

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT PHAN HUY CHÚ – ĐỒNG ĐA
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP
NĂM HỌC 2025 - 2026
BỘ MÔN: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút
không kể thời gian phát đề

Họ và tên: Số báo danh: **Mã đề 0103**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

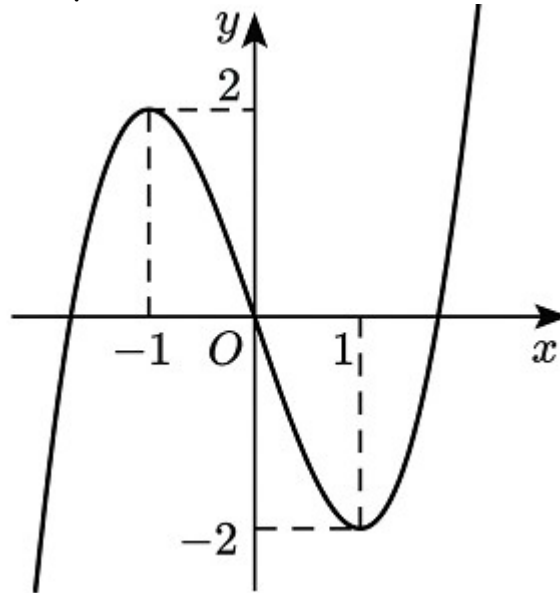
Câu 1. Một trạm y tế ghi nhận số phút tập thể dục mỗi ngày của 60 người trưởng thành trong một khu dân cư. Kết quả được ghi lại và lập thành bảng ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;15)	[15;30)	[30;45)	[45;60)	[60;75)
Số người	8	12	18	14	8

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nhóm nào sau đây?

- A. [15;30). B. [0;15). C. [30;45). D. [45;60).

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Giá trị cực đại của hàm số là

- A. -1. B. 1. C. -2. D. 2.

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm của tam giác BCD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 4. Cho tứ diện $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $SA \perp AC$. B. $SA \perp SB$. C. $SA \perp BC$. D. $SA \perp AB$.

Câu 5. Trên bảng điều khiển con tàu có 6 nút bấm khác nhau. Robot cần nhấn lần lượt 3 nút để kích hoạt hệ thống phòng thủ. Có bao nhiêu mã lệnh khác nhau có thể tạo ra?

- A. 120. B. 20. C. 18. D. 216.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z - 6 = 0$ có bán kính bằng

- A. 9. B. $3\sqrt{3}$. C. 6. D. 3.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $2^{x+3} = 2^5$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 8. Cho $f(x)$ là một hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $2 \int_a^b f(x) dx = \int_a^{2b} f(x) dx$.
 B. $\int_a^b f(x) dx = \int_c^a f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.
 C. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$.
 D. $\int_a^b f(x) dx = - \int_{-a}^{-b} f(x) dx$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 5 = 0$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n} = (2; 3; 1)$.
 B. $\vec{n} = (2; -3; -5)$.
 C. $\vec{n} = (-2; -3; -1)$.
 D. $\vec{n} = (-2; 3; -1)$.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 5$ và $u_4 = 7$. Công sai của cấp số cộng đó bằng

- A. 2. B. 12. C. -12. D. -2.

Câu 11. Thể tích của khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục hoành, $x = 0$ và $x = 4$ là

- A. 8π . B. 4π . C. 4. D. 8.

