

ĐỀ 5

☞ **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Phủ định của mệnh đề " $\forall x \in \mathbb{Q} \mid x^2 + x + 1 > 0$ " là mệnh đề

- A. " $\exists x \in \mathbb{Q} \mid x^2 + x + 1 \leq 0$ ".
 B. " $\exists x \in \mathbb{Q} \mid x^2 + x + 1 < 0$ ".
 C. " $\exists x \in \mathbb{Q} \mid x^2 + x + 1 > 0$ ".
 D. " $\forall x \in \mathbb{Q} \mid x^2 + x + 1 \leq 0$ ".

Câu 2: Với giá trị nào của tham số m thì $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ là nghiệm của bất phương trình $mx + (m+1)y > 5$?

- A. $m < 1$.
 B. $m = 1$.
 C. $m > 1$.
 D. $m \neq 1$.

Câu 3: Cho góc α là góc tù thỏa $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$. Tính giá trị biểu thức $A = 2 \sin \alpha - \cos \alpha$.

- A. $A = \frac{11}{5}$.
 B. $A = 1$.
 C. $A = -\frac{7}{5}$.
 D. $A = \frac{9}{5}$.

Câu 4: Cho tam giác ABC có $BC = a$; $AC = b$; $AB = c$, có $a^2 = b^2 + c^2 + bc\sqrt{2}$. Số đo của góc A là:

- A. 150° .
 B. 120° .
 C. 45° .
 D. 135° .

Câu 5: Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D . Vectơ tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$ bằng

- A. $\vec{0}$.
 B. $\overrightarrow{AC}$.
 C. $\overrightarrow{BD}$.
 D. $\overrightarrow{BA}$.

Câu 6: Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$ bằng:

- A. $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$.
 B. $\vec{u} = \vec{0}$.
 C. $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$.
 D. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 7: Cho điểm M nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $MA = 3MB$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\overrightarrow{MA} = -3\overrightarrow{MB}$.
 B. $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.
 C. $\overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{MB}$.
 D. $\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{MB}$.

Câu 8: Cho tam giác ABC có trọng tâm G và M là trung điểm của cạnh BC . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$. C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

Câu 9: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $4a$. Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng

A. $8a^2$. B. $8a$. C. $8\sqrt{3}a^2$. D. $8\sqrt{3}a$.

Câu 10: Cho tam giác ABC , gọi M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BM = 3MC$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Câu 11: Kết quả kiểm tra môn toán của một nhóm học sinh được ghi lại trong bảng dưới đây:

Điểm	5	6	7	8	9	10
Tần số	15	12	7	10	5	2

Điểm trung bình của nhóm học sinh đó là

A. $6,5$. B. $6,6$. C. $6,7$. D. $6,8$.

Câu 12: Kết quả kiểm tra môn toán của 6 bạn trong lớp được ghi lại trong bảng dưới đây:

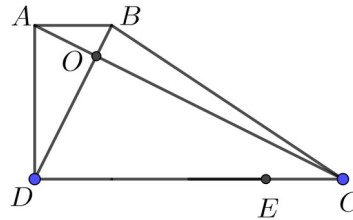
Tên học sinh	Son	Nghĩa	Lan	Huệ	Hồng	Son
Điểm	2	7	6	8	9	10

Độ lệch chuẩn δ của bảng số liệu trên là.

A. $\delta \approx 2,57$. B. $\delta \approx 2,58$. C. $\delta \approx 6,66$. D. $\delta \approx 6,67$.

☞ **Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AB = a$, $AD = 2a$, $DC = 4AB$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , E là điểm thuộc cạnh DC sao cho $DE = \frac{3}{4}DC$



- a) $\overline{DE} = 3\overline{AB}$.
- b) $\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{AE}$.
- c) $|\overline{AD} + \overline{AC}| = 4a\sqrt{2}$.
- d) Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overline{MD} + 4\overline{MB}| = |\overline{MA} - \overline{MC}|$ là đường tròn tâm O bán kính bằng $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 14: Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu, trái phiếu chính phủ với lãi suất 7% một năm, trái phiếu ngân hàng với lãi suất 8% một năm và trái phiếu doanh nghiệp rủi ro cao với lãi suất 12% một năm. Vì lí do giảm thuế, bác An muốn số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng. Hơn nữa, để giảm thiểu rủi ro, bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp. Gọi x là số tiền mua trái phiếu ngân hàng và y là số tiền mua trái phiếu doanh nghiệp

