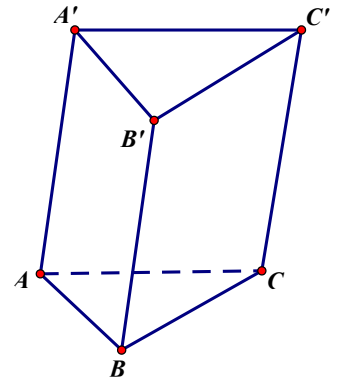


ĐỀ THAM KHẢO

(Đề có 5 trang)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.**Câu 1 .** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.
- C.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$



Câu 2. Cho hình lập phương . Mệnh đề nào sau đây sai

- A.** BD song song với $(A'C'D')$. **B.** BD vuông góc với $(ACC'A')$.
C. BD vuông góc với $(ADD'A')$. **D.** BD song song với $(CB'D')$.

Câu 3. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A.** $[40; 60)$. **B.** $[20; 40)$. **C.** $[60; 80)$. **D.** $[80; 100)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; -3; 5)$ và song

song với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$ có phương trình tham số là

- A.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 3t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = -5 + 4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -5 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 5 + t \end{cases}$.

Câu 5. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A.** $S = 6$ **B.** $S = 7$. **C.** $S = 8$. **D.** $S = 9$.

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

- A.** $q = \frac{1}{2}$. **B.** $q = 2$. **C.** $q = -2$ **D.** $q = -\frac{1}{2}$.

Câu 7. Phương trình $2 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

- A.** $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \operatorname{arccot} \frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 8. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b \ (a < b)$, xung quanh trục Ox .

A. $V = \int_a^b |f(x)| dx$.

B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

C. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.

D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 4z - 5 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) lần lượt là

A. $I(0; -2; 4), R = 5$.

B. $I(0; -1; 2), R = \sqrt{10}$.

C. $I(0; 2; -4), R = 5$.

D. $I(0; 1; -2), R = \sqrt{10}$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 2$ là

A. $x = \frac{8}{5}$.

B. $x = 9$.

C. $x = \frac{9}{5}$.

D. $x = 8$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$

A. 1

B. 4

C. 2

D. 3.

Câu 12. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2\cos x - x + \pi + 2026$

a) $f(\pi) = 2024$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x - 1$.

c) Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là 2.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là

Câu 2. Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức: $N(t) = 100e^{0,012t}$ ($N(t)$ được tính bằng triệu người, $0 \leq t \leq 50$)

a) Dân số của quốc gia vào năm 2030 (làm tròn đến hàng phần nghìn) là: 108,763 (triệu người)

b) Hàm số $N'(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia (tính bằng triệu người/năm), khi đó $N'(t) = 12e^{0,012t}$

c) Dân số của quốc gia này giảm từ năm 2026 đến năm 2046.

d) Vào năm 2040 thì tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm.

Câu 3. Xét hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một điểm trong cùng một ngày. Lúc 9 h sáng, chiếc thứ nhất đang ở vị trí A cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai đang ở vị trí B nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Lấy đơn vị đo trên mỗi trục là km.

a) Tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất lúc 9 h sáng là $A(2;1;0,5)$.

b) Lúc 9 h sáng, khinh khí cầu thứ hai cách vị trí xuất phát hơn 2 km.

c) Lúc 9 h sáng, khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu là 3,92 km (làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Từ 9 h sáng đến 9 h10' sáng, khinh khí cầu thứ nhất đi thẳng về hướng Nam với vận tốc 50 km/h và độ cao không đổi để đến điểm M , khinh khí cầu thứ hai chuyển động thẳng đến điểm N với vận tốc 60 km/h, biết vectơ $\overrightarrow{BN}$

cùng hướng với vectơ $\vec{u}(2;2;1)$. Bỏ qua lực cản của gió, khoảng cách MN là 4,66 km (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Một cửa hàng bán hai loại bóng đèn, trong đó có 65% bóng đèn là màu trắng và 35% bóng đèn là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn từ cửa hàng đó. Xét các biến cố:

