

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Góc có số đo $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là
A. 240° . **B.** 270° . **C.** 72° . **D.** 135° .

Câu 2: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau

Thời gian	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)
Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9

Có bao nhiêu nhân viên có thời gian đi từ nhà đến nơi làm việc là từ 35 đến dưới 40 phút?

A. 9. **B.** 21. **C.** 13. **D.** 37.

Câu 3: Mức thưởng tết (triệu đồng) của các công nhân trong một nhà máy được cho trong bảng sau:

Mức thưởng	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số công nhân	19	30	42	6	3

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm.

A. 16,25. **B.** 20,25. **C.** 21,25. **D.** 15,25.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\sin x = 1$ là

A. $-\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5: Điều tra về chiều cao của 100 học sinh nữ lớp 10 của trường THPT A, ta được kết quả:

Chiều cao (cm)	[150;152)	[152;154)	[154;156)	[156;158)	[158;160)	[160;162)	[162;168)
Số học sinh	5	18	40	25	8	3	1

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng trên là

A. 155. **B.** 155,35. **C.** 155,5. **D.** 154,96.

Câu 6: Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số chẵn. **B.** Hàm số $y = \cot x$ là hàm số chẵn.
C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn. **D.** Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Công thức số hạng tổng quát của (u_n) là

A. $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$. **B.** $u_n = 3 \cdot 2^{n+1}$. **C.** $u_n = 3 \cdot 2^{n+2}$. **D.** $u_n = 3 \cdot 2^n$.

Câu 8: Cho biết $\sin x = \frac{3}{5}$, khi đó $\cos 2x$ bằng

- A. $-\frac{7}{25}$. B. $\frac{7}{25}$. C. $\frac{16}{25}$. D. $-\frac{3}{5}$.

Câu 9: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n + 1$ là cấp số cộng. Khi đó công sai của dãy số bằng
 A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

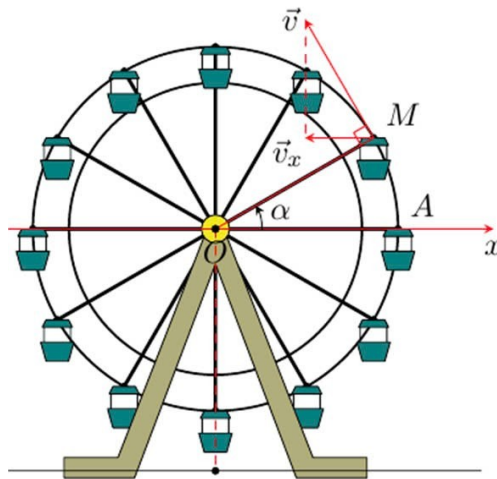
Câu 10: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{(-1)^n}{2^n + 1} (n \in \mathbb{N}^*)$. Số hạng thứ 6 của dãy số bằng
 A. $\frac{1}{65}$. B. $\frac{6}{13}$. C. $\frac{6}{65}$. D. $\frac{1}{13}$.

Câu 11: Phương trình $\cot x = \sqrt{3}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2\pi; 3\pi]$?
 A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.

Câu 12: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -4$ và số hạng thứ ba $u_3 = 2$. Gọi S_6 là tổng 6 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. $S_6 = -21$. B. $S_6 = 69$. C. $S_6 = 21$. D. $S_6 = -69$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Khi đu quay hoạt động, vận tốc theo phương ngang của một cabin M phụ thuộc vào góc lượng giác $\alpha = (\vec{Ox}, \vec{OM})$ theo hàm số $v_x = 0,3 \sin \alpha$ (m/s) (tham khảo hình vẽ). Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) [NB] Giá trị lớn nhất của v_x bằng 0,3 (m/s).
 b) [TH] Giá trị nhỏ nhất của $v_x - 1$ bằng $0,3 - 1$ (m/s).
 c) [TH] Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của v_x là 0.
 d) [VD] Trong vòng quay đầu tiên $(0 \leq \alpha < 2\pi)$, v_x tăng khi $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Câu 2: Cho phương trình $2\sin^3 2x - (2m - 1)\sin^2 2x + (3m - 5)\sin 2x - m + 2 = 0 (*)$

- a) [NB] Khi $m = 2$ thì phương trình $(*)$ có nghiệm $x = 0$
 b) [TH] Khi $m = 2$ thì phương trình $(*)$ tương đương với phương trình
 $\sin 2x(2 \sin 2x - 1)(\sin 2x - 1) = 0$

c) [TH] Khi $m = 3$ thì phương trình $(*)$ có ít nhất một nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$

d) **[VD,VDC]** Khi $2 \leq m < 3$ thì phương trình (*) có đúng 10 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

Câu 3: Tương truyền rằng nhà vua Ấn Độ cho phép người phát minh ra bàn cờ vua được lựa chọn phần thưởng tùy theo sở thích. Người đó xin nhà vua: “Bàn cờ có 64 ô, với ô thứ nhất thần xin nhận 1 hạt thóc, ô thứ hai thì gấp đôi ô đầu, ô thứ ba thì lại gấp đôi ô thứ hai, ... cứ như vậy ô sau nhận số hạt thóc gấp đôi phần thưởng dành cho ô liền trước và thần xin nhận tổng số các hạt thóc ở 64 ô”. Biết rằng khối lượng của 100 hạt thóc là 20 gam.

