

TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI

BÀI TOÁN THỰC TẾ

Câu 1. (THPT Thạch Thành 1 - Thanh Hóa - Lần 1 2025) Bác Lâm muốn gò một cái thùng bằng tôn dạng hình hộp chữ nhật không nắp có đáy là hình vuông và đựng đầy được 32 lít nước.

Gọi độ dài cạnh đáy của thùng là $x(dm)$, chiều cao của thùng là $h(dm)$.

a) Thể tích của thùng là $V = x^2 h (dm^3)$.

b) Tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy của thùng là: $S = 4xh + x^2 (dm^2)$.

c) Đạo hàm của hàm số $S(x) = \frac{128}{x} + x^2$ là $S'(x) = \frac{128}{x^2} + 2x$.

d) Để làm được cái thùng mà tốn ít nguyên liệu nhất thì độ dài cạnh đáy của thùng là 4 dm.

Câu 2. (THPT Tiên Du - Bắc Ninh 2025) Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (tính theo lít) của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức:

$$V(t) = 300(t^2 - t^3) + 4,5 \text{ với } 0 \leq t \leq 0,5.$$

Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \leq t \leq 0,5$. Biết 1 lít xăng có giá là 21.000 đồng.

a) Lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là 1,5 lít.

b) Sau khi bơm 30 giây thì bình xăng đầy. Số tiền người mua phải trả là 787.500 đồng.

c) Khi xăng chảy vào bình xăng thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất vào thời điểm ở giây thứ 21.

d) Phương trình $V'(t) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[0; \frac{1}{2}\right]$.

Câu 3. (THPT Thạch Thành 1 - Thanh Hóa 2025) Bác Lâm muốn gò một cái thùng bằng tôn dạng hình hộp chữ nhật không nắp có đáy là hình vuông và đựng đầy được 32 lít nước. Gọi độ dài cạnh đáy của thùng là $x(dm)$, chiều cao của thùng là $h(dm)$.

a) Thể tích của thùng là $V = x^2 \cdot h (dm^3)$.

b) Tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy của thùng là: $S = 4xh + x^2 (dm^2)$.

c) Đạo hàm của hàm số $S(x) = \frac{128}{x} + x^2$ là $S'(x) = \frac{128}{x^2} + 2x$.

d) Để làm được cái thùng mà tốn ít nguyên liệu nhất thì độ dài cạnh đáy của thùng là 4dm.

Câu 4. (THPT Thạch Thành 1 - Thanh Hóa 2025) Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery.



Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau:

$$v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23,61t - 3,083 \quad (v \text{ được tính bằng } feet/s, 1 \text{ feet} = 0,3048 \text{ m}).$$

a) Vận tốc của tàu con thoi luôn tăng trong khoảng thời gian từ lúc cất cánh đến khi tên lửa đẩy được phóng đi.

b) Gia tốc lớn nhất mà tàu con thoi có thể đạt được trong lúc thực hiện sứ mệnh trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là $62,87 \text{ feet} / s^2$.

c) Gia tốc của tàu con thoi tăng trong khoảng thời gian từ lúc cất cánh đến thời điểm $t = 23(s)$.

d) Gia tốc của tàu con thoi tăng trong khoảng thời gian từ $t = 21,5(s)$ đến $t = 126(s)$.

Câu 5. (THPT Yên Lạc - Vĩnh Phúc 2025) Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố ven biển A trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{180}(t - 70) \right] + 10$ với $t \in \mathbb{R}$ và $0 < t \leq 365$. Cánh đồng muối B (thuộc địa phận của thành phố A) có thể hoạt động nếu trong ngày nắng nhiều hơn 10 giờ.

a) Ngày có nhiều giờ ánh sáng nhất là 13 giờ.

b) Số giờ có ánh sáng giảm liên tục trong tháng 7.

c) Cánh đồng muối B có thể hoạt động 213 ngày mỗi năm

d) Ngày thứ 70 trong năm, thành phố có 10 giờ có ánh sáng.

Câu 6. (THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2025) Theo báo cáo của một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất $x(m^3)$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 3 triệu đồng chi phí cố định; $0,15$ triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0003x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là $200m^3$. Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất $x(m^3)$ sản phẩm mỗi ngày và $\bar{c}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Khi đó, mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Chi phí sản xuất $100m^3$ nước tinh khiết là 20 triệu đồng.

b) $\bar{c}(x) = 0,0003x + 0,15 + \frac{3}{x}$.

c) Chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm thấp nhất khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày là $100m^3$.

d) $C(x) = 0,0003x^2 + 0,15x + 5$.

Câu 7. (Sở Ninh Bình 2025) Một hạt chuyển động trên một đường thẳng có gắn một trục tọa độ với gốc tọa độ là vị trí hạt bắt đầu chuyển động. Tọa độ của hạt trên trục tại thời điểm t (đơn vị: giây) kể từ khi xuất phát được cho bởi công thức $x(t) = 2t - 3\ln(t+1)$ (đơn vị: mét), $t \geq 0$. Hàm số $v(t) = x'(t)$ (đơn vị: mét/giây), biểu thị vận tốc chuyển động của hạt.

a) Quãng đường mà hạt đi được trong 3 giây đầu tiên là $1,84m$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

b) Hạt đứng yên tại thời điểm $t = 0,5s$.

c) $v(t) = 2 - \frac{3}{t+1}$

d) Vận tốc ban đầu của hạt là $1(m/s)$.

Câu 8. (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc 2025) Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilomet.

a. Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao lớn nhất mà con tàu đạt được là 250 (km).

b) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao con tàu đạt được khi vận tốc của con tàu lớn nhất là $139,37$ (km).

c. Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, vận tốc lớn nhất của con tàu là $v \approx 10,33$ (km/s).

d) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao thấp nhất mà con tàu đạt được tại thời điểm $t \approx 25$ (s).

Câu 9. (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc 2025) Một nhà sản xuất trung bình bán được 1500 tivi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 15 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 600 nghìn đồng, số lượng tivi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 120 tivi mỗi tuần. Gọi P (triệu đồng) là giá của mỗi tivi, x là số tivi.

a) Nếu hàm chi phí hằng tuần là $C(x) = 12000 - \frac{7}{2}x$ (triệu đồng), trong đó x là số tivi bán ra trong tuần, nhà sản xuất nên đặt giá bán $9,5$ triệu đồng thì lợi nhuận là lớn nhất.

b) Công ty giảm giá $3,5$ triệu đồng cho người mua thì doanh thu của công ty sẽ lớn nhất.

c) Tổng doanh thu từ tiền bán tivi là $f(p) = -200p^2 + 450p$ (triệu đồng).

d) Hàm cầu là $P = -\frac{1}{200}x + \frac{45}{2}$ (triệu đồng).

Câu 10. (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc 2025) Nồng độ thuốc $C(t)$ tính theo mg/cm^3 trong máu bệnh nhân được tính bởi $C(t) = \frac{0,05t}{t^2 + t + 1}$ trong đó t là thời gian tính theo giờ kể từ khi tiêm cho bệnh nhân.

- a) Có thời điểm nồng độ trong máu của bệnh nhân đạt $0,02 \text{ mg}/\text{cm}^3$.
b) Nồng độ thuốc trong máu lớn nhất ở thời điểm 1 giờ sau khi tiêm.

$$C'(t) = \frac{1-t^2}{20(t^2 + t + 1)^2}, (t \geq 0)$$

- c) Hàm số $C(t)$ có đạo hàm
d) Sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân giảm dần theo thời gian.

Câu 11. (THPT Lý Thường Kiệt - Hà Nội 2025) Anh B chế tạo một bể cá có dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích $0,096 \text{ m}^3$, chiều cao $h = 0,6 \text{ m}$, chiều rộng x , chiều dài y (với $x > 0$, $y > 0$). Anh B dùng loại kính để làm các mặt bên có giá 70.000 đồng/ m^2 và loại kính để làm đáy có giá 100.000 đồng/ m^2 . Mọi chi phí khác xem như không đáng kể. Khi đó

a) Biểu thức tính chi phí làm các mặt xung quanh là $C_{xq} = 84000 \cdot \left(x + \frac{0,16}{x} \right)$.

- b) Hàm số biểu thị y theo x là $y = \frac{0,16}{x}$.
c) Chi phí mua kính để làm đáy bể là 11200 đồng.
d) Chi phí làm bể cá thấp nhất là 100000 đồng.

Câu 12. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa 2025) Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (tính theo lít) của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức:

$$V(t) = 300(t^2 - t^3) + 4,5 \quad \text{với } 0 \leq t \leq 0,5$$

Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \leq t \leq 0,5$. Biết 1 lít xăng có giá là 21.000 đồng.

- a) Lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là $1,5$ lít.
b) Sau khi bơm 30 giây thì bình xăng đầy. Số tiền người mua phải trả là 787.500 đồng.
c) Khi xăng chảy vào bình xăng thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất vào thời điểm ở giây thứ 21 .

d) Phương trình $V'(t) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[0; \frac{1}{2}\right]$.

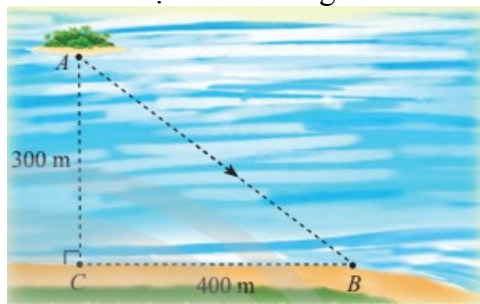
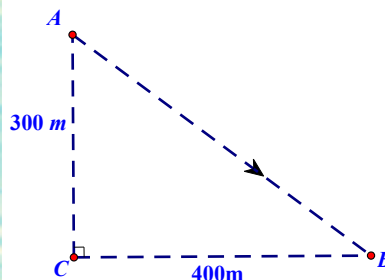
Câu 13. (Cụm trường THPT Hải Dương 2025) Cho hàm số $f(x) = 92 - 20 \ln(x+1)$.

- a) Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $D = (-1; +\infty)$.
b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

c) Bất phương trình $f(x) \geq 72$ có đúng 3 nghiệm nguyên.

d) Một nghiên cứu chỉ ra rằng sau khi tham gia một khóa học, phần trăm kiến thức sinh viên còn nhớ sau t tháng kết thúc khóa học được xác định bởi hàm số $y = f(t)$, trong đó $f(t)$ được tính bằng % và $0 \leq t \leq 24$. Phần trăm kiến thức sinh viên còn nhớ 50% khi $t = 7$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 14. (Cụm trường THPT Hải Dương 2025) Trong một trò chơi thử thách, bạn Giáp đang ở trên thuyền (vị trí A) cách bờ hồ (vị trí C) 300 m và cần đi đến vị trí B trên bờ hồ như hình vẽ, khoảng cách từ C đến B là 400 m , lưu ý là Giáp có thể chèo thuyền thẳng từ A đến B hoặc chèo thuyền từ A đến một điểm nằm giữa C và B rồi chạy bộ đến B .



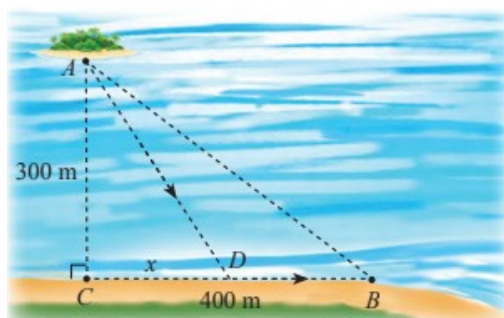
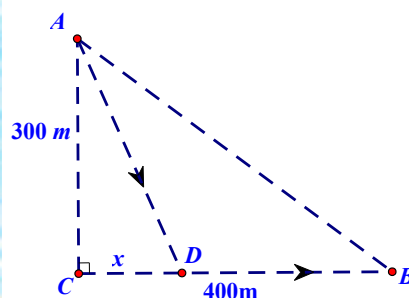
Biết rằng Giáp chèo thuyền với tốc độ 50 m/phút và chạy bộ với tốc độ 100 m/phút .

a) Thời gian Giáp chèo thuyền thẳng từ A đến B là 10 phút.

b) Thời gian Giáp chèo thuyền từ A đến C rồi chạy bộ từ C đến B là 10 phút.

c) Giả sử Giáp chèo thuyền thẳng đến điểm D nằm giữa B và C và cách C một đoạn $x\text{ (m)}$ như hình vẽ dưới đây, rồi chạy bộ đến B thì thời gian Giáp đi từ A đến B được tính bằng

công thức $f(x) = \frac{1}{100} \left(\sqrt{x^2 + 90000} + 400 - x \right)$ (phút).



d) Thời gian nhanh nhất để Giáp đi từ A đến B xấp xỉ $9,2$ phút (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 15. (THPT Kinh Môn - Hải Dương 2025) Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng pickleball. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát (người giám sát sẽ giám sát tất cả các máy). Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ.

a) Trong 1 giờ, cần 266 máy để sản xuất được 8000 quả bóng pickleball.

$\frac{8}{3}$

b) Trong $\frac{8}{3}$ giờ, cần 100 máy để sản xuất được 8000 quả bóng pickleball.

c) Chi phí hoạt động thấp nhất là 6,5 triệu đồng.

d) Để chi phí hoạt động thấp nhất, công ty cần sử dụng 16 máy.

Câu 16. (HSG Vũng Tàu 2025) Chi phí nguyên liệu của một con tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10 \text{ km/h}$ thì chi phí nguyên liệu phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng /giờ. Gọi $x(\text{km/h})$ là vận tốc của tàu.

a) Chi phí nhiên liệu cho phần thứ nhất trong thời gian tàu chạy quãng đường 1 km là $\frac{480}{x}$ (nghìn đồng).

b) Tổng chi phí nhiên liệu tàu chạy trong 1 giờ là $C(x) = 480 + 0,03x^3$ (nghìn đồng).

c) Tổng chi phí nhiên liệu tàu chạy trên quãng đường 1 km giảm khi vận tốc của tàu thuộc $(0; 30)$.

d) Tổng chi phí nhiên liệu để tàu chạy trên quãng đường 1 km nhỏ nhất là 43 (nghìn đồng).

Câu 17. (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc 2025) Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm của A cho B được biểu diễn bởi công thức: $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

a) Lợi nhuận mà A thu được khi bán x tấn sản phẩm $(0 \leq x \leq 100)$ cho B được biểu diễn bởi công thức $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.

b) Số tiền mà A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là 600 triệu đồng.

c) Nhà máy A bán cho nhà máy B $50\sqrt{2} \approx 70,7$ tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

d) Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.

Câu 18. (Sở Hà Tĩnh 2025) Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi

tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ (mg/l).

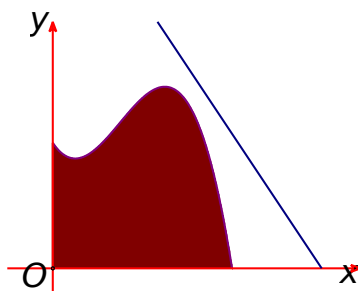
a) Sau khi tiêm thuốc 2 giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân bằng $0,4$ (mg/l).

b) Sau khi tiêm thuốc thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân có thể vượt quá $0,5$ (mg/l).

c) Sau khi tiêm thuốc 1 giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

d) Sau khi tiêm thuốc thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất bằng $0,5$ (mg/l).

Câu 19. (Sở Hà Tĩnh 2025) Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa, nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị của hàm số $y = f(x) = -0,1x^3 + 0,9x^2 - 1,5x + 5,6$.



Đơn vị đo độ dài trên mỗi trục tọa độ là $100m$.

- a) Đường dạo ven hồ chạy dọc theo trục Ox dài $600m$.
- b) Trên đường đi dạo ven hồ chạy dọc theo trục Ox , điểm cách gốc O một đoạn $500m$ có khoảng cách theo phương thẳng đứng đến bờ hồ đối diện là lớn nhất.
- c) Khoảng cách nhỏ nhất theo phương thẳng đứng từ một điểm trên đường đi dạo ven hồ đến bờ hồ đối diện là $490m$.
- d) Trong công viên có một con đường chạy dọc theo đồ thị hàm số $y = -1,5x + 18$. Người ta dự định xây dựng bên bờ hồ một bến thuyền đập nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. Biết tọa độ của điểm để xây bến thuyền này là $M(a; b)$. Giá trị $a + 5b$ bằng 43 .

Câu 20. (THPT Cẩm Xuyên - Hà Tĩnh 2025) Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 9t^2 + 21t + 9$ với t tính bằng giây (s) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và S tính bằng mét (m) là quãng đường vật đi trong thời gian đó.

- a) Vận tốc của chất điểm chuyển động tại thời điểm t (giây) là $v(t) = -3t^2 + 18t + 21$.
- b) Vận tốc của chất điểm tại giây thứ 2 là $45m/s$.
- c) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc bắt đầu đến lúc dừng hẳn là $255(m)$.
- d) Vận tốc chuyển động của chất điểm đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t = 3(s)$.

Câu 21. (Sở Vĩnh Phúc 2025) Một cửa hàng bán cam canh Cao Phong với giá là 40000 đồng/ 1 kg. Giá nhập vào là 24000 đồng/ 1 kg. Với giá bán này cửa hàng bán được 100 kg/ ngày. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính cứ giảm 1000 đồng/ 1 kg thì số cam canh Cao Phong bán được sẽ tăng thêm là 10 kg.

- a) Nếu giữ nguyên giá bán đầu, lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là 1500000 đồng.
- b) Nếu giá bán là 35000 đồng/ 1 kg, khi đó cửa hàng bán được 150 kg/ 1 ngày.
- c) Nếu giá bán là 30000 đồng/ 1 kg, khi đó lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là 1300000 đồng.
- d) Lợi nhuận tối đa theo ngày của cửa hàng là 1690000 đồng.

Câu 22. (THPT Lê Thánh Tông - HCM 2025) Sau học kì I năm học 2024–2025, thầy Nghĩ chủ nhiệm lớp 12B5 nhận thấy rằng lớp mình có 60% học sinh có kết quả xuất sắc, 40% học sinh có kết quả loại giỏi, không có học sinh khá và trung bình. Nhưng để nắm chính xác hơn về năng lực tư duy môn Toán của từng học sinh nên thầy Nghĩ đã cho học sinh làm bài kiểm tra toán trong 90 phút. Sau khi chấm bài xong, thầy Nghĩ thấy rằng trong số học sinh loại giỏi có 8 học sinh từ 9 điểm trở lên và có 75% học sinh xuất sắc trong các học sinh được điểm Toán từ 9 trở lên. Biết lớp 12B5 có 40 học sinh.

a) Tỷ lệ học sinh có điểm Toán từ 9 trở lên của lớp 12B5 là 80%.

b) Học sinh xuất sắc kiểm tra môn Toán đều có điểm lớn hơn hoặc bằng 9.

c) Những học sinh có điểm Toán dưới 9 điểm đều là học sinh loại giỏi.

d) Có 22 học sinh kết quả xuất sắc có điểm trên 9 biết rằng tỷ lệ học sinh có điểm Toán trên 9 điểm của học sinh giỏi bằng 37,5% và trong số học sinh có điểm bằng 9 có 50% học sinh xuất sắc.

Câu 23. (Chuyên Hạ Long 2025) Một cơ sở sản xuất có thể cung cấp 1000 sản phẩm A trong 1 tháng. Qua khảo sát thì thấy rằng nếu sản phẩm A bán với giá 100 nghìn đồng thì có 290 người mua, nếu cứ giảm 10 nghìn đồng thì lại có thêm 50 người mua. Gọi P là giá bán sản phẩm A (nghìn đồng) và $R(P)$ là hàm doanh thu trong 1 tháng (nghìn đồng).

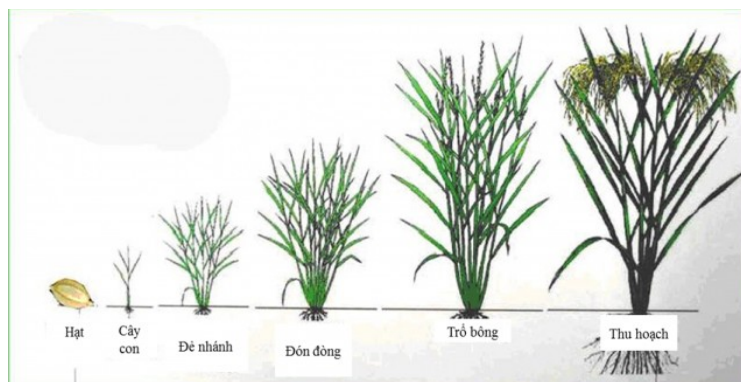
a) Số sản phẩm bán ra là $790 - 5P$.

b) Hàm doanh thu $R(P) = 1000 - 790P + 5P^2$.

c) Phương trình $R'(P) = 0$ có nghiệm là $P = 79$.

d) Doanh thu lớn nhất trong 1 tháng là 31.205.000 đồng.

Câu 24. (Chuyên Vinh 2025) Những ngày giáp Tết Nguyên Đán cũng là dịp bước vào vụ Đông Xuân, bà con nông dân tích cực xuống đồng cấy lúa. Cây lúa sau khi được cấy trải qua quá trình tăng trưởng để nhanh và phát triển chiều cao trước khi làm đồng, trở bông. Qua nghiên cứu một giống lúa mới, các nhà khoa học nhận thấy một cây lúa tính từ lúc được cấy bằng một cây mạ với chiều cao 20cm có tốc độ tăng trưởng chiều cao cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây lúa ở tuần thứ t ($t \geq 0$).



a) $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + 20$.

b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây lúa kéo dài 12 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây lúa là 150cm .

d) Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80cm .