A :

“Khách hàng chọn được bóng màu trắng”;

B :

“Khách hàng chọn được bóng không hỏng”;

Khi đó:

$$P(\overline{A}) = 0,65$$

a) .

$$P(B|A) = 0,02$$

b) .

$$P(B|\overline{A}) = 0,3$$

c) .

$$P(B) = 0,9765$$

d) .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong một trò chơi bốc thăm trúng thưởng, luật chơi như sau: Trong một hộp có chứa 25 cái phiếu được đánh số từ 1 đến 25, người chơi được bốc thăm ngẫu nhiên 5 phiếu, nếu tổng bình phương các số trên phiếu bốc được là số chia hết cho 4 thì trúng thưởng. Bạn Hoa là

người đầu tiên bốc thăm, xác suất để Hoa trúng thưởng là $\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $S = b - a$.

Câu 2. Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu triệu đồng để doanh thu là lớn nhất?

Câu 3. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm là sản phẩm loại I và sản phẩm loại II:

- Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2^{kg} nguyên liệu và 30 giờ làm việc, thu lãi được 40 nghìn.
- Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ làm việc, thu lãi được 30 nghìn.

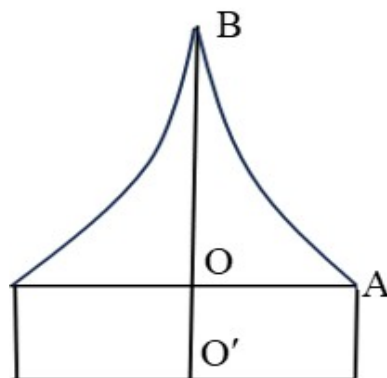
Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tối đa. Lãi thu về từ việc sản xuất hai sản phẩm trên cao nhất là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và DC' bằng?(làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 5. Có 6 ngăn sách được đánh số 1,2,3,4,5,6 và 9 quyển sách Toán khác nhau. Bạn Lan xếp hết 9 quyển sách Toán này vào 6 ngăn sao cho mỗi ngăn có ít nhất một quyển. Các quyển sách được xếp thẳng đứng thành một hàng ngang trong mỗi ngăn (gáy sách quay ra ngoài). Hai cách xếp được gọi là giống nhau nếu: (i) số sách ở từng ngăn là như nhau và (ii) thứ tự từ trái sang phải của các quyển sách trong từng ngăn là như nhau. Gọi

T là số cách xếp đôi một khác nhau của Lan. Tính $\frac{T}{4032}$.

Câu 6. Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn Lan đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO' = 6$ cm, $OA = 10$ cm, $OB = 20$ cm, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm B . Tính thể tích của chiếc mũ (làm tròn đến hàng đơn vị)



HẾT

ĐÁP ÁN

Phần I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	C	B	D	B	B	C	B	B	C	C	A

Phần II.

Câu	a	b	c	d
1	Đ	S	S	Đ
2	Đ	S	S	S
3	Đ	S	Đ	S
4	S	S	S	Đ

Phần III.

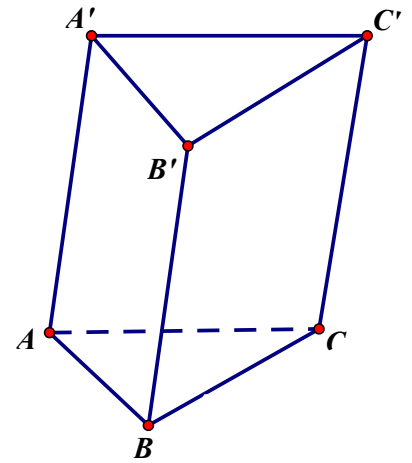
Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	$\frac{66}{3}$	9	2000	$\frac{1,1}{5}$	5040	3142

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1 . Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.
C. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$



Đáp án: C

Câu 2. Cho hình lập phương . Mệnh đề nào sau đây sai

- A.** BD song song với $(A'C'D')$. **B.** BD vuông góc với $(ACC'A')$.
C. BD vuông góc với $(ADD'A')$. **D.** BD song song với $(CB'D')$.