- a) **[NB]** Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có $u_1 = 1; q = 2$.
- b) **[TH]** Số hạt thóc ở ô thứ tám là 2^8 .
- c) **[TH]** Tổng khối lượng thóc của 64 ô trên bàn cờ là 364 tấn.
- d) **[VD]** Giả sử người đó muốn chở số thóc ở trên 32 ô đầu tiên về bằng tàu thủy, biết rằng mỗi chuyến tàu chở tối đa 10 tấn hàng hóa. Khi đó, người đó cần tối thiểu 85 chuyến tàu để chở hết số thóc đó.

Câu 4: Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

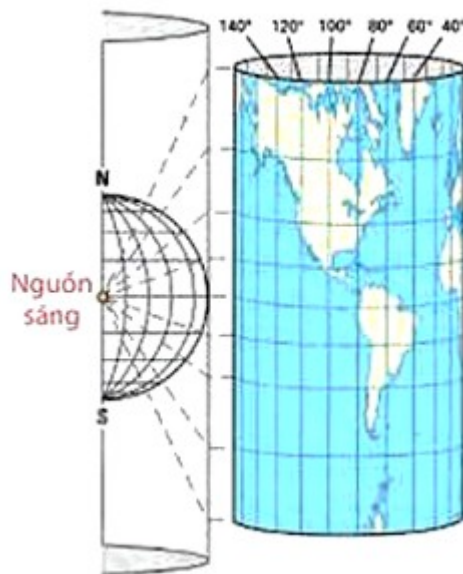
- a) **[NB]** Giá trị đại diện trong $[3;6)$ là $4,5$.
- b) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $9,375$.
- c) **[TH]** Trung vị của mẫu số liệu là $8,0625$.
- d) **[VD,VDC]** Vì Công ty muốn gửi một thông báo khuyến nghị tiết kiệm nước đến 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất nên công ty đã lựa chọn hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ $10,79 m^3$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong Địa lí, phép chiếu hình trụ được sử dụng để vẽ một bản đồ phẳng như trong hình vẽ dưới đây. Trên bản đồ phẳng lấy đường xích đạo làm trục hoành và kinh tuyến 0° làm trục tung. Khi đó tung độ của một điểm có vĩ độ φ° ($-90 < \varphi < 90$) được cho bởi hàm số

$$y = 20 \tan\left(\frac{\pi}{180} \varphi\right) (cm)$$

. Sử dụng đồ thị hàm số tang, ta tìm được những điểm nằm cách xích đạo không quá $20cm$ trên bản đồ có vĩ độ thuộc $[a^\circ; b^\circ]$. Tính $b - a$.



(Theo <https://geologyscience.com/geology/types-of-maps/>)

Câu 2: Biết $\tan x = \frac{2b}{3-c}$ với $b, c \in \mathbb{N}; c \neq 3$. Giá trị của biểu thức $A = 3\cos^2 x + 2b \sin x \cdot \cos x + c \sin^2 x$ bằng

Câu 3: Ông Bình mua một chiếc xe máy với giá 60 triệu đồng tại một cửa hàng theo hình thức trả góp với lãi suất 8% một năm. Biết rằng lãi suất được chia đều cho 12 tháng và không thay đổi trong suốt thời gian ông Bình trả nợ. Theo quy định của cửa hàng, mỗi tháng ông Bình phải trả một số tiền cố định là 2 triệu đồng (bao gồm tiền nợ gốc và tiền lãi). Hỏi ông Bình trả hết nợ ít nhất là trong bao nhiêu tháng?

