=x^3-x^2+ax+b-2$ và $B(x)=x^2-2x+3$ (với $a;b\in R$).

Xác định hệ số $a;b$ để $A(x)$ chia cho $B(x)$ có số dư bằng 6.

Câu 3 (5,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại $A\left(\widehat{A}<90^0\right).$ Gọi I là trung điểm của $AB,$ các điểm N, M lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ A, B đến đường thẳng $CI.$ Trên đoạn thẳng CI lấy điểm E sao cho $\widehat{EAB}=\widehat{ECA}.$ Kẻ $BH\perp AE$ (H thuộc đường thẳng AE).

a) Chứng minh rằng $\Delta ANI=\Delta BMI$, rồi từ đó suy ra $AM//BN.$

b) Chứng minh rằng BE là phân giác của góc $\widehat{MBH}.$

c) Chứng minh rằng $\widehat{ECA} = \widehat{EBC}$.

Câu 4 (2,0 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{|x-2022| - |x-2023| + |x-2024| + 2022}{|x-2022| + |x-2023| + |x-2024|}$.

---------- Hết----------

- Họ và tên thí sinh :..... Số báo danh .....

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
LỚP 7 THCS NĂM HỌC 2022 – 2023
Môn: Toán

HƯỚNG DẪN CHẤM CHÍNH THỨC
(Hướng dẫn chấm có 06 trang)

I. Một số chú ý khi chấm bài tự luận

- Hướng dẫn chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Khi chấm thi giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp logic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.
- Thí sinh làm bài theo cách khác với hướng dẫn chấm mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của hướng dẫn chấm.
- Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số.

II. Đáp án – Thang điểm

1. Phần trắc nghiệm khách quan: Mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm.

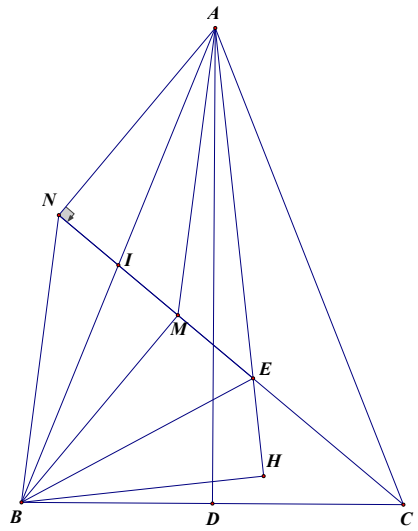
Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	B	D	D	B	B	C	B	C	B	A	D

II. Tự luận (14,0 điểm)

Nội dung	***Điểm***
Câu 1 (3,0 điểm) 1) Tìm các số nguyên dương *x, y* sao cho : $2x - xy + 3y = 9$.	***1,5***
Từ : $2x - xy + 3y = 9$ $\Rightarrow (2-y)x + 3(y-2) = 3 \Leftrightarrow (2-y)(x-3) = 3$. Suy ra $3 \vdots (x-3) \Rightarrow (x-3)$ là ước của 3. $(x-3) \in \{-3;-1;1;3\}$	***0,5*** ***0,25***

Ta có bảng $x-3$ | -3 | -1 | 1 | 3 $2-y$ | -1 | -3 | 3 | 1 x | 0 | 2 | 4 | 6 y | 3 | 5 | -1 | 1 | Loại | T/m | Loại | T/m	***0,5***
Vậy cặp số $(x=2;y=5)$ hoặc $(x=6;y=1)$ như trên thoả mãn điều kiện đề bài.	***0,25***
2. Tìm các số nguyên m để $(m+1)(m^2+2m)$ là một số chính phương.	***1,5***
Ta có $(m+1)(m^2+2m)$ là một số chính phương. Suy ra $(m+1)(m^2+2m)=k^2\ (k\in\mathbb{N})$ Vì $k^2\geq 0 \Rightarrow (m+1)(m^2+2m)\geq 0$ Với $m<-2\Rightarrow (m+1)(m^2+2m)<0$ *(loại)* Với $m\in\{-2;-1;0\}$ ta đều có $k^2=0$ (thoả mãn)	***0,5***
Với $m>0$ ta có $k^2=(m+1)(m^2+2m)$ Gọi d là một ước chung nguyên tố của $m+1$ và m^2+2m Suy ra $\begin{cases}m+1\vdots d\\ m^2+2m\vdots d\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m+1\vdots d\\ m\vdots d\end{cases}\Rightarrow 1\vdots d\Rightarrow d=1$	***0,5***
Nên $(m+1)(m^2+2m)$ là một số chính phương khi $m+1$ và m^2+2m đều là số chính phương.	***0,25***
Để m^2+2m là số chính phương thì $m^2+2m=a^2\ (a\in\mathbb{N})$. Suy ra $(m+1)^2-1=a^2\Rightarrow (m+1+a)(m+1-a)=1\Rightarrow m+1+a=m+1-a\Rightarrow a=0$ $\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=-2\end{array}\right.$ (không thoả mãn)	***0,25***