Đáp án: C

Câu 3. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A.** $[40; 60)$. **B.** $[20; 40)$. **C.** $[60; 80)$. **D.** $[80; 100)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $n = 42$

Nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là $Q_1 = x_{11}$

Mà $x_{11} \in [20; 40)$

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là nhóm $[20; 40)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; -3; 5)$ và song

song với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$ có phương trình tham số là

- A.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 3t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = -5 + 4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -5 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 5 + t \end{cases}$.

Lời giải

Đáp án : D

Đường thẳng Δ song song với đường thẳng d nên có vectơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta} = \vec{u}_d = (2; -1; 1)$, và đi qua $M(2; -3; 5)$ nên có phương trình

$$\text{tham số là } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 5 + t \end{cases}.$$

Câu 5. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = 6$

B. $S = 7$.

C. $S = 8$.

D. $S = 9$.

Lời giải

Đáp án: B

Ta có $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = \int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x}\right) dx = \int_1^3 dx + \int_1^3 \frac{2}{x} dx = 2 + 2 \ln|x| \Big|_1^3 = 2 + 2 \ln 3$.

Do đó $a = 2, b = 2, c = 3 \Rightarrow S = 7$.

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

A. $q = \frac{1}{2}$.

B. $q = 2$.

C. $q = -2$

D. $q = -\frac{1}{2}$.

Đáp án: B

Câu 7. Phương trình $2 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \operatorname{arccot} \frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Đáp án : C

Ta có $2 \cot x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} \frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 8. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$, xung quanh trục Ox .

- A. $V = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.

Đáp án: B

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 4z - 5 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) lần lượt là

- A. $I(0; -2; 4), R = 5$. B. $I(0; -1; 2), R = \sqrt{10}$.
C. $I(0; 2; -4), R = 5$. D. $I(0; 1; -2), R = \sqrt{10}$.

Lời giải

Đáp án: B

Ta xác định các hệ số tương ứng như sau: $a = 0; b = \frac{2}{-2} = -1; c = \frac{-4}{-2} = 2; d = -5$.

Tọa độ tâm $I(0; -1; 2)$.

Bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{10}$.

Vậy tâm $I(0; -1; 2)$ và $R = \sqrt{10}$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x) = 2$ là

- A. $x = \frac{8}{5}$. B. $x = 9$. C. $x = \frac{9}{5}$. D. $x = 8$.

Lời giải

Đáp án: C

TXĐ: $D = (0; +\infty)$.

Ta có: $\log_3(5x) = 2 \Leftrightarrow 5x = 3^2 \Leftrightarrow x = \frac{9}{5}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$

A. 1

B. 4

C. 2

D. 3.

Lời giải

Đáp án : C

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1 \Rightarrow$ đồ thị có 2 tiệm cận ngang là $y = \pm 1$

Câu 12. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Đáp án: A

Đáy hình lăng trụ là tam giác đều cạnh bằng 3 nên $S = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của hình lăng trụ bằng $h = 3$

Thể tích $V = S.h = \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2\cos x - x + \pi + 2026$

a) $f(\pi) = 2024$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x - 1$.

c) Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là 2.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là

a) **Đúng:** $f(\pi) = 2024$

b) **Sai.** $f'(x) = -2 \sin x - 1$

c) **Sai:** $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{6}$

d) **Đúng:** $f\left(\frac{-\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2} + 2026$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} + 2026$, $f\left(\frac{-\pi}{6}\right) = \sqrt{3} + \frac{7\pi}{6} + 2026$

Do đó, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{2} + 2026$

Câu 2. Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức: $N(t) = 100e^{0,012t}$ ($N(t)$ được tính bằng triệu người, $0 \leq t \leq 50$)

a) Dân số của quốc gia vào năm 2030 (làm tròn đến hàng phần nghìn) là: 108,763 (triệu người)

b) Hàm số $N'(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia (tính bằng triệu người/năm), khi đó $N'(t) = 12e^{0,012t}$

c) Dân số của quốc gia này giảm từ năm 2026 đến năm 2046.

d) Vào năm 2040 thì tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm.