Câu 4: Biểu thức: $A = \frac{(\cos 10x + \cos 7x) - (\cos 9x + \cos 8x)}{(\sin 10x + \sin 7x) - (\sin 9x + \sin 8x)} = \cot \frac{m}{n} x$, với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

Câu 5: Trong tuần lễ bảo vệ môi trường, các học sinh khối 12 tiến hành thu nhặt vỏ lon nước ngọt để tái chế. Nhà trường thống kê kết quả thu nhặt vỏ lon nước ngọt của học sinh khối 12 ở bảng sau:

Số vỏ lon	[11;15]	[16;20]	[21;25]	[26;30]	[31;35]
Số học sinh	58	87	54	44	23

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 6: Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng 2^6 , đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ

ba và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

-----Hết-----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	B	A	C	B	D	A	B	A	A	A	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) S	b) Đ	b) S	b) Đ
c) Đ	c) S	c) S	c) S
d) Đ	d) S	d) S	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	90	3	34	19	19,8	-29

PHẦN II. LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Góc có số đo $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là
A. 240° . **B.** 270° . **C.** 72° . **D.** 135° .
Lời giải

Chọn C

Câu 2: Góc có số đo $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ là $\frac{2 \cdot 180^\circ}{5} = 72^\circ$.
 Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau

Thời gian	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)
Số nhân viên	6	14	25	37	21	13	9

Có bao nhiêu nhân viên có thời gian đi từ nhà đến nơi làm việc là từ 35 đến dưới 40 phút?

A. 9. **B.** 21. **C.** 13. **D.** 37.
Lời giải

Chọn B

Câu 3: Mức thưởng tết (triệu đồng) của các công nhân trong một nhà máy được cho trong bảng sau:

Mức thưởng	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số công nhân	19	30	42	6	3

Tính một của mẫu số liệu ghép nhóm.

A. 16,25. **B.** 20,25. **C.** 21,25. **D.** 15,25.

Lời giải**Chọn A**

Nhóm có tần số lớn nhất là nhóm $[15; 20)$. Vậy một của mẫu số liệu trên là

$$M_o = 15 + \frac{42 - 30}{(42 - 30) + (42 - 6)} \cdot 5 = 15 + \frac{5}{4} = 16,25.$$

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\sin x = 1$ là

A. $-\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Chọn C

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 5: Điều tra về chiều cao của 100 học sinh nữ lớp 10 của trường THPT A, ta được kết quả:

Chiều cao (cm)	[150;152)	[152;154)	[154;156)	[156;158)	[158;160)	[160;162)	[162;168)
Số học sinh	5	18	40	25	8	3	1

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng trên là

A. 155.

B. 155,35.

C. 155,5.

D. 154,96.

Lời giải

Chọn B

Ta có cỡ mẫu $n = 100$ nên trung vị là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$.

Do 2 giá trị x_{50}, x_{51} thuộc nhóm $[154; 156)$ nên nhóm này là nhóm chứa trung vị.
Do đó trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là:

$$M_e = 154 + \frac{\frac{100}{2} - (5 + 18)}{40} \cdot 2 = 155,35$$

Câu 6: Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số chẵn.

B. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số chẵn.

C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số chẵn.

D. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = \cos x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $y(-x) = \cos(-x) = \cos x = y(x)$ nên hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Công thức số hạng tổng quát của (u_n) là

A. $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$.

B. $u_n = 3 \cdot 2^{n+1}$.

C. $u_n = 3 \cdot 2^{n+2}$.

D. $u_n = 3 \cdot 2^n$.

Lời giải

Chọn A

Công thức số hạng tổng quát của (u_n) là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 2^{n-1}$.

- Câu 8:** Cho biết $\sin x = \frac{3}{5}$, khi đó $\cos 2x$ bằng
- A. $-\frac{7}{25}$. B. $\frac{7}{25}$. C. $\frac{16}{25}$. D. $-\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x = 1 - 2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{7}{25}.$$

- Câu 9:** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3n + 1$ là cấp số cộng. Khi đó công sai của dãy số bằng
- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Cấp số cộng có công sai $d = u_{n+1} - u_n = 3(n+1) + 1 - (3n+1) = 3$.

- Câu 10:** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{(-1)^n}{2^n + 1} (n \in \mathbb{N}^*)$. Số hạng thứ 6 của dãy số bằng
- A. $\frac{1}{65}$. B. $\frac{6}{13}$. C. $\frac{6}{65}$. D. $\frac{1}{13}$.

Lời giải

Chọn A

Số hạng thứ 6 của dãy số là $u_6 = \frac{(-1)^6}{2^6 + 1} = \frac{1}{65}$.

- Câu 11:** Phương trình $\cot x = \sqrt{3}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2\pi; 3\pi]$?
- A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.