Câu 12. Đồ thị của hàm số $y = 2x + 1 - \frac{1}{x+3}$ có phương trình đường tiệm cận xiên là

- A. $x + 3 = 0$.
 B. $y = 2x + 1$.
 C. $y = \frac{1}{x+3}$.
 D. $y = 2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Tốc độ thay đổi dòng tiền (triệu đồng/tháng) của một dự án khởi nghiệp được mô tả bởi hàm số $f(t) = t^2 + at + b$, với t là số tháng tính từ lúc bắt đầu ($t = 0$). Tại tháng thứ 3 ($t = 3$), tốc độ dòng tiền bằng 0. Biết rằng sau 3 tháng đầu tiên, tổng dòng tiền tích lũy của dự án quay về mức 0 (hòa vốn tạm thời), và trong giai đoạn dự án bị thâm hụt tốc độ dòng tiền không dương.

a) Trong giai đoạn dự án bị thâm hụt, tổng số tiền bị thâm hụt là 2 triệu đồng.

b) $f(3) = 0$.

c) Hàm mô tả tốc độ dòng tiền là $f(t) = t^2 - 4t + 3$.

d) Gọi tổng dòng tiền tích lũy của dự án sau t tháng là $F(t)$. Khi đó: $F(t) = \int_0^t f(x) dx$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = 2 \sin x - x$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$.

a) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm trên đoạn $[-\pi; \pi]$.

b) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số trên đoạn $[-\pi; \pi]$ là 2,5 (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

c) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = 2 \cos x - 1$.

d) Điểm cực đại của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-\pi; \pi]$ là $x = -\frac{\pi}{3}$.

Câu 3. Các nhà khoa học thử nghiệm một loại xét nghiệm để phát hiện virus X-Omega. Tuy nhiên, bộ xét nghiệm này không chính xác hoàn toàn. Theo thống kê tại khu vực nghiên cứu:

- Tỷ lệ người thực sự nhiễm virus là 10%;
- Nếu một người nhiễm virus, xét nghiệm sẽ cho dương tính với xác suất 95%.

- Nếu một người không nhiễm virus, xét nghiệm vẫn có thể cho dương tính giả với xác suất 5%.

Chọn ngẫu nhiên một người trong khu vực nghiên cứu.

- Xác suất người được chọn xét nghiệm ra kết quả dương tính là 0,25.
- Xác suất người được chọn xét nghiệm ra kết quả âm tính, biết rằng người đó nhiễm virus, bằng 0,05.
- Xác suất người được chọn nhiễm virus, biết rằng người đó nhận được kết quả xét nghiệm là dương tính, bằng 0,38.
- Xác suất người được chọn không nhiễm virus là 0,9.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xét mô hình phòng không như sau: Rada đặt tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$, tên lửa đặt tại điểm $A(0;100;0)$; mỗi đơn vị tương ứng với 10 m, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất; giả sử mọi máy bay không người lái và tên lửa đều chuyển động thẳng đều. Tại thời điểm $t = 0$ giây, rada phát hiện ra máy bay ở tọa độ $M_0(12000;0;40)$; tại thời điểm $t = 1$ giây rada theo dõi thấy máy bay ở tọa độ $M_1(11990;20;38)$.

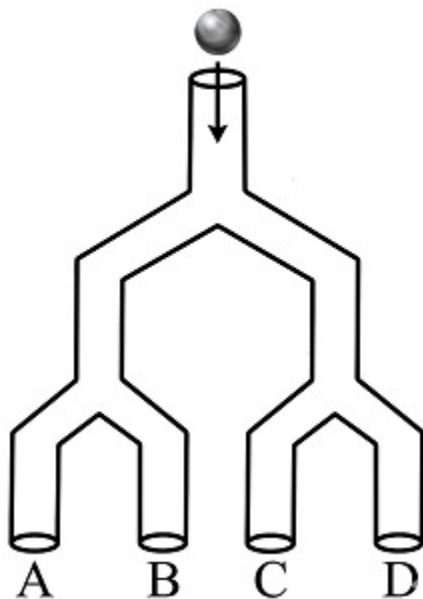
- Tại thời điểm 6 giây, máy bay đang ở vị trí $M_6(11940;120;28)$.
- Tại thời điểm $t = 6$ giây, một tên lửa được phóng lên và chuyển động thẳng đều với vận tốc 3200 m/s, và chạm và phá hủy máy bay không người lái tại điểm B . Khi đó, sau 30 giây kể từ lúc phóng tên lửa thì tên lửa va chạm với máy bay không người lái.