Câu 25. (Cụm trường THPT Hải Dương 2025) Một ô tô đang chạy với vận tốc 80 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 55m . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t + 55$.

c) Thời gian kể từ lúc người lái xe đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 4 giây.

d) Đến khi dừng hẳn, xe ô tô còn cách chướng ngại vật một khoảng lớn hơn 12 m .

Câu 26. (THPT Trần Nguyễn Hân - Hải Phòng 2025) Quảng cáo là hình thức tuyên truyền được trả phí hoặc không để thực hiện việc giới thiệu thông tin về sản phẩm, dịch vụ, công ty hay ý tưởng, quảng cáo là hoạt động truyền thông phi trực tiếp giữa người với người mà trong đó người muốn truyền thông phải trả tiền cho các phương tiện truyền thông đại chúng để đưa thông tin đến thuyết phục hay tác động đến người nhận thông tin. Khảo sát tại một công ty A cho thấy nếu chi x triệu đồng để quảng cáo một loại sản phẩm thì số sản phẩm công ty A bán được là $S(x) = -2x^3 + 27x^2 + 216x + 150$ với $x \in [0; 15]$.

a) $S'(x) = -6x^2 + 54x + 216$.

b) Nếu công ty A chi 11 triệu đồng đến 12 triệu đồng cho quảng cáo loại sản phẩm này thì số lượng sản phẩm công ty A bán được đạt tối đa bằng 3131 triệu đồng.

c) Nếu không chi cho quảng cáo thì số lượng sản phẩm công ty A bán được là 391 sản phẩm.

d) Nếu công ty A chi từ 11 triệu đồng đến 12 triệu đồng cho quảng cáo loại sản phẩm này thì số lượng sản phẩm bán được sẽ tăng.

Câu 27. (Sở Vĩnh Phúc 2025) Quan sát quá trình sinh trưởng và phát triển của một giống cà chua mới trong 18 tuần kể từ khi trồng, các kỹ sư thuộc một trung tâm giống cây trồng nhận thấy: chiều cao thân cây sau t tuần kể từ khi trồng được tính xấp xỉ bởi hàm số $h(t) = 40 \log_3(2t+1) + 12$ (đơn vị: centimet, $0 \leq t \leq 18$). Sau 9 tuần kể từ khi trồng, hoa bắt đầu kết trái. Kể từ đó, đường kính trái cà chua ở tuần thứ t xấp xỉ bởi hàm số $d(t) = 3^{\frac{2t-17}{t-8}} - 3$ (đơn vị: centimet, $9 \leq t \leq 18$).

a) Tốc độ tăng trưởng chiều cao của thân cây cà chua ở tuần thứ 7 (làm tròn đến hàng phần trăm) xấp xỉ bằng $4,85$ (cm/tuần).

b) Khi được 4 tuần tuổi, chiều cao của thân cây cà chua là 92 cm.

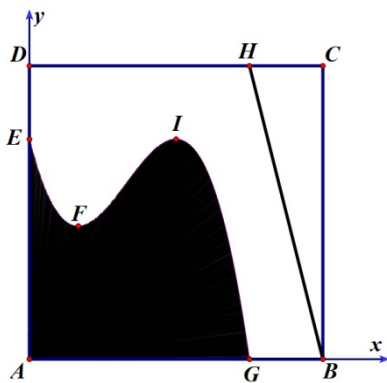
c) Chiều cao của thân cây cà chua liên tục tăng trong suốt 18 tuần.

d) Sau 4 tuần, kể từ khi kết trái, đường kính trái cà chua lớn hơn 12 cm .

Câu 28. (Cụm trường Hưng Yên 2025) Một cơ sở sản xuất khăn đang bán mỗi chiếc khăn với giá 50000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 34000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 50000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 500 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 32000 đồng, gọi số tiền cần tăng giá mỗi chiếc khăn là x (nghìn đồng). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Tổng doanh thu trung bình mỗi tháng cơ sở sản xuất thu được khi chưa tăng giá là 1700 000 000 nghìn đồng.
- b) Số khăn bán ra được mỗi tháng sau khi tăng giá là $34000 - 5x$ chiếc.
- c) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì sau khi tăng giá mỗi chiếc khăn lãi 41 nghìn đồng.
- d) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số khăn bán ra giảm 12500 chiếc.

Câu 29. (Sở Thừa Thiên Huế 2025) Ông An có một mảnh đất hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = 12m$. Ông làm một hồ bơi dạng hình thang cong (*phần tô đậm*) và một lối đi là đoạn thẳng HB . Nếu đặt hệ trục tọa độ có gốc tại A như hình vẽ, độ dài đơn vị là $1m$, thì đường cong $EFIG$ là một phần đồ thị của một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có F là điểm cực tiểu và I là điểm cực đại. Biết $CH = DE = GB = 3m$ và các điểm F, I cách cạnh AD lần lượt là $2m$ và $6m$.



- a) Phương trình của đường thẳng HB là $y = -4x + 48$.
- b) Tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f'(x) = a(x+2)(x+6)$
- c) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 7 song song với đường thẳng HB .
- d) Ông An cần đặt một cái thang lên xuống hồ bơi tại một điểm trên đường cong $EFIG$ sao cho khoảng cách từ điểm đặt thang đến lối đi là ngắn nhất, khoảng cách đó bằng $2,56m$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 30. Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình 2025) Vận tốc $v_1 (cm/s)$ của con lắc thứ nhất và vận tốc $v_2 (cm/s)$ của con lắc thứ hai theo thời gian t (giây) được cho bởi công thức

$$v_1(t) = 2 \cos\left(t - \frac{\pi}{3}\right); \quad v_2(t) = 4 \cos\left(\frac{t}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$$

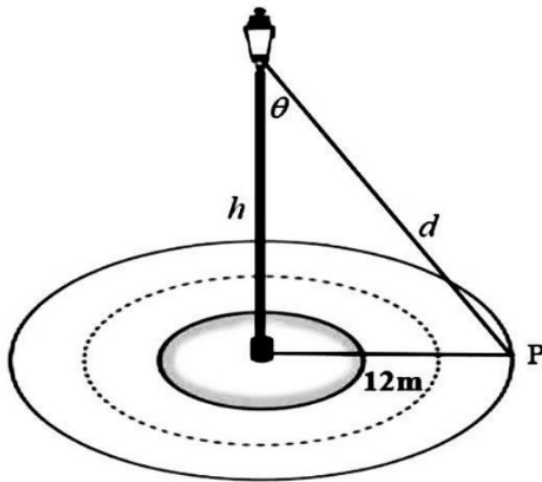
- a) Tại thời điểm ban đầu vận tốc con lắc thứ nhất bằng 1.
- b) Vận tốc lớn nhất của con lắc thứ hai bằng 4

- c) Tại thời điểm $t = \frac{\pi}{4}$, vận tốc của con lắc thứ hai gấp hai lần vận tốc của con lắc thứ nhất.
- d) Trong thời gian 10 giây đầu tiên, con lắc thứ nhất đạt vận tốc lớn nhất hai lần

Câu 31. (THPT Sào Nam - Quảng Nam 2025) Xét một chất điểm M chuyển động trên đường nằm ngang chọn O làm gốc, chiều dương từ trái sang phải. Chuyển động của M được cho bởi công thức $S(t) = t^3 - 3t^2 - 1$, với t (giây), $t \geq 0$ là khoảng thời gian tính từ lúc chất điểm bắt đầu chuyển động. Gọi OM là khoảng cách từ M đến O tính bằng (mét).

- a) Tại thời điểm $t = 0$ thì $OM = 1m$.
- b) Chất điểm chuyển động với vận tốc được xác định bởi biểu thức $v = 3t^2 - 6t + 1$ (m/s).
- c) Trong khoảng thời gian 2 giây đầu tiên kể từ lúc bắt đầu chuyển động, chất điểm chuyển động sang trái.
- d) Đến giây thứ 3 kể từ lúc bắt đầu chuyển động, khoảng cách lớn nhất của OM là $5m$.

Câu 32. (Sở Ninh Bình 2025) Một chiếc đèn được đặt trên đỉnh của một cột đèn cao $h(m)$ để chiếu sáng một vòng xuyên giao thông đông đúc có bán kính 12 m. Cường độ ánh sáng I tại một điểm P trên vòng xuyên tỉ lệ thuận với cosin của góc θ và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách $d(m)$ từ nguồn sáng đến điểm P (xem hình dưới đây).



- a) Nếu $I = f(h)$ thì $f'(h) = k \frac{-2h^2 + 144}{(h^2 + 144)^2 \sqrt{(h^2 + 144)^3}}$.
- b) Để cường độ ánh sáng I lớn nhất thì cột đèn phải cao $6\sqrt{2}$ m.
- c) $\cos \theta = \frac{12}{\sqrt{h^2 + 144}}$.
- d) $I = k \frac{\cos \theta}{d^2}$ (với k là hằng số dương).

Câu 33. (Sở Thái Nguyên 2025) Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$

với $t \geq 0$. Nếu coi $y = f(t)$ là hàm số xác định trên $[0; +\infty)$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ ngày) tại thời điểm t .

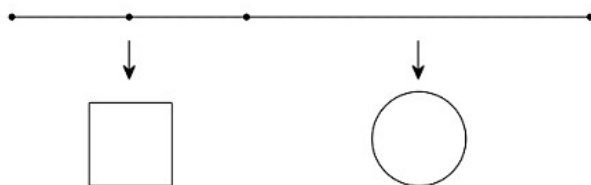
a) Tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t là $f'(t) = 90t - 3t^2$.

b) Số người bị nhiễm bệnh từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ 13 là 4752.

c) Đến ngày thứ 45 thì không còn người nhiễm bệnh.

d) Trong 35 ngày đầu tiên thì số người nhiễm bệnh luôn tăng.

Câu 34. (Sở Quảng Bình 2025) Một sợi dây kim loại dài $6(\text{cm})$. Người ta cắt sợi dây đó thành hai đoạn. Đoạn có độ dài $x(\text{cm})$ được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thành hình vuông ($0 < x < 6$).



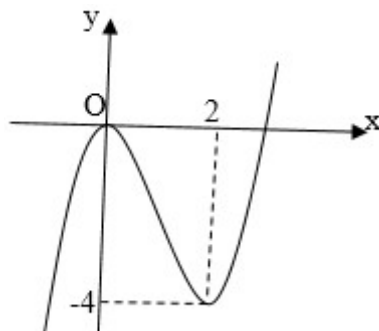
a) Bán kính đường tròn là $r = \frac{x}{\pi}$.

b) Diện tích hình vuông là $\left(\frac{6-x}{4}\right)^2$.

c) Tổng diện tích hai hình là $\frac{(4+\pi)x^2 - 12\pi x + 36\pi}{16\pi}$.

d) Khi $x = \frac{6\pi}{2+\pi}$ thì hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất.

Câu 35. (Sở Bạc Liêu 2025) Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như vẽ



a) Hàm số có hệ số $d > 0$.

b) Hàm số có hệ số $a > 0$.

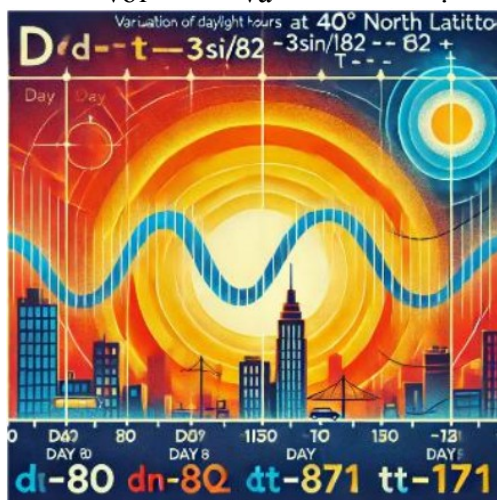
c) Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $E(0; 2)$.

d) Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($0 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x) = f(x) - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 200 nghìn đồng/mét. Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày là 1100 nghìn đồng.

Câu 36. (THPT Lê Thánh Tông - Nguyễn Khuyến 2025) Số giờ có ánh sáng mặt trời của thành phố A ở vĩ độ 40° Bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số:

$$d(t) = 3 \sin \frac{\pi}{82} (t - 80) + 12$$

với $t \in \mathbb{N}$ và $0 < t \leq 365$.



a) Ngày thứ 80 trong năm có đúng 10 giờ ánh sáng mặt trời.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $d'(t) = \frac{3\pi}{82} \cos \frac{\pi}{82} (t - 80)$.

c) Nghiệm của phương trình $d'(t) = 0$ trên đoạn $[1; 171]$ là $t = 171$.

d) Ngày thứ 160 có số giờ ánh sáng lớn nhất trong năm.

Câu 37. (Chuyên Phan Bội Châu - Hà Tĩnh 2025) Cây đậu Hà Lan khi trồng có chiều cao 3 centimet.

Gọi $h(t)$ là độ cao tính bằng centimet của cây đậu Hà Lan tại thời điểm t kể từ khi được trồng, với t tính theo tuần. Khảo sát cho thấy tốc độ tăng chiều cao của cây đậu Hà Lan sau khi trồng là $h'(t) = -0,02t^3 + 0,3t^2$ (centimet/tuần).

a) Hàm số $h(t)$ có công thức là $h(t) = -0,005t^4 + 0,1t^3$.

b) Giai đoạn tăng trưởng của cây đậu Hà Lan đó kéo dài 15 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây đậu Hà Lan đó là 88 centimet.

d) Vào thời điểm cây đậu Hà Lan phát triển nhanh nhất thì chiều cao của cây là 53 centimet.

Câu 38. (Sở Hòa Bình 2025) Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5cm. Tốc độ tăng trưởng chiều cao của cây cà chua khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimet/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimet) là chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ t ($t \geq 0$)

$$h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3$$

a)

b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây cà chua kéo dài 10 tuần.

c) Chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ 6 lớn hơn 40cm.

d) Chiều cao tối đa của cây cà chua không vượt quá 90 cm.

Câu 39. (Sở Phú Thọ 2025) Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t (Nguồn: A. Bigalke et al., *Mathematik, Grundkurs ma-1*, Cornelsen 2016).

a) $h'(t) = v(t)$.

b) $h(t) = -\frac{t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + 5 \quad (t \geq 0)$.

c) Giai đoạn tăng trưởng của cây cà chua đó kéo dài 9 tuần.

d) Chiều cao tối đa của cây cà chua đó là $88,3 \text{ cm}$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 40. (Sở Lào Cai 2025) Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (mg/l) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức: $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$. (Nguồn: James Stewart, J. (2015). *Calculus*. Cengage Learning)

a) Thời điểm 1 phút sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu là 10 (mg/l).

b) Đạo hàm của hàm số $C(x)$ là $C'(x) = \frac{60 - 30x^2}{(x^2 + 2)^2}$.

c) Trong khoảng thời gian từ 1 phút sau khi tiêm trở đi, nồng độ thuốc trong máu giảm dần.

d) Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm 2 phút sau khi tiêm.

Câu 41. (Sở Quảng Nam 2025) Nhà ông A cần làm một bể chứa nước có dạng khối hộp chữ nhật không nắp, có đáy là hình chữ nhật và chiều dài gấp ba lần chiều rộng, khối hộp tương ứng có thể tích bằng 1152 dm^3 . Giả sử bể dày của thành bể và đáy bể là không đáng kể, Giá thuê công nhân để làm bể là 400000 đồng/ m^2 . Gọi x là chiều rộng của đáy bể (x là số dương và có đơn vị là dm).

a) Chiều cao của bể nước là $\frac{384}{x^2} \text{ (dm)}$.

b) Diện tích xung quanh của bể chứa nước là $\frac{3072}{x} \text{ (dm}^2\text{)}$.

c) Tổng diện tích cần làm của bể chứa nước là $\frac{3072}{x} + 6x^2 \text{ (dm}^2\text{)}$.

d) Chi phí thấp nhất mà ông A trả cho công nhân làm bể nước theo yêu cầu là 3072000 đồng.

Câu 42. (Sở Thái Nguyên 2025) Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 6t + 4$, trong đó $0 \leq t \leq 10$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét.

a) Quãng đường chất điểm chuyển động trong $2(s)$ đầu tiên là $8(m)$.

b) Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 3(s)$ là $15(m/s)$.

c) Tại thời điểm mà $s(t) = 22(m)$ thì gia tốc tức thời của chất điểm là $12(m/s^2)$.

d) Tại thời điểm $t = 2(s)$ vận tốc tức thời của chất điểm đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 43. (Liên Trường Nghệ An 2025) Nhân dịp Tết Trung thu, bác Oanh làm các đèn lồng cho con. Mỗi đèn bác dùng một sợi dây đồng dài $24dm$ cắt thành 3 đoạn để uốn làm khung đèn. Đoạn thứ nhất bác uốn thành hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $x(dm)$ để làm đáy, hai đoạn còn lại có độ dài bằng nhau uốn thành các đường gấp khúc ASC và BSD . Khung đèn sau khi hoàn thiện có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và mặt ngoài của đèn được dán giấy màu để trang trí (*xem các mối nối, dán là không đáng kể*). Khi đó ta có:

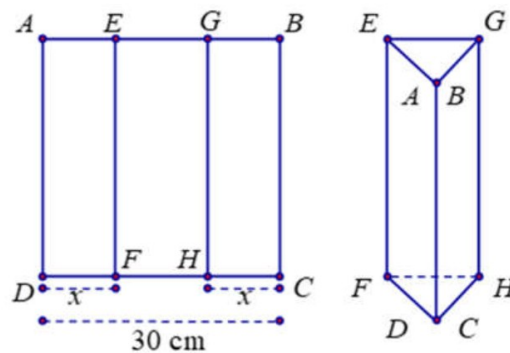
a) Độ dài cạnh bên của khung đèn bằng $6 - x(dm)$.

b) Khi $x = 2(dm)$ thì độ dài đường cao của khung đèn là $\sqrt{14}(dm)$.

c) Khi tất cả các cạnh bằng nhau thì diện tích giấy màu cần dùng là $9(1 + \sqrt{3})dm^2$.

d) Thể tích phần không gian của đèn lồng lớn nhất khi $x = 2,79dm$ (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Câu 44. (THPT Tư Nghĩa 1 - Quảng Ngãi 2025) Một tấm nhôm hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $30cm$. Người ta gấp tấm nhôm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy.



a) Thể tích khối lăng trụ được tính bằng công thức $V = 30S$ trong đó S là diện tích của tam giác AEG .

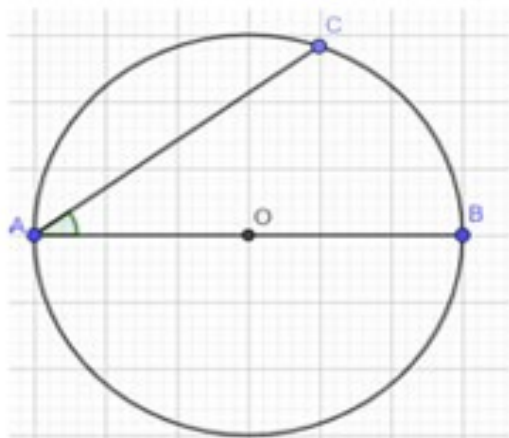
b) Giá trị của x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất là $x = 10(cm)$.

c) Diện tích của tam giác AEG bằng $\sqrt{30} \cdot \sqrt{(15-x)^2 \cdot (2x-15)}$.

d) Thể tích khối lăng trụ lớn nhất bằng 1250.

Câu 45. (Sở Vũng Tàu 2025) Một khu du lịch sinh thái đang khai thác dịch vụ chèo thuyền và ngắm cảnh ven hồ. Hồ nước có dạng hình tròn tâm O , bán kính bằng $1km$ và tại hai vị trí A, B đối xứng nhau qua O người ta xây dựng nơi bán vé vào và nơi kết thúc thăm quan. Du khách sẽ được sử dụng dịch vụ chèo thuyền từ vị trí A đến vị trí C trên bờ hồ và sẽ có xe chở ngắm cảnh từ vị trí C men theo bờ hồ đến nơi kết thúc B . Biết rằng vận tốc chèo thuyền là $100m$ mỗi phút

và vận tốc xe chạy ngắm cảnh là $200m$ mỗi phút. Gọi x (radian) là số đo góc $\widehat{CAB} \left(0 \leq x < \frac{\pi}{2} \right)$.

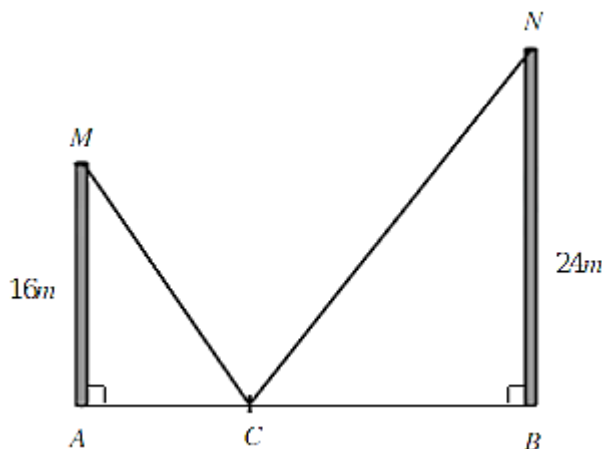


- a) Khi $x = 0$ thời gian đi từ A đến B là 20 phút.
- b) Quãng đường xe chở người đi ngắm cảnh là $1000x$ (mét).
- c) Thời gian đi từ A đến B là $20 \cos x + 5x$ (phút).
- d) Thời gian xe đi từ A đến B luôn ít hơn 22 phút 30 giây với mọi cách chọn từ vị trí điểm C .