Lời giải

Chọn A

$$\cot x = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ta có } -2\pi \leq x \leq 3\pi \Rightarrow -2\pi \leq \frac{\pi}{6} + k\pi \leq 3\pi \Leftrightarrow -2 \leq \frac{1}{6} + k \leq 3 \Leftrightarrow -\frac{13}{6} \leq k \leq \frac{17}{6}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Suy ra } -2 \leq k \leq 2, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm thuộc } [-2\pi; 3\pi].$$

- Câu 12:** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -4$ và số hạng thứ ba $u_3 = 2$. Gọi S_6 là tổng 6 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $S_6 = -21$. B. $S_6 = 69$. C. $S_6 = 21$. D. $S_6 = -69$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } u_3 = u_1 + 2d \Rightarrow d = \frac{u_3 - u_1}{2} = \frac{2 - (-4)}{2} = 3.$$

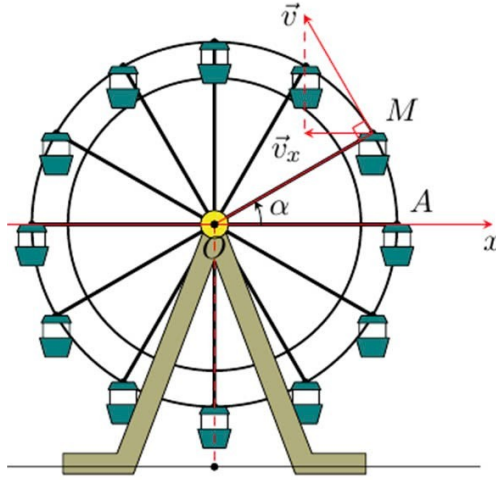
$$S_8 = \frac{(2u_1 + 5d) \cdot 6}{2} = \frac{[2(-4) + 5 \cdot 3] \cdot 6}{2} = 21$$

Do đó

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Khi đu quay hoạt động, vận tốc theo phương ngang của một cabin M phụ thuộc vào góc

lượng giác $\alpha = (\vec{Ox}, \vec{OM})$ theo hàm số $v_x = 0,3 \sin \alpha$ (m/s) (tham khảo hình vẽ). Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) **[NB]** Giá trị lớn nhất của v_x bằng 0,3 (m/s).

b) **[TH]** Giá trị nhỏ nhất của $v_x - 1$ bằng $0,3 - 1$ (m/s).

c) **[TH]** Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của v_x là 0.

d) **[VD]** Trong vòng quay đầu tiên $(0 \leq \alpha \leq 2\pi)$, v_x tăng khi $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

Lời giải

Ta có: $v_x \in [-0,3; 0,3]$ với mọi $\alpha \in \mathbb{R}$ nên giá trị lớn nhất của v_x bằng 0,3, giá trị nhỏ nhất của v_x bằng -0,3. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của v_x là 0

Mặt khác $(v_x - 1) \in [-1,3; -0,7]$ nên giá trị nhỏ nhất của $v_x - 1$ bằng -1,3.

Vì $v_x = 0,3 \sin \alpha$ nên v_x tăng khi và chỉ khi $\sin \alpha$ tăng. Dựa vào đồ thị hàm số $y = \sin \alpha$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thì v_x tăng khi $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

a) Giá trị lớn nhất của v_x bằng 0,3. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Giá trị nhỏ nhất của $v_x - 1$ bằng $0,3 - 1$. Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của v_x là 0. Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Trong vòng quay đầu tiên $(0 \leq \alpha \leq 2\pi)$, v_x tăng khi $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 2: Cho phương trình $2 \sin^3 2x - (2m-1) \sin^2 2x + (3m-5) \sin 2x - m + 2 = 0 (*)$

a) **[NB]** Khi $m = 2$ thì phương trình $(*)$ có nghiệm $x = 0$

b) **[TH]** Khi $m = 2$ thì phương trình $(*)$ tương đương với phương trình $\sin 2x (2 \sin 2x - 1)(\sin 2x - 1) = 0$

- c) **[TH]** Khi $m = 3$ thì phương trình (*) có ít nhất một nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$
- d) **[VD, VDC]** Khi $2 \leq m < 3$ thì phương trình (*) có đúng 10 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

Lời giải

- a) Khi $m = 2$ thì phương trình (*) trở thành

$$2\sin^3 2x - 3\sin^2 2x + \sin 2x = 0 \quad (1)$$

Thay $x = 0$ vào phương trình (1) ta thấy thoả mãn.