$$\begin{cases} x = 12000 - 10t \\ y = 20t \\ z = 40 - 2t \end{cases}$$

- Quỹ đạo đường bay của máy bay có phương trình là $\begin{cases} x = 12000 - 10t \\ y = 20t \\ z = 40 - 2t \end{cases}$.
- Khoảng cách từ vị trí tên lửa A đến máy bay tại thời điểm $t = 6$ giây là 11940 mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

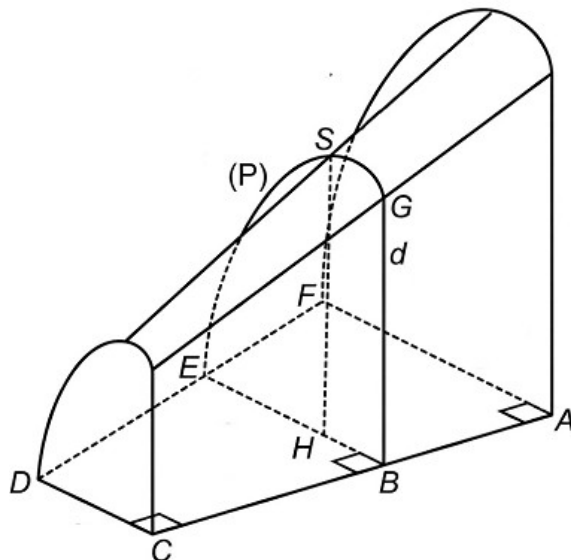
Câu 1. Hình bên dưới là một máy trò chơi được đơn giản hóa. Khi thả một quả bóng từ cửa vào, bóng sẽ đi qua đúng một trong bốn vị trí A, B, C, D . Mỗi khi bóng đi qua vị trí nào thì đèn ở vị trí đó sẽ đổi trạng thái: đang tắt thì bật, đang bật thì tắt.



Ví dụ: Nếu ban đầu tất cả đèn đều tắt, thả bóng 2 lần mà cả 2 lần đều đi qua A thì đèn ở A sẽ bật rồi lại tắt; còn nếu lần 1 bóng đi qua A rồi lần 2 bóng đi qua B thì đèn ở A và B đều bật. Cứ như vậy, mỗi lần bóng đi qua thì đèn đổi trạng thái. Trò chơi kết thúc khi cả bốn đèn A, B, C, D đều bật.

Gọi xác suất để trò chơi kết thúc đúng ở lần thả bóng thứ 6 là $\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của $a+b$ là bao nhiêu? Biết rằng ban đầu tất cả đèn đều tắt, tại mỗi ngã rẽ, bóng đi sang hai hướng với xác suất bằng nhau.

Câu 2. Một đường hầm hiện đại được thiết kế với mặt đáy là hình thang $ACDF$ vuông tại A và C ($AF \parallel CD$). Xét một thiết diện bất kì của đường hầm vuông góc với AC là một hình phẳng giới hạn bởi đường cong (P) , đoạn BE và đoạn BG như hình vẽ (G thuộc (P)). Giả sử (P) là một nhánh của parabol có đỉnh S và hình chiếu của S trên mặt nền là H , E là chân của parabol (E thuộc (P) và mặt đáy) thì $SH = 2EH$. Một mặt bên đường hầm có dạng mặt phẳng vuông góc với mặt đáy chứa đường thẳng AC , gọi B là hình chiếu vuông góc của G xuống mặt phẳng đáy thì $BE = BG$ và B thuộc đoạn AC . Biết $AC = 30m$, $AF = 2CD = 12m$. Thể tích đường hầm trên bằng bao nhiêu mét khối?