Câu 46. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh 2025) Nhân ngày quốc tế Phụ nữ 20– 10 năm 2024. Ông M đã mua tặng vợ một món quà và đặt nó trong một chiếc hộp chữ nhật có thể tích là 32 (đvtt) có đáy là hình vuông và không nắp. Để món quà trở nên đặc biệt và xứng tầm với giá trị của nó, ông quyết định mạ vàng chiếc hộp, biết rằng độ dày của lớp mạ trên mọi điểm của chiếc hộp là không đổi và như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là h và x .

- a) Công thức tính thể tích chiếc hộp là $V = x^2 h$.
- b) Diện tích các mặt ngoài của chiếc hộp là $S = 2x^2 + 4xh$.
- c) Diện tích tất cả các mặt được mạ vàng là $S_{MV} = 2x^2 + 4xh$.
- d) Khi cạnh đáy của chiếc hộp x lớn hơn 4 thì x càng lớn, lượng vàng được mạ càng tăng.

Câu 47. (Cụm Chương Mỹ - Thanh Oai 2025) Có hai cây cột, một cây cao 16 m và một cây cao 24 m đứng cách nhau 30 m. Chúng được giữ bằng hai sợi dây, gắn vào một cọc duy nhất nổi từ mặt đất đến đỉnh mỗi cột (tham khảo hình vẽ sau).



Gọi $x(m)$ là khoảng cách từ chân cột cao 16 m đến cọc $(0 \leq x \leq 30)$. Khi đó

- a) Khoảng cách từ chân cây cột cao 24 m đến cọc là $30 - x(m)$

b) Chiều dài của sợi dây nối từ cọc đến đỉnh cột cao 24 m là $\sqrt{(30-x)^2 + 24^2}$

c) Tổng chiều dài của hai sợi dây là $\sqrt{256 + x^2} + \sqrt{1476 - 60x + x^2}$

d) Tổng chiều dài của hai sợi dây ngắn nhất bằng 51 m

Câu 48. (Cụm Chuyên Môn Đắk Lak 2025) Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^3 - 12t + 3, (t \geq 0)$.

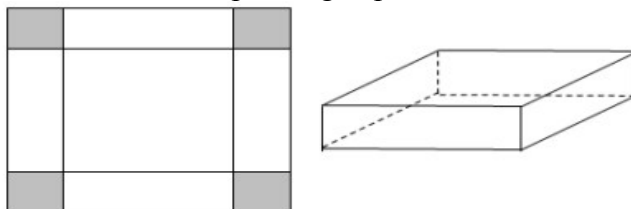
a) Hạt chuyển động lên trên khi $t > 2$ và hạt chuyển động xuống dưới khi $t < 2$.

b) Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian $0 < t < 3$ là 9 m.

c) Hàm vận tốc là: $v(t) = y' = 3t^2 - 12, (t \geq 0)$ và hàm gia tốc là $a(t) = 6t, (t \geq 0)$.

d) Hạt tăng tốc khi $t > 2$ và hạt giảm tốc $0 < t < 2$

Câu 49. (Sở Hộ Giang 2025) Một tấm nhôm hình vuông cạnh 240cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp.



a) Thể tích khối hộp nhận được khi tính theo x là $V = x(240 - 2x)^2$.

b) Khi $x = 20cm$ thì thể tích của khối hộp nhận được là $8(m^3)$.

c) Để hộp nhận được có thể tích lớn nhất thì $x = 60cm$.

d) Hộp nhận được có thể tích lớn nhất là $1024dm^3$.

Câu 50. (Cụm chuyên môn Đắk Lak 2025) Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật thể sau thời gian t giây được phóng thẳng đứng lên trên từ điểm cách mặt đất 5 mét với tốc độ ban đầu $39,2 m/s$ là $h(t) = 5 + 39,2t - 4,9t^2$, chọn chiều dương là chiều hướng từ dưới lên (theo Vật lý đại cương, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Vận tốc của vật sau 3 giây là $4,6 m/s$

b) Khoảng thời gian vật ở độ cao trên 10 mét dài hơn 7 giây.

c) Vận tốc của vật lúc chạm đất sắp xỉ $-40,43 m/s$.

d) Vật đạt độ cao lớn nhất bằng $83,4$ mét tại thời điểm $t = 4$ giây.

Câu 51. (Sở Nghệ An 2025) Trong một phòng thí nghiệm có máy đo nồng độ khí CO_2 cho thấy: nồng độ khí CO_2 trong phòng thay đổi theo thời gian t (tính bằng giờ) và được thể hiện qua hàm số $f(t) = 400 + \frac{2000t}{t^2 + 5}$ (ppm), với $t \geq 0$ (Khi nói nồng độ khí CO_2 trong không khí là 400 ppm, điều đó có nghĩa là: Trong một triệu phần thể tích của không khí, có 400 phần thể tích là khí CO_2).

Các khẳng định sau đúng hay sai?

a. Nồng độ khí CO₂ trong phòng tại thời điểm $t = 0$ là 400 (ppm).

$$f'(t) = \frac{-2000t^2 - 10000}{(t^2 + 5)^2}$$

b) với $t \geq 0$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(t) = 0$ là $t = 2$.

d) Nồng độ khí CO₂ cao nhất đo được trong phòng thí nghiệm (làm tròn đến hàng đơn vị) là 947 (ppm).

Câu 52. (Sở Thái Bình 2025) Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Biết rằng, nếu số lượng đặt hàng là x (tấn) sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng) và chi phí để nhà máy A sản xuất được x (tấn) sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng, gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

a) Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x (tấn) sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho nhà máy B là $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.

b) Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.

c) Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là 600 triệu đồng.

d) Nhà máy A bán cho nhà máy B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Câu 53. (Sở Bắc Ninh 2025) Nhịp tim của một vận động viên chạy sau t giây ($t \geq 0$) kể từ khi rời vạch

$$P(t) = \frac{300 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}t^2 + 2t + 25}}{t + 25}$$

xuất phát được cho bởi công thức (số nhịp tim/ phút). Biết rằng, với vận động viên đó bác sĩ đã đưa ra lời khuyên không nên đẩy nhịp tim quá 175 (số nhịp tim/ phút) để tránh tình trạng quá tải cho tim.

a) Nhịp tim của vận động viên đó không vượt quá $150\sqrt{2}$ (số nhịp tim/ phút).

b) Trong 2 phút đầu tiên kể từ khi xuất phát, nhịp tim của vận động viên đó vẫn trong ngưỡng cho phép theo lời khuyên của bác sĩ.

c) Công thức cho biết tốc độ thay đổi nhịp tim theo thời gian t là

$$P'(t) = \frac{3450 \cdot \sqrt{2}t}{(t + 25)^2 \cdot \sqrt{t^2 + 4t + 50}}$$

d) Tốc độ thay đổi nhịp tim của vận động viên đó tại thời điểm 1,5 phút sau khi xuất phát bằng $2,63$ lần (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) tốc độ thay đổi nhịp tim tại thời điểm 0,5 phút sau khi xuất phát.

Câu 54. (THPT Văn Giang - Hưng Yên 2025) Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 8t + 1$, trong đó t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét.

- a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3(s)$ bằng 8 m/s .
- b) Tại thời điểm mà chất điểm di chuyển được 13 m , vận tốc khi đó bằng 8 m/s .
- c) Vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là 5 m/s .
- d) Gia tốc tại thời điểm đạt vận tốc nhỏ nhất bằng 2 m/s^2 .

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Bác Lâm muốn gò một cái thùng bằng tôn dạng hình hộp chữ nhật không nắp có đáy là hình vuông và đựng đầy được 32 lít nước. Gọi độ dài cạnh đáy của thùng là $x \text{ (dm)}$, chiều cao của thùng là $h \text{ (dm)}$.

a) Thể tích của thùng là $V = x^2 h \text{ (dm}^3\text{)}$.

b) Tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy của thùng là: $S = 4xh + x^2 \text{ (dm}^2\text{)}$.

c) Đạo hàm của hàm số $S(x) = \frac{128}{x} + x^2$ là $S'(x) = \frac{128}{x^2} + 2x$.

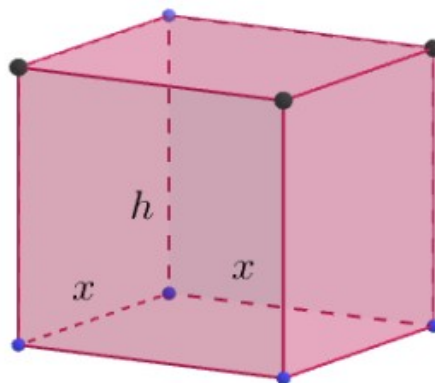
d) Để làm được cái thùng mà tốn ít nguyên liệu nhất thì độ dài cạnh đáy của thùng là 4 dm.

Lời giải

Đáp án:

a	b	c	d
Đ	Đ	S	Đ

Giải chi tiết:



a) Thể tích của thùng: $V = x \cdot x \cdot h = x^2 h \text{ (dm}^3\text{)}$.

b) Tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy là:

$S = 4 \cdot \text{Diện tích một mặt bên} + \text{Diện tích đáy}$

$$= 4hx + x \cdot x = 4hx + x^2 \text{ (dm}^2\text{)}$$

$$V = 32 = x^2 h \Leftrightarrow h = \frac{32}{x^2}$$

c) Ta có:

Do đó:

$$S(x) = 4hx + x^2 = 4 \cdot \frac{32}{x^2} \cdot x + x^2 = \frac{128}{x} + x^2$$

Suy ra:

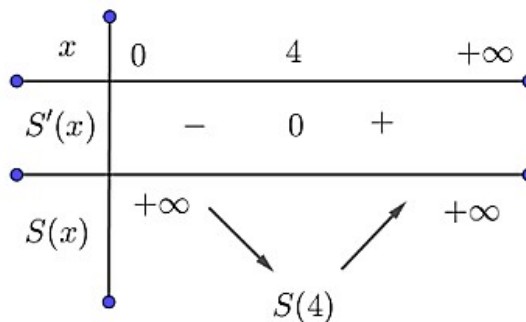
$$S'(x) = -\frac{128}{x^2} + 2x$$

d) Để làm được cái thùng ít tốn nguyên liệu nhất thì $S(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ta có:

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{128}{x^2} + 2x = 0 \Leftrightarrow -128 + 2x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

Bảng biến thiên:



$S(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 4$.

Câu 2. (THPT Tiên Du - Bắc Ninh 2025) Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (tính theo lít) của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức:

$$V(t) = 300(t^2 - t^3) + 4,5 \text{ với } 0 \leq t \leq 0,5$$

Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \leq t \leq 0,5$. Biết 1 lít xăng có giá là 21.000 đồng.

a) Lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là 1,5 lít.

b) Sau khi bơm 30 giây thì bình xăng đầy. Số tiền người mua phải trả là 787.500 đồng.

c) Khi xăng chảy vào bình xăng thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất vào thời điểm ở giây thứ 21.

d) Phương trình $V'(t) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[0; \frac{1}{2}\right]$.

Lời giải

a) Sai. Vì lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là

$$V(0) = 300(0^2 - 0^3) + 4,5 = 4,5 \text{ lít.}$$

b) Đúng. Ta có $30 \text{ s} = 0,5 \text{ phút}$.

$$\text{Suy ra } V(0,5) = 300(0,5^2 - 0,5^3) + 4,5 = 42 \text{ lít.}$$

$$\text{Khi đó số xăng đã mua là } 42 - 4,5 = 37,5.$$

$$\text{Vậy số tiền người mua phải trả là } 37,5 \cdot 21000 = 787500 \text{ đồng.}$$

c) Sai. Xét hàm số $V'(t) = 300(2t - 3t^2)$ với $0 \leq t \leq 0,5$.

$$\text{Suy ra } V''(t) = 300(2 - 6t)$$

$$\text{Khi đó } V''(t) = 0 \Leftrightarrow 300(2 - 6t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Với } V'(0) = 0; V'\left(\frac{1}{3}\right) = 100; V'(0,5) = 75.$$

Vậy $\max_{t \in [0, 0,5]} V'(t) = V'\left(\frac{1}{3}\right) = 100$. Suy ra tại thời điểm ở giây thứ $\frac{1}{3} \cdot 60 = 20$ thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất.

$$V'(t) = 0 \Leftrightarrow 300(2t - 3t^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{2}{3} \notin \left[0; \frac{1}{2}\right] \end{cases}.$$

d) Sai. Phương trình

Câu 3. (THPT Thạch Thành 1 - Thanh Hóa 2025) Bác Lâm muốn gò một cái thùng bằng tôn dạng hình hộp chữ nhật không nắp có đáy là hình vuông và đựng đầy được 32 lít nước. Gọi độ dài cạnh đáy của thùng là $x(dm)$, chiều cao của thùng là $h(dm)$.

a) Thể tích của thùng là $V = x^2 \cdot h(dm^3)$.

b) Tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy của thùng là: $S = 4xh + x^2(dm^2)$.

c) Đạo hàm của hàm số $S(x) = \frac{128}{x} + x^2$ là $S'(x) = \frac{128}{x^2} + 2x$.

d) Để làm được cái thùng mà tốn ít nguyên liệu nhất thì độ dài cạnh đáy của thùng là $4dm$.

Lời giải

a) Thể tích hình hộp chữ nhật là $V = x^2 \cdot h$. Suy ra a) **đúng**.

b) Tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy của hình hộp là: $S = 4xh + x^2(dm^2)$. Suy ra b) **đúng**.

c) Vì $V = 32l = 32dm^3$ nên $x^2h = 32 \Leftrightarrow h = \frac{32}{x^2}$. Do đó: $S = 4x \cdot \frac{32}{x^2} + x^2 = \frac{128}{x} + x^2$. Suy ra $S'(x) = -\frac{128}{x^2} + 2x$. Do đó c) **sai**.

$$S'(x) = -\frac{128}{x^2} + 2x = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^3 - 128}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

d) Ta có:

Ta có bảng biến thiên:

x	0	4	$+\infty$
y'	-	0	+
y			

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy độ dài đáy thùng bằng $4dm$ thì chi phí là thấp nhất.

Suy ra d) **đúng**.

Câu 4. (THPT Thạch Thành 1 - Thanh Hóa 2025) Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery.



Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau:

$$v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23,61t - 3,083 \quad (v \text{ được tính bằng } feet/s, 1 \text{ feet} = 0,3048 \text{ m}).$$

a) Vận tốc của tàu con thoi luôn tăng trong khoảng thời gian từ lúc cất cánh đến khi tên lửa đẩy được phóng đi.

b) Gia tốc lớn nhất mà tàu con thoi có thể đạt được trong lúc thực hiện sứ mệnh trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là $62,87 \text{ feet} / s^2$.

c) Gia tốc của tàu con thoi tăng trong khoảng thời gian từ lúc cất cánh đến thời điểm $t = 23(s)$.

d) Gia tốc của tàu con thoi tăng trong khoảng thời gian từ $t = 21,5(s)$ đến $t = 126(s)$.

Lời giải

a) **Đúng**.

$$Ta \text{ có: } v'(t) = 3,906.10^{-3}t^2 - 0,18058t + 23,61 > 0, \forall t \in (0; 126)$$

Suy ra vận tốc của tàu con thoi luôn tăng trong khoảng thời gian từ lúc cất cánh đến khi tên lửa đẩy được phóng đi.

b) **Đúng**.

$$a(t) = v'(t) = 3,906.10^{-3}t^2 - 0,18058t + 23,61$$

Ta có: $a'(t) = 7,812 \cdot 10^{-3}t - 0,18058 = 0$

$$\Rightarrow t \approx 23,11$$

Bảng biến thiên của $a(t)$

t	0	23.11	126	
$a'(t)$		-	0	+
$a(t)$	23.6		21.52	62.87

Dựa vào BBT thì gia tốc lớn nhất mà tàu con thoi có thể đạt được trong lúc thực hiện sứ mệnh trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là $62,87 \text{ feet} / \text{s}^2$.

c) Sai.

Dựa vào BBT ta thấy gia tốc giảm trong khoảng thời gian từ lúc cất cánh đến thời điểm $t = 23(s)$.

d) Sai.

Dựa vào BBT ta thấy gia tốc vừa giảm vừa tăng trong khoảng thời gian từ $t = 21,5(s)$ đến $t = 126(s)$.

Câu 5. (THPT Yên Lạc - Vĩnh Phúc 2025) Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố ven biển A trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{180}(t - 70) \right] + 10$ với $t \in \mathbb{R}$ và $0 < t \leq 365$. Cánh đồng muối B (thuộc địa phận của thành phố A) có thể hoạt động nếu trong ngày nắng nhiều hơn 10 giờ.

a) Ngày có nhiều giờ ánh sáng nhất là 13 giờ.

b) Số giờ có ánh sáng giảm liên tục trong tháng 7.

c) Cánh đồng muối B có thể hoạt động 213 ngày mỗi năm

d) Ngày thứ 70 trong năm, thành phố có 10 giờ có ánh sáng.

Lời giải

a) Ta có

$$-1 \leq \sin \left[\frac{\pi}{180}(t - 70) \right] \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq 3 \sin \left[\frac{\pi}{180}(t - 70) \right] \leq 3$$

$$\Rightarrow 7 \leq \sin \left[\frac{\pi}{180}(t - 70) \right] + 10 \leq 13$$

$$d(t) = 13 \text{ khi } \sin\left[\frac{\pi}{180}(t-70)\right] = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{180}(t-70) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = 160 + 360k$$

Mà $0 < t \leq 365$ nên $0 < 160 + 360k \leq 360, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0, t = 160$.

Giá trị lớn nhất của $d(t)$ là 13 khi $t = 160$. Vậy ngày có nhiều giờ ánh sáng nhất là 13 giờ, ngày thứ 160 trong năm. Suy ra kết luận a) **đúng**.

b) Hàm $d(t) = 3 \sin\left[\frac{\pi}{180}(t-70)\right] + 10$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$, trong một chu kì, hàm $d(t) = 3 \sin\left[\frac{\pi}{180}(t-70)\right] + 10$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ nên

$$\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{180}(t-70) < \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < \frac{1}{180}(t-70) < \frac{3}{2} \Leftrightarrow 90 < t-70 < 270 \Leftrightarrow 160 < t < 340$$

Vậy kể từ ngày thứ 161 đến ngày thứ 340, số giờ có ánh sáng của thành phố A bắt đầu giảm.

Tháng 7 năm không nhuận bắt đầu từ ngày thứ 182 trong năm nên kết luận b) **đúng**.

c) Theo đề bài ta có

$$d(t) = 3 \sin\left[\frac{\pi}{180}(t-70)\right] + 10 > 10 \Leftrightarrow \sin\left[\frac{\pi}{180}(t-70)\right] > 0 \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{180}(t-70) < \pi$$

$$\Leftrightarrow 0 < t-70 < 180 \Leftrightarrow 70 < t < 250$$

Số ngày có nắng nhiều hơn 10 giờ là $250 - 70 = 180$ nên kết luận c) **sai**.

d) Khi $t = 70$ thì $d(70) = 3 \sin 0 + 10 = 10$ nên thành phố có 10 giờ có ánh sáng nên kết luận d) **đúng**.

Câu 6. (THPT Chuyên Vĩnh Phúc 2025) Theo báo cáo của một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất $x(m^3)$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 3 triệu đồng chi phí cố định; $0,15$ triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0003x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là $200m^3$. Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất $x(m^3)$ sản phẩm mỗi ngày và $\bar{c}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Khi đó, mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Chi phí sản xuất $100m^3$ nước tinh khiết là 20 triệu đồng.

b) $\bar{c}(x) = 0,0003x + 0,15 + \frac{3}{x}$

c) Chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm thấp nhất khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày là $100m^3$.

d) $C(x) = 0,0003x^2 + 0,15x + 5$

Lời giải

Để sản xuất $x(m^3)$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 3 triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0003x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc.

Suy ra để sản xuất $1(m^3)$ nước tinh khiết thì cần $\frac{3}{x}$ triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0003x$ chi phí bảo dưỡng máy móc.

$$\bar{c}(x) = \frac{3}{x} + 0,15 + 0,0003x$$

$$C(x) = \bar{c}(x) \cdot x = 3 + 0,15x + 0,0003x^2$$

a) Sai.

Chi phí sản xuất $100m^3$ là

$$C(100) = 3 + 0,15 \cdot 100 + 0,0003 \cdot 100^2 = 21 \text{ (triệu đồng)}.$$

b) Đúng.

$$\bar{c}(x) = \frac{3}{x} + 0,15 + 0,0003x$$

Ta tìm được

c) Đúng.

Hàm chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm là $\bar{c}(x) = \frac{3}{x} + 0,15 + 0,0003x$, $0 < x \leq 200$.

$$\text{Đặt } f(x) = \bar{c}(x) = \frac{3}{x} + 0,15 + 0,0003x, \quad 0 < x \leq 200.$$

$$f'(x) = -\frac{3}{x^2} + 0,0003$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{x^2} + 0,0003 = 0 \Leftrightarrow x = 100.$$

Bảng biến thiên của hàm $f(x)$.

x	0	100	200
$f'(x)$		–	+
$f(x)$		↘ 0,21 ↗	

Dựa vào BBT thì chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm thấp nhất khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày là $100m^3$.

d) Sai.

$$C(x) = 3 + 0,15x + 0,0003x^2$$

Ta có:

Câu 7. (Sở Ninh Bình 2025) Một hạt chuyển động trên một đường thẳng có gắn một trục tọa độ với gốc tọa độ là vị trí hạt bắt đầu chuyển động. Tọa độ của hạt trên trục tại thời điểm t (đơn vị:

giây) kể từ khi xuất phát được cho bởi công thức $x(t) = 2t - 3\ln(t+1)$ (đơn vị: mét), $t \geq 0$.