Vậy $m = 2$ thì phương trình (*) có nghiệm $x = 0$. Suy ra mệnh đề **đúng**

- b) Khi $m = 2$ thì phương trình (*) trở thành

$$2\sin^3 2x - 3\sin^2 2x + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x(2\sin^2 2x - 3\sin 2x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x(\sin 2x - 1)(2\sin 2x - 1) = 0$$

Suy ra mệnh đề **đúng**

- c) Khi $m = 3$ thì phương trình (*) trở thành

$$2\sin^3 2x - 5\sin^2 2x + 4\sin 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow (\sin 2x - 1)^2(2\sin 2x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = 1 \\ \sin 2x = \frac{1}{2} \end{cases} (**)$$

$$\text{Vì } x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right] \Rightarrow 2x \in [-\pi; 0] \Rightarrow \sin 2x \in [-1; 0]$$

. Suy ra phương trình (**) vô nghiệm

Suy ra mệnh đề **sai**

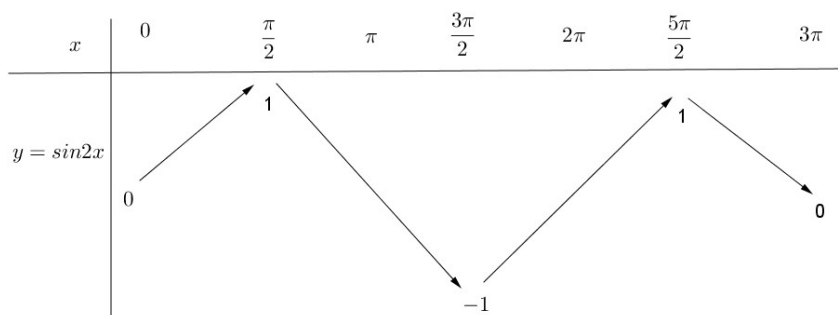
d)

$$2\sin^3 2x - (2m-1)\sin^2 2x + (3m-5)\sin 2x - m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\sin 2x - 1)(\sin 2x - 1)(\sin 2x + 2 - m) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = \frac{1}{2} \\ \sin 2x = 1 \\ \sin 2x = m - 2 \end{cases}$$

Do $x \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right] \Rightarrow 2x \in [0; 3\pi]$ bảng biến thiên của hàm số $y = \sin 2x$



Từ bảng biến thiên ta nhận thấy

+ Phương trình $\sin 2x = \frac{1}{2}$ có 4 nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

+ Phương trình $\sin 2x = 1$ có 2 nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

+ Để phương trình có 10 nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ thì $\begin{cases} 0 \leq m-2 < 1 \\ m-2 \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq m < 3 \\ m \neq \frac{5}{2} \end{cases}$
Suy ra mệnh đề **sai**

Câu 3: Tương truyền rằng nhà vua Ấn Độ cho phép người phát minh ra bàn cờ vua được lựa chọn phần thưởng tùy theo sở thích. Người đó xin nhà vua: “Bàn cờ có 64 ô, với ô thứ nhất thần xin nhận 1 hạt thóc, ô thứ hai thì gấp đôi ô đầu, ô thứ ba thì lại gấp đôi ô thứ hai, ... cứ như vậy ô sau nhận số hạt thóc gấp đôi phần thưởng dành cho ô liền trước và thần xin nhận tổng số các hạt thóc ở 64 ô”. Biết rằng khối lượng của 100 hạt thóc là 20 gam.

- a) **[NB]** Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có $u_1 = 1; q = 2$.
b) **[TH]** Số hạt thóc ở ô thứ tám là 2^8 .
c) **[TH]** Tổng khối lượng thóc của 64 ô trên bàn cờ là 364 tấn.
d) **[VD]** Giả sử người đó muốn chở số thóc ở trên 32 ô đầu tiên về bằng tàu thủy, biết rằng mỗi chuyến tàu chở tối đa 10 tấn hàng hóa. Khi đó, người đó cần tối thiểu 85 chuyến tàu để chở hết số thóc đó.

Lời giải

Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có $u_1 = 1; q = 2$, khi đó số hạt thóc ở ô thứ tám là $u_8 = u_1 q^7 = 2^7$.

Tổng số hạt thóc của 64 ô là: $S_{64} = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1$ hạt thóc, do đó tổng khối lượng thóc trên 64 ô trên bàn cờ là: $(2^{64} - 1) \cdot \frac{20}{100} \gg 3,69 \cdot 10^8 (g) = 369$ (tấn).

Tương tự, ta có khối lượng thóc của 32 ô đầu tiên là $(2^{32} - 1) \cdot \frac{20}{100} = 858993459 \gg 859$ (tấn),

Mỗi tàu chở tối đa 10 tấn hàng hóa thì cần tối thiểu 86 chuyến tàu để có thể chở hết số thóc trên.

- a) Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có $u_1 = 1; q = 2$. Mệnh đề **Đúng**.
b) Số hạt thóc ở ô thứ tám là 2^8 . Mệnh đề **Sai**.
c) Tổng khối lượng thóc của 64 ô trên bàn cờ là 364 tấn. Mệnh đề **Sai**.
d) Giả sử người đó muốn chở số thóc ở trên 32 ô đầu tiên về bằng tàu thủy, biết rằng mỗi chuyến tàu chở tối đa 10 tấn hàng hóa. Khi đó, người đó cần tối thiểu 85 chuyến tàu để chở hết số thóc đó. Mệnh đề **Sai**.