Câu 3. Ở địa phương X , người ta tính toán thấy rằng: nếu diện tích khai thác rừng hằng năm không đổi như hiện nay thì sau 40 năm nữa diện tích rừng sẽ hết, nhưng trên thực tế thì diện tích khai thác rừng tăng trung bình hằng năm là 5%/năm. Hỏi sau bao nhiêu năm nữa diện tích rừng sẽ bị khai thác hết (làm tròn đến hàng đơn vị)? Giả thiết trong quá trình khai thác, rừng không được trồng thêm, diện tích rừng tự sinh ra và mất đi (do không khai thác) là không đáng kể.

Câu 4. Một nhà máy sản xuất dòng drone chuyên dụng phục vụ cứu hộ. Nhà máy có công suất tối đa 400 chiếc/quý. Phòng kinh doanh đưa ra các dữ liệu tài chính cho việc sản xuất và tiêu thụ hết x chiếc drone ($x \in \mathbb{N}^*$, $x \leq 400$) trong một quý như sau:

+ Giá bán mỗi chiếc drone xác định theo hàm số $P(x) = 150 - 0,2x$ (đơn vị: triệu đồng/chiếc).

+ Chi phí vận hành cố định: 2 tỉ đồng/quý.

+ Chi phí linh kiện: Giá gốc 70 triệu đồng/chiếc. Nếu sản xuất trên 150 chiếc thì chi phí linh kiện cho toàn bộ lô hàng giảm xuống còn 60 triệu đồng/chiếc.

Lợi nhuận sau thuế lớn nhất trong một quý nhà máy có thể đạt được là bao nhiêu triệu đồng? Biết thuế thu nhập doanh nghiệp là 20% tính trên lợi nhuận dương.

Câu 5. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy $AB = 2$. Biết $AB' \perp BC'$, thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Câu 6. Một trạm kiểm soát không lưu sử dụng hệ thống ra-đa để theo dõi máy bay trong phạm vi bán kính

500 km. Trong hệ tọa độ O_{xyz} (đơn vị: km), ra-đa đặt tại $O(0;0;0)$. Một máy bay đang bay tại vị trí

$A(0;0;300)$ và tiếp tục bay theo hướng của vectơ $\vec{u} = (3;4;0)$. Giả sử máy bay bay thẳng và rời khỏi vùng

theo dõi, khi đó khoảng cách từ vị trí A đến vị trí cuối cùng của máy bay xuất hiện trên màn hình ra-đa bằng bao nhiêu kilômét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	D	B	B	A	B	A	C	D	A	A	B

Phần II.

Câu	a	b	c	d
Câu 1	S	Đ	Đ	Đ
Câu 2	Đ	Đ	Đ	S
Câu 3	S	Đ	S	Đ
Câu 4	Đ	S	Đ	S

Phần III.

Câu	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
Đáp án	35	2520	23	6500	2,45	400

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều phương án

Câu 1. Chọn C.

Một của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc nhóm có tần số lớn nhất.

Bảng có các tần số: 8; 12; 18; 14; 8.

[30; 45)

Tần số lớn nhất là 18, ứng với nhóm .

[30; 45)

Vậy một thuộc nhóm .

Câu 2. Chọn D.

Từ đồ thị, điểm cực đại có tung độ bằng 2.

Giá trị cực đại của hàm số là 2.

Câu 3. Chọn B.

G là trọng tâm tam giác BCD nên: $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$

Vậy chọn B.

Câu 4. Chọn B.

$$SA \perp (ABC)$$

Ta có

Do đó SA vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (ABC) , nên: $SA \perp AB$, $SA \perp AC$, $SA \perp BC$.

Còn SB không nằm trong mặt phẳng đáy và không có cơ sở để kết luận $SA \perp SB$.

Vậy khẳng định sai là $SA \perp SB$.

Câu 5. Chọn A.

Robot cần nhấn lần lượt 3 nút khác nhau trong 6 nút.

$$A_6^3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

Số mã lệnh là chỉnh hợp chập 3 của 6:

Câu 6. Chọn B.