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + y \leq 1200 \\ y \geq 200 \end{cases}$$

- a) Hệ phương trình thỏa mãn yêu cầu đề bài là
- b) Nếu bác An chỉ đầu tư 300 triệu đồng mua trái phiếu ngân hàng thì lợi nhuận trong một năm mà bác An nhận được là 94 triệu đồng.
- c) Bác An nên đầu tư 250 triệu đồng trái phiếu ngân hàng, 200 triệu trái phiếu doanh nghiệp và 750 trái phiếu chính phủ thì lợi nhuận thu được sau một năm là lớn nhất.
- d) Lợi nhuận bác An thu được nhiều nhất sau một năm là 96,5 triệu đồng.

Câu 15: Cho tam giác ABC có $AC = 6\text{ cm}$, $AB = 5\text{ cm}$, $\hat{A} = 120^\circ$.

- a) $BC = \sqrt{91}\text{ cm}$
- b) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC : $R \approx 5,03\text{ cm}$

c) $\cos C \approx 0,84$

d) Gọi M là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{1}{3}BC$. Khi đó độ dài cạnh $AM \approx 2,5cm$

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2; 5), B(-4; -2), C(1; 5)$.

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$.

b) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi $D(3; 10)$.

c) Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là $H\left(-4; \frac{45}{7}\right)$.

d) $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{2\sqrt{53}}{53}$.

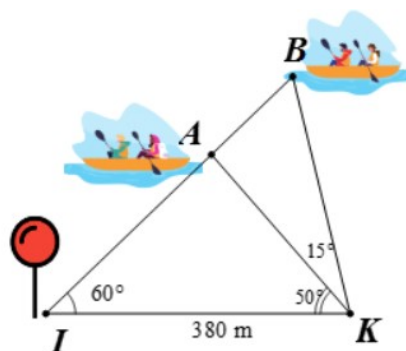
☞ **Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22**

Câu 17: Cho tập hợp $A = \{1; 2\}$ và tập hợp $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 + (m+2)x - 2m - 8 = 0\}$. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m để $B \subset A$.

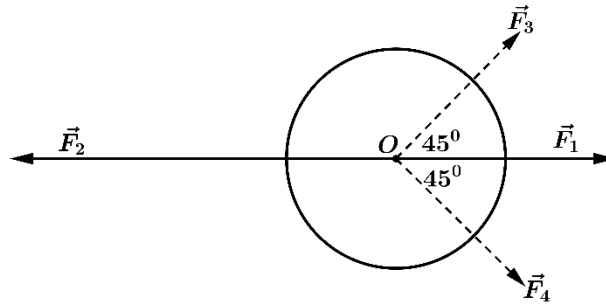
Câu 18: Trong lớp 10C có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Hỏi số em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

Câu 19: Hai chiếc xe cùng xuất phát ở vị trí A, đi theo hai hướng tạo với nhau một góc 45° . Xe thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h, xe thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h. Hỏi sau 3 h, khoảng cách giữa 2 xe là?

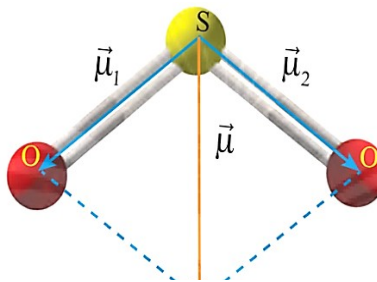
Câu 20: Trong một cuộc đua thuyền ghe được tổ chức trên sông, có hai ghe A và B ở vị trí như hình vẽ. Điểm K là vị trí khán giả đứng xem và quan sát thấy ghe A và ghe B theo các góc tạo với bờ IK lần lượt là 50° và 65° . Điểm I là đích đến của cuộc đua. Lúc ghe A , ghe B và đích I thẳng hàng, từ điểm I quan sát thấy ghe A và ghe B tạo với bờ một góc bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai ghe thuyền



Câu 21: Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$, trong đó độ lớn lực $\vec{F}_2$ lớn gấp đôi độ lớn lực $\vec{F}_1$. Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực $\vec{F}_3, \vec{F}_4$ có phương hợp với lực $\vec{F}_1$ các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng 20 N . Tìm độ lớn của lực $\vec{F}_2$.