Hàm số $v(t) = x'(t)$ (đơn vị: mét/ giây), biểu thị vận tốc chuyển động của hạt.

a) Quãng đường mà hạt đi được trong 3 giây đầu tiên là $1,84m$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

b) Hạt đứng yên tại thời điểm $t = 0,5s$.

c) $v(t) = 2 - \frac{3}{t+1}$

d) Vận tốc ban đầu của hạt là $1(m/s)$.

Lời giải

a) Sai

Ta có: $x'(t) = 2 - \frac{3}{t+1} \Rightarrow x'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0,5$

Bảng biến thiên

x	0	0,5	3	
$x'(t)$		-	0	+
$x(t)$	0	$1-3\ln 1,5$	$6-3\ln 4$	

Từ bảng biến thiên suy ra quãng đường hạt đi được sau 3 giây đầu tiên là:

$$S = 0 - (1 - 3\ln 1,5) + 6 - 3\ln 4 - (1 - 3\ln 1,5) = 4 - 3\ln 4 + 6\ln 1,5 = 2,27m$$

b) Đúng

Ta có: $v(t) = x'(t) = 2 - \frac{3}{t+1}$

Hạt đứng yên $\Leftrightarrow v(t) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{3}{t+1} = 0 \Leftrightarrow t = 0,5s$

c) Đúng

Ta có: $v(t) = x'(t) = 2 - \frac{3}{t+1}$

d) Sai

Vận tốc ban đầu của hạt là: $v(0) = 2 - 3 = -1 (m/s)$

Câu 8. (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc 2025) Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilomet.

a. Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao lớn nhất mà con tàu đạt được là 250 (km).

b) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao con tàu đạt được khi vận tốc của con tàu lớn nhất là $139,37$ (km).

c. Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, vận tốc lớn nhất của con tàu là $v \approx 10,33$ (km/s).

d) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao thấp nhất mà con tàu đạt được tại thời điểm $t \approx 25$ (s).

Lời giải

a) Đúng

Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao lớn nhất mà con tàu đạt được là 250 (km).

Ta có $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250 \Rightarrow h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$.

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow -0,03t^2 + 2,2t - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{110 + 10\sqrt{31}}{3} (l) \\ t_2 = \frac{110 - 10\sqrt{31}}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

t	0	t_2	50
$h'(t)$		-	+
$h(t)$	250	$h(t_2)$	250

Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao lớn nhất mà con tàu đạt được là 250 (km).

b) Sai

Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao con tàu đạt được khi vận tốc của con tàu lớn nhất là $135,93$ (km).

Phương trình biểu thị vận tốc của con tàu $v(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$.

Khi đó $v'(t) = -0,06t + 2,2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{110}{3}$.

Bảng biến thiên:

t	0	$\frac{110}{3}$	50
$v'(t)$		+	-
$v(t)$	-30	$\frac{31}{3}$	5

Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, vận tốc của con tàu lớn nhất khi $t = \frac{110}{3}$.

Vậy độ cao con tàu đạt được khi vận tốc lớn nhất là $h\left(\frac{110}{3}\right) = \frac{2670}{27} \approx 135,93$ (m).

c) Đúng

Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, vận tốc lớn nhất của con tàu là $v \approx 10,33$ (km/s).

Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, vận tốc lớn nhất của con tàu là $v = \frac{31}{3} \approx 10,33$ (km/s).

d) Sai

Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao thấp nhất mà con tàu đạt được tại thời điểm $t \approx 18,11$ (s).

Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao thấp nhất mà con tàu đạt được tại thời điểm $t_2 = \frac{110 - 10\sqrt{31}}{3} \approx 18,11$ (s).

Câu 9. (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc 2025) Một nhà sản xuất trung bình bán được 1500 tivi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 15 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 600 nghìn đồng, số lượng tivi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 120 tivi mỗi tuần. Gọi P (triệu đồng) là giá của mỗi tivi, x là số tivi.

a) Nếu hàm chi phí hằng tuần là $C(x) = 12000 - \frac{7}{2}x$ (triệu đồng), trong đó x là số tivi bán ra trong tuần, nhà sản xuất nên đặt giá bán $9,5$ triệu đồng thì lợi nhuận là lớn nhất.

b) Công ty giảm giá $3,5$ triệu đồng cho người mua thì doanh thu của công ty sẽ lớn nhất.

c) Tổng doanh thu từ tiền bán tivi là $f(p) = -200p^2 + 450p$ (triệu đồng).

d) Hàm cầu là $P = -\frac{1}{200}x + \frac{45}{2}$ (triệu đồng).

Lời giải

Gọi p ($p > 0$) (triệu đồng) là giá của mỗi ti vi, x ($x \in \mathbb{N}$) là số ti vi. Khi đó ta cần xác định hàm cầu $p = p(x)$

Theo giả thiết tốc độ thay đổi của x tỉ lệ với tốc độ thay đổi của p nên hàm số $p = p(x)$ là hàm số bậc nhất. Do đó $p = p(x) = ax + b, a \neq 0$.

Theo đề có: $x_1 = 1500$ thì $p_1 = 15$; $x_2 = 1620$ thì $p_2 = 14,4$.

Khi đó phương trình đường thẳng $p(x) = ax + b, a \neq 0$ đi qua hai điểm $(1500; 15)$ và $(1620; 14,4)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1500a + b = 15 \\ 1620a + b = 14,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{200} \\ b = \frac{45}{2} \end{cases}$$

Vậy $p = p(x) = -\frac{1}{200}x + \frac{45}{2}$. Chọn d) ĐÚNG

$$\text{Vi } p = p(x) = -\frac{1}{200}x + \frac{45}{2} \Rightarrow x = -200p + 4500$$

Khi đó tổng doanh thu mỗi tuần từ tiền bán x ti vi là

$$f(p) = xp = (-200p + 4500)p = -200p^2 + 4500p$$

Chọn c) SAI

Để doanh thu của công ty sẽ lớn nhất, bài toán trở thành tìm p để $f(p)$ đạt giá trị lớn nhất. Ta có:

$$f'(p) = -400p + 4500$$

$$f'(p) = 0 \Leftrightarrow p = 11,25$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{4500}{400}$	$+\infty$
y'	+	0	-
y	$-\infty$	$\frac{20250000}{800}$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy công ty giảm giá $15 - 11,25 = 3,75$ triệu đồng cho người mua thì doanh thu của công ty sẽ lớn nhất.

Chọn b) SAI

Doanh thu từ bán x ti vi là
$$R(x) = xP(x) = x\left(-\frac{1}{200}x + \frac{45}{2}\right) = -\frac{1}{200}x^2 + \frac{45}{2}x$$

Khi đó tổng lợi nhuận từ bán x ti vi là:

$$\begin{aligned} P(x) &= R(x) - C(x) \\ &= \left(-\frac{1}{200}x^2 + \frac{45}{2}x\right) - \left(12000 - \frac{7}{2}x\right) \\ &= -\frac{1}{200}x^2 + 26x - 12000 \end{aligned}$$

Bài toán trở thành tìm x để $P(x)$ lớn nhất.

Ta có: $P'(x) = -\frac{1}{100}x + 26; P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2600$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2600	$+\infty$
y'		$+$	$-$
y	$-\infty$	21800	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy số ti vi bán ra trong 1 tuần là 2600 chiếc thì lợi nhuận đạt giá trị lớn nhất.

Tức là mỗi tuần bán thêm 1100 chiếc thì số tiền phải giảm giá $\frac{1100 \cdot 600}{120} = 5500$ nghìn đồng.

Vậy phải để giá bán là $15 - 5,5 = 9,5$ triệu đồng. Chọn a) ĐÚNG

Câu 10. (THPT Nguyễn Viết Xuân - Vĩnh Phúc 2025) Nồng độ thuốc $C(t)$ tính theo mg/cm^3 trong

máu bệnh nhân được tính bởi $C(t) = \frac{0,05t}{t^2 + t + 1}$ trong đó t là thời gian tính theo giờ kể từ khi tiêm cho bệnh nhân.

a) Có thời điểm nồng độ trong máu của bệnh nhân đạt $0,02 \text{ mg}/\text{cm}^3$.

b) Nồng độ thuốc trong máu lớn nhất ở thời điểm 1 giờ sau khi tiêm.

$$C'(t) = \frac{1-t^2}{20(t^2+t+1)^2}, (t \geq 0)$$

c) Hàm số $C(t)$ có đạo hàm

d) Sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân giảm dần theo thời gian.

Lời giải

a) Ta có

$$C'(t) = \frac{(-t^2 + 1)}{20(t^2 + t + 1)^2}, \quad C'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases} \text{ ta có bảng biến thiên}$$

t	0	1	$+\infty$		
$C'(t)$		+	0	-	
$C(t)$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{60}$	$\searrow$	0

Ta có nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất bằng $\frac{1}{60}$ khi $t = 1$ mà $\frac{1}{60} < 0,02$.

Chọn SAI.

b) Dựa vào bảng biến thiên ta thấy nồng độ thuốc trong máu lớn nhất tại thời điểm 1 giờ sau khi tiêm.

Chọn ĐÚNG.

$$C'(t) = \frac{(-t^2+1)}{20(t^2+t+1)^2}, t \geq 0$$

c) Ta có

Chọn ĐÚNG.

d) Dựa vào bảng biến thiên ta có sau khi tiêm nồng độ thuốc trong máu tăng dần trong 1 giờ và sau đó giảm dần

Chọn SAI.

Câu 11. (THPT Lý Thường Kiệt - Hà Nội 2025) Anh B chế tạo một bể cá có dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích $0,096 m^3$, chiều cao $h = 0,6 m$, chiều rộng x , chiều dài y (với $x > 0$, $y > 0$). Anh B dùng loại kính để làm các mặt bên có giá 70.000 đồng/ m^2 và loại kính để làm đáy có giá 100.000 đồng/ m^2 . Mọi chi phí khác xem như không đáng kể. Khi đó

$$C_{xq} = 84000 \cdot \left(x + \frac{0,16}{x} \right)$$

a) Biểu thức tính chi phí làm các mặt xung quanh là

b) Hàm số biểu thị y theo x là $y = \frac{0,16}{x}$.

c) Chi phí mua kính để làm đáy bể là 11200 đồng.

d) Chi phí làm bể cá thấp nhất là 100000 đồng.

Lời giải

a) Biểu thức tính chi phí làm các mặt xung quanh là $C_{xq} = 84000 \cdot \left(x + \frac{0,16}{x}\right)$. **Đúng.**

b) Thể tích khối hộp chữ nhật: $V = xyh = 0,6xy = 0,096 \Rightarrow y = \frac{0,16}{x}$.

Vậy $y = \frac{0,16}{x}$. **Đúng.**

c) Diện tích đáy bể là $S_d = xy = 0,16 m^2$.

Chi phí mua kính để làm đáy bể là $C_d = 10000 \cdot S_d = 16000$ đồng. **sai.**

Diện tích xung quanh: $S_{xq} = 2(0,6x + 0,6y) = 1,2 \cdot \left(x + \frac{0,16}{x}\right)$.

Biểu thức tính chi phí làm các mặt xung quanh là $C_{xq} = 84000 \cdot \left(x + \frac{0,16}{x}\right)$.

d) Chi phí làm bể cá: $C(x) = C_{xq} + C_d = 84000 \cdot \left(x + \frac{0,16}{x}\right) + 16000$, $x > 0$.

Chi phí làm bể cá thấp nhất khi và chỉ khi $\left(x + \frac{0,16}{x}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Xét hàm số $f(x) = x + \frac{0,16}{x} = \frac{x^2 + 0,16}{x}$, $x > 0$.

$$f'(x) = 1 - \frac{0,16}{x^2} = \frac{x^2 - 0,16}{x^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 0,16}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0,4$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{2}{5}$	$-\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$		$\frac{4}{5}$		$+\infty$

Suy ra $\min_{(0;+\infty)} f(x) = f\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{4}{5}$.

Vậy chi phí thấp nhất để làm bể cá là: $C = \frac{84000 \cdot 4}{5} + 16000 = 83200$ đồng. **sai.**

Câu 12. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa 2025) Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (tính theo lít) của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức:

$$V(t) = 300(t^2 - t^3) + 4,5 \text{ với } 0 \leq t \leq 0,5$$

Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \leq t \leq 0,5$. Biết 1 lít xăng có giá là 21.000 đồng.

a) Lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là 1,5 lít.

b) Sau khi bơm 30 giây thì bình xăng đầy. Số tiền người mua phải trả là 787.500 đồng.

c) Khi xăng chảy vào bình xăng thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất vào thời điểm ở giây thứ 21.

d) Phương trình $V'(t) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[0; \frac{1}{2}\right]$.

Lời giải

a) Sai. Vì lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là

$$V(0) = 300(0^2 - 0^3) + 4,5 = 4,5 \text{ lít.}$$

b) Đúng. Ta có 30 s = 0,5 phút.

$$\text{Suy ra } V(0,5) = 300(0,5^2 - 0,5^3) + 4,5 = 42 \text{ lít.}$$

$$\text{Khi đó số xăng đã mua là } 42 - 4,5 = 37,5$$

$$\text{Vậy số tiền người mua phải trả là } 37,5 \cdot 21000 = 787500 \text{ đồng.}$$

c) Sai. Xét hàm số $V'(t) = 300(2t - 3t^2)$ với $0 \leq t \leq 0,5$.

$$\text{Suy ra } V''(t) = 300(2 - 6t)$$

$$\text{Khi đó } V''(t) = 0 \Leftrightarrow 300(2 - 6t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$$

$$\text{Với } V'(0) = 0; \quad V'\left(\frac{1}{3}\right) = 100; \quad V'(0,5) = 75$$

Vậy $\max_{t \in [0; 0,5]} V'(t) = V'\left(\frac{1}{3}\right) = 100$. Suy ra tại thời điểm ở giây thứ $\frac{1}{3} \cdot 60 = 20$ thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất.

$$V'(t) = 0 \Leftrightarrow 300(2t - 3t^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{2}{3} \notin \left[0; \frac{1}{2}\right] \end{cases}$$

d) Sai. Phương trình

Câu 13. (Cụm trường THPT Hải Dương 2025) Cho hàm số $f(x) = 92 - 20 \ln(x+1)$.

a) Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $D = (-1; +\infty)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

c) Bất phương trình $f(x) \geq 72$ có đúng 3 nghiệm nguyên.

d) Một nghiên cứu chỉ ra rằng sau khi tham gia một khóa học, phần trăm kiến thức sinh viên còn nhớ sau t tháng kết thúc khóa học được xác định bởi hàm số $y = f(t)$, trong đó $f(t)$ được tính bằng % và $0 \leq t \leq 24$. Phần trăm kiến thức sinh viên còn nhớ 50% khi $t = 7$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

a) Hàm số $y = f(x) = 92 - 20 \ln(x+1)$ xác định khi $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-1; +\infty)$.

Suy ra a) **đúng**.

b) $y = f(x) = 92 - 20 \ln(x+1) \Rightarrow f'(x) = \frac{-20}{x+1} < 0, \forall x \in (-1; +\infty)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Suy ra b) **đúng**.

c) $f(x) \geq 72 \Leftrightarrow 92 - 20 \ln(x+1) \geq 72 \Leftrightarrow \ln(x+1) \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \leq e-1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x \leq e-1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-1; e-1]$.

Suy ra bất phương trình có đúng 2 nghiệm nguyên là $x = 0, x = 1$.

Suy ra c) **sai**.

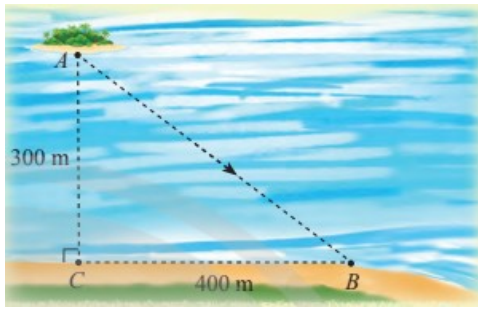
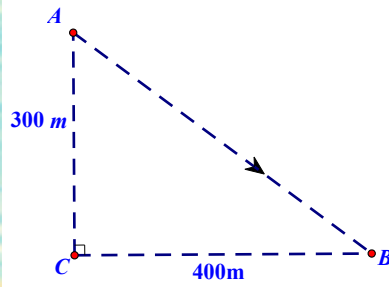
d) Phần trăm kiến thức sinh viên chỉ còn nhớ 50%

$$\Rightarrow 92 - 20 \ln(t+1) = 50$$

$$\Leftrightarrow \ln(t+1) = \frac{21}{10} \Leftrightarrow t \approx 7,2 \text{ (tháng)}.$$

Chọn **đúng**.

Câu 14. (Cụm trường THPT Hải Dương 2025) Trong một trò chơi thử thách, bạn Giáp đang ở trên thuyền (vị trí A) cách bờ hồ (vị trí C) 300 m và cần đi đến vị trí B trên bờ hồ như hình vẽ, khoảng cách từ C đến B là 400 m , lưu ý là Giáp có thể chèo thuyền thẳng từ A đến B hoặc chèo thuyền từ A đến một điểm nằm giữa C và B rồi chạy bộ đến B .



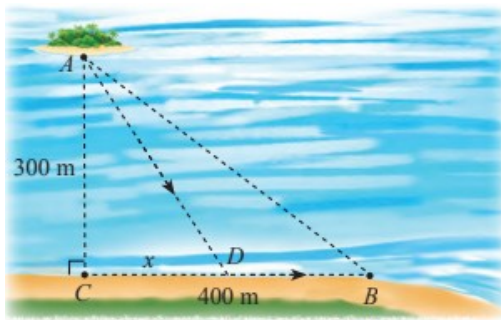
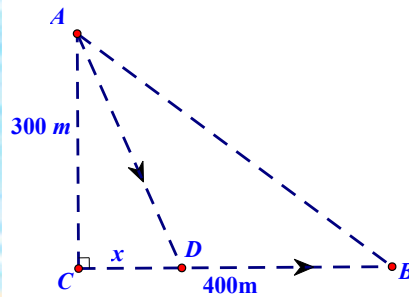
Biết rằng Giáp chèo thuyền với tốc độ 50 m/phút và chạy bộ với tốc độ 100 m/phút.

a) Thời gian Giáp chèo thuyền thẳng từ A đến B là 10 phút.

b) Thời gian Giáp chèo thuyền từ A đến C rồi chạy bộ từ C đến B là 10 phút.

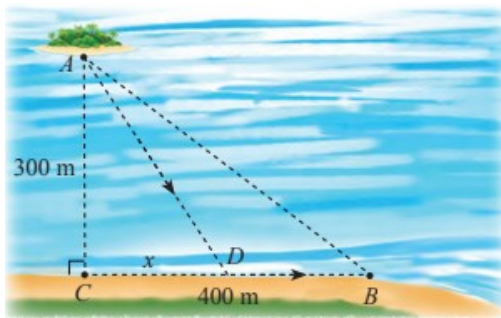
c) Giả sử Giáp chèo thuyền thẳng đến điểm D nằm giữa B và C và cách C một đoạn x (m) như hình vẽ dưới đây, rồi chạy bộ đến B thì thời gian Giáp đi từ A đến B được tính bằng

công thức $f(x) = \frac{1}{100} \left(\sqrt{x^2 + 90000} + 400 - x \right)$ (phút).



d) Thời gian nhanh nhất để Giáp đi từ A đến B xấp xỉ $9,2$ phút (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải



a) $AB = \sqrt{AC^2 + CB^2} = 500 \text{ m}$. Suy ra thời gian đi thẳng từ A đến B là 10 phút.

Suy ra a) **đúng**.

b) Thời gian đi từ A đến C rồi chạy bộ từ C đến B $\frac{300}{50} + \frac{400}{100} = 10$ phút.

Suy ra b) **đúng**.

c) Ta có $AD = \sqrt{x^2 + 300^2}$ (m), $DB = 400 - x$ (m) với $0 \leq x \leq 400$.

Thời gian đi từ A đến B là (phút).

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 90000}}{50} + \frac{400 - x}{100} = \frac{1}{100} (2\sqrt{x^2 + 90000} + 400 - x)$$

Suy ra c) **sai**.

d) Ta có $f'(x) = \frac{x}{50\sqrt{x^2 + 90000}} - \frac{1}{100}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 100\sqrt{3} \in [0; 100]$.

$$f(0) = 10, f(100\sqrt{3}) = 300\sqrt{3} + 400 \approx 9,2, f(400) = 10.$$

$$\Rightarrow \min_{[0, 400]} f(x) = f(100\sqrt{3}) \approx 9,2 \text{ (phút)}.$$

Suy ra a) **đúng**.

Câu 15. (THPT Kinh Môn - Hải Dương 2025) Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng pickleball. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát (người giám sát sẽ giám sát tất cả các máy). Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ.

a) Trong 1 giờ, cần 266 máy để sản xuất được 8000 quả bóng pickleball.

b) Trong $\frac{8}{3}$ giờ, cần 100 máy để sản xuất được 8000 quả bóng pickleball.

c) Chi phí hoạt động thấp nhất là 6,5 triệu đồng.

d) Để chi phí hoạt động thấp nhất, công ty cần sử dụng 16 máy.