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z - 6 = 0$$

Mặt cầu:

$$(x-1)^2 - 1 + (y+2)^2 - 4 + (z-4)^2 - 16 - 6 = 0$$

Hoàn thành bình phương:

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 27$$

Suy ra:

$$R = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

Vậy bán kính là:

Câu 7. Chọn A.

$$2^{x+3} = 2^5$$

Ta có:

$$x + 3 = 5$$

Vì hai vế cùng cơ số 2 nên: .

$$x = 2$$

Suy ra: .

Câu 8. Chọn C.

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

Tính chất đổi cận của tích phân: .

Vậy chọn C.

Câu 9. Chọn D.

$$(P): 2x - 3y + z - 5 = 0$$

$$\vec{n} = (2; -3; 1)$$

Mặt phẳng có một vector pháp tuyến là: .

$$(-2; 3; -1) \quad (2; -3; 1) \quad (-2; 3; -1) = -(2; -3; 1)$$

Vector cùng phương với vì: .

Vậy chọn D.

Câu 10. Chọn A.

$$d = u_4 - u_3 = 7 - 5 = 2$$

Cấp số cộng có công sai: .

Câu 11. Chọn A.

$$Ox \quad V = \pi \int_0^4 y^2 dx$$

Khi quay quanh trục , thể tích khối tròn xoay là: .

$$y = \sqrt{x} \quad y^2 = x$$

Vì nên .

$$V = \pi \int_0^4 x dx = \pi \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 = 8\pi$$

Do đó: .

Câu 12. Chọn B.

$$y = 2x + 1 - \frac{1}{x+3}$$

Hàm số: .

$$x \rightarrow \pm\infty \quad \frac{1}{x+3} \rightarrow 0$$

Khi thì .

$$y = 2x + 1$$

Do đó đồ thị có tiệm cận xiên: .

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1

$$f(t) = t^2 + at + b$$

Ta có .

$$t = 3 \quad f(3) = 0$$

Tại , tốc độ dòng tiền bằng 0: .

$$9 + 3a + b = 0$$

Suy ra: .

$$\int_0^3 (t^2 + at + b) dt = 0$$

Sau 3 tháng, tổng dòng tiền tích lũy quay về 0: .

$$9 + \frac{9a}{2} + 3b = 0$$

Tính tích phân: .

$$\begin{cases} 9 + 3a + b = 0 \\ 9 + \frac{9a}{2} + 3b = 0 \end{cases}$$

Từ hệ:

$$a = -4, b = 3$$

Giải ra được: .

$$f(t) = t^2 - 4t + 3$$

Vậy: .

$$f(t) = (t-1)(t-3)$$

Ta có: .

$$[1; 3]$$

Hàm số không dương trên đoạn .

$$-\int_1^3 (t^2 - 4t + 3) dt = \frac{4}{3}$$

Tổng lượng thâm hụt là: triệu đồng, không phải 2 triệu đồng.

Kết luận: a) Sai.

b) Đúng.

c) Đúng.

d) Đúng.

Đáp án: SDDD.

Câu 2

$$f(x) = 2 \sin x - x \quad [-\pi; \pi]$$

Cho trên đoạn .

$$f'(x) = 2 \cos x - 1$$

Ta có: .

$$f'(x) = 0 \quad 2 \cos x - 1 = 0$$

Phương trình : .

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

Suy ra: .

$$[-\pi; \pi] \quad x = -\frac{\pi}{3} \quad x = \frac{\pi}{3}$$

Trên đoạn , ta có hai nghiệm: và .

Vậy a) đúng và c) đúng.

$$f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 2 \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$$

Xét cực trị: .

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$$

.

$$d \approx 2,5$$

Khoảng cách giữa hai điểm cực trị xấp xỉ: .

Nên b) đúng.

$$f'(x) \quad x = -\frac{\pi}{3} \quad x = \frac{\pi}{3}$$

Dựa vào dấu của , ta có là điểm cực tiểu, còn là điểm cực đại.