Câu 22: Phân tử sulfur dioxide có cấu tạo hình chữ V, góc liên kết θ_{SO} gần bằng 120° . Người ta biểu diễn sự phân cực giữa nguyên tử S với mỗi nguyên tử O bằng các vectơ $\vec{\mu}_1$ và $\vec{\mu}_2$, có cùng phương với liên kết cộng hoá trị, có chiều từ nguyên tử S về mỗi nguyên tử O và cùng có độ dài là 1,6 đơn vị.



Cho biết vectơ tổng $\vec{\mu} = \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2$ được dùng để biểu diễn sự phân cực của cả phân tử SO_2 . Tính độ dài của $\vec{\mu}$.

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Phủ định của mệnh đề “ $\forall x \in \mathbb{Q} \mid x^2 + x + 1 > 0$ ” là mệnh đề

- A. “ $\exists x \in \mathbb{Q} \mid x^2 + x + 1 \leq 0$ ”. B. “ $\exists x \in \mathbb{Q} \mid x^2 + x + 1 < 0$ ”. C. “
 $\exists x \in \mathbb{Q} \mid x^2 + x + 1 > 0$ ”. D. “ $\forall x \in \mathbb{Q} \mid x^2 + x + 1 \leq 0$ ”.

Lời giải

Câu 2: Với giá trị nào của tham số m thì $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ là nghiệm của bất phương trình $mx + (m+1)y > 5$?

- A. $m < 1$. B. $m = 1$. C. $m > 1$. D. $m \neq 1$.

Lời giải

Với $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$, ta có: $m + (m+1) \cdot 2 > 5 \Leftrightarrow m > 1$.

Câu 3: Cho góc α là góc tù thỏa $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$. Tính giá trị biểu thức $A = 2 \sin \alpha - \cos \alpha$.

- A. $A = \frac{11}{5}$. B. $A = 1$. C. $A = -\frac{7}{5}$. D. $A = \frac{9}{5}$.

Lời giải

Ta có α là góc tù nên $\sin \alpha > 0; \cos \alpha < 0$. Khi đó $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}$
 $= \frac{1}{1 + \frac{16}{9}} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}$. Suy ra $\sin \alpha = \cos \alpha \cdot \tan \alpha = \frac{4}{5}$ nên

$$A = 2 \sin \alpha - \cos \alpha = 2 \cdot \frac{4}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{11}{5}.$$

Câu 4: Cho tam giác ABC có $BC = a$; $AC = b$; $AB = c$, có $a^2 = b^2 + c^2 + bc\sqrt{2}$. Số đo của góc A là:

- A. 150° . B. 120° . C. 45° . D. 135° .

Lời giải

Theo đề, ta có: $a^2 = b^2 + c^2 + bc\sqrt{2} \Rightarrow b^2 + c^2 - a^2 = -bc\sqrt{2}$.

Ta có: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{-bc\sqrt{2}}{2bc} = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A = 135^\circ$.

Câu 5: Cho bốn điểm phân biệt A, B, C, D . Vector tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$ bằng

- A. $\vec{0}$. B. $\overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{BA}$.

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}.$$

Câu 6: Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$ bằng:

A. $\vec{u} = \overrightarrow{AD}$.

B. $\vec{u} = \vec{0}$.

C. $\vec{u} = \overrightarrow{CD}$.

D. $\vec{u} = \overrightarrow{AC}$.

Lời giải

$$\vec{u} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}.$$

Câu 7: Cho điểm M nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $MA = 3MB$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{MA} = -3\overrightarrow{MB}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{AM} = -3\overrightarrow{MB}$.

D. $\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{MB}$.

Lời giải

Vì M nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $MA = 3MB$ nên $\overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{MB}$ ngược hướng.

Câu 8: Cho tam giác ABC có trọng tâm G và M là trung điểm của cạnh BC . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Vì M là trung điểm của cạnh BC nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$.

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}).$$

Câu 9: Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $4a$. Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng

A. $8a^2$.

B. $8a$.

C. $8\sqrt{3}a^2$.

D. $8\sqrt{3}a$.

Lời giải

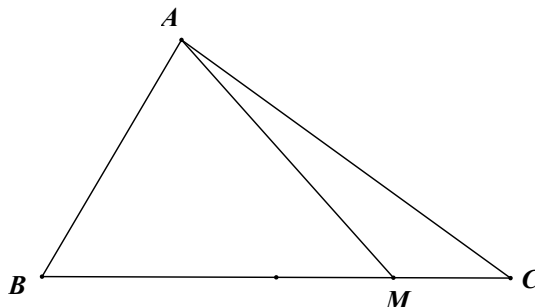
Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = 4a \cdot 4a \cdot \cos 60^\circ = 4a \cdot 4a \cdot \frac{1}{2} = 8a^2$.