Lời giải

a) Trong 1 giờ, cần số máy để sản xuất được 8000 quả bóng pickleball là: $8000 : 30 \approx 267$ (máy)

Nên khẳng định a) **sai**.

b) Trong $\frac{8}{3}$ giờ, cần số máy để sản xuất được 8000 quả bóng pickleball là:

$$8000 : \left(30 \cdot \frac{8}{3} \right) = 100 \text{ (máy)}$$

Nên khẳng định b) **đúng**.

c) Gọi x , ($x \in \mathbb{N}$) là số máy công ty có.

Chi phí thiết lập là: $200x$ (nghìn đồng).

Số giờ cần để sản xuất 8000 quả bóng là: $\frac{8000}{30x}$ (giờ).

Số tiền trả cho giám sát là: $\frac{8000 \cdot 192}{30x} = \frac{51200}{x}$ (nghìn đồng).

Tổng chi phí là: $T = 200x + \frac{51200}{x}$ (nghìn đồng).

$$T'(x) = 200 - \frac{51200}{x^2}$$

$$\Rightarrow T'(x) = 0 \Leftrightarrow 200 - \frac{51200}{x^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow x = 16.$$

Bảng biến thiên:

$\tilde{x}$	0	16	$+\infty$
$T'(x)$		0	
$T(x)$		6400	

Vậy chi phí hoạt động thấp nhất là 6,4 triệu đồng.

Nên khẳng định **c) sai**.

d) Để chi phí hoạt động thấp nhất, công ty cần sử dụng 16 máy.

Nên khẳng định **d) đúng**.

Câu 16. (HSG Vũng Tàu 2025) Chi phí nguyên liệu của một con tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10 \text{ km/h}$ thì chi phí nguyên liệu phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng/giờ. Gọi $x(\text{km/h})$ là vận tốc của tàu.

a) Chi phí nhiên liệu cho phần thứ nhất trong thời gian tàu chạy quãng đường 1 km là $\frac{480}{x}$ (nghìn đồng).

b) Tổng chi phí nhiên liệu tàu chạy trong 1 giờ là $C(x) = 480 + 0,03x^3$ (nghìn đồng).

c) Tổng chi phí nhiên liệu tàu chạy trên quãng đường 1 km giảm khi vận tốc của tàu thuộc $(0; 30)$.

d) Tổng chi phí nhiên liệu để tàu chạy trên quãng đường 1 km nhỏ nhất là 43 (nghìn đồng).

Lời giải

a) Thời gian để tàu chạy quãng đường 1 km là $\frac{1}{x}$

Chi phí nhiên liệu phần thứ nhất cho quãng đường tàu chạy 1 km là $480 \cdot \frac{1}{x} = \frac{480}{x}$ (nghìn đồng).
Do đó mệnh đề **đúng**.

b) Chi phí nhiên liệu phần một để tàu chạy 1 giờ là 480 (nghìn đồng).

Vì Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, nên ta có: $P_2 = k \cdot x^3$.

Vì khi $v = 10 \text{ km/h}$ thì chi phí nhiên liệu phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng /giờ nên $30 = k \cdot 10^3 \Rightarrow k = \frac{30}{10^3} = 0,03$. Suy ra $P_2 = 0,03x^3$ (nghìn đồng).

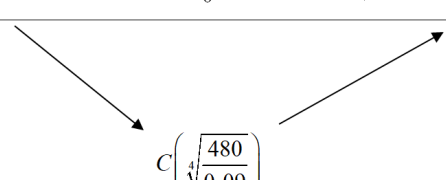
Tổng chi phí nhiên liệu tàu chạy 1 giờ là $C(x) = 480 + 0,03x^3$ (nghìn đồng). Do đó mệnh đề **đúng**.

c) Chi phí nhiên liệu cho quãng đường 1 km là $C(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^3$.

Ta có: $C'(x) = -\frac{480}{x^2} + 0,09x^2 = \frac{0,09x^4 - 480}{x^2}$.

$$C'(x) = 0 \Rightarrow 0,09x^4 - 480 = 0 \Rightarrow x = \sqrt[4]{\frac{480}{0,09}}$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\left(0; \sqrt[4]{\frac{480}{0,09}}\right)$	$+\infty$
$C'(x)$	-	0	+
$C(x)$			

Tổng chi phí nhiên liệu cho tàu chạy trên quãng đường 1 km giảm khi vận tốc của tàu thuộc $\left(0; \sqrt[4]{\frac{480}{0,09}}\right)$. Do đó mệnh đề **sai**.

d) Tổng chi phí nhiên liệu cho tàu chạy trên quãng đường 1 km nhỏ nhất là $C\left(\sqrt[4]{\frac{480}{0,09}}\right) = 74,89$ (nghìn đồng). Do đó mệnh đề **sai**.

Câu 17. (THPT Lê Xoay - Vĩnh Phúc 2025) Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm của A cho B được biểu diễn bởi công thức: $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

a) Lợi nhuận mà A thu được khi bán x tấn sản phẩm $(0 \leq x \leq 100)$ cho B được biểu diễn bởi công thức $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.

b) Số tiền mà A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là 600 triệu đồng.

c) Nhà máy A bán cho nhà máy B $50\sqrt{2} \approx 70,7$ tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

d) Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.

Lời giải

a. Đúng

Doanh thu của A khi bán x tấn sản phẩm cho B là:
 $xP(x) = (45 - 0,001x^2)x = -0,001x^3 + 45x$

Lợi nhuận mà A thu được khi bán x tấn sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho B được biểu diễn như sau:

$$H(x) = -0,001x^3 + 45x - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100$$

b. Sai

Số tiền mà A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là: $-0,001 \cdot 10^3 + 45 \cdot 10 = 449$ (triệu đồng).

c. Đúng

Ta có: $H'(x) = -0,003x^2 + 15$

$$H'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2} \text{ (chọn)}$$

Ta có $H(0) = -100$; $H(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100$; $H(100) = 400$

Vậy A bán cho B khoảng $50\sqrt{2} \approx 70,7$ tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất bằng $H(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100$.

d. Đúng

Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là: $C(10) = 100 + 30 \cdot 10 = 400$ (triệu đồng).

Câu 18. (Sở Hà Tĩnh 2025) Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi

tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ (mg/l).

a) Sau khi tiêm thuốc 2 giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân bằng 0,4 (mg/l).

b) Sau khi tiêm thuốc thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân có thể vượt quá 0,5 (mg/l).

c) Sau khi tiêm thuốc 1 giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

d) Sau khi tiêm thuốc thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất bằng 0,5 (mg/l).

Lời giải

$$c'(t) = \frac{t^2 + 1 - 2t^2}{(t^2 + 1)^2} = \frac{1 - t^2}{(t^2 + 1)^2}$$

Ta có:

$$c'(t) = 0 \Leftrightarrow 1 - t^2 = 0 \Rightarrow t = 1 \text{ (vì } t > 0 \text{)}.$$

Bảng biến thiên:

t	0	1	2	$+\infty$
$c'(t)$	+	0	-	
$c(t)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	0

Từ bảng biến thiên ta có:

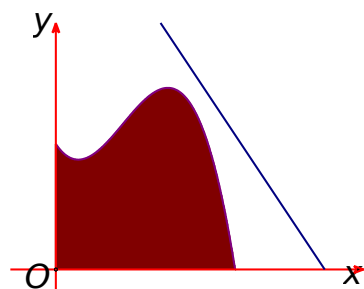
a) Sau khi tiêm thuốc 2 giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân bằng $\frac{2}{5} = 0,4$. **Đúng.**

b) Từ bảng biến thiên ta có $\max_{(0;+\infty)} c(t) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t = 1$. Suy ra sau khi tiêm thuốc thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân có thể vượt quá 0,5. **Sai.**

c) Từ bảng biến thiên ta có $\max_{(0;+\infty)} c(t) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t = 1$. Suy ra sau khi tiêm thuốc 1 giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất. **Đúng.**

d) Sau khi tiêm thuốc thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất bằng $0,5 \text{ (mg/l)}$. **Đúng.**

Câu 19. (Sở Hà Tĩnh 2025) Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa, nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị của hàm số $y = f(x) = -0,1x^3 + 0,9x^2 - 1,5x + 5,6$.



Đơn vị đo độ dài trên mỗi trục tọa độ là 100m.

a) Đường dạo ven hồ chạy dọc theo trục Ox dài 600m.

b) Trên đường đi dạo ven hồ chạy dọc theo trục Ox , điểm cách gốc O một đoạn 500m có khoảng cách theo phương thẳng đứng đến bờ hồ đối diện là lớn nhất.

c) Khoảng cách nhỏ nhất theo phương thẳng đứng từ một điểm trên đường đi dạo ven hồ đến bờ hồ đối diện là 490m.

d) Trong công viên có một con đường chạy dọc theo đồ thị hàm số $y = -1,5x + 18$. Người ta dự định xây dựng bên bờ hồ một bến thuyền đập nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. Biết toạ độ của điểm để xây bến thuyền này là $M(a; b)$. Giá trị $a + 5b$ bằng 43.

Lời giải

a) Cho $f(x) = 0 \Rightarrow -0,1x^3 + 0,9x^2 - 1,5x + 5,6 = 0 \Leftrightarrow x = 8$.

Do đó: Đường dạo ven hồ chạy dọc theo trục Ox dài $8.100 = 800m$.

Vậy a) **sai**.

b) Trên đường đi dạo ven hồ dọc theo trục Ox , điểm cách gốc O một đoạn $500m$ nên có $x = 5$.

Ta có: $f(5) = 8,1 \Rightarrow 8,1.100 = 810m$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $(1; 4,9)$; điểm cực đại là $(8; 8,1)$

Vậy b) **đúng**.

c) Khoảng cách ngắn nhất tại điểm cực tiểu nên giá trị này là $4,9.100 = 490m$.

Vậy c) **đúng**.

d) Ta có $M(a; b) \in (C): y = f(x) \Rightarrow b = f(a)$.

Khoảng cách từ M đến đường thẳng $d: y = -1,5x + 18$ là ngắn nhất khi và chỉ khi tiếp tuyến của (C) tại M song song với d .

Khi đó: $f'(a) = -1,5 \Rightarrow -0,3a^2 + 1,8a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 6 \end{cases} \Rightarrow M(6; 7,4)$

Do đó: $a + 5b = 6 + 37 = 43$.

Vậy d) **đúng**.

Câu 20. (THPT Cẩm Xuyên - Hà Tĩnh 2025) Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 9t^2 + 21t + 9$ với t tính bằng giây (s) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và S tính bằng mét (m) là quãng đường vật đi trong thời gian đó.

a) Vận tốc của chất điểm chuyển động tại thời điểm t (giây) là $v(t) = -3t^2 + 18t + 21$.

b) Vận tốc của chất điểm tại giây thứ 2 là $45m/s$.

c) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc bắt đầu đến lúc dừng hẳn là $255(m)$.

d) Vận tốc chuyển động của chất điểm đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t = 3(s)$.

Lời giải

a) Đúng.

Vận tốc chất điểm là $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 18t + 21$.

b) Đúng.

Vận tốc chất điểm tại giây thứ 2 là $v(2) = -3 \cdot 2^2 + 18 \cdot 2 + 21 = 45 \text{ m/s}$

c) Sai.

Vật dừng hẳn khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow -3t^2 + 18t + 21 = 0 \Leftrightarrow t = 7$ (thỏa mãn) hoặc $t = -1$ (loại)

quãng đường vật đi được tại thời điểm $t = 7 \text{ s}$ là $s(7) = -7^3 + 9 \cdot 7^2 + 21 \cdot 7 + 9 = 254 \text{ (m)}$

d) Đúng.

$$v(t) = -3t^2 + 18t + 21 = -3(t^2 - 6t + 9) + 48 = -3(t - 3)^2 + 48 \leq 48$$

Vậy vận tốc lớn nhất bằng 48 (m/s) khi $t = 3$.

Câu 21. (Sở Vĩnh Phúc 2025) Một cửa hàng bán cam canh Cao Phong với giá là 40000 đồng/ 1 kg. Giá nhập vào là 24000 đồng/ 1 kg. Với giá bán này cửa hàng bán được 100 kg/ ngày. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính cứ giảm 1000 đồng/ 1 kg thì số cam canh Cao Phong bán được sẽ tăng thêm là 10 kg.

a) Nếu giữ nguyên giá bán đầu, lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là 1500000 đồng.

b) Nếu giá bán là 35000 đồng/ 1 kg, khi đó cửa hàng bán được 150 kg/ 1 ngày.

c) Nếu giá bán là 30000 đồng/ 1 kg, khi đó lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là 1300000 đồng.

d) Lợi nhuận tối đa theo ngày của cửa hàng là 1690000 đồng.

Lời giải

a) Sai

Nếu giữ nguyên giá bán 40000 đồng/ 1 kg thì doanh thu theo ngày của cửa hàng là: $40000 \cdot 100 = 4000000$ đồng.

Chi phí nhập 100 kg/ 1 ngày là: $24000 \cdot 100 = 2400000$ (đồng).

Lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là: $4000000 - 2400000 = 1600000$ (đồng).

b) Đúng

Gọi x (nghìn đồng) là giá mà cửa hàng định bán ($24 \leq x \leq 40$).

Số giá đã giảm là: $40 - x$ (nghìn đồng).

Theo bài ra, ta có số cam bán được theo ngày là $100 + (40 - x) \cdot 10$ (kg).

Khi $x = 35$, số cam bán được theo ngày là: $100 + 5 \cdot 10 = 150$ kg.

c) Sai

Doanh thu của cửa hàng khi bán được $100 + (40 - x) \cdot 10$ kg là:

$$T(x) = [100 + (40 - x) \cdot 10] \cdot x = (500 - 10x) \cdot x \quad (\text{nghìn đồng}).$$

Chi phí để nhập số cam đó là: $C(x) = [100 + (40 - x) \cdot 10] \cdot 24 = (500 - 10x) \cdot 24$ (nghìn đồng).

Lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là:

$$L(x) = T(x) - C(x) = (500 - 10x) \cdot x - (500 - 10x) \cdot 24 = -10x^2 + 740x - 12000$$

Nếu giá bán là 30000 đồng/ 1 kg thì lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là:

$$L(30) = -10 \cdot 30^2 + 740 \cdot 30 - 12000 = 1200 \quad (\text{nghìn đồng}).$$

d) Đúng

Ta có: $L'(x) = -20x + 740$; $L'(x) = 0 \Rightarrow x = 37$.

Bảng biến thiên:

x	24	37	40
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$			

Từ bảng biến thiên ta thấy, lợi nhuận tối đa của cửa hàng khi giá bán là 37 nghìn đồng.

Khi đó, lợi nhuận tối đa của cửa hàng là: $L(37) = 1690$ (nghìn đồng).

Câu 22. (THPT Lê Thánh Tông - HCM 2025) Sau học kì I năm học 2024–2025, thầy Nghĩa chủ nhiệm lớp 12B5 nhận thấy rằng lớp mình có 60% học sinh có kết quả xuất sắc, 40% học sinh có kết quả loại giỏi, không có học sinh khá và trung bình. Nhưng để nắm chính xác hơn về năng lực tư duy môn Toán của từng học sinh nên thầy Nghĩa đã cho học sinh làm bài kiểm tra toán trong 90 phút. Sau khi chấm bài xong, thầy Nghĩa thấy rằng trong số học sinh loại giỏi có 8 học sinh từ 9 điểm trở lên và có 75% học sinh xuất sắc trong các học sinh được điểm Toán từ 9 trở lên. Biết lớp 12B5 có 40 học sinh.

a) Tỷ lệ học sinh có điểm Toán từ 9 trở lên của lớp 12B5 là 80%.

b) Học sinh xuất sắc kiểm tra môn Toán đều có điểm lớn hơn hoặc bằng 9.

c) Những học sinh có điểm Toán dưới 9 điểm đều là học sinh loại giỏi.

d) Có 22 học sinh kết quả xuất sắc có điểm trên 9 biết rằng tỷ lệ học sinh có điểm Toán trên 9 điểm của học sinh giỏi bằng 37,5% và trong số học sinh có điểm bằng 9 có 50% học sinh xuất sắc.

Lời giải

Số học sinh có kết quả xuất sắc(X): $40 \times \frac{60}{100} = 24$ học sinh.

Số học sinh có kết quả giỏi(G): $40 \times \frac{40}{100} = 16$ học sinh.

Sau khi kiểm tra, trong số học sinh loại giỏi có 8 em từ 9 điểm Toán trở lên, có 8 em điểm Toán dưới 9.

Gọi x là số học sinh xuất sắc đạt điểm từ 9 trở lên, suy ra: $\frac{x}{x+8} = \frac{75}{100} \Leftrightarrow x = 24$.

a) Vậy tỉ lệ học sinh có điểm Toán từ 9 trở lên của lớp 12B5 là $\frac{24+8}{40} = 0,8 = 80\%$. Mệnh đề **đúng**.

b) Mệnh đề **đúng**.

c) Mệnh đề **đúng**.

d) Có 32 học sinh có điểm từ 9 trở lên.

Xét nhóm học sinh giỏi: Gọi a là số học sinh được điểm 9, b là số học sinh được điểm trên 9.

Xét nhóm học sinh xuất sắc: Gọi c là số học sinh được điểm 9, d là số học sinh được điểm trên 9.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a+b+c+d=32 \\ c+d=24 \\ a+b=8 \\ \frac{b}{8} = \frac{37,5}{100} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=3 \\ c+d=24 \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác: } \frac{c}{a+c} = \frac{50}{100} \Leftrightarrow \frac{c}{a+c} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow c = a = 5, \text{ suy ra: } d = 24 - c = 24 - 5 = 19.$$

Vậy có 19 học sinh có kết quả xuất sắc được trên 9 điểm Toán. Mệnh đề **sai**.

Câu 23. (Chuyên Hạ Long 2025) Một cơ sở sản xuất có thể cung cấp 1000 sản phẩm A trong 1 tháng. Qua khảo sát thì thấy rằng nếu sản phẩm A bán với giá 100 nghìn đồng thì có 290 người mua, nếu cứ giảm 10 nghìn đồng thì lại có thêm 50 người mua. Gọi p là giá bán sản phẩm A (nghìn đồng) và $R(p)$ là hàm doanh thu trong 1 tháng (nghìn đồng).

a) Số sản phẩm bán ra là $790 - 5p$.

b) Hàm doanh thu $R(p) = 1000 - 790p + 5p^2$.

c) Phương trình $R'(p) = 0$ có nghiệm là $p = 79$.

d) Doanh thu lớn nhất trong 1 tháng là 31.205.000 đồng.

Lời giải

a) Gọi $p = ax + b$ (*), x là số sản phẩm bán ra.

Vì sản phẩm A bán với giá 100 nghìn đồng thì có 290 người mua nên ta có $p = 100, x = 290$ thay vào phương trình (*) ta có $290a + b = 100$ (1)

Vì cứ giảm 10 nghìn đồng thì lại có thêm 50 người mua nên ta có $p = 90, x = 340$ thay vào phương trình (*) ta có $340a + b = 90$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 290a + b = 100 \\ 340a + b = 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{5} \\ b = 158 \end{cases}$$

Ta có $p = -\frac{1}{5}x + 158 \Leftrightarrow x = 790 - 5p$

Vậy số sản phẩm bán ra là $790 - 5p$.

Nên suy ra **mệnh đề đúng**.

b) Ta có doanh thu của cơ sở sản xuất là $R(p) = (790 - 5p) \cdot p = -5p^2 + 790p$
Nên suy ra **mệnh đề sai**.

c) Ta có $R(p) = -5p^2 + 790p$ nên $R'(p) = -10p + 790$
 $R'(p) = 0 \Leftrightarrow -10p + 790 = 0 \Leftrightarrow p = 79$

Nên suy ra **mệnh đề đúng**.

d) Ta có bảng biến thiên

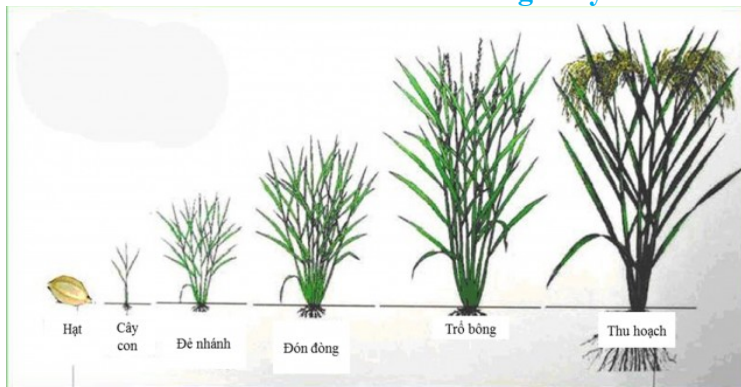
p	0	79	$+\infty$
$R'(p)$	+	0	-
$R(p)$			



Doanh thu lớn nhất trong tháng là $R(79) = 31205$ nghìn đồng = 31.205.000 đồng

Nên suy ra **mệnh đề đúng**.

Câu 24. (Chuyên Vinh 2025) Những ngày giáp Tết Nguyên Đán cũng là dịp bước vào vụ Đông Xuân, bà con nông dân tích cực xuống đồng cấy lúa. Cây lúa sau khi được cấy trải qua quá trình tăng trưởng để nhanh và phát triển chiều cao trước khi làm đồng, trở bông. Qua nghiên cứu một giống lúa mới, các nhà khoa học nhận thấy một cây lúa tính từ lúc được cấy bằng một cây mạ với chiều cao 20cm có tốc độ tăng trưởng chiều cao cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây lúa ở tuần thứ t ($t \geq 0$).



a) $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + 20$

b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây lúa kéo dài 12 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây lúa là 150cm.

d) Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80cm.