Lời giải

a) Đúng: Dân số của quốc gia vào năm 2030 là: $N(7) = 100e^{0,012 \cdot 7} = 100e^{0,084} = 108,763$ (triệu người)

b) Sai : $N'(t) = 0,012 \cdot 100e^{0,012t} = 1,2e^{0,012t}$

c) Sai: $N'(t) = 0,012 \cdot 100e^{0,012t} = 1,2e^{0,012t} > 0, \forall t \geq 0$ nên số dân luôn tăng từ năm 2026 đến năm 2046.

d) Sai.

Ta có: $N'(t) = 1,2e^{0,012t}$

Với tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm ta có:

$$1,6 = 1,2e^{0,012t} \Leftrightarrow e^{0,012t} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow t = \frac{250 \ln \frac{4}{3}}{3} \approx 23,97$$

Vào năm 2047 thì tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm.

Câu 3. Xét hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một điểm trong cùng một ngày. Lúc 9 h sáng, chiếc thứ nhất đang ở vị trí A cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,5$ km. Chiếc thứ hai đang ở vị trí B nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và $1,5$ km về phía tây đồng thời cách mặt đất $0,8$ km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (như hình vẽ). Lấy đơn vị đo trên mỗi trục là km.

a) Tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất lúc 9 h sáng là $A(2;1;0,5)$.

b) Lúc 9 h sáng, khinh khí cầu thứ hai cách vị trí xuất phát hơn 2 km.

c) Lúc 9 h sáng, khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu là 3,92 km (làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Từ 9 h sáng đến 9 h10' sáng, khinh khí cầu thứ nhất đi thẳng về hướng Nam với vận tốc 50 km/h và độ cao không đổi để đến điểm M , khinh khí cầu thứ hai chuyển động thẳng đến điểm N với vận tốc 60 km/h, biết vectơ $\overrightarrow{BN}$ cùng hướng với vectơ $\vec{u}(2;2;1)$. Bỏ qua lực cản của gió, khoảng cách MN là $4,66$ km (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Đúng.

Vị trí của khinh khí cầu thứ nhất lúc 9 giờ sáng là $A(x_A, y_A, z_A)$, biết:

+) A cách điểm xuất phát 2 km về phía Nam $\Rightarrow x_A = 2$.

+) 1 km về phía Đông $\Rightarrow y_A = 1$.

+) cách mặt đất $0,5$ km $\Rightarrow z_A = 0,5$.

Vậy $A(2;1;0,5)$.

b) Sai.

Dựa vào giả thiết, ta có $B(-1;-1,5;0,8) \Rightarrow OB = \frac{\sqrt{389}}{10} \approx 1,97$

c) Đúng.

Lúc 9 giờ sáng, khoảng cách giữa hai kinh khí cầu bằng
 $AB = \sqrt{(-3)^2 + (-2,5)^2 + 0,3^2} \approx 3,92 \text{ (km)}$.

d) Sai.

Để tính được khoảng cách MN , ta cần tìm được toạ độ của điểm M và N lúc 9 giờ 10 phút sáng.

+) Tìm điểm $M(x_M, y_M, z_M)$:

Ta có kinh khí cầu thứ nhất di chuyển thẳng đều về phía Nam (tức tung độ của kinh khí cầu không đổi $\Leftrightarrow y_M = 1$) với vận tốc 50 km/h suy ra từ 9 giờ sáng đến 9 giờ 10 phút sáng, kinh khí cầu đi được $50 \cdot \frac{1}{6} = \frac{25}{3} \text{ (km)}$ $\Rightarrow x_M = 2 + \frac{25}{3} = \frac{31}{3}$.

Và cao độ không đổi $\Rightarrow z_M = 0,5$.

Vậy điểm $M\left(\frac{31}{3}; 1; 0,5\right)$.