Vậy d) sai.

Đáp án: DDDS.

Câu 3

A

Gọi: : người được chọn nhiễm virus.

B

: xét nghiệm dương tính.

$$P(A) = 0,1 \quad P(\bar{A}) = 0,9$$

Theo đề: , .

$$P(B | A) = 0,95$$

.

$$P(B | \bar{A}) = 0,05$$

.

$$P(B) = P(A)P(B | A) + P(\bar{A})P(B | \bar{A})$$

Xác suất xét nghiệm dương tính: .

$$P(B) = 0,1 \cdot 0,95 + 0,9 \cdot 0,05 = 0,095 + 0,045 = 0,14$$

.

Vậy a) sai vì không phải 0,25.

$$1 - 0,95 = 0,05$$

Nếu người đó nhiễm virus thì xác suất âm tính là: .

Vậy b) đúng.

$$P(A | B) = \frac{P(A)P(B | A)}{P(B)} = \frac{0,095}{0,14} \approx 0,68$$

Xác suất người đó nhiễm virus khi biết kết quả dương tính: .

Không phải 0,38 nên c) sai.

$$P(\bar{A}) = 0,9$$

Xác suất không nhiễm virus là: .

Vậy d) đúng.

Đáp án: SDSD.

Câu 4

$t = 0$ $M_0(12000; 0; 40)$
 Tại , máy bay ở .

$t = 1$ $M_1(11990; 20; 38)$
 Tại , máy bay ở .

$$\overrightarrow{M_0M_1} = (-10; 20; -2)$$

Vector vận tốc theo đơn vị tọa độ mỗi giây là: .

$$t \quad \begin{cases} x = 12000 - 10t \\ y = 20t \\ z = 40 - 2t \end{cases}$$

Do đó tọa độ máy bay tại thời điểm là:

$t = 6$ $M_6(11940; 120; 28)$
 Tại :

Vậy a) đúng và c) đúng.

Xét b): tên lửa phóng từ $A(0; 100; 0)$ tại thời điểm $t = 6$.

Nếu sau 30 giây kể từ lúc phóng, tức là thời điểm tổng cộng $t = 36$ $M_{36}(11640; 720; -32)$, máy bay ở: .

Khoảng cách từ A đến M_{36} là: $AM_{36} = \sqrt{11640^2 + 620^2 + (-32)^2} \approx 11656,5$ đơn vị.

Mỗi đơn vị ứng với 10 m nên khoảng cách thực tế khoảng: 116565 m.

Trong 30 giây, tên lửa bay được: $3200 \cdot 30 = 96000$ m.

Hai khoảng cách không bằng nhau, nên b) sai.

Xét d): $AM_6 = \sqrt{11940^2 + 20^2 + 28^2} \approx 11940,05$ đơn vị.

Đổi ra mét: $11940,05 \cdot 10 \approx 119400,5$ m.

Không phải 11940 m, nên d) sai.

Đáp án: DSDS.

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1

$$A, B, C, D \quad \frac{1}{4}$$

Mỗi lần thả bóng, bóng rơi vào một trong bốn vị trí với xác suất bằng nhau là $\frac{1}{4}$.

Đèn sáng khi số lần bóng rơi vào vị trí đó là số lẻ.

Trò chơi kết thúc ở lần thả thứ 6 nghĩa là sau 6 lần, cả bốn đèn đều sáng, nhưng trước đó chưa kết thúc.

Sau 6 lần, để cả bốn đèn đều sáng thì số lần rơi vào bốn vị trí phải đều lẻ.

$$3, 1, 1, 1$$

Tổng số lần là 6 nên dạng số lần phải là: $3, 1, 1, 1$.