Lời giải

a) Đúng

Ta có $h(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$ nên $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + C$

Do $h(0) = 20$ nên $C = 20$. Vậy $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + 20$

b) Sai

Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây lúa tính từ khi $t = 0$ đến khi cây lúa ngừng tăng trưởng chiều cao.

Cây lúa ngừng tăng trưởng chiều cao $\Leftrightarrow v(t) = 0 \Leftrightarrow -0,1t^3 + 1,1t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 11 \end{cases}$

Vậy giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây lúa là 11 tuần

c) Sai

Chiều cao tối đa của cây lúa là $h(11) \approx 142$ cm

d) Đúng

Xét hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$, ta có: $v'(t) = -0,3t^2 + 2,2t$

$v'(t) = 0 \Leftrightarrow -0,3t^2 + 2,2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{22}{3} \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên

t	0	$\frac{22}{3}$	11
$v'(t)$	+	0	-
$v(t)$			

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất là $t = \frac{22}{3}$

Khi đó chiều cao của cây lúa là $h\left(\frac{22}{3}\right) \approx 92,3$ cm.

Câu 25. (Cụm trường THPT Hải Dương 2025) Một ô tô đang chạy với vận tốc 80 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 55m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t + 55$.

c) Thời gian kể từ lúc người lái xe đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 4 giây.

d) Đến khi dừng hẳn, xe ô tô còn cách chướng ngại vật một khoảng lớn hơn 12 m.

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Sai.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$. **Vậy a Đúng**

b) Ta có: $s(t) = \int (-10t + 20) dt = -5t^2 + 20t + C$

Do $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh, khi $t = 0$ ta có $s(0) = 0 \Leftrightarrow -5.0^2 + 20.0 + C \Leftrightarrow C = 0$.

Vậy $s(t) = -5t^2 + 20t$. **Vậy b Sai.**

c) Xe ô tô dừng hẳn nghĩa là $v(t) = 0 \Leftrightarrow -10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. **Vậy c Sai**

d) Gọi A là vị trí người lái xe phát hiện chướng ngại vật, B là vị trí người lái xe đạp phanh, C là vị trí xe dừng hẳn.

A ————— B ————— C

Xe chạy trên quãng đường AB với vận tốc 80 km/h trong thời gian 1 giây, đổi $80 \text{ (km/h)} = 80 \cdot \frac{1000}{3600} \text{ (m/s)} \approx 22,222 \text{ (m/s)}$.

Vậy quãng đường $AB \approx 22,222 \text{ m}$.

Xe chạy trên quãng đường BC trong thời gian $t = 2$ giây theo phương trình $s(t) = -5t^2 + 20t$.
Ta có $BC = s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = -20 + 40 = 20 \text{ m}$.

Từ lúc người lái xe đạp phanh đến khi xe dừng hẳn, xe đi được quãng đường là:

Vậy quãng đường $AC = AB + BC \approx 22,222 + 20 = 44,222 \text{ m}$.

Theo giả thiết, từ vị trí A (khi phát hiện chướng ngại vật) đến chướng ngại vật là 55m.

Vậy từ vị trí C (lúc xe dừng hẳn) đến chướng ngại vật là: $\approx 55 - 44,222 = 10,778 \text{ m}$

Vậy d **sai**.

Câu 26. (THPT Trần Nguyên Hãn - Hải Phòng 2025) Quảng cáo là hình thức tuyên truyền được trả phí hoặc không để thực hiện việc giới thiệu thông tin về sản phẩm, dịch vụ, công ty hay ý tưởng, quảng cáo là hoạt động truyền thông phi trực tiếp giữa người với người mà trong đó người muốn truyền thông phải trả tiền cho các phương tiện truyền thông đại chúng để đưa thông tin đến thuyết phục hay tác động đến người nhận thông tin. Khảo sát tại một công ty A cho thấy nếu chi x triệu đồng để quảng cáo một loại sản phẩm thì số sản phẩm công ty A bán được là $S(x) = -2x^3 + 27x^2 + 216x + 150$ với $x \in [0; 15]$.

a) $S'(x) = -6x^2 + 54x + 216$.

b) Nếu công ty A chi 11 triệu đồng đến 12 triệu đồng cho quảng cáo loại sản phẩm này thì số lượng sản phẩm công ty A bán được đạt tối đa bằng 3131 triệu đồng.

c) Nếu không chi cho quảng cáo thì số lượng sản phẩm công ty A bán được là 391 sản phẩm.

d) Nếu công ty A chi từ 11 triệu đồng đến 12 triệu đồng cho quảng cáo loại sản phẩm này thì số lượng sản phẩm bán được sẽ tăng.

Lời giải

a) Xét $S(x) = -2x^3 + 27x^2 + 216x + 150$, ta có $S'(x) = -6x^2 + 54x + 216$. Vậy a) **đúng**.

b) Xét hàm số $S(x) = -2x^3 + 27x^2 + 216x + 150$ với $x \in [11; 12]$

$$S'(x) = -6x^2 + 54x + 216$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \text{ (tm)} \\ x = -3 \text{ (loại)} \end{cases}$$

x	11	12
y'		0
y	3131	3174

Ta có: $S(11) = 3131$; $S(12) = 3174$

Do đó nếu công ty A chi 11 triệu đồng đến 12 triệu đồng cho quảng cáo loại sản phẩm này thì số lượng sản phẩm công ty A bán được đạt tối đa bằng 3174 sản phẩm. Vậy b) **sai**.

c) Nếu không chi tiền cho quảng cáo thì số sản phẩm công ty A bán được là $S(0) = 150$. Vậy c) sai.

d) Nếu công ty A chi từ 11 triệu đồng đến 12 triệu đồng cho quảng cáo loại sản phẩm này thì số lượng sản tăng. Vậy d) đúng (theo bảng biến thiên)

Câu 27. (Sở Vĩnh Phúc 2025) Quan sát quá trình sinh trưởng và phát triển của một giống cà chua mới trong 18 tuần kể từ khi trồng, các kĩ sư thuộc một trung tâm giống cây trồng nhận thấy: chiều cao thân cây sau t tuần kể từ khi trồng được tính xấp xỉ bởi hàm số $h(t) = 40 \log_3(2t+1) + 12$ (đơn vị: centimet, $0 \leq t \leq 18$). Sau 9 tuần kể từ khi trồng, hoa bắt đầu kết trái. Kể từ đó, đường kính trái cà chua ở tuần thứ t xấp xỉ bởi hàm số $d(t) = 3^{\frac{2t-17}{t-8}} - 3$ (đơn vị: centimet, $9 \leq t \leq 18$).

a) Tốc độ tăng trưởng chiều cao của thân cây cà chua ở tuần thứ 7 (làm tròn đến hàng phần trăm) xấp xỉ bằng 4,85 (cm/tuần).

b) Khi được 4 tuần tuổi, chiều cao của thân cây cà chua là 92 cm.

c) Chiều cao của thân cây cà chua liên tục tăng trong suốt 18 tuần.

d) Sau 4 tuần, kể từ khi kết trái, đường kính trái cà chua lớn hơn 12 cm.

Lời giải

a) Đúng. Ta có:

$$h(t) = 40 \log_3(2t+1) + 12 \Rightarrow h'(t) = 40 \cdot \frac{(2t+1)'}{(2t+1) \ln 3} = \frac{80}{(2t+1) \ln 3}$$

Tốc độ tăng trưởng chiều cao của thân cây cà chua ở tuần thứ 7 là

$$h'(7) = \frac{80}{(2 \cdot 7 + 1) \ln 3} \approx 4,85 \text{ (cm/tuần)}.$$

b) Đúng. Khi được 4 tuần tuổi, chiều cao của thân cây cà chua là

$$h(4) = 40 \log_3(2 \cdot 4 + 1) + 12 = 92 \text{ cm}.$$

c) Đúng. Ta có

$$h'(t) = \frac{80}{(2t+1) \ln 3} > 0, \quad 0 \leq t \leq 18.$$

Chiều cao của thân cây cà chua liên tục tăng trong suốt 18 tuần.

d) Sai. Sau 4 tuần, kể từ khi kết trái tức tuần thứ $t = 13$, đường kính trái cà chua là

$$d(13) = 3^{\frac{2 \cdot 13 - 17}{13 - 8}} - 3 \approx 4,22 < 12 \text{ cm}.$$

Vậy sau 4 tuần, kể từ khi kết trái, đường kính trái cà chua lớn hơn 12 cm.

Câu 28. (Cụm trường Hưng Yên 2025) Một cơ sở sản xuất khăn đang bán mỗi chiếc khăn với giá 50000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 34000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 50000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi

tháng sẽ bán ít hơn 500 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 32000 đồng, gọi số tiền cần tăng giá mỗi chiếc khăn là x (nghìn đồng). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Tổng doanh thu trung bình mỗi tháng cơ sở sản xuất thu được khi chưa tăng giá là 1700 000 000 nghìn đồng.
- b) Số khăn bán ra được mỗi tháng sau khi tăng giá là $34000 - 5x$ chiếc.
- c) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì sau khi tăng giá mỗi chiếc khăn lãi 41 nghìn đồng.
- d) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số khăn bán ra giảm 12500 chiếc.

Lời giải

a. Đúng.

Tổng doanh thu trung bình mỗi tháng cơ sở sản xuất thu được khi chưa tăng giá là:

$$34000 \cdot 50000 = 1\,700\,000\,000 \text{ đồng.}$$

b. Sai

Khi tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 500 chiếc.

Vậy khi tăng giá mỗi chiếc khăn là x nghìn đồng thì số khăn bán ra được mỗi tháng là:

$$34000 - 500x \text{ chiếc..}$$

c. Sai

Giá bán mới là: $50 + x$ (nghìn đồng).

Doanh thu thu được sau khi tăng giá là: $(34000 - 500x)(50 + x)$ (nghìn đồng).

Lợi nhuận thu được: $T(x) = (34000 - 500x)(50 + x) - 32(34000 - 500x)$ (nghìn đồng).

$$T = -500x^2 + 25000x + 612000 \text{ (nghìn đồng).}$$

Ta có: $T'(x) = -1000x + 25000$

$$T'(x) = 0 \Rightarrow x = 25$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	25	$+\infty$
$T'(x)$	+	0	-
$T(x)$			

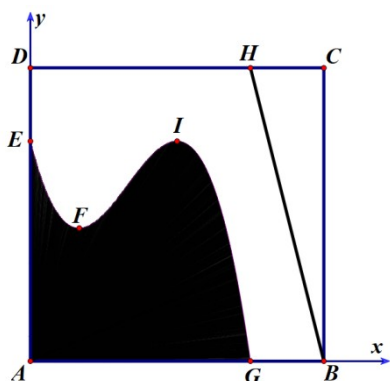
Từ bảng biến thiên ta có, lợi nhuận lớn nhất khi $x = 25$ nghìn đồng.

Như vậy, để đạt lợi nhuận lớn nhất thì sau khi tăng giá mỗi chiếc khăn lãi $50 + 25 - 32 = 43$ nghìn đồng.

d. Chọn ĐÚNG.

Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số khăn bán ra giảm $500.25 = 12500$ chiếc.

Câu 29. (Sở Thừa Thiên Huế 2025) Ông An có một mảnh đất hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = 12m$. Ông làm một hồ bơi dạng hình thang cong (*phần tô đậm*) và một lối đi là đoạn thẳng HB . Nếu đặt hệ trục tọa độ có gốc tại A như hình vẽ, độ dài đơn vị là $1m$, thì đường cong $EFIG$ là một phần đồ thị của một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có F là điểm cực tiểu và I là điểm cực đại. Biết $CH = DE = GB = 3m$ và các điểm F, I cách cạnh AD lần lượt là $2m$ và $6m$.



a) Phương trình của đường thẳng HB là $y = -4x + 48$.

b) Tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f'(x) = a(x+2)(x+6)$

c) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 7 song song với đường thẳng HB .

d) Ông An cần đặt một cái thang lên xuống hồ bơi tại một điểm trên đường cong $EFIG$ sao cho khoảng cách từ điểm đặt thang đến lối đi là ngắn nhất, khoảng cách đó bằng $2,56m$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Đúng b) Sai c) Sai d) Đúng.

a) Đúng

Gọi phương trình đường thẳng HB là $y = ax + b (a \neq 0)$

Đường thẳng HB đi qua hai điểm $B(12;0)$ và $H(9;12)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 0 = 12a + b \\ 12 = 9a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 48 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng HB là $y = -4x + 48$.

b) Sai

Các điểm F, I cách cạnh AD lần lượt là $2m$ và $6m$ nên $x_F = 2, x_I = 6$.

Mặt khác F là điểm cực tiểu và I là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nên tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f'(x) = a(x-2)(x-6)$.

c) Sai

Ta có: $f'(x) = a(x-2)(x-6) = a(x^2 - 8x + 12) \Rightarrow f(x) = a\left(\frac{x^3}{3} - 4x^2 + 12x\right) + C$

$$\begin{cases} f(0) = 9 \\ f(9) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\left(\frac{0^3}{3} - 4 \cdot 0^2 + 12 \cdot 0\right) + C = 9 \\ a\left(\frac{9^3}{3} - 4 \cdot 9^2 + 12 \cdot 9\right) + C = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3} \\ C = 9 \end{cases}$$

Mặt khác:

$$f(x) = -\frac{1}{9}x^3 + \frac{4}{3}x^2 - 4x + 9$$

Suy ra

$$f'(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{8}{3}x - 4$$

Do $k = f'(7) = -\frac{5}{3} \neq -4$ nên tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 7 không song song với đường thẳng HB .

d) Đúng

Gọi Δ là tiếp tuyến của hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; y_0)$.

Để $d(M, HB)$ ngắn nhất thì Δ song song HB .

Suy ra $k_{\Delta} = f'(x_0) = -4 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x_0^2 + \frac{8}{3}x_0 - 4 = -4 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x_0^2 + \frac{8}{3}x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 (L) \\ x_0 = 8 \end{cases}$

$$M\left(8; \frac{49}{9}\right), HB: 4x + y - 48 = 0$$

Khi đó

$$d(M, HB) = \frac{\left|4 \cdot 8 + \frac{49}{9} - 48\right|}{\sqrt{4^2 + (-1)^2}} \approx 2,56$$

Vậy

Câu 30. Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình 2025) Vận tốc $v_1 (cm/s)$ của con lắc thứ nhất và vận tốc $v_2 (cm/s)$ của con lắc thứ hai theo thời gian t (giây) được cho bởi công thức $v_1(t) = 2 \cos\left(t - \frac{\pi}{3}\right); v_2(t) = 4 \cos\left(\frac{t}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$;

a) Tại thời điểm ban đầu vận tốc con lắc thứ nhất bằng 1.

b) Vận tốc lớn nhất của con lắc thứ hai bằng 4

c) Tại thời điểm $t = \frac{\pi}{4}$, vận tốc của con lắc thứ hai gấp hai lần vận tốc của con lắc thứ nhất.

d) Trong thời gian 10 giây đầu tiên, con lắc thứ nhất đạt vận tốc lớn nhất hai lần

Lời giải

a) Tại thời điểm ban đầu, với $t = 0$ thì $v_1(0) = 2 \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 1$. Nên mệnh đề a) **đúng**.

b) Vì $1 \leq \cos\left(\frac{t}{3} + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1$, nên khi $\cos\left(\frac{t}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = 1$, thì vận tốc của con lắc thứ hai đạt giá trị lớn nhất bằng $v_2(t) = 4$. Nên mệnh đề b) **đúng**.

c) Với $t = \frac{\pi}{4}$ thì $v_1\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{(1+\sqrt{3})\sqrt{2}}{2}$ và $v_2\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4 \cos\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6}\right) = 2\sqrt{2}$

Vì $\frac{(1+\sqrt{3})\sqrt{2}}{2} \cdot 2 = (1+\sqrt{3})\sqrt{2} \neq 2\sqrt{2}$, nên $2 \cdot v_1\left(\frac{\pi}{4}\right) \neq v_2\left(\frac{\pi}{4}\right)$. Nên mệnh đề c) **sai**.

d) Ta có $v_1'(t) = -2 \sin\left(t - \frac{\pi}{3}\right)$, $v_1'(t) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(t - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Vì $0 \leq t \leq 10 \Leftrightarrow 0 \leq \frac{\pi}{3} + k\pi \leq 10 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq k \leq -\frac{1}{3} + \frac{10}{\pi}$. Vì $k \in \mathbb{Z}$, nên $k = \{0, 1, 2\}$

Với $k = 0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow v_1\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \text{ (cm/s)}$

Với $k = 1 \Rightarrow t = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow v_1\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -2 \text{ (cm/s)}$

Với $k = 2 \Rightarrow t = \frac{7\pi}{3} \Rightarrow v_1\left(\frac{7\pi}{3}\right) = 2 \text{ (cm/s)}$

Ta có:

t	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{3}$	10
$v_1'(t)$	+	0	-	0	-
$v_1(t)$		2	-2	2	

Vậy trong thời gian 10 giây đầu tiên, con lắc thứ nhất đạt vận tốc lớn nhất hai lần bằng 2 (cm/s)

tại thời điểm $t = \frac{\pi}{3}$ (s) và $t = \frac{7\pi}{3}$ (s). Nên mệnh đề d) **đúng**.

Câu 31. (THPT Sào Nam - Quảng Nam 2025) Xét một chất điểm M chuyển động trên đường nằm ngang chọn O làm gốc, chiều dương từ trái sang phải. Chuyển động của M được cho bởi công thức $s(t) = t^3 - 3t^2 - 1$, với t (giây), $t \geq 0$ là khoảng thời gian tính từ lúc chất điểm bắt đầu chuyển động. Gọi OM là khoảng cách từ M đến O tính bằng (mét).

a) Tại thời điểm $t = 0$ thì $OM = 1m$.

b) Chất điểm chuyển động với vận tốc được xác định bởi biểu thức $v = 3t^2 - 6t + 1$ (m/s).

c) Trong khoảng thời gian 2 giây đầu tiên kể từ lúc bắt đầu chuyển động, chất điểm chuyển động sang trái.

d) Đến giây thứ 3 kể từ lúc bắt đầu chuyển động, khoảng cách lớn nhất của OM là 5m.

Lời giải

a) Đúng.

Vì khoảng cách từ M đến O là quãng đường đi được từ M đến O và có phương trình

$$s(t) = t^3 - 3t^2 - 1$$

Do đó tại $t = 0$ thì $s(0) = -1$

Vậy chất điểm di chuyển từ phải sang trái với quãng đường $OM = 1m$.

b) Sai.

Ta có $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t$.

c) Đúng.

Trong khoảng thời gian 2 giây đầu tiên kể từ lúc bắt đầu chuyển động thì chất điểm chuyển động $s(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 - 1 = -5$.

Do đó chất điểm chuyển động sang trái.

d) Đúng

$$s(t) = t^3 - 3t^2 - 1 \Rightarrow s'(t) = 3t^2 - 6t$$

$$s'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \end{cases}$$

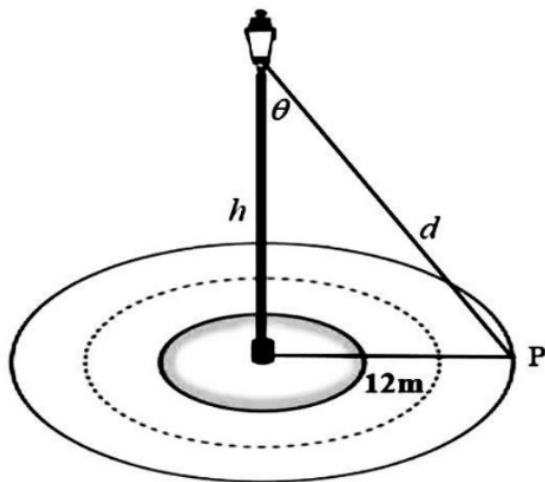
Ta có

Bảng biến thiên

t	0	2	3
$s'(t)$	-	0	+
$s(t)$	-1	-5	-1

Dựa vào bảng biến thiên, đến giây thứ 3 kể từ lúc bắt đầu chuyển động, khoảng cách lớn nhất của OM là $5m$ (vật chuyển động từ phải sang trái).

Câu 32. (Sở Ninh Bình 2025) Một chiếc đèn được đặt trên đỉnh của một cột đèn cao $h(m)$ để chiếu sáng một vòng xuyên giao thông đông đúc có bán kính $12m$. Cường độ ánh sáng I tại một điểm P trên vòng xuyên tỉ lệ thuận với cosin của góc θ và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách $d(m)$ từ nguồn sáng đến điểm P (xem hình dưới đây).



a) Nếu $I = f(h)$ thì $f'(h) = k \frac{-2h^2 + 144}{(h^2 + 144)^2 \sqrt{(h^2 + 144)^3}}$.

b) Để cường độ ánh sáng I lớn nhất thì cột đèn phải cao $6\sqrt{2}m$.

c) $\cos \theta = \frac{12}{\sqrt{h^2 + 144}}$.

d) $I = k \frac{\cos \theta}{d^2}$ (với k là hằng số dương).