Câu 10: Cho tam giác ABC , gọi M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BM = 3MC$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. **D.**

$\overrightarrow{AM} = \frac{5}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

Câu 11: Kết quả kiểm tra môn toán của một nhóm học sinh được ghi lại trong bảng dưới đây:

Điểm	5	6	7	8	9	10
Tần số	15	12	7	10	5	2

Điểm trung bình của nhóm học sinh đó là

A. 6,5. **B.** 6,6. **C.** 6,7. **D.** 6,8.

Lời giải

Điểm trung bình kiểm tra của nhóm học sinh là:

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 15 + 6 \cdot 12 + 7 \cdot 7 + 8 \cdot 10 + 9 \cdot 5 + 10 \cdot 2}{15 + 12 + 7 + 10 + 5 + 2} \approx 6,7$$

Câu 12: Kết quả kiểm tra môn toán của 6 bạn trong lớp được ghi lại trong bảng dưới đây:

Tên học sinh	Son	Nghĩa	Lan	Huệ	Hồng	Son
Điểm	2	7	6	8	9	10

Độ lệch chuẩn δ của bảng số liệu trên là.

A. $\delta \approx 2,57$. **B.** $\delta \approx 2,58$. **C.** $\delta \approx 6,66$. **D.** $\delta \approx 6,67$.

Lời giải

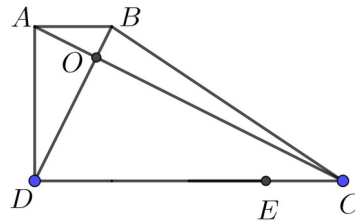
Ta có: $\bar{x} = \frac{2 + 7 + 6 + 8 + 9 + 10}{6} = 7$

Suy ra:
$$\delta^2 = \frac{1}{6} \left[(2-7)^2 + (7-7)^2 + (6-7)^2 + (8-7)^2 + (9-7)^2 + (10-7)^2 \right] = \frac{20}{3}.$$

Do đó
$$\delta = \sqrt{\frac{20}{3}} \approx 2,58.$$

🚩 **Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D , $AB = a, AD = 2a, DC = 4AB$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , E là điểm thuộc cạnh DC sao cho $DE = \frac{3}{4}DC$



a) $\overrightarrow{DE} = 3\overrightarrow{AB}.$

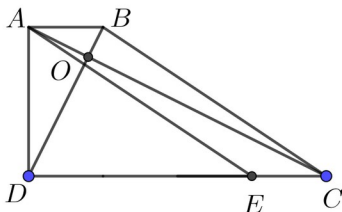
b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE}.$

c) $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| = 4a\sqrt{2}.$

d) Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MD} + 4\overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}|$ là đường tròn tâm O bán kính bằng $\frac{a\sqrt{5}}{5}.$

Lời giải

a) Đ $\overrightarrow{DE}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng, $DE = 3AB$ nên $\overrightarrow{DE} = 3\overrightarrow{AB}$

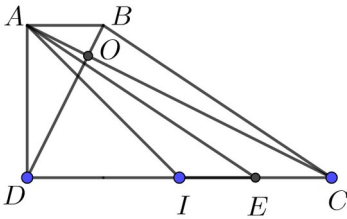


b) S

Từ giả thiết ta có $ABCE$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{EA}.$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{EA}$$

Vậy $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{AE}.$



c) Đ

Gọi I là trung điểm của DC .

$$|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AI}| = 2AI = 4a\sqrt{2}$$

d) S Vì $O = AC \cap BD$ nên $\frac{OB}{OD} = \frac{AB}{DC} = \frac{1}{4} \Rightarrow \overrightarrow{OD} + 4\overrightarrow{OB} = \vec{0}$.