Số cách chọn vị trí xuất hiện 3 lần là 4 cách.

$$\frac{6!}{3!1!1!1!} = 120$$

Với mỗi cách, số chuỗi thả bóng là: $4 \cdot 120 = 480$.

$$4 \cdot 120 = 480$$

Vậy số chuỗi làm cả 4 đèn sáng sau 6 lần là: $480 - 96 = 384$.

$$A, B, C, D$$

Tuy nhiên, nếu sau 4 lần đầu bóng đã rơi đủ vào A, B, C, D thì trò chơi đã kết thúc ở lần thứ 4. Trường hợp này cần loại.

$$4! \cdot 4 = 24 \cdot 4 = 96$$

Số chuỗi kết thúc ở lần 4 rồi sau đó vẫn sáng ở lần 6: $480 - 96 = 384$.

$$480 - 96 = 384$$

Vậy số chuỗi kết thúc đúng ở lần 6 là: $4^6 = 4096$.

$$4^6 = 4096$$

Tổng số chuỗi sau 6 lần là: $\frac{384}{4096} = \frac{3}{32}$.

$$\frac{384}{4096} = \frac{3}{32}$$

Xác suất cần tìm: $a = 3, b = 32$.

$$a = 3, b = 32$$

Do đó: $a + b = 35$.

$$a + b = 35$$

Vậy: $\frac{3}{32}$.

Đáp án: 35.

Câu 2

$$x = AB \quad 0 \leq x \leq 30$$

Gọi , với .

$$AF = 12m \quad CD = 6m \quad AC = 30m$$

Mặt đáy là hình thang vuông, có: , , .

B

$$BE = 12 - \frac{x}{5}$$

Chiều rộng của đường hầm tại vị trí giảm tuyến tính từ 12 m xuống 6 m, nên: .

$$BE = w$$

Đặt .

AC

BE

Xét thiết diện vuông góc với . Theo giả thiết, thiết diện được giới hạn bởi parabol, đoạn và đoạn BG $BE = BG = w$, trong đó .

w^2

Ta chứng minh được diện tích thiết diện bằng .

$$EH = t \quad SH = 2t$$

$$y = 2t - \frac{2}{t} X^2$$

Thật vậy, đặt , . Khi chọn hệ trục trong mặt phẳng thiết diện, parabol có dạng: .

G

$$BG = BE$$

$$BE = BG = \frac{3t}{2}$$

Điểm thuộc parabol và dẫn đến: .

$$S = \int_{-t}^t \left(2t - \frac{2}{t} X^2 \right) dX = \frac{9t^2}{4}$$

Diện tích thiết diện là: .

$$w = \frac{3t}{2} \quad S = w^2$$

Mà nên: .

$$V = \int_0^{30} \left(12 - \frac{x}{5} \right)^2 dx$$

Vậy thể tích đường hầm là: .

$$V = 30 \cdot \frac{12^2 + 12 \cdot 6 + 6^2}{3}$$

Tính được:

$$V = 30 \cdot \frac{144 + 72 + 36}{3} = 2520$$

Đáp án: 2520 m³.

Câu 3

Gọi diện tích khai thác trong năm đầu là a .

Nếu khai thác không đổi thì sau 40 năm hết rừng, nên tổng diện tích rừng ban đầu là $40a$.

Thực tế, diện tích khai thác tăng 5% mỗi năm.

Sau n năm, tổng diện tích khai thác là cấp số nhân: $a + a \cdot 1,05 + a \cdot 1,05^2 + \dots + a \cdot 1,05^{n-1}$.

$$a \cdot \frac{1,05^n - 1}{1,05 - 1}$$

Tổng này bằng:

$$a \cdot \frac{1,05^n - 1}{0,05} \geq 40a$$

Cần:

$$a > 0 \quad \frac{1,05^n - 1}{0,05} \geq 40$$

Chia hai vế cho:

$$1,05^n - 1 \geq 2$$

Suy ra:

$$1,05^n \geq 3$$

$$n \geq \frac{\ln 3}{\ln 1,05} \approx 22,52$$

Do đó:

$$n \approx 23$$

Làm tròn đến hàng đơn vị:

Đáp án: 23 năm.