Lời giải

a) SAI

b) ĐÚNG

c) SAI

d) ĐÚNG

+) Vì cường độ ánh sáng I tại một điểm P trên vòng xuyên tỉ lệ thuận với cosin của góc θ và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách $d(m)$ từ nguồn sáng đến điểm P nên $I = k \frac{\cos \theta}{d^2}$ (với k là hằng số dương). Vậy **d** đúng.

$$\cos \theta = \frac{h}{d} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + 144}}. \text{ Vậy c sai.}$$

$$I = k \frac{\cos \theta}{d^2} = k \cdot \frac{h}{\sqrt{h^2 + 144}} \cdot \frac{1}{(h^2 + 144)} = k \cdot \frac{h}{(h^2 + 144)^{\frac{3}{2}}} = f(h)$$

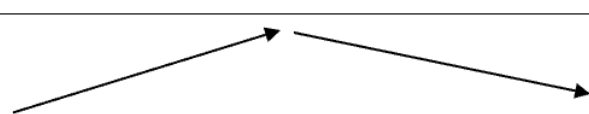
$$f'(h) = k \frac{(h^2 + 144)^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2}(h^2 + 144)^{\frac{1}{2}} \cdot 2h^2}{(h^2 + 144)^3} = k \cdot \frac{(h^2 + 144)^{\frac{1}{2}}(h^2 + 144 - 3h^2)}{(h^2 + 144)^3}$$

$$= k \cdot \frac{(h^2 + 144)^{\frac{1}{2}}(144 - 2h^2)}{(h^2 + 144)^3} = k \cdot \frac{144 - 2h^2}{(h^2 + 144)^{\frac{5}{2}}}. \text{ Vậy a Sai.}$$

$$f'(h) = k \cdot \frac{144 - 2h^2}{(h^2 + 144)^{\frac{5}{2}}} = 0 \Leftrightarrow 144 - 2h^2 = 0 \Leftrightarrow h = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

Ta có bảng biến thiên

h	0	$6\sqrt{2}$	$+\infty$
$f'(h)$		0	-
$f(h)$			



Để cường độ ánh sáng I lớn nhất thì cột đèn phải cao $6\sqrt{2}$ m.

Vậy **b** đúng.

Câu 33. (Sở Thái Nguyên 2025) Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ với $t \geq 0$. Nếu coi $y = f(t)$ là hàm số xác định trên $[0; +\infty)$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ ngày) tại thời điểm t .

a) Tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t là $f'(t) = 90t - 3t^2$.

b) Số người bị nhiễm bệnh từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ 13 là 4752.

c) Đến ngày thứ 45 thì không còn người nhiễm bệnh.

d) Trong 35 ngày đầu tiên thì số người nhiễm bệnh luôn tăng.

Lời giải

a) Tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t là $f'(t) = 90t - 3t^2$.

Chọn **Đúng**.

b) Số người nhiễm bệnh từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ 13 là:

$$f(13) = 45 \cdot 13^2 - 13^3 = 5408 \text{ người.}$$

Chọn Sai.

c) Ta có: $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 90t - 3t^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 30 \\ t = 0 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

t	0	30	35	45	$+\infty$
$f'(t)$	0	+	0	-	
$f(t)$	0	↗	13500	↘	12250
				↘	0

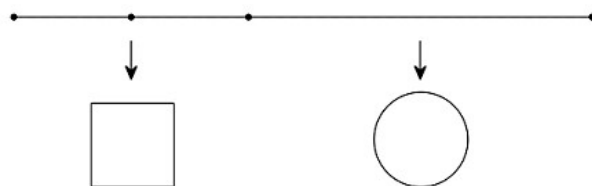
Từ bảng biến thiên ta thấy, đến ngày 45 thì không còn người nhiễm bệnh.

Chọn Đúng.

d) Từ bảng biến thiên ta thấy, trong 30 ngày đầu tiên thì số người nhiễm bệnh luôn tăng.

Chọn Sai.

Câu 34. (Sở Quảng Bình 2025) Một sợi dây kim loại dài $6(\text{cm})$. Người ta cắt sợi dây đó thành hai đoạn. Đoạn có độ dài $x(\text{cm})$ được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thành hình vuông ($0 < x < 6$).



a) Bán kính đường tròn là $r = \frac{x}{\pi}$.

b) Diện tích hình vuông là $\left(\frac{6-x}{4}\right)^2$.

c) Tổng diện tích hai hình là $\frac{(4+\pi)x^2 - 12\pi x + 36\pi}{16\pi}$.

d) Khi $x = \frac{6\pi}{2+\pi}$ thì hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất.

Lời giải

a) Theo bài ra ta có: độ dài của đường tròn bằng $x(\text{cm})$.

Gọi bán kính của đường tròn là r . Ta có: $2\pi r = x \Rightarrow r = \frac{x}{2\pi}$. Chọn Sai.

b) Độ dài đoạn còn lại là: $6-x(\text{cm})$.

Gọi cạnh của hình vuông là a ($a > 0$).

Ta có: $4a = 6 - x \Rightarrow a = \frac{6-x}{4}$.

Diện tích của hình vuông bằng: $\left(\frac{6-x}{4}\right)^2$

Chọn Đúng.

c) Diện tích của hình tròn là: $\pi r^2 = \pi \cdot \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 = \frac{x^2}{4\pi}$.

Tổng diện tích của hai hình bằng:

$$S(x) = \left(\frac{6-x}{4}\right)^2 + \frac{x^2}{4\pi} = \frac{36-12x+x^2}{16} + \frac{x^2}{4\pi} = \frac{(4+\pi)x^2 - 12\pi x + 36\pi}{16\pi}$$

Chọn Đúng.

d) Ta có: $S'(x) = \frac{4+\pi}{8\pi}x - \frac{3}{4}$

$$S'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{6\pi}{4+\pi}$$

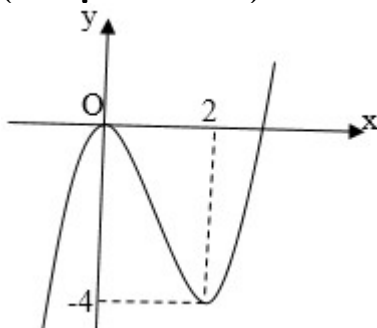
Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{6\pi}{4+\pi}$	6
$S'(x)$	-	0	+
$S(x)$			

Vậy khi $x = \frac{6\pi}{4+\pi}$ thì hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất.

Chọn Sai.

Câu 35. (Sở Bạc Liêu 2025) Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như vẽ



a) Hàm số có hệ số $d > 0$.

b) Hàm số có hệ số $a > 0$.

c) Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $E(0; 2)$.

d) Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($0 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x) = f(x) - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 200 nghìn đồng/mét. Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày là 1100 nghìn đồng.

Lời giải

a) Hàm số có hệ số $d > 0$ là sai vì đồ thị hàm số đã cho đi qua gốc tọa độ.

b) Hàm số có hệ số $a > 0$ là đúng.

c) Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $E(0; 2)$ là sai.

d) Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($0 \leq x \leq 18$)

Theo đồ thị hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ta có
 $f'(x) = 3ax(x - 2) \Rightarrow f'(x) = ax^3 - 3ax^2$ (vì đồ thị hàm số đã cho đi qua gốc tọa độ).

Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $M(2; -4) \Rightarrow f(2) = a \cdot 2^3 - 3a \cdot 2^2 = -4 \Leftrightarrow a = 1$.

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2$$

Lợi nhuận của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày là

$$L(x) = 200x - C(x) = -f(x) + 220x - 500 = -x^3 + 3x^2 + 220x - 500 \quad (0 \leq x \leq 18)$$

$$\Rightarrow L'(x) = -3x^2 + 6x + 220$$

$$\Rightarrow L'(x) = -3x^2 + 6x + 220 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{669}}{3} \text{ (tm)} \\ x = \frac{3 - \sqrt{669}}{3} \text{ (ktm)} \end{cases}$$

$$L(0) = -500; L(18) = -1400; L\left(\frac{3 + \sqrt{669}}{3}\right) \approx 1003,8.$$

$$\Rightarrow \max_{[0;18]} L(x) = L\left(\frac{3 + \sqrt{669}}{3}\right) \approx 1003,8 \text{ nghìn đồng}$$

Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày là 1100 nghìn đồng là sai

Câu 36. (THPT Lê Thánh Tông - Nguyễn Khuyến 2025) Số giờ có ánh sáng mặt trời của thành phố A ở vĩ độ 40° Bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số:

$$d(t) = 3 \sin \frac{\pi}{82} (t - 80) + 12 \text{ với } t \in \mathbb{N} \text{ và } 0 < t \leq 365.$$

a) Ngày thứ 80 trong năm có đúng 10 giờ ánh sáng mặt trời.

$$d(t) = \frac{3p}{182} \cos \frac{\pi}{82} (t - 80) + 12$$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là

c) Nghiệm của phương trình $d'(t) = 0$ trên đoạn $[1; 171]$ là $t = 171$.

d) Ngày thứ 160 có số giờ ánh sáng lớn nhất trong năm.



Lời giải

$$d(80) = 3 \sin \frac{\pi}{82} (80 - 80) + 12 = 12$$

a) Với $t = 80$ ta có:

Như vậy, ngày thứ 80 trong năm

có đúng 12 giờ ánh sáng mặt trời. Vậy a) **sai**.

b) $d(t) = \frac{3p}{182} \cos \frac{\pi}{82} (t - 80) + 12$. Vậy b) **đúng**.

$$d'(171) = \frac{3p}{182} \cos \frac{\pi}{82} (171 - 80) = \frac{3p}{182} \cos \frac{p}{2} = 0$$

c) Thay $t = 171$ ta có:

Vậy $t = 171$ là nghiệm của phương trình $d'(t) = 0$ trên đoạn $[1; 171]$. Vậy c) **đúng**.

d) Với mọi $t \in [0; 365]$, ta có: $-1 \leq \sin \frac{\pi}{82} (t - 80) \leq 1 \Rightarrow 9 \leq 3 \sin \frac{\pi}{82} (t - 80) + 12 \leq 15$.

$d(t)$ lớn nhất bằng 15, đạt được khi $\sin \frac{\pi}{82} (t - 80) = 1 \Leftrightarrow \frac{p}{182} (t - 80) = \frac{p}{2} + k2p \Leftrightarrow t = 171 + 364k$.

Vì $t \in [0; 365]$ nên $k = 0 \Rightarrow t = 171$.

Do đó ngày thứ 171 có số giờ ánh sáng lớn nhất trong năm. Vậy d) **sai**.

Câu 37. (Chuyên Phan Bội Châu - Hà Tĩnh 2025) Cây đậu Hà Lan khi trồng có chiều cao 3 centimet.

Gọi $h(t)$ là độ cao tính bằng centimet của cây đậu Hà Lan tại thời điểm t kể từ khi được trồng, với t tính theo tuần. Khảo sát cho thấy tốc độ tăng chiều cao của cây đậu Hà Lan sau khi trồng là $h'(t) = -0,02t^3 + 0,3t^2$ (centimet/tuần).

- a) Hàm số $h(t)$ có công thức là $h(t) = -0,005t^4 + 0,1t^3$.
- b) Giai đoạn tăng trưởng của cây đậu Hà Lan đó kéo dài 15 tuần.
- c) Chiều cao tối đa của cây đậu Hà Lan đó là 88 centimet.
- d) Vào thời điểm cây đậu Hà Lan phát triển nhanh nhất thì chiều cao của cây là 53 centimet.

Lời giải

a) Sai b) Đúng c) Sai d) Sai

a) Độ cao của cây đậu Hà Lan được xác định bằng công thức:

$$h(t) = \int h'(t) dt = \int (-0,02t^3 + 0,3t^2) dt = -0,005t^4 + 0,1t^3 + C$$

Tại thời điểm được trồng $(t = 0)$ thì chiều cao của cây đậu bằng 3 centimet nên

$$h(0) = 3 \Rightarrow C = 3$$

$$h(t) = -0,005t^4 + 0,1t^3 + 3$$

Vậy

b) Xét hàm số $h(t) = -0,005t^4 + 0,1t^3 + 3$

$$h'(t) = -0,02t^3 + 0,3t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 15 \\ t = 0 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

t	0	15	$+\infty$
$h'(t)$	0	+	0
$h(t)$	3	$\frac{699}{8}$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, giai đoạn tăng trưởng của cây đậu Hà Lan kéo dài 15 tuần.

c) Từ bảng biến thiên ở câu b), chiều cao tối đa của cây đậu Hà Lan là $\frac{699}{8} \approx 87,38$ centimet.

d) Xét hàm tốc độ tăng chiều cao của cây đậu Hà Lan sau khi trồng là $h'(t) = -0,02t^3 + 0,3t^2$

$$h''(t) = -0,06t^2 + 0,6t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10 \end{cases}$$

Ta có

Bảng biến thiên:

t	0	10	$+\infty$	
$h''(t)$	0	+	0	-
$h'(t)$	0	10	$-\infty$	

Từ bảng biến thiên, thời điểm cây đậu Hà Lan phát triển nhanh nhất thì cây cao 10 centimet.

Câu 38. (Sở Hòa Bình 2025) Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5cm. Tốc độ tăng trưởng chiều cao của cây cà chua khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimet/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimet) là chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ t ($t \geq 0$)

$$h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3$$

a)

b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây cà chua kéo dài 10 tuần.

c) Chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ 6 lớn hơn 40cm.

d) Chiều cao tối đa của cây cà chua không vượt quá 90 cm.

Lời giải

a) Sai.

$$v(t) = -0,1t^3 + t^2 \Rightarrow h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3 + C; h(0) = 5 \Rightarrow C = 5$$

$$h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3 + 5$$

Vậy

b) Đúng.

$$h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3 + 5 \Rightarrow h'(t) = -0,1t^3 + t^2$$

$$h'(t) > 0 \Leftrightarrow 0 < t < 10$$

.Do đó giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây cà chua kéo dài 10 tuần.

c) Đúng.

$$h(6) = -\frac{1}{40}6^4 + \frac{1}{3}6^3 + 5 = 44,6 \text{ cm}$$

d) Đúng.

$$h'(t) = -0,1t^3 + t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	0	10	$+\infty$	
$h'(t)$	0	+	0	-
$h(t)$			$\frac{265}{3}$	

Từ bảng biến thiên suy ra chiều cao tối đa của cây cà chua là $\frac{265}{3} \approx 88,3 < 90$.

Câu 39. (Sở Phú Thọ 2025) Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t (Nguồn: A. Bigalke et al., Mathematik, Grundkurs ma-I, Cornelsen 2016).

a) $h'(t) = v(t)$

b) $h(t) = -\frac{t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + 5 \quad (t \geq 0)$

c) Giai đoạn tăng trưởng của cây cà chua đó kéo dài 9 tuần.

d) Chiều cao tối đa của cây cà chua đó là $88,3 \text{ cm}$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

a) Đúng b) Đúng c) Sai d) Đúng

a) $h'(t) = v(t)$

b) Ta có: $\int (-0,1t^3 + t^2) dt = -\frac{t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + C$

Do $h(t)$ là một nguyên hàm của $v(t)$ nên $h(t) = -\frac{t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + C$

Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm nên $h(0) = 5$, suy ra $C = 5$.

Vậy $h(t) = -\frac{t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + 5 \quad (t \geq 0)$

c) Cây tăng trưởng khi $v(t) > 0 \Leftrightarrow -0,1t^3 + t^2 > 0 \Leftrightarrow t^2(-0,1t + 1) > 0$.

Suy ra $-0,1t + 1 > 0$ nên $t < 10$.

Vậy giai đoạn tăng trưởng của cây kéo dài 10 tuần.

d) Ta chỉ cần tìm giá trị lớn nhất của $h(t) = -\frac{t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + 5$ với $t \in [0; 10]$.

Ta có: $h'(t) = -\frac{t^3}{10} + t^2 = \frac{t^2}{10}(-t + 10)$, suy ra $h'(t) = 0$ khi t bằng 0 hoặc 10.

Ta thấy $h(0) = 5, h(10) = \frac{265}{3}$. Khi đó, $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{265}{3}$ trên đoạn $[0;10]$.

Vậy chiều cao tối đa của cây cà chua đó là $\frac{265}{3} \approx 88,3 \text{ (cm)}$.

- Câu 40. (Sở Lào Cai 2025)** Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (mg/l) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức: $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$. (Nguồn: James Stewart, J. (2015). *Calculus*. Cengage Learning)
- a) Thời điểm 1 phút sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu là 10 (mg/l).

b) Đạo hàm của hàm số $C(x)$ là $C'(x) = \frac{60 - 30x^2}{(x^2 + 2)^2}$.

c) Trong khoảng thời gian từ 1 phút sau khi tiêm trở đi, nồng độ thuốc trong máu giảm dần.

d) Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm 2 phút sau khi tiêm.

Lời giải

a. Ta có: $C(1) = \frac{30 \cdot 1}{1^2 + 2} = 10$.

Vậy, thời điểm 1 phút sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu là 10 (mg/l).

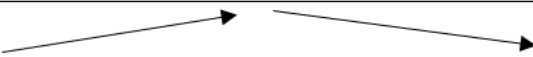
Chọn ĐÚNG.

b. Ta có: $C'(x) = \frac{60 - 30x^2}{(x^2 + 2)^2}$

Chọn ĐÚNG.

c. Ta có: $C'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \text{ (Tm)} \\ x = -\sqrt{2} \text{ (Loại)} \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
$C'(x)$	+	0	-
$C(x)$			

Từ bảng biến thiên ta thấy: Trong khoảng thời gian từ $\sqrt{2}$ phút sau khi tiêm trở đi, nồng độ thuốc trong máu giảm dần.

Chọn SAI.

d. Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t = \sqrt{2}$ phút sau khi tiêm.

Chọn SAI.

Câu 41. (Sở Quảng Nam 2025) Nhà ông A cần làm một bể chứa nước có dạng khối hộp chữ nhật không nắp, có đáy là hình chữ nhật và chiều dài gấp ba lần chiều rộng, khối hộp tương ứng có thể tích bằng 1152 dm^3 . Giả sử bề dày của thành bể và đáy bể là không đáng kể, Giá thuê công nhân để làm bể là 400000 đồng/ m^2 . Gọi x là chiều rộng của đáy bể (x là số dương và có đơn vị là dm).

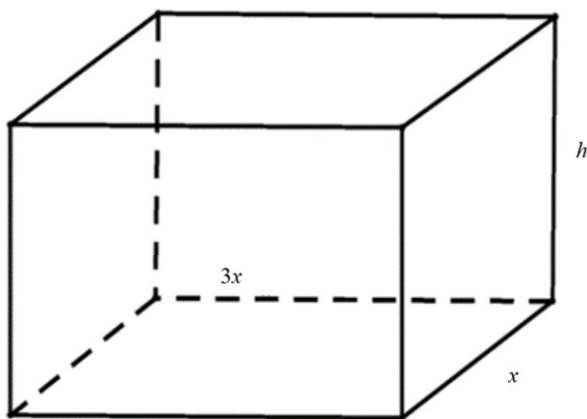
a) Chiều cao của bể nước là $\frac{384}{x^2} (\text{dm})$.

b) Diện tích xung quanh của bể chứa nước là $\frac{3072}{x} (\text{dm}^2)$.

c) Tổng diện tích cần làm của bể chứa nước là $\frac{3072}{x} + 6x^2 (\text{dm}^2)$.

d) Chi phí thấp nhất mà ông A trả cho công nhân làm bể nước theo yêu cầu là 3072000 đồng.

Lời giải



a) Chiều rộng của đáy bể là x ($x > 0$).

$\Rightarrow$ Chiều dài của đáy bể là $3x$.

Gọi chiều cao của bể nước là h ($h > 0$).

Theo bài ra, ta có thể tích của bể nước là: $x \cdot 3x \cdot h = 1152 \Rightarrow h = \frac{384}{x^2} (\text{dm})$.

Chọn ĐÚNG.

b) Diện tích xung quanh của bể chứa nước là: $2x \cdot \frac{384}{x^2} + 6x \cdot \frac{384}{x^2} = \frac{3072}{x} (\text{dm}^2)$.

Chọn ĐÚNG.

c) Diện tích đáy bể là: $S_{\text{đáy}} = x \cdot 3x = 3x^2$.

Tổng diện tích cần làm của bể chứa nước là $S = S_{\text{xq}} + S_{\text{đáy}} = \frac{3072}{x} + 3x^2$.

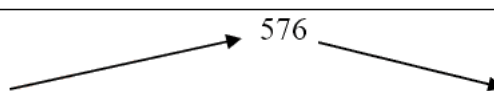
Chọn SAI.

d) Để chi phí thấp nhất thì diện tích cần làm của bể chứa nước là nhỏ nhất hay

$$f(x) = \frac{3072}{x} + 3x^2 \quad \text{đạt giá trị nhỏ nhất với } x > 0.$$

Ta có: $f'(x) = -\frac{3072}{x^2} + 6x = 0 \Rightarrow x = 8$

Bảng biến thiên:

x	0	8	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Từ bảng biến thiên ta thấy, diện tích cần làm nhỏ nhất bằng $576 \text{ dm}^2 = 5,76 \text{ m}^2$ khi $x = 8 \text{ dm}$.

Khi đó, chi phí thấp nhất mà ông A trả cho công nhân làm bể nước theo yêu cầu là: $5,76.400000 = 2304000$ đồng.

Chọn SAI.