$$|\overrightarrow{MD} + 4\overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}| \Leftrightarrow |5\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD} + 4\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{CA}|$$

$$\Leftrightarrow |5\overrightarrow{MO}| = |\overrightarrow{CA}| \Leftrightarrow 5MO = CA \Leftrightarrow OM = \frac{1}{5}CA$$

$$\Rightarrow OM = \frac{1}{5} \cdot \sqrt{(2a)^2 + (4a)^2} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm O bán kính bằng $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 14: Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu, trái phiếu chính phủ với lãi suất 7% một năm, trái phiếu ngân hàng với lãi suất 8% một năm và trái phiếu doanh nghiệp rủi ro cao với lãi suất 12% một năm. Vì lí do giảm thuế, bác An muốn số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng. Hơn nữa, để giảm thiểu rủi ro, bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp. Gọi x là số tiền mua trái phiếu ngân hàng và y là số tiền mua trái phiếu doanh nghiệp

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + y \leq 1200 \\ y \geq 200 \end{cases}$$

a) Hệ phương trình thỏa mãn yêu cầu đề bài là

b) Nếu bác An chỉ đầu tư 300 triệu đồng mua trái phiếu ngân hàng thì lợi nhuận trong một năm mà bác An nhận được là 94 triệu đồng.

c) Bác An nên đầu tư 250 triệu đồng trái phiếu ngân hàng, 200 triệu trái phiếu doanh nghiệp và 750 trái phiếu chính phủ thì lợi nhuận thu được sau một năm là lớn nhất.

d) Lợi nhuận bác An thu được nhiều nhất sau một năm là $96,5$ triệu đồng.

Lời giải

a) Sai:

	Trái phiếu chính phủ	Trái phiếu ngân hàng	Trái phiếu doanh nghiệp
Lãi suất	7%/ năm	8%/ năm	12%/ năm

Đổi 1,2 tỉ đồng $= 1200$ (triệu đồng)

Gọi x là số tiền mua trái phiếu ngân hàng và y là số tiền mua trái phiếu doanh nghiệp.

Khi đó $x \geq 0, y \geq 0$.

Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu, trái phiếu chính phủ nên số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ là $1200 - x - y$ (triệu đồng)

Số tiền đầu tư trái phiếu chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng nên ta có: $1200 - x - y \geq 3x \Leftrightarrow 4x + y \leq 1200$

Bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp nên $y \leq 200$

Từ điều kiện của bài toán ta có số tiền bác An đầu tư trái phiếu phải thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + y \leq 1200 \\ y \leq 200 \end{cases}$$

b) Sai:

Nếu bác an chỉ đầu tư 300 triệu đồng mua trái phiếu ngân hàng thì lợi nhuận trong một năm mà bác An nhận được là 87 triệu đồng.

c) Đúng:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + y \leq 1200 \\ y \leq 200 \end{cases}$$

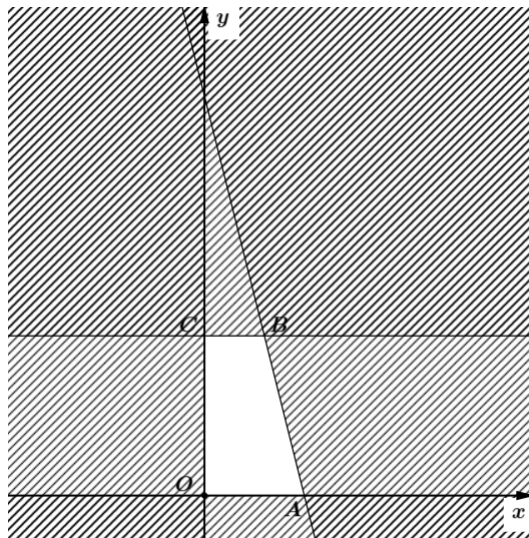
Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác $OABC$ với: $O(0;0)$, $A(300;0)$, $B(250;200)$, $C(0;200)$.

Lợi nhuận thu được sau một năm là:

$$F(x; y) = (1200 - x - y) \cdot 7\% + x \cdot 8\% + y \cdot 12\% = 84 + 0,01x + 0,05y$$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $F(x;y)$ khi $(x;y)$ thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 4x + y \leq 1200 \\ y \leq 200 \end{cases}$$



Thay tọa độ các điểm O, A, B, C vào biểu thức $F(x;y)$ ta được: $F(0;0) = 80$

$$F(300;0) = 84 + 0,01.300 + 0,05.0 = 87;$$

$$F(250;200) = 84 + 0,01.250 + 0,05.200 = 96,5$$

$$F(0;200) = 84 + 0,01.0 + 0,05.200 = 94$$

Suy ra F đạt giá trị lớn nhất là 96,5 nếu $x = 250$ và $y = 200$.

d) Đúng:

Vậy bác An nên đầu tư 250 triệu đồng trái phiếu ngân hàng, 200 triệu trái phiếu doanh nghiệp và 750 trái phiếu chính phủ.

