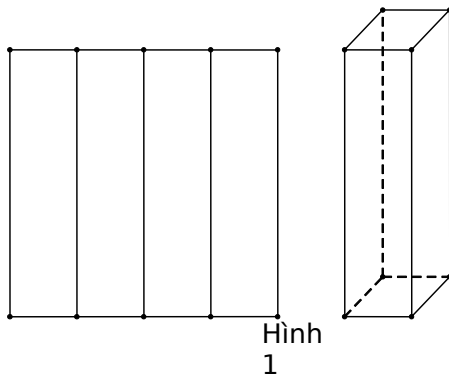
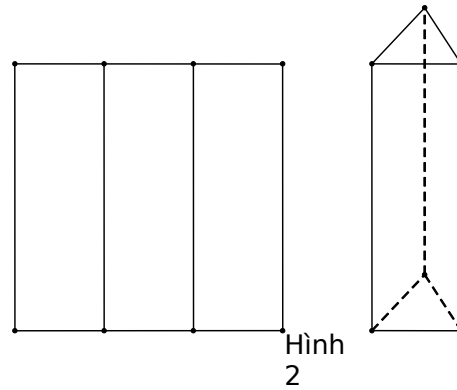


ỨNG DỤNG CỦA THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

Câu 141. Từ một mảnh giấy hình vuông cạnh a , người ta gấp thành hình lăng trụ theo hai cách sau:

- Cách 1. Gấp thành 4 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tứ giác đều có thể tích là V_1 (Hình 1).
- Cách 2. Gấp thành 3 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tam giác đều có thể tích là V_2 (Hình 2).



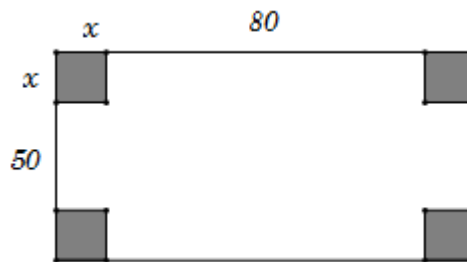
Tính tỉ số $k = \frac{V_1}{V_2}$.

- A. $k = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $k = \frac{4\sqrt{3}}{9}$. C. $k = \frac{3\sqrt{3}}{4}$. D. $k = \frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 142. Một người cần làm một hình lăng trụ tam giác đều từ tấm nhựa phẳng để có thể tích là $6\sqrt{3}\text{cm}^3$. Để ít hao tốn vật liệu nhất thì cần tính độ dài các cạnh của khối lăng trụ tam giác đều này bằng bao nhiêu?

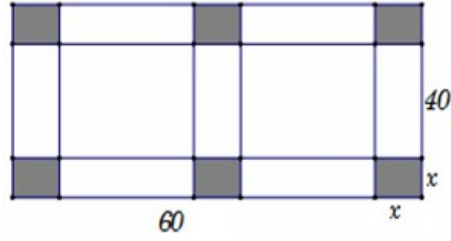
- A. Cạnh đáy bằng $2\sqrt{6}\text{cm}$ và cạnh bên bằng 1cm .
 B. Cạnh đáy bằng $2\sqrt{3}\text{cm}$ và cạnh bên bằng 2cm .
 C. Cạnh đáy bằng $2\sqrt{2}\text{cm}$ và cạnh bên bằng 3cm .
 D. Cạnh đáy bằng $4\sqrt{3}\text{cm}$ và cạnh bên bằng $\frac{1}{2}\text{cm}$.

Câu 143. Cho một tấm nhôm hình chữ nhật có kích thước $80\text{cm} \times 50\text{cm}$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(\text{cm})$, rồi gấp tấm nhôm lại thì được một cái thùng không nắp dạng hình hộp. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của hộp tạo thành.