Câu 4: Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) **[NB]** Giá trị đại diện trong $[3;6)$ là $4,5$.
b) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $9,375$.
c) **[TH]** Trung vị của mẫu số liệu là $8,0625$.
d) **[VD,VDC]** Vì Công ty muốn gửi một thông báo khuyến nghị tiết kiệm nước đến 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất nên công ty đã lựa chọn hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ $10,79 m^3$.

- a) **[NB]** Giá trị đại diện trong $[3;6)$ là 4,5. **Suy ra mệnh đề đúng.**
- b) **[TH]** Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 9,375.
Cỡ mẫu $n = 160$.
Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên như sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	$[3;6)$	$[6;9)$	$[9;12)$	$[12;15)$	$[15;18)$
Giá trị đại diện	4,5	7,5	10,5	13,5	16,5
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

$$\bar{x} = \frac{1}{160} (24 \cdot 4,5 + 57 \cdot 7,5 + 42 \cdot 10,5 + 29 \cdot 13,5 + 8 \cdot 16,5) = 9,375.$$

Suy ra mệnh đề đúng.

- c) **[TH]** Trung vị của mẫu số liệu là 8,0625.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{160}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_{24} \in [3;6); x_{25}, \dots, x_{81} \in [6;9); x_{82}, \dots, x_{123} \in [9;12);$

$x_{124}, \dots, x_{152} \in [12;15); x_{153}, \dots, x_{160} \in [15;18).$

Cỡ mẫu $n = 160$ là số chẵn nên trung vị là $M_c = \frac{1}{2} (x_{80} + x_{81})$.

Do x_{80} và x_{81} thuộc nhóm $[6;9)$ nên trung vị của mẫu số liệu là

$$M_c = 6 + \frac{\frac{160}{2} - 24}{57} \cdot (9 - 6) \approx 8,95$$

Suy ra mệnh đề sai.

- d) **[VD,VDC]** Vì Công ty muốn gửi một thông báo khuyến nghị tiết kiệm nước đến 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất nên công ty đã lựa chọn hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ $10,79 m^3$, 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất có lượng nước tiêu thụ không nhỏ hơn Q_3 , với Q_3 là tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{160}$ là $\frac{1}{2} (x_{120} + x_{121})$. Do x_{120} và x_{121} thuộc nhóm $[9;12)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là

$$Q_3 = 9 + \frac{\frac{160 \cdot 3}{4} - (24 + 57)}{42} \cdot (12 - 9) \approx 11,79$$

Vậy công ty nên gửi thông báo tiết kiệm nước đến các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ $11,79 m^3$ nước trở lên.

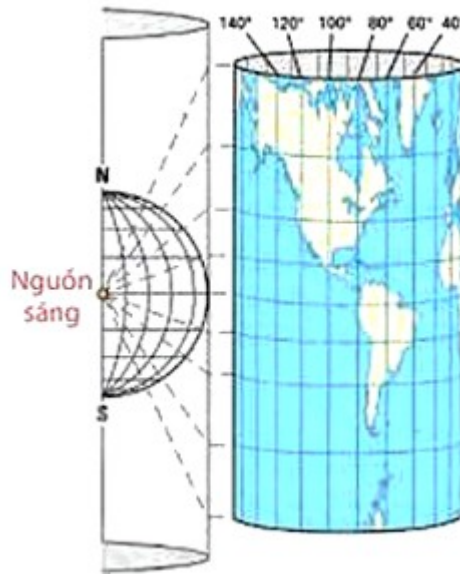
Suy ra mệnh đề sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong Địa lí, phép chiếu hình trụ được sử dụng để vẽ một bản đồ phẳng như trong hình vẽ dưới đây. Trên bản đồ phẳng lấy đường xích đạo làm trục hoành và kinh tuyến 0° làm trục tung. Khi đó tung độ của một điểm có vĩ độ φ° ($-90 < \varphi < 90$) được cho bởi hàm số

$$y = 20 \tan \left(\frac{\pi}{180} \varphi \right) (cm)$$

. Sử dụng đồ thị hàm số tang, ta tìm được những điểm nằm cách xích đạo không quá $20cm$ trên bản đồ có vĩ độ thuộc $[a^\circ; b^\circ]$. Tính $b - a$.