Câu 15: Cho tam giác ABC có $AC = 6\text{ cm}$, $AB = 5\text{ cm}$, $\hat{A} = 120^\circ$.

a) $BC = \sqrt{91}\text{ cm}$

b) Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC : $R \approx 5,03\text{ cm}$

c) $\cos C \approx 0,84$

d) Gọi M là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{1}{3}BC$. Khi đó độ dài cạnh $AM \approx 2,5\text{ cm}$

Lời giải

a) Đ Áp dụng định lí cosin trong tam giác, ta có:

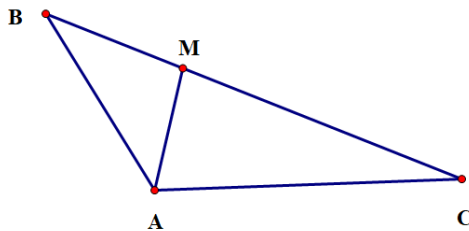
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow a^2 = 6^2 + 5^2 - 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cos 120^\circ = 91.$$

Do đó, $a = \sqrt{91} \text{ cm}$.

b) S Áp dụng định lí sin trong tam giác, ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \quad \text{nên} \quad R = \frac{a}{2 \cdot \sin A} = \frac{\sqrt{91}}{2 \cdot \sin 120^\circ} \approx 5,51(\text{ cm}).$$

c) S
$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{91 + 6^2 - 5^2}{2 \cdot \sqrt{91} \cdot 6} \approx 0,89$$



d) S

Ta có
$$MC = \frac{2\sqrt{91}}{3}$$

$$AM^2 = AC^2 + MC^2 - 2 \cdot AC \cdot MC \cdot \cos C = 6^2 + \left(\frac{2\sqrt{91}}{3} \right)^2 - 2 \cdot 6 \cdot \frac{2\sqrt{91}}{3} \cdot 0,89 \approx 8,52$$

$$\Rightarrow AM \approx 2,9$$

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2; 5), B(-4; -2), C(1; 5)$.

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$.

b) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi $D(3; 10)$.

c) Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là $H\left(-4; \frac{45}{7}\right)$.

d)
$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{2\sqrt{53}}{53}$$

Lời giải

a) s Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; -7), \overrightarrow{AC} = (3; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -2 \cdot 3 + (-7) \cdot 0 = -6$.

b) s Giả sử $D(x; y)$. Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; -7), \overrightarrow{DC} = (1 - x; 5 - y)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = 1 - x \\ -7 = 5 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 12. \end{cases}$

Vậy $D(3;12)$.

c) Đ. Gọi $H(x;y) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (x+2; y-5), \overrightarrow{BH} = (x+4; y+2); \overrightarrow{BC} = (5; 7), \overrightarrow{AC} = (3; 0)$.

H là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5(x+2) + 7(y-5) = 0 \\ 3(x+4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = \frac{45}{7} \end{cases} \text{ hay } H\left(-4; \frac{45}{7}\right).$$

d) s. Ta có: $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{-6}{\sqrt{53} \cdot 3} = -\frac{2\sqrt{53}}{53}$.

☞ **Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Cho tập hợp $A = \{1; 2\}$ và tập hợp $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 + (m+2)x - 2m - 8 = 0\}$. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m để $B \subset A$.

Lời giải

Đáp án: -11

Ta có $x^2 + (m+2)x - 2m - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -m-4 \end{cases} \Rightarrow B = \{2; -m-4\}$

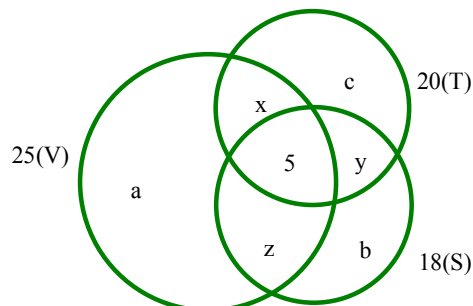
Để $B \subset A \Leftrightarrow \begin{cases} -m-4 = 2 \\ -m-4 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -6 \\ m = -5 \end{cases} \Rightarrow$ Tổng các giá trị của m bằng -11