- A. $V_{\max} = 18000\text{cm}^3$. B. $V_{\max} = 28000\text{cm}^3$.
 C. $V_{\max} = 38000\text{cm}^3$. D. $V_{\max} = 8000\text{cm}^3$.

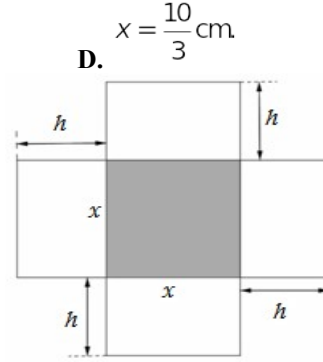
Câu 144. Cho một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước $60\text{cm} \times 40\text{cm}$. Người ta cắt 6 hình vuông bằng nhau như hình vẽ, mỗi hình vuông cạnh bằng $x\text{cm}$, rồi gấp tấm bìa lại để được một hộp có nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



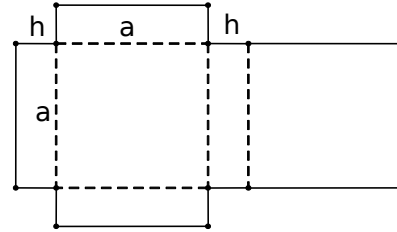
- A. $x = \frac{20}{3}$ cm. B. $x = 4$ cm. C. $x = 5$ cm.

Câu 145. Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), chiều cao là h (cm) và thể tích là 500cm^3 . Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.

- A. $x = 2$ cm. B. $x = 3$ cm.
C. $x = 5$ cm. D. $x = 10$ cm.



Câu 146. Một người đã cắt tám bìa các tông và đặt kích thước như hình vẽ. Sau đó bạn ấy gấp theo đường nét đứt thành cái hộp hình hộp chữ nhật. Hình hộp có đáy là hình vuông cạnh a (cm), chiều cao h (cm) và diện tích toàn phần bằng 6m^2 . Tổng $(a+h)$ bằng bao nhiêu để thể tích hộp là lớn nhất.



- A. $a+h = 2$ cm. B. $a+h = 3$ cm. C. $a+h = 4$ cm. D. $a+h = 6$ cm.

Câu 147. Một xưởng sản xuất những thùng bằng nhôm hình hộp chữ nhật không nắp và có các kích thước x, y, z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x:y = 1:3$, thể tích khối hộp bằng 18dm^3 . Để tốn ít vật liệu nhất thì tổng $x+y+z$ bằng:

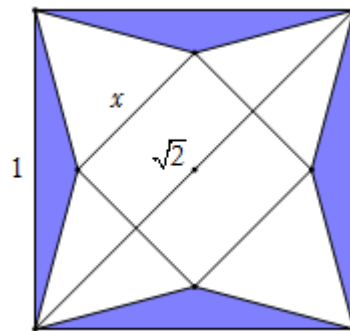
- A. 10dm. B. $\frac{19}{2}$ dm. C. 26dm. D. $\frac{26}{3}$ dm.

Câu 148. Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao là 60cm, thể tích 96000cm^3 . Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70.000 đồng/ m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100.000 đồng/ m^2 . Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

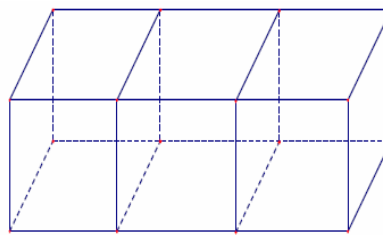
- A. 320.000 đồng. B. 32.000 đồng. C. 83.200 đồng. D. 68.800 đồng.

Câu 149. Người ta cắt một tờ giấy hình vuông cạnh bằng 1 để gấp thành một hình chóp tứ giác đều sao cho bốn đỉnh của hình vuông dán lại thành đỉnh của hình chóp như hình vẽ. Để thể tích khối chóp lớn nhất thì cạnh đáy x của hình chóp bằng:

- A. $x = \frac{\sqrt{2}}{5}$. B. $x = \frac{2\sqrt{2}}{5}$.
C. $x = 2\sqrt{2}$. D. $x = \frac{2}{5}$.