+) Tìm điểm $N(x_N, y_N, z_N)$:

Vì vectơ $\overrightarrow{BN}$ cùng hướng với vectơ $\vec{u}(2; 2; 1)$, nên suy ra $\overrightarrow{BN} = k \cdot \vec{u} (k > 0)$.

Kinh khí cầu thứ hai chuyển động thẳng đều đến điểm N với vận tốc 60 km/h , nên trong khoảng thời gian từ 9 giờ sáng đến 9 giờ 10 phút sáng

kinh khí cầu đi được 1 đoạn $BN = 60 \cdot \frac{1}{6} = 10$

$$\Leftrightarrow k\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 10 \Leftrightarrow k = \frac{10}{3} \quad \overrightarrow{BN} = (x_N + 1; y_N + 1,5; z_N - 0,8) = \left(\frac{20}{3}; \frac{20}{3}; \frac{10}{3}\right) \quad N\left(\frac{17}{3}; \frac{31}{6}; \frac{62}{15}\right)$$

Suy ra $MN = \sqrt{\left(\frac{17}{3} - \frac{31}{3}\right)^2 + \left(\frac{31}{6} - 1\right)^2 + \left(\frac{62}{15} - 0,5\right)^2} \approx 7,23$.

Câu 4. Một cửa hàng bán hai loại bóng đèn, trong đó có 65% bóng đèn là màu trắng và 35% bóng đèn là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn từ cửa hàng đó. Xét các biến cố:

A :

“Khách hàng chọn được bóng màu trắng”;

B :

“Khách hàng chọn được bóng không hỏng”;

Khi đó:

$$P(\overline{A}) = 0,65$$

a) .

$$P(B|A) = 0,02$$

b) .

$$P(B|\overline{A}) = 0,3$$

c) .

$$P(B) = 0,9765$$

d) .

Lời giải

a) Sai. Ta có $P(A) = 0,65$ nên $P(\overline{A}) = 0,35$.

b) Sai. Vì các bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% nên $P(\overline{B}|A) = 0,02$, suy ra $P(B|A) = 1 - P(\overline{B}|A) = 1 - 0,02 = 0,98$.

c) Sai. Vì các bóng đèn màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3% nên $P(\overline{B}|\overline{A}) = 0,03$, suy ra $P(B|\overline{A}) = 1 - P(\overline{B}|\overline{A}) = 1 - 0,03 = 0,97$.

d) Đúng. Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\overline{A}).P(B|\overline{A}) = 0,65.0,98 + 0,35.0,97 = 0,9765$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong một trò chơi bốc thăm trúng thưởng, luật chơi như sau: Trong một hộp có chứa 25 cái phiếu được đánh số từ 1 đến 25, người chơi được bốc thăm ngẫu nhiên 5 phiếu, nếu tổng bình phương các số trên phiếu bốc được là số chia hết cho 4 thì trúng thưởng. Bạn Hoa là

người đầu tiên bốc thăm, xác suất để Hoa trúng thưởng là $\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $S = b - a$.

Lời giải

Đáp án : 663

Gọi 5 số mà bạn Hoa bốc trúng là c,d,e,g,h.

Theo đề ta có: $c^2 + d^2 + e^2 + g^2 + h^2$ phải chia hết cho 4.

Ta thấy, nếu số lẻ bình phương khi chia 4 dư 1, nếu số chẵn bình phương khi chia 4 dư 0. Từ đó ta có các trường hợp để bạn Hoa trúng thử như sau:

Trường hợp 1: Số cách chọn 5 số đều là số chẵn : C_{12}^5

Trường hợp 2: Số cách chọn 5 số trong đó có 4 số lẻ và 1 số chẵn : $C_{13}^4 \cdot C_{12}^1$

Vậy xác suất để bạn Hoa trúng thưởng là
$$P = \frac{C_{12}^5 + C_{13}^4 \cdot C_{12}^1}{C_{25}^5} = \frac{142}{805} = \frac{a}{b}$$

Nên $S = b - a = 805 - 142 = 663$.