(Theo <https://geologyscience.com/geology/types-of-maps/>)

Lời giải

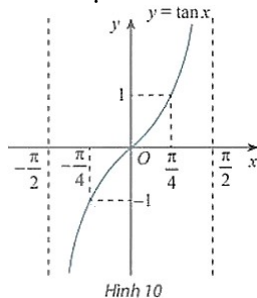
Đáp án: 90

Vì điểm nằm cách xích đạo không quá $20cm$ trên bản đồ nên ta có $-20 \leq y \leq 20$.

$$\text{Khi đó } -20 \leq 20 \tan \left(\frac{\pi}{180} \varphi \right) \leq 20 \quad \text{hay} \quad -1 \leq \tan \left(\frac{\pi}{180} \varphi \right) \leq 1$$

$$\text{Ta có với điều kiện } -90 < \varphi < 90 \quad \text{thì} \quad -\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{180} \varphi < \frac{\pi}{2}$$

Xét đồ thị hàm số $y = \tan x$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$ (Hình 10).



$$\text{Ta thấy } -1 \leq \tan \left(\frac{\pi}{180} \varphi \right) \leq 1 \quad \text{khi và chỉ khi} \quad -\frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{180} \varphi \leq \frac{\pi}{4} \quad \text{hay} \quad -45 \leq \varphi \leq 45$$

Vậy trên bản đồ, các điểm cách xích đạo không quá $20cm$ nằm ở vĩ độ từ -45° đến 45° .
 Vậy $b - a = 90$.

Câu 2:

Biết $\tan x = \frac{2b}{3-c}$ với $b, c \in \mathbb{N}; c \neq 3$. Giá trị của biểu thức $A = 3 \cos^2 x + 2b \sin x \cdot \cos x + c \sin^2 x$ bằng

Lời giải

Đáp án: 3

$$A = 3 \cos^2 x + 2b \sin x \cdot \cos x + c \sin^2 x \Leftrightarrow \frac{A}{\cos^2 x} = 3 + 2b \tan x + c \tan^2 x$$

$$\begin{aligned}
&\Leftrightarrow A(1 + \tan^2 x) = 3 + 2b \tan x + c \tan^2 x \Leftrightarrow A \left(1 + \left(\frac{2b}{3-c} \right)^2 \right) = 3 + 2b \frac{2b}{3-c} + c \left(\frac{2b}{3-c} \right)^2 \\
&\Leftrightarrow A \frac{(3-c)^2 + (2b)^2}{(3-c)^2} = \frac{3(3-c)^2 + 4b^2(3-c) + c4b^2}{(3-c)^2} \\
&\Leftrightarrow A \frac{(3-c)^2 + (2b)^2}{(3-c)^2} = \frac{3(3-c)^2 + 4b^2 \cdot 3}{(3-c)^2} = \frac{3 \cdot ((3-c)^2 + 4b^2)}{(3-c)^2} \Leftrightarrow A = 3.
\end{aligned}$$

Câu 3: Ông Bình mua một chiếc xe máy với giá 60 triệu đồng tại một cửa hàng theo hình thức trả góp với lãi suất 8% một năm. Biết rằng lãi suất được chia đều cho 12 tháng và không thay đổi trong suốt thời gian ông Bình trả nợ. Theo quy định của cửa hàng, mỗi tháng ông Bình phải trả một số tiền cố định là 2 triệu đồng (bao gồm tiền nợ gốc và tiền lãi). Hỏi ông Bình trả hết nợ ít nhất là trong bao nhiêu tháng?

Lời giải

Đáp án: 34

Lãi suất 8% một năm $\Leftrightarrow \frac{2}{3}\% = \frac{2}{300} = n$ (lãi suất một tháng)

• Cuối tháng 1, sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ: $S_1 = 60(1+n) - 2$

• Cuối tháng 2, sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ:

$$S_2 = [60(1+n) - 2](1+n) - 2 = 60(1+n)^2 - 2[(1+n) + 1]$$

• Cuối tháng 3, sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ:

$$S_3 = \{60(1+n)^2 - 2[(1+n) + 1]\}(1+n) - 2 = 60(1+n)^3 - 2[(1+n)^2 + (1+n) + 1]$$

...