Vậy $m \in \{-2;-1;0\}$ thì $(m+1)(m^2+2m)$ là một số chính phương.	
Câu 2: (4 điểm) **1.** Cho 3 số $a;b;c$ thỏa mãn: $\frac{a}{2021}=\frac{b}{2022}=\frac{c}{2023}$. Chứng minh rằng : $(a-c)^3=8(a-b)^2.(b-c)$	***2,0***
Ta có $\frac{a}{2021}=\frac{b}{2022}=\frac{c}{2023}\Rightarrow\frac{a-c}{2021-2023}=\frac{a-b}{2021-2022}=\frac{b-c}{2022-2023}$	***0,5***
$\Rightarrow\frac{a-c}{-2}=\frac{a-b}{-1}=\frac{b-c}{-1}$	***0,5***
$\Rightarrow(\frac{a-c}{-2})^3=(\frac{a-b}{-1})^2.(\frac{b-c}{-1})\Rightarrow\frac{(a-c)^3}{(-2)^3}=\frac{(a-b)^2}{(-1)^2}.(\frac{b-c}{-1})$	***0,5***
$\Rightarrow(a-c)^3=8(a-b)^2(b-c)$	***0,5***
2. Cho đa thức $A(x)=x^3-ax^2+x+b-2$ và $B(x)=x^2-2x+3$ (với $a;b\in R$). Xác định hệ số $a;b$ để $A(x)$ chia cho $B(x)$ có số dư bằng 6.	***2,0***
Ta có	
$x^3-x^2+ax+b-2$ | x^2-2x+3 x^3-2x^2+3x | $x+1$ $x^2+(a-3)x+b-2$ x^2-2x+3 $(a-1)x+b-5$	***1,0***
Để $A(x)$ chia cho $B(x)$ có số dư bằng 6 thì $\begin{cases}a-1=0\\b-5=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=11\end{cases}$	***0,75***
Vậy $a=1;b=11$	***0,25***
Câu 3: *(5,0 điểm)* Cho tam giác ABC cân tại $A\left(\widehat{A}<90^0\right)$. Gọi I là trung điểm của AB. các điểm $N;M$ lần lượt là chân các đường vuông góc kẻ từ $A;B$ đến đường thẳng CI. Trên đoạn thẳng CI lấy điểm E sao cho $\widehat{EAB}=\widehat{ECA}$. Kẻ $BH\perp AE\left(H\in AE\right)$. a) Chứng minh rằng $\Delta ANI=\Delta BMI$, rồi từ đó suy ra $AM//BN$.	

b) Chứng minh rằng BE là phân giác của góc $\widehat{MBH}$. c) Chứng minh rằng $\widehat{ECA} = \widehat{EBC}$.	
	
a) *)Xét ΔANI và ΔBMI có $\widehat{ANI} = \widehat{BMI} (= 90^0)$ $AI = BI$ (I là trung điểm của AB) $\widehat{AIN} = \widehat{BIM}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \Delta ANI = \Delta BMI (ch - gn)$ Suy ra $IN = IM$ (hai cạnh tương ứng). *) Xét ΔAMI và ΔBNI có $IN = IM$ (cm trên) $\widehat{AIM} = \widehat{BIN}$ (đối đỉnh) $AI = BI$ (I là trung điểm của AB) $\Rightarrow \Delta AMI = \Delta BNI (c - g - c)$ $\Rightarrow \widehat{AMI} = \widehat{BNI}$ Mà hai góc ở vị trí so le trong Vậy $AM // BN$.	***2,0*** ***0,75*** ***0,25*** ***0,25*** ***0,25*** ***0,25*** ***0,25***
b) Xét ΔNAC và ΔHBA có $\widehat{ANC} = \widehat{BHA} (= 90^0)$	***0,25***

$AC = AB$ (ΔABC cân tại A) $\widehat{ACN} = \widehat{BAH}$ (gt) Suy ra $AN = BH$ (Hai cạnh tương ứng) Mà $AN = BM$ $(\Delta ANI = \Delta BMI)$. Suy ra $BH = BM$. *) Xét ΔMBE và ΔHBE có $\widehat{BME} = \widehat{BHE}\left(= 90^0\right)$ BE là cạnh chung $BH = BM$ (cm trên) $\Rightarrow \Delta MBE = \Delta HBE(ch - cgv)$ $\Rightarrow \widehat{MBE} = \widehat{HBE}$ Vậy BE là phân giác của $\widehat{MBH}$.	***0,25*** ***0,25*** ***0,25*** ***0,25*** ***0,25*** ***0,25***
$\widehat{ECA} = \widehat{EAB}(gt)$; ***c)*** Ta có Nên $\widehat{IEA} = \widehat{EAC} + \widehat{ECA} = \widehat{EAC} + \widehat{EAB} = \widehat{BAC}$ Mặt khác $\widehat{BEH} = \widehat{BEM}$ $(\Delta MBE = \Delta HBE)$ Mà $\widehat{BEM} + \widehat{BEH} + \widehat{IEA} = 180^0; \widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^0; \widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ Suy ra $\widehat{BEM} = \widehat{ABC}$ Ta lại có $\widehat{BEM} = \widehat{EBC} + \widehat{ECB}; \widehat{ABC} = \widehat{ACE} + \widehat{ECB}$ Suy ra $\widehat{ECA} = \widehat{EBC}$.	***0,25*** ***0,25*** ***0,25*** ***0,25***
Câu 3 (2,0 *điểm*) $P = \dfrac{\lvert x-2022\rvert - \lvert x-2023\rvert + \lvert x-2024\rvert + 2022}{\lvert x-2022\rvert + \lvert x-2023\rvert + \lvert x-2024\rvert}$ Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:	
$P = \dfrac{\lvert x-2022\rvert + \lvert x-2023\rvert + \lvert x-2024\rvert + 2022 - 2\lvert x-2023\rvert}{\lvert x-2022\rvert + \lvert x-2023\rvert + \lvert x-2024\rvert}$	0,25