Câu 2. Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu triệu đồng để doanh thu là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 9

Gọi x là số lần tăng giá 100 nghìn đồng. ($0 < x < 100$)

Khi đó, số căn được cho thuê là: $100 - x$ (căn)

Tổng số tiền thu được trong một tháng là:

$$R(x) = (100 - x)(8000000 + 100000x) = 100000(100 - x)(80 + x) = 100000(-x^2 + 20x + 8000)$$

$$R'(x) = 100000(-2x + 20)$$

$$R'(x) = 100000(-2x + 20) = 0 \Leftrightarrow x = 10 \text{ (thỏa mãn)}$$

x	0	10	100
$R'(x)$	+	0	-
$R(x)$	8000000000	$R(10)$	0

Vậy để thu được doanh thu là lớn nhất thì người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là: $8000000 + 100000 \cdot 10 = 9000000$ (đồng) = 9 triệu đồng.

Câu 3. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm là sản phẩm loại I và sản phẩm loại II:

- Mỗi kg sản phẩm loại I cần $2kg$ nguyên liệu và 30 giờ làm việc, thu lãi được 40 nghìn.

- Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ làm việc, thu lãi được 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tối đa. Lãi thu về từ việc sản xuất hai sản phẩm trên cao nhất là bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Đáp án: 2000

Gọi x, y lần lượt là số kg sản phẩm loại I và loại II mà xưởng sản xuất được.

Tổng nguyên liệu được dùng là $2x + 4y (kg)$;

Tổng thời gian sản xuất là $30x + 15y$ (giờ); $x, y \geq 0$.

$$\begin{cases} 2x + 4y \leq 200 \\ 30x + 15y \leq 1200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y \leq 100 \\ 2x + y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Ta có hệ bất phương trình:

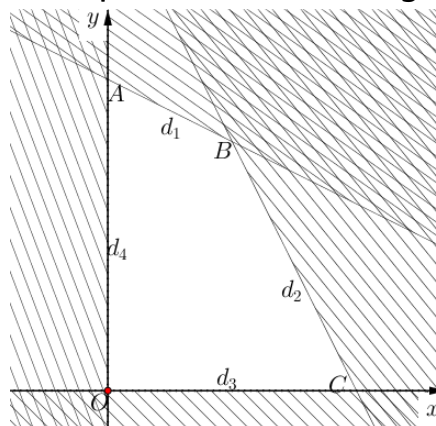
Vẽ trên cùng hệ trục các đường thẳng

$$d_1: x + 2y = 100, d_2: 2x + y = 80, d_3: y = 0, d_4: x = 0$$

Ta có điểm $M(1;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình vì khi

$$\begin{cases} 1 + 2 \cdot 1 \leq 100 \\ 2 \cdot 1 + 1 \leq 80 \\ 1 \geq 0 \\ 1 \geq 0 \end{cases}$$

thay tọa độ điểm này vào hệ: (đúng)



Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ (nửa mặt phẳng có bờ là các đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4 và

không chứa điểm M). Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình chính là miền của tứ giác $OABC$ (kể cả các cạnh của tứ giác đó) với $O(0;0), A(0;50), B(20;40), C(40;0)$.

Lãi thu về từ việc sản xuất hai sản phẩm: $F(x; y) = 40x + 30y$ (nghìn đồng).

Tại $O(0;0)$, ta có $F(0;0) = 0$;

Tại $A(0;50)$, ta có $F(0;50) = 1500$;

Tại $B(20;40)$, ta có $F(20;40) = 2000$;

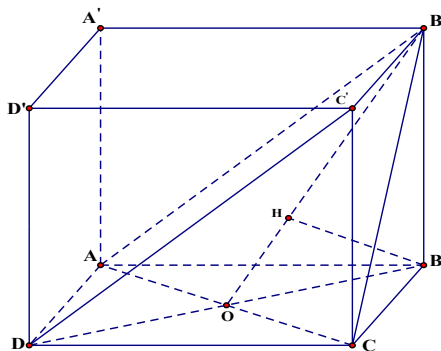
Tại $C(40;0)$, ta có $F(40;0) = 1600$.