Câu 150. Một người xây nhà xưởng hình hộp chữ nhật có diện tích mặt sàn là 1152m^2 và chiều cao cố định. Người đó xây các bức tường xung quanh và bên trong để ngăn nhà xưởng thành ba phòng hình chữ nhật có kích thước như nhau (không kể trần nhà). Vậy cần phải xây các phòng theo kích thước nào để tiết kiệm chi phí nhất (bỏ qua độ dày các bức tường).



- A. 16m' 24m. B. 8m' 48m. C. 12m' 32m. D. 24m' 32m.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

Câu 141. Gọi cạnh hình vuông là a .

Khi đó $V_1 = \frac{a^3}{4} = \frac{a^3}{16}$ và $V_2 = \frac{a^3}{4} = \frac{a^3}{36}$. Suy ra $k = \frac{V_1}{V_2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$. **Chọn C.**

Câu 142. Giả sử hình lăng trụ tam giác đều cần làm là $ABC.A'B'C'$ có độ dài $AB = x$, $AA' = h$.

Khi đó $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$ và $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2h$.
Theo giả thiết $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2h = 6\sqrt{3} \Rightarrow h = \frac{24}{x^2}$.

Để ít tốn vật liệu nhất thì diện tích toàn phần của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là nhỏ nhất.

Gọi S_{tp} là tổng diện tích các mặt của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, ta có

$$S_{\text{tp}} = 2S_{\triangle ABC} + 3S_{\text{ABB}'C'} = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + 3hx = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{72}{x}.$$

Khảo sát $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{72}{x}$ trên $(0; +\infty)$, ta được $f(x)$ nhỏ nhất khi $x = 2\sqrt{3}$.

Với $x = 2\sqrt{3}\text{cm}$ và $h = 2\text{cm}$. **Chọn B.**

Câu 143. Hình hộp được tạo thành có kích thước: chiều dài $80 - 2x(\text{cm})$, chiều rộng $50 - 2x(\text{cm})$, chiều cao $x(\text{cm})$.

Suy ra thể tích thùng tạo thành $V = x(80 - 2x)(50 - 2x) = 4x^3 - 260x^2 + 4000x$.

Khảo sát $f(x) = 4x^3 - 260x^2 + 4000x$ trên $(0; 25)$, được $\max_{(0; 25)} f(x) = f(10) = 18000\text{cm}^3$.

Chọn A.

Câu 144. Các kích thước khối hộp lần lượt là: $\frac{60 - 3x}{2}$; $40 - 2x$; x .

Khi đó $V_{\text{hộp}} = \frac{60 - 3x}{2} \cdot (40 - 2x) \cdot x = 3x^3 - 120x^2 + 1200x = f(x)$.

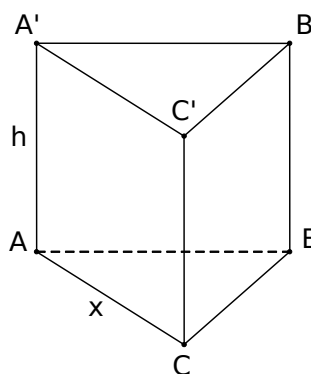
Khảo sát hàm $f(x)$ với $0 < x < 20$, ta được $f(x)$ lớn nhất khi $x = \frac{20}{3}$. **Chọn A.**

$$V = x \cdot x \cdot h = x^2h = 500 \Rightarrow h = \frac{500}{x^2}.$$

Câu 145. Thể tích khối hộp

Để chiếc hộp làm ra ít tốn bìa các tông nhất khi và chỉ khi diện tích toàn phần của hộp là nhỏ nhất.