Câu 4

Gọi x là số drone sản xuất và bán hết trong một quý.

$$R = x(150 - 0,2x) = 150x - 0,2x^2$$

Doanh thu: triệu đồng.

Chi phí cố định là 2 tỉ đồng, tức 2000 triệu đồng.

$$x \leq 150$$

Trường hợp 1:

Chi phí linh kiện là $70x$ triệu đồng.

$$L_1 = 150x - 0,2x^2 - 70x - 2000$$

Lợi nhuận trước thuế:

$$L_1 = -0,2x^2 + 80x - 2000$$

$$x = \frac{-80}{2 \cdot (-0,2)} = 200$$

Parabol này có đỉnh tại:

Nhưng $200 > 150$, nên trên đoạn $x \leq 150$, lợi nhuận lớn nhất tại $x = 150$.

$$L_1(150) = -0,2 \cdot 150^2 + 80 \cdot 150 - 2000 = 5500$$

triệu đồng.

$$x > 150$$

Trường hợp 2:

Chi phí linh kiện giảm còn $60x$ triệu đồng.

$$L_2 = 150x - 0,2x^2 - 60x - 2000$$

Lợi nhuận trước thuế:

$$L_2 = -0,2x^2 + 90x - 2000$$

$$x = \frac{-90}{2 \cdot (-0,2)} = 225$$

Parabol đạt giá trị lớn nhất tại:

$$L_2(225) = -0,2 \cdot 225^2 + 90 \cdot 225 - 2000 = 8125$$

Lợi nhuận trước thuế lớn nhất:

triệu đồng.

$$8125 \cdot 80\% = 6500$$

Thuế thu nhập doanh nghiệp là 20%, nên lợi nhuận sau thuế lớn nhất là:

triệu đồng.

Đáp án: 6500 triệu đồng.

Câu 5

Lăng trụ tam giác đều có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB = 2$ và cạnh bên vuông góc với đáy.

$$A(0;0;0) \quad B(2;0;0) \quad C(1;\sqrt{3};0)$$

Đặt: , , .

h

Gọi chiều cao lăng trụ là .

$$B'(2;0;h) \quad C'(1;\sqrt{3};h)$$

Khi đó: , .

$$\overrightarrow{AB'} = (2;0;h)$$

Ta có: .

$$\overrightarrow{BC'} = (-1;\sqrt{3};h)$$

$$AB' \perp BC' \quad \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} = 0$$

Điều kiện nên: .

$$2 \cdot (-1) + 0 \cdot \sqrt{3} + h^2 = 0$$

Suy ra: .

$$h^2 = 2$$

$$h = \sqrt{2}$$

$$S_{\text{đáy}} = \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

Diện tích đáy tam giác đều cạnh 2 là:

$$V = S_{\text{đáy}} \cdot h = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6} \approx 2,45$$

Thể tích lăng trụ:

Đáp án: 2,45.

Câu 6

$$A(0; 0; 300)$$

Máy bay đang ở:

$$O(0; 0; 0)$$

Ra-đa đặt tại:

O

$$x^2 + y^2 + z^2 = 500^2$$

Phạm vi theo dõi là mặt cầu tâm , bán kính 500 km:

$$\vec{u} = (3; 4; 0)$$

$$z = 300$$

Máy bay bay theo hướng nên độ cao không đổi.

$$x^2 + y^2 + 300^2 = 500^2$$

Vị trí cuối cùng còn xuất hiện trên màn hình ra-đa nằm trên mặt cầu:

$$x^2 + y^2 = 500^2 - 300^2 = 250000 - 90000 = 160000$$

Suy ra:

A

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{160000} = 400$$

Khoảng cách từ đến vị trí cuối cùng chính là độ dịch chuyển ngang: km.

Đáp án: 400 km.