$P=1+\dfrac{2022-2\lvert x-2023\rvert}{\lvert x-2022\rvert+\lvert x-2023\rvert+\lvert x-2024\rvert}$	0,25
$\lvert x-2023\rvert\geq 0\Rightarrow 2022-2\lvert x-2023\rvert\leq 2022$	0,25
$\lvert x-2022\rvert+\lvert x-2023\rvert+\lvert x-2024\rvert=\lvert x-2022\rvert+\lvert 2024-x\rvert+\lvert x-2023\rvert$ $\geq\lvert x-2022+2024-x\rvert+\lvert x-2023\rvert=2+\lvert x-2023\rvert\geq 2$	0,5
$\Rightarrow\dfrac{1}{\lvert x-2022\rvert+\lvert x-2023\rvert+\lvert x-2024\rvert}\leq\dfrac{1}{2}$ $\Rightarrow\dfrac{2022-2\lvert x-2023\rvert}{\lvert x-2022\rvert+\lvert x-2023\rvert+\lvert x-2024\rvert}\leq\dfrac{2022}{2}$	0,25
$P=1+\dfrac{2022-2\lvert x-2023\rvert}{\lvert x-2022\rvert+\lvert x-2023\rvert+\lvert x-2024\rvert}\leq 1+\dfrac{2022}{2}=1012$	0,25
Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}x-2023=0\\(x-2022)(2024-x)\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow x=2023$	0,25

.....Hết.....

2.2) Chứng minh rằng không tồn tại đa thức $f(x)$ có các hệ số nguyên mà	***2,0***

$f(8!)=2020$ và $f(9!)=2080$. (Với $n!=1.2.3.4...n;\ n\in N^*$).	
Giả sử $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+.....+a_1x+a_0$ (Với $a_n;a_{n-1};....;a_1;a_0$ là các hệ số nguyên) thoả mãn $f(8!)=2020$ và $f(9!)=2080$.	***0,5***
Ta có $f(9!)-f(8!)=a_n\left[(9!)^n-(8!)^n\right]+a_{n-1}\left[(9!)^{n-1}-(8!)^{n-1}\right]+...+a_1(9!-8!)$ $=2080-2020=60$ Mặt khác $9!=1.2.3.4.5.6.7.8.9$ và $8!=1.2.3.4.5.6.7.8$ đều chia hết cho 7 nên vế trái chia hết cho 7 mà 60 không chia hết cho 7. Vậy không tồn tại đa thức $f(x)$ có các hệ số nguyên mà $f(8!)=2020$ và $f(9!)=2080$. (Với $n!=1.2.3.4...n;\ n\in N^*$).	***0,5*** ***0,5*** ***0,5***

Câu 12. Trong túi có một số viên bi màu đen và một số viên bi màu đỏ. Thực hiện lấy ngẫu nhiên một viên bi từ túi, xem viên bi màu gì rồi trả lại viên bi vào túi. Khoa thực hiện thí nghiệm 32 lần. Số lần lấy được viên bi màu đỏ là 18. Hãy tính xác suất thực nghiệm của sự kiện Khoa lấy được viên bi màu đỏ.

A. 56%. **B.** $56,25\%$ **C.** 57%. **D.** 50%.

2.2) Chứng minh rằng không tồn tại đa thức $f(x)$ có các hệ số nguyên mà $f(8!)=2020$ và $f(9!)=2080$. (Với $n!=1.2.3.4...n;\ n\in N^*$).

Ta có $f(9!)-f(8!)=a_n\left[(9!)^n-(8!)^n\right]+a_{n-1}\left[(9!)^{n-1}-(8!)^{n-1}\right]+...+a_1(9!-8!)$

$=2080-2020=60$

Mặt khác $9!=1.2.3.4.5.6.7.8.9$ và $8!=1.2.3.4.5.6.7.8$ đều chia hết cho 7 nên vế trái chia hết cho 7 mà 60 không chia hết cho 7.

Vậy không tồn tại đa thức $f(x)$ có các hệ số nguyên mà $f(8!)=2020$ và $f(9!)=2080$. (Với $n!=1.2.3.4...n;\ n\in N^*$).