Vậy lãi suất cao nhất thu được bằng 2000 nghìn đồng.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và DC' bằng?(làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 1,15



Gọi $O = AC \cap BD$. Kẻ $BH \perp B'O$ ($H \in B'O$).

Ta có $AC \perp BB'$ và $AC \perp BO$ nên $AC \perp (BB'O)$ và do đó $AC \perp BH$. Từ đó suy ra

$BH \perp (AB'C)$. Từ liên hệ $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BO^2} + \frac{1}{BB'^2}$ ta tính được $BH = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Ta lại có $DC' \parallel AB'$ nên $DC' \parallel (AB'C)$.

Do đó $d(DC', AC) = d(DC', (AB'C)) = d(D, (AB'C)) = d(B, (AB'C)) = BH = \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx 1.15$

Câu 5. Có 6 ngăn sách được đánh số 1,2,3,4,5,6 và 9 quyển sách Toán khác nhau. Bạn Lan xếp hết 9 quyển sách Toán này vào 6 ngăn sao cho mỗi ngăn có ít nhất một quyển. Các quyển sách được xếp thẳng đứng thành một hàng ngang trong mỗi ngăn (gáy sách quay ra ngoài). Hai cách xếp được gọi là giống nhau nếu: (i) số sách ở từng ngăn là như

nhau và (ii) thứ tự từ trái sang phải của các quyển sách trong từng ngăn là như nhau. Gọi

T là số cách xếp đôi một khác nhau của Lan. Tính $\frac{T}{4032}$.

Lời giải:

Đáp án: 5040

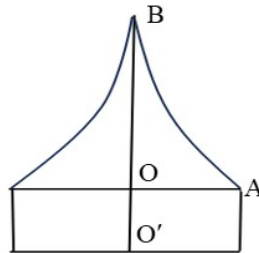
Xếp 9 quyển sách Toán khác nhau thành một hàng có $9!$ cách.

Chia hàng đó thành 6 đoạn liên tiếp không rỗng (tương ứng 6 ngăn), số cách chia là chọn 5 vách ngăn trong 8 khoảng giữa 9 quyển, tức $C_8^5 = 56$.

Vậy $T = 9! \cdot C_8^5 = 20321280$

Suy ra $\frac{T}{4032} = \frac{20321280}{4032} = 5040$.

Câu 6. Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn Lan đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO' = 6$ cm, $OA = 10$ cm, $OB = 20$ cm, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm B . Tính thể tích của chiếc mũ (làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Đáp án: 3142

Ta gọi thể tích của chiếc mũ là V .

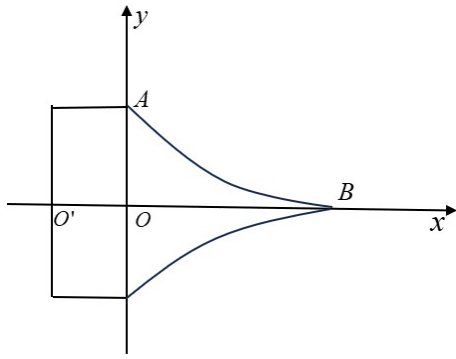
Thể tích của khối trụ có bán kính đáy bằng $OA = 10$ cm và đường cao $OO' = 6$ cm là V_1 .

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong AB và hai trục tọa độ quanh trục Ox là V_2 .

Ta có $V = V_1 + V_2$

$$V_1 = 6 \cdot 10^2 \pi = 600\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Do parabol có đỉnh $B(20;0)$ nên nó có phương trình dạng $(P): y = a(x - 20)^2$.

Vì (P) qua điểm $A(0;10)$ nên $a = \frac{1}{40}$. Do đó, $(P): y = \frac{1}{40}(x - 20)^2$.

Suy ra $V_2 = \pi \int_0^{20} \left[\frac{1}{40}(x - 20)^2 \right]^2 dx = 400\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$

Do đó $V = V_1 + V_2 = 600\pi + 400\pi = 1000\pi \approx 3142 \text{ (cm}^3\text{)}.$

HẾT