• Cuối tháng m , sau khi trả nợ 2 triệu, ông Bình còn nợ 0 đồng

$$0 = 60(1+n)^m - 2[(n+1)^{m-1} + (n+1)^{m-2} + \dots + (n+1) + 1]$$

Ta có $(n+1)^{m-1} + (n+1)^{m-2} + \dots + (n+1) + 1$ là tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có $u_1 = 1$ và công bội $q = n+1$ gồm m số hạng

$$(n+1)^{m-1} + (n+1)^{m-2} + \dots + (n+1) + 1 = 1 \cdot \frac{(n+1)^m - 1}{n+1-1} = \frac{(n+1)^m - 1}{n}$$

$$\Leftrightarrow 0 = 60(1+n)^m - 2 \frac{(1+n)^m - 1}{n} \Leftrightarrow 2 = \frac{60(1+n)^m \cdot n}{(1+n)^m - 1}$$

$$2 = \frac{60 \left(1 + \frac{2}{300} \right)^m \cdot \frac{2}{300}}{\left(1 + \frac{2}{300} \right)^m - 1}$$

Ta có $\Leftrightarrow m \approx 33,58$.

Vậy ông Bình trả hết nợ sau 34 tháng.

$$A = \frac{(\cos 10x + \cos 7x) - (\cos 9x + \cos 8x)}{(\sin 10x + \sin 7x) - (\sin 9x + \sin 8x)} = \cot \frac{m}{n} x \quad \frac{m}{n}$$

Câu 4: Biểu thức: $\frac{m}{m+n}$, với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính

Lời giải

Đáp án: 19

$$A = \frac{(\cos 10x + \cos 7x) - (\cos 9x + \cos 8x)}{(\sin 10x + \sin 7x) - (\sin 9x + \sin 8x)} = \frac{2 \cos \frac{17x}{2} \cos \frac{3x}{2} - 2 \cos \frac{17x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \sin \frac{17x}{2} \cos \frac{3x}{2} - 2 \sin \frac{17x}{2} \cos \frac{x}{2}}$$

Ta có:

$$= \frac{2 \cos \frac{17x}{2} \left(\cos \frac{3x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)}{2 \sin \frac{17x}{2} \left(\cos \frac{3x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)} = \cot \frac{17x}{2} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{17}{2} \Rightarrow m + n = 19$$

Câu 5: Trong tuần lễ bảo vệ môi trường, các học sinh khối 12 tiến hành thu nhặt vỏ lon nước ngọt để tái chế. Nhà trường thống kê kết quả thu nhặt vỏ lon nước ngọt của học sinh khối 12 ở bảng sau:

Số vỏ lon	[11;15]	[16;20]	[21;25]	[26;30]	[31;35]
Số học sinh	58	87	54	44	23

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 19,8

Do số vỏ chai là số nguyên nên ta hiệu chỉnh lại như sau:

Số vỏ lon	[10,5;15,5)	[15,5;20,5)	[20,5;25,5)	[25,5;30,5)	[30,5;35,5)
Số học sinh	58	87	54	44	23

$$n = 58 + 87 + 54 + 44 + 23 = 266$$

Số học sinh tham gia thu nhặt vỏ lon nước ngọt là

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{266}$ lần lượt là số vỏ chai của 266 học sinh khối 12 thu nhặt đã được xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; x_2; \dots; x_{58} \in [10,5;15,5)$; $x_{59}; x_{55}; \dots; x_{145} \in [15,5;20,5)$ nên trung vị của mẫu số liệu

$$x_1; x_2; \dots; x_{266} \text{ là } \frac{1}{2}(x_{133} + x_{134}) \in [15,5;20,5)$$

$$n = 266, m_p = m_2 = 87, m_1 = 58, a_p = 15,5, a_{p+1} = 20,5.$$

Ta xác định được

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$M_c = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + m_2 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p) = 15,5 + \frac{\frac{266}{2} - 58}{87} \cdot (20,5 - 15,5) \approx 19,8$$

Câu 6: Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng 2^6 , đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ ba và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

Lời giải

Đáp án: -29

$$\begin{cases} ac = b^2 & (1) \\ bd = c^2 & (2) \\ a + b + c = 26 & (3) \end{cases}$$

Ta có

Gọi x là công sai của cấp số cộng (u_n) có $u_1 = a$, $u_3 = b$, $u_8 = c$. Vì cấp số nhân có công bội khác 1 nên $x \neq 0$.

$$\begin{cases} b = a + 2x \\ c = a + 7x \end{cases} \quad (4)$$

Ta có :

(1) (4) $a(a + 7x) = (a + 2x)^2 \Leftrightarrow 3ax - 4x^2 = 0$
 Từ và ta được :

Do $x \neq 0$ nên $a = \frac{4}{3}x$.

(3) (4) $3a + 9x = 26 \Leftrightarrow 13x = 26 \Leftrightarrow x = 2$.
 Từ và , suy ra

$$\begin{cases} a = \frac{8}{3} \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{20}{3} \\ c = \frac{50}{3} \\ d = \frac{c^2}{b} = \frac{125}{3} \end{cases}$$

Do đó :

Vậy $T = a - b + c - d = -29$.

-----Hết-----