Câu 18: Trong lớp 10C có 45 học sinh trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Hỏi số em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

Lời giải

Đáp án: 20

Gọi a, b, c theo thứ tự là số học sinh chỉ thích môn Văn, Sử, Toán;



x là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Toán

y là số học sinh chỉ thích hai môn là Sử và Toán

z là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Sử

Ta có số em thích ít nhất một môn là $45 - 6 = 39$

Dựa vào biểu đồ ven ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a + x + z + 5 = 25 & (1) \\ b + y + z + 5 = 18 & (2) \\ c + x + y + 5 = 20 & (3) \\ x + y + z + a + b + c + 5 = 39 & (4) \end{cases}$$

Cộng vế với vế,, ta có $a + b + c + 2(x + y + z) + 15 = 63$ (5)

Từ và ta có $a + b + c + 2(39 - 5 - a - b - c) + 15 = 63 \Leftrightarrow a + b + c = 20$

Vậy chỉ có 20 em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

Câu 19: Hai chiếc xe cùng xuất phát ở vị trí A, đi theo hai hướng tạo với nhau một góc 45° . Xe thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h, xe thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h. Hỏi sau 3 h, khoảng cách giữa 2 xe là?

Lời giải

Vị trí xe thứ nhất và xe thứ hai sau 3 giờ lần lượt ở vị trí B và C .

Do xe thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h nên $AB = 30 \cdot 3 = 90$.

Do xe thứ hai chạy với tốc độ 40 km/h nên $AC = 40 \cdot 3 = 120$.

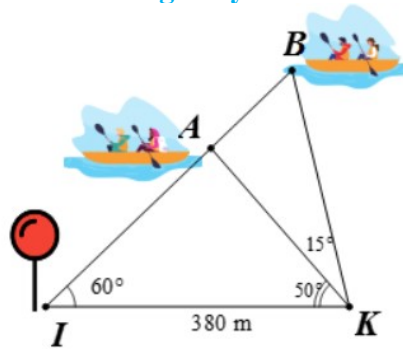
Áp dụng định lý côsin vào $\triangle ABC$, ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$= 90^2 + 120^2 - 2 \cdot 90 \cdot 120 \cdot \cos 45^\circ$$

$$\Rightarrow BC \approx 85,0. \text{ Vậy sau } 3 \text{ giờ, hai xe cách nhau khoảng } 85,0 \text{ km.}$$

Câu 20: Trong một cuộc đua thuyền ghe được tổ chức trên sông, có hai ghe A và B ở vị trí như hình vẽ. Điểm K là vị trí khán giả đứng xem và quan sát thấy ghe A và ghe B theo các góc tạo với bờ IK lần lượt là 50° và 65° . Điểm I là đích đến của cuộc đua. Lúc ghe A , ghe B và đích I thẳng hàng, từ điểm I quan sát thấy ghe A và ghe B tạo với bờ một góc bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai ghe thuyền



Lời giải

Đáp án: 111

Trong tam giác AKI ta có: $\angle AKI = 180^\circ - \angle AIK - \angle BIK = 180^\circ - 60^\circ - 50^\circ = 70^\circ$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác AKI ta có:

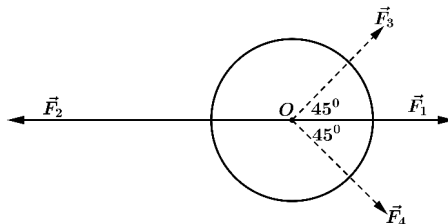
$$\frac{AK}{\sin \angle AIK} = \frac{IK}{\sin \angle AKI} \Rightarrow AK = \frac{IK \cdot \sin \angle AIK}{\sin \angle AKI} = \frac{380 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 70^\circ} \approx 350,21(m)$$

Lại có: $\angle KAB = 180^\circ - \angle AKI = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$.