Diện tích toàn phần của hộp (không nắp) $S_{\text{tp}} = S_{\text{day}} + S_{\text{xung quanh}} = x \cdot x + 4 \cdot hx = x^2 + 4hx$



$$x^2 + 4x \cdot \frac{500}{x^2} = x^2 + \frac{2000}{x} = x^2 + \frac{1000}{x} + \frac{1000}{x} \stackrel{\text{Cos}_3}{=} 3\sqrt[3]{1000^2}.$$

$$\hat{=} x^2 = \frac{1000}{x} = \frac{1000}{x} \hat{=} x^3 = 1000 \hat{=} x = 10.$$

Dấu "=" xảy ra

Chọn D.

$$f(x) = x^2 + \frac{2000}{x} \text{ với } x > 0.$$

Cách 2. Xét hàm

$$S_{\text{tp}} = 4ah + 2a^2 = 6 \text{ p } h = \frac{6 - 2a^2}{4a}.$$

Câu 46. Diện tích toàn phần

$$V = a \cdot a \cdot h = a^2 \cdot \frac{6 - 2a^2}{4a} = \frac{6a - 2a^3}{4}.$$

Thể tích khối hộp chữ nhật:

$$\text{Khảo sát hàm } f(a) = \frac{6a - 2a^3}{4} \text{ trên } (0; \sqrt{3}), \text{ ta được } f(a) \text{ lớn nhất tại } a = 1.$$

$$\text{Với } a = 1 \text{ p } h = 1 \text{ p } a + h = 2 \text{ cm. } \textbf{Chọn A.}$$

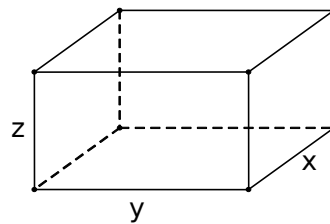
$$\textbf{Câu 147.} \text{ Ta có } x : y = 1 : 3 \text{ p } y = 3x.$$

$$xyz = 18 \text{ p } z = \frac{6}{x^2}.$$

Theo giả thiết, ta có

Tổng diện tích vật liệu (nhôm) cần dùng là:

$$S_{\text{tp}} = S_{\text{day}} + S_{\text{xung quanh}} \text{ (do hộp không nắp)}$$



$$= xy + 2(xz + yz) = x \cdot 3x + 2 \left(x \cdot \frac{6}{x^2} + 3x \cdot \frac{6}{x^2} \right) = 3x^2 + \frac{48}{x}.$$

$$\text{Xét hàm } f(x) = 3x^2 + \frac{48}{x} \text{ trên } (0; +\infty), \text{ ta được } f(x) \text{ nhỏ nhất khi } x = 2.$$

$$\text{Khi } x = 2 \text{ p } y = 6, z = \frac{3}{2} \text{ p } x + y + z = \frac{19}{2} \text{ dm.}$$

Khi

Chọn A.

$$3x^2 + \frac{48}{x} = 3x^2 + \frac{8}{x} + \frac{8}{x} \stackrel{\text{Cos}_3}{=} 3 \cdot 3 \sqrt[3]{x^2 \cdot \frac{8}{x} \cdot \frac{8}{x}} = 36.$$

Cách 2. BĐT Côsi

$$\hat{=} x^2 = \frac{8}{x} = \frac{8}{x} \text{ p } x = 2.$$

Dấu "=" xảy ra

Câu 148. Gọi $x(m)$, $y(m)$ ($x > 0, y > 0$) là chiều dài và chiều rộng của đáy bể.

$$0,6xy = 0,096 \text{ p } y = \frac{0,16}{x}.$$

Theo giả thiết, ta có:

$$S_{\text{day}} = xy = x \cdot \frac{0,16}{x} = 0,16$$

Diện tích mặt đáy:

$$\frac{3}{4} \text{ p } \text{ giá tiền } 0,16 \cdot 100.000 = 16.000 \text{ đồng.}$$

$$S_{\text{xung quanh}} = 2x \cdot 0,6 + 2y \cdot 0,6 = 1,2x + \frac{0,16}{x}$$

Diện tích xung quanh:

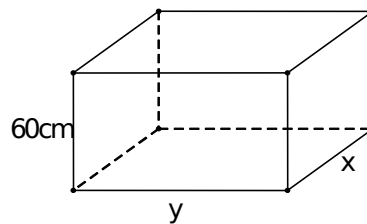
$$1,2x + \frac{0,16}{x} \cdot 70000 = 84000x + \frac{0,16}{x} \text{ đồng.}$$

$\frac{3}{4} \text{ p } \text{ giá tiền}$

$$f(x) = 84000x + \frac{0,16}{x} + 16000$$

Suy ra tổng chi phí

$$\stackrel{\text{Cos}_3}{=} 84000 \cdot 2 \sqrt{x \cdot \frac{0,16}{x}} + 16000 = 83.200 \text{ đồng. } \textbf{Chọn C.}$$



Câu 149. Ta có

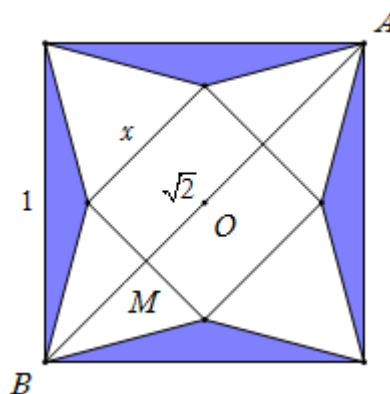
$$BM = BO - MO = \frac{1}{2}AB - MO = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{x}{2}$$

Chiều cao của hình chóp:

$$h = \sqrt{BM^2 - MO^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1 - x\sqrt{2}}{2}}$$

Suy ra thể tích của khối chóp:

$$V = \frac{1}{3}x^2 \sqrt{\frac{1 - x\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{x^4 - x^5\sqrt{2}}{2}}$$

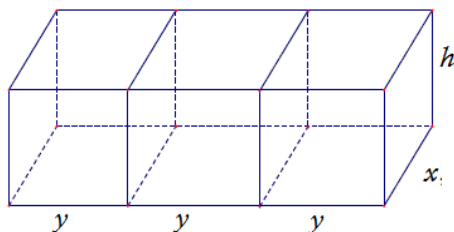


Khảo sát hàm $f(x) = x^4 - x^5\sqrt{2}$ trên $\left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$, ta được $f(x)$ lớn nhất khi $x = \frac{2\sqrt{2}}{5}$.

Chọn B.

Cách làm trắc nghiệm. Đầu tiên ta loại đáp án C do vào hàm số $f(x) = x^4 - x^5\sqrt{2}$. So sánh kết quả nào lớn nhất ta chọn. Nếu đề bài hỏi giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp thì ta không làm theo cách này được.

Câu 150. Đặt x, y, h lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao mỗi phòng.



$$x \cdot 3y = 1152 \Rightarrow y = \frac{384}{x}$$

Theo giả thiết, ta có

Để tiết kiệm chi phí nhất khi diện tích toàn phần nhỏ nhất.

$$S_{tp} = 4xh + 6yh + 3xy = 4xh + 6 \cdot \frac{384}{x}h + 1152 = 4h \left(x + \frac{576}{x} \right) + 1152$$

Ta có

Vì h không đổi nên S_{tp} nhỏ nhất khi $f(x) = x + \frac{576}{x}$ (với $x > 0$) nhỏ nhất.

Khảo sát $f(x) = x + \frac{576}{x}$ với $x > 0$, ta được $f(x)$ nhỏ nhất khi $x = 24$ và $y = 16$.

Chọn A.

Cách 2. BĐT Côsi $x + \frac{576}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{576}{x}} = 48$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = \frac{576}{x} \Leftrightarrow x = 24$.