Áp dụng định lí sin vào tam giác AKB ta có:

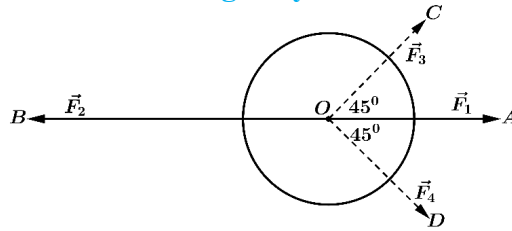
$$\frac{AB}{\sin \angle AKB} = \frac{AK}{\sin \angle ABK} \Rightarrow AB = \frac{AK \cdot \sin \angle AKB}{\sin \angle ABK} \approx \frac{350,21 \cdot \sin (65^\circ - 50^\circ)}{\sin (180^\circ - 110^\circ - 15^\circ)} \approx 111(m)$$

Câu 21: Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$, trong đó độ lớn lực $\vec{F}_2$ lớn gấp đôi độ lớn lực $\vec{F}_1$. Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực $\vec{F}_3, \vec{F}_4$ có phương hợp với lực $\vec{F}_1$ các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng 20 N . Tìm độ lớn của lực $\vec{F}_2$.



Lời giải

Đáp án: 56,6



Ta có: $\vec{F}_2 = -2\vec{F}_1$. Để vật trở về trạng thái cân bằng thì hợp lực bằng $\vec{0}$.

$$\Leftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_1 - 2\vec{F}_1 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1$$

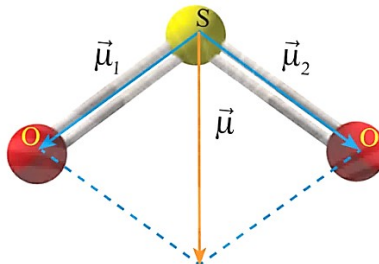
Đặt $\vec{F}_1 = \vec{OA}$, $\vec{F}_2 = \vec{OB}$, $\vec{F}_3 = \vec{OC}$, $\vec{F}_4 = \vec{OD}$.

Ta có: $\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{F}_1 \Leftrightarrow \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{OA}$ do đó $OCAD$ là hình bình hành.

Mặt khác: $OC = OD = 20$ và $\angle COD = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$ nên $OCAD$ là hình vuông.

Khi đó: $|\vec{F}_1| = OA = 20\sqrt{2} \text{ N}$, $|\vec{F}_3| = 2|\vec{F}_1| = 40\sqrt{2} \text{ N} \approx 56,6 \text{ N}$.

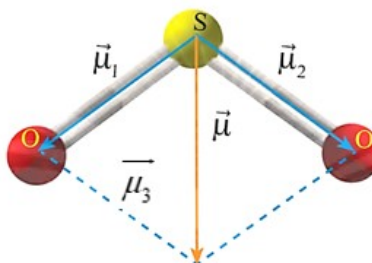
Câu 22: Phân tử sulfur dioxide có cấu tạo hình chữ V, góc liên kết $\angle SO$ gần bằng 120° . Người ta biểu diễn sự phân cực giữa nguyên tử S với mỗi nguyên tử O bằng các vectơ $\vec{\mu}_1$ và $\vec{\mu}_2$, có cùng phương với liên kết cộng hoá trị, có chiều từ nguyên tử S về mỗi nguyên tử O và cùng có độ dài là 1,6 đơn vị.



Cho biết vectơ tổng $\vec{\mu} = \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2$ được dùng để biểu diễn sự phân cực của cả phân tử SO_2 . Tính độ dài của $\vec{\mu}$.

Lời giải

Đáp án: 1,6



Từ điểm cuối của vectơ $\overrightarrow{\mu_1}$ vẽ vectơ $\overrightarrow{\mu_3} = \overrightarrow{\mu_2}$ suy ra $\vec{\mu} = \overrightarrow{\mu_1} + \overrightarrow{\mu_2} = \overrightarrow{\mu_1} + \overrightarrow{\mu_3} \Rightarrow |\vec{\mu}| = |\overrightarrow{\mu_1} + \overrightarrow{\mu_3}|$

Ta có: $(\overrightarrow{\mu_1}, \overrightarrow{\mu_2}) = 120^\circ \Rightarrow (\overrightarrow{\mu_1}, \overrightarrow{\mu_3}) = 60^\circ \Rightarrow |\vec{\mu}|^2 = |\overrightarrow{\mu_1}|^2 + |\overrightarrow{\mu_3}|^2 - 2|\overrightarrow{\mu_1}||\overrightarrow{\mu_3}|\cos(\overrightarrow{\mu_1}, \overrightarrow{\mu_3})$

$$= 1,6^2 + 1,6^2 - 2.1,6.1,6.\cos 60^\circ = \frac{64}{25} \Rightarrow |\vec{\mu}| = \sqrt{\frac{64}{25}} = 1,6$$

Vậy độ dài của $\vec{\mu}$ là 1,6 đơn vị.