Câu 42. (Sở Thái Nguyên 2025) Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 6t + 4$, trong đó $0 \leq t \leq 10$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét.

a) Quãng đường chất điểm chuyển động trong $2(s)$ đầu tiên là $8(m)$.

b) Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 3(s)$ là $15(m/s)$.

c) Tại thời điểm mà $s(t) = 22(m)$ thì gia tốc tức thời của chất điểm là $12(m/s^2)$.

d) Tại thời điểm $t = 2(s)$ vận tốc tức thời của chất điểm đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

a) Đúng

$$v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t + 6 = 3(t^2 - 2t + 1) + 3 = 3(t-1)^2 + 3 > 0, \forall t$$

Quãng đường chất điểm chuyển động trong $2(s)$ đầu tiên là: $s(2) - s(0) = 12 - 4 = 8(m)$.

b) Đúng

$$v(3) = 15(m/s)$$

c) Đúng

Ta có $t^3 - 3t^2 + 6t + 4 = 22 \Leftrightarrow t = 3$

$$a(t) = v'(t) = 6t - 6$$

$$\Rightarrow a(3) = 12 \left(m / s^2 \right)$$

d) Sai

$$v(t) = 3t^2 - 6t + 6, t \in [0; 10] \text{ đạt GTNN bằng } 3 \Leftrightarrow t = 1.$$

Câu 43. (Liên Trường Nghệ An 2025) Nhân dịp Tết Trung thu, bác Oanh làm các đèn lồng cho con. Mỗi đèn bác dùng một sợi dây đồng dài $24dm$ cắt thành 3 đoạn để uốn làm khung đèn. Đoạn thứ nhất bác uốn thành hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $x(dm)$ để làm đáy, hai đoạn còn lại có độ dài bằng nhau uốn thành các đường gấp khúc ASC và BSD . Khung đèn sau khi hoàn thiện có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và mặt ngoài của đèn được dán giấy màu để trang trí (xem các mối nối, dán là không đáng kể). Khi đó ta có:

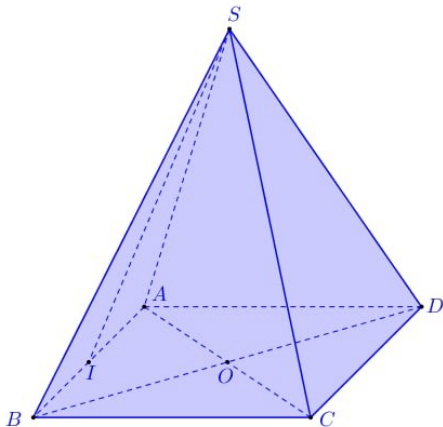
a) Độ dài cạnh bên của khung đèn bằng $6 - x(dm)$.

b) Khi $x = 2(dm)$ thì độ dài đường cao của khung đèn là $\sqrt{14}(dm)$

c) Khi tất cả các cạnh bằng nhau thì diện tích giấy màu cần dùng là $9(1 + \sqrt{3})dm^2$

d) Thể tích phần không gian của đèn lồng lớn nhất khi $x = 2,79dm$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải



a) Đúng

+ Theo bài: Đoạn thứ nhất bác uốn thành hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $x(dm)$ để làm đáy, hai đoạn còn lại có độ dài bằng nhau uốn thành các đường gấp khúc ASC và BSD . Mà tổng độ dài của dây là: $24dm$ và khung đèn sau khi hoàn thiện có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ nên ta có phương trình: $4SA = 24 - 4x \Leftrightarrow SA = 6 - x$

b) Đúng

Với $x = 2$ suy ra $\begin{cases} SA = 4 \\ AO = \sqrt{2} \end{cases}$ độ dài đường cao của khung đèn là:
 $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{16 - 2} = \sqrt{14}$

c) Đúng

+) Gọi cạnh của hình vuông là: $AB = x$.

+) Theo giả thiết tất cả các cạnh bằng nhau nên $SA = x$

+) Độ dài của dây bằng $24dm$ nên ta có phương trình:
 $24 = 4SA + 4AB \Leftrightarrow 24 = 4x + 4x \Leftrightarrow x = 3$

+) Diện tích phần giấy màu cần dùng là tổng diện tích các mặt của hình chóp $S.ABCD$, vì chóp tứ diện đều nên các mặt bên bằng nhau nên diện tích cần tìm là:

$$S = 4S_{SAB} + S_{ABCD}$$

$$S_{SAB} = \frac{1}{2} SI \cdot AB = \frac{1}{2} \sqrt{SA^2 - AI^2} \cdot SA = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{9 - \frac{9}{4}} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

+)

$$S_{ABCD} = 3^2 = 9$$

+

$$S = 9 + 4 \cdot \frac{9\sqrt{3}}{4} = 9 + 9\sqrt{3} = 9(1 + \sqrt{3})$$

Vậy

d) Đúng

+) Thể tích phần không gian của đèn lồng chính là thể tích khối chóp $S.ABCD$

+) Gọi cạnh của hình vuông là $x(dm)$. Theo câu a độ dài cạnh bên là $SA = 6 - x (0 < x < 6)$

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(6-x)^2 - \left(\frac{x\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{144 - 48x + 2x^2}}{2}$$

+

$$V = \frac{1}{3} SO S_{ABCD} = \frac{1}{3} x^2 \cdot \frac{\sqrt{144 - 48x + 2x^2}}{2} = \frac{1}{6} x^2 \cdot \sqrt{144 - 48x + 2x^2}$$

+ Thể tích khối chóp

+) Yêu cầu của bài toán là tìm x để V max.

+ Đặt $f(x) = x^2 \sqrt{144 - 48x + 2x^2}$ với $0 < x < 6$. Để V max khi $f(x) = x^2 \sqrt{144 - 48x + 2x^2}$
 max

$$f'(x) = \frac{12x(x^2 - 20x + 48)}{2\sqrt{144 - 48x + 2x^2}}$$

+

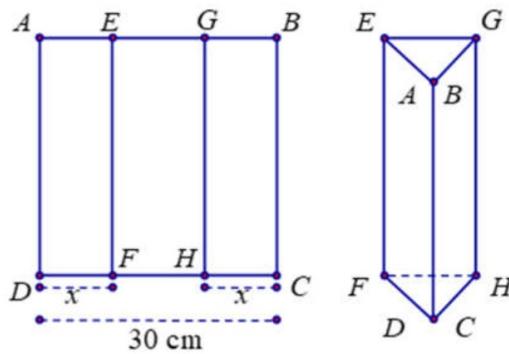
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 20x + 48 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(L) \\ x = 10 + 2\sqrt{13}(L) \\ x = 10 - 2\sqrt{13} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của $f(x)$

x	0	$10-2\sqrt{13}$	6
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	<div><div></div><div></div></div>		

Căn cứ vào bảng biến thiên $f(x)$ max tại $x = 10 - 2\sqrt{13} \approx 2,79$

Câu 44. (THPT Tư Nghĩa 1 - Quảng Ngãi 2025) Một tấm nhôm hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 30 cm. Người ta gấp tấm nhôm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy.

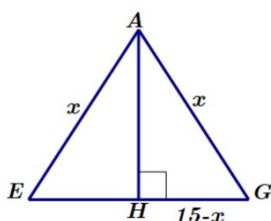


- a) Thể tích khối lăng trụ được tính bằng công thức $V = 30S$ trong đó S là diện tích của tam giác AEG .
- b) Giá trị của x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất là $x = 10$ (cm).
- c) Diện tích của tam giác AEG bằng $\frac{\sqrt{30} \cdot \sqrt{(15-x)^2} \cdot (2x-15)}{2}$.
- d) Thể tích khối lăng trụ lớn nhất bằng 1250.

Lời giải

a) Đúng. Thể tích khối lăng trụ được tính bằng công thức $V = hS_{\Delta AEG} = 30.S$

b) Đúng.



Điều kiện

$$\begin{cases} x+x < 30 \\ x > 15-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 15 \\ x > \frac{15}{2} \Leftrightarrow \frac{15}{2} < x < 15 \end{cases}$$

Theo đề ta có $7,5 < x < 15$ và tam giác AEG cân tại A .

Gọi H là trung điểm của cạnh EG khi đó $AH \perp EG$ và $HG = 15 - x$.

$$\text{Khi đó } AH = \sqrt{AG^2 - HG^2} = \sqrt{x^2 - (15-x)^2}$$

Diện tích tam giác AEG bằng S khi đó

$$S = \frac{1}{2} AH \cdot EG = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{30x - 225} \cdot (30 - 2x)$$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{30x - 225} \cdot (30 - 2x)$ với $7,5 < x < 15$ có

$$f'(x) = \frac{900 - 90x}{\sqrt{30x - 225}}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$$

Bảng biến thiên

x	7,5	10	15
f'	+	0	-
f	0	$50\sqrt{3}$	0

Suy ra $\max_{(7,5;15)} f(x) = \frac{50\sqrt{3}}{2}$ khi $x = 10$.

$$\text{Khi đó } S = \frac{1}{2} f(x) \leq \frac{1}{2} \cdot 50\sqrt{3} = 25\sqrt{3}$$

Thể tích lăng trụ $V = 30S \leq 30 \cdot 25\sqrt{3} = 750\sqrt{3}$ dấu bằng xảy ra khi $x = 10$.

Vậy thể tích lăng trụ lớn nhất khi $x = 10$ cm

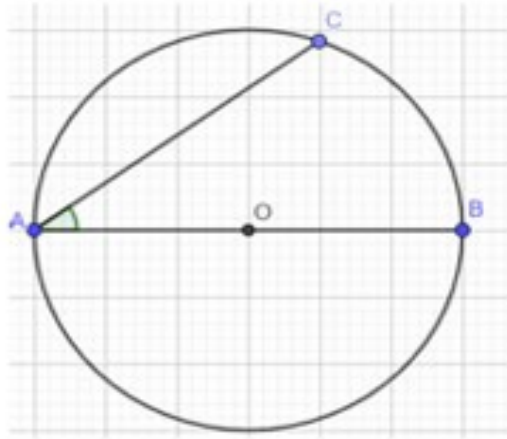
c) Sai. Diện tích tam giác AEG bằng S khi đó $S = \frac{1}{2} AH \cdot EG = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{30x - 225} \cdot (30 - 2x)$

d) Sai. Thể tích lăng trụ $V = 30S \leq 30 \cdot 25\sqrt{3} = 750\sqrt{3} \approx 1299$ dấu bằng xảy ra khi $x = 10$.

Vậy thể tích lăng trụ lớn nhất gần bằng 1299 cm^3 .

Câu 45. (Sở Vũng Tàu 2025) Một khu du lịch sinh thái đang khai thác dịch vụ chèo thuyền và ngắm cảnh ven hồ. Hồ nước có dạng hình tròn tâm O , bán kính bằng 1 km và tại hai vị trí A, B đối xứng nhau qua O người ta xây dựng nơi bán vé vào và nơi kết thúc thăm quan. Du khách sẽ được sử dụng dịch vụ chèo thuyền từ vị trí A đến vị trí C trên bờ hồ và sẽ có xe chở ngắm cảnh

từ vị trí C men theo bờ hồ đến nơi kết thúc B . Biết rằng vận tốc chèo thuyền là $100m$ mỗi phút và vận tốc xe chạy ngắm cảnh là $200m$ mỗi phút. Gọi x (radian) là số đo góc $\angle CAB$ $\left(0 \leq x < \frac{\pi}{2}\right)$.



- a) Khi $x = 0$ thời gian đi từ A đến B là 20 phút.
- b) Quãng đường xe chở người đi ngắm cảnh là $1000x$ (mét).
- c) Thời gian đi từ A đến B là $20 \cos x + 5x$ (phút).
- d) Thời gian xe đi từ A đến B luôn ít hơn 22 phút 30 giây với mọi cách chọn từ vị trí điểm C .

Lời giải

a) Đúng

Khi $x = 0$ thì người đó chèo thuyền thẳng từ A đến B với quãng đường $AB = 2000m$ nên thời gian đi từ A đến B sẽ là $\frac{2000}{100} = 20$ phút.

b) Đúng

Quãng đường xe chở người đi ngắm cảnh là độ dài cung $l_{CB} = 1000x$ (mét)

c) Đúng

Quãng đường AC dài là $AC = AB \cdot \cos x = 2000 \cos x$.

Thời gian đi từ A đến C là $\frac{2000 \cos x}{100} = 20 \cos x$ (phút).

Thời gian đi từ C đến B là $\frac{1000x}{200} = 5x$ (phút).

Thời gian đi từ A đến B là $20 \cos x + 5x$ (phút).

d) Sai

Do $0 \leq x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} 0 < \cos x \leq 1 \\ 0 \leq 5x < \frac{5\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < 20 \cos x \leq 20 \\ 0 \leq 5x < \frac{5\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow 0 < 20 \cos x + 5x < 20 + \frac{5\pi}{2}$

Hay $0 < 20\cos x + 5x < 27,85$. Vậy với mọi cách chọn vị trí điểm C thì thời gian đi từ A đến B luôn nhỏ hơn $27,85$ phút.

Câu 46. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh 2025) Nhân ngày quốc tế Phụ nữ 20– 10 năm 2024. Ông M đã mua tặng vợ một món quà và đặt nó trong một chiếc hộp chữ nhật có thể tích là 32 (đvtt) có đáy là hình vuông và không nắp. Để món quà trở nên đặc biệt và xứng tầm với giá trị của nó, ông quyết định mạ vàng chiếc hộp, biết rằng độ dày của lớp mạ trên mọi điểm của chiếc hộp là không đổi và như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là h và x .

a) Công thức tính thể tích chiếc hộp là $V = x^2h$.

b) Diện tích các mặt ngoài của chiếc hộp là $S = 2x^2 + 4xh$.

c) Diện tích tất cả các mặt được mạ vàng là $S_{MV} = 2x^2 + 4xh$.

d) Khi cạnh đáy của chiếc hộp x lớn hơn 4 thì x càng lớn, lượng vàng được mạ càng tăng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Thể tích khối hộp chữ nhật $V = x \cdot x \cdot h = x^2h$. Mệnh đề đúng.

b) Chiếc hộp có 1 mặt đáy là hình vuông cạnh x và có 4 mặt bên là hình chữ nhật kích thước x và h . Vậy diện tích các mặt ngoài của chiếc hộp là: $S_{sq} = x^2 + 4xh$. Mệnh đề sai.

c) Vì mạ vàng trên mọi điểm của chiếc hộp nên mạ cả mặt trong và mặt ngoài.

Vậy $S_{MV} = 2S = 2(x^2 + 4xh) = 2x^2 + 8xh$. Mệnh đề sai.

d) Ta có thể tích chiếc hộp: $V = x^2h = 32$ (đvtt), với $x, h > 0$. Suy ra $h = \frac{32}{x^2}$.

Phân mạ vàng của chiếc hộp: $S = 2x^2 + 8xh = 2x^2 + 8x \cdot \frac{32}{x^2} = 2x^2 + \frac{256}{x}$.

Xét hàm số $f(x) = 2x^2 + \frac{256}{x}$ với $x > 0$.

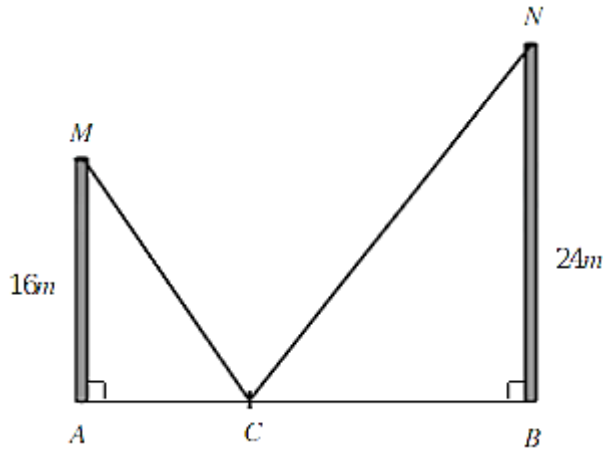
Ta có $f'(x) = 4x - \frac{256}{x^2} = \frac{4x^3 - 256}{x^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 256 \Leftrightarrow x = 4$; $f(4) = 96$.

BBT

x		0	4	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$		$+\infty$	96	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy khi $x > 4$ hàm số $f(x)$ tăng. Vậy lượng vàng được mạ tăng. Mệnh đề đúng.

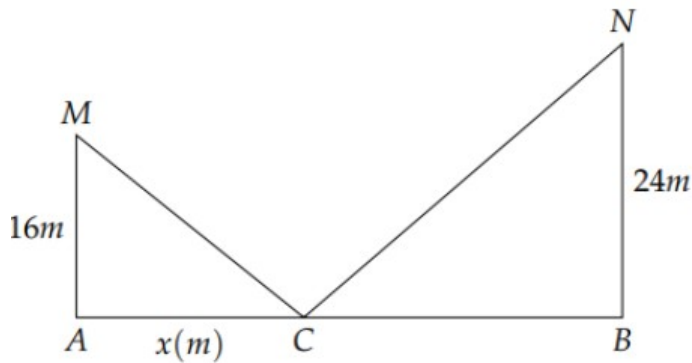
Câu 47. (Cụm Chương Mỹ - Thanh Oai 2025) Có hai cây cột, một cây cao 16 m và một cây cao 24 m đứng cách nhau 30 m. Chúng được giữ bằng hai sợi dây, gắn vào một cọc duy nhất nổi từ mặt đất đến đỉnh mỗi cột (tham khảo hình vẽ sau).



Gọi $x(m)$ là khoảng cách từ chân cột cao 16 m đến cọc $(0 \leq x \leq 30)$. Khi đó

- a) Khoảng cách từ chân cây cột cao 24 m đến cọc là $30 - x(m)$
- b) Chiều dài của sợi dây nối từ cọc đến đỉnh cột cao 24 m là $\sqrt{(30 - x)^2 + 24^2}$
- c) Tổng chiều dài của hai sợi dây là $\sqrt{256 + x^2} + \sqrt{1476 - 60x + x^2}$
- d) Tổng chiều dài của hai sợi dây ngắn nhất bằng 51 m

Lời giải



- a) Khoảng cách từ chân cây cột cao 24 m đến cọc là $30 - x(m)$

b) Ta có: $CN = \sqrt{BC^2 + BN^2} = \sqrt{(30 - x)^2 + 24^2} (m)$

c) Ta có: $CM = \sqrt{AC^2 + AM^2} = \sqrt{x^2 + 16^2}$

Vậy tổng chiều dài 2 sợi dây là

$$CM + CN = \sqrt{(30 - x)^2 + 24^2} + \sqrt{x^2 + 16^2} = \sqrt{256 + x^2} + \sqrt{1476 - 60x + x^2}$$

- d) Theo BĐT Minkowski ta có:

$$\sqrt{(30 - x)^2 + 24^2} + \sqrt{x^2 + 16^2} \geq \sqrt{(30 - x + x)^2 + (24 + 16)^2} = 50$$

$$\frac{30-x}{x} = \frac{24}{16} \Leftrightarrow x = 12$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi

Vậy tổng chiều dài hai sợi dây ngắn nhất là 12 m

Đáp án: a đúng| b đúng| c đúng| d sai

Câu 48. (Cụm Chuyên Môn Đắk Lak 2025) Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^3 - 12t + 3, (t \geq 0)$.

a) Hạt chuyển động lên trên khi $t > 2$ và hạt chuyển động xuống dưới khi $t < 2$.

b) Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian $0 < t < 3$ là 9 m.

c) Hàm vận tốc là: $v(t) = y' = 3t^2 - 12, (t \geq 0)$ và hàm gia tốc là $a(t) = 6t, (t \geq 0)$.

d) Hạt tăng tốc khi $t > 2$ và hạt giảm tốc $0 < t < 2$

Lời giải

c) Đúng: Ta có hàm vận tốc là: $v(t) = y' = 3t^2 - 12, (t \geq 0)$.

Hàm gia tốc là $a(t) = v'(t) = 6t, (t \geq 0)$.

a) Đúng: Hạt chuyển động lên trên khi $v(t) > 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 12 > 0 \Leftrightarrow t > 2$, (do $t \geq 0$).

Hạt chuyển động xuống dưới khi $v(t) < 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 12 < 0 \Leftrightarrow 0 < t < 2$.

b) Sai: Ta có $y(3) - y(0) = -9$.

Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian $0 < t < 3$ là -9m

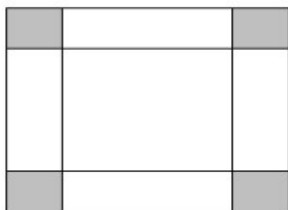
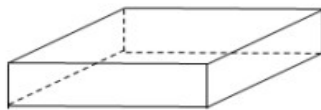
d) Sai: Ta có:

Hạt tăng tốc khi $v'(t) > 0 \Leftrightarrow 6t > 0 \Leftrightarrow t > 0$.

Hạt giảm tốc khi $v'(t) < 0 \Leftrightarrow 6t < 0 \Leftrightarrow t < 0$ loại vì $t \geq 0$.

Vậy hạt tăng tốc khi $t > 0$ và hạt không giảm tốc.

Câu 49. (Sở Hậu Giang 2025) Một tấm nhôm hình vuông cạnh 240cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp.



a) Thể tích khối hộp nhận được khi tính theo x là $V = x(240 - 2x)^2$.

b) Khi $x = 20cm$ thì thể tích của khối hộp nhận được là $8(m^3)$.

c) Để hộp nhận được có thể tích lớn nhất thì $x = 60cm$.

d) Hộp nhận được có thể tích lớn nhất là $1024dm^3$.

Lời giải

a) Chọn Đúng

Khi đó chiều cao của hộp nhận được là x , chiều dài của đáy là $240 - 2x$. Do đó thể tích của hộp là $V = x(240 - 2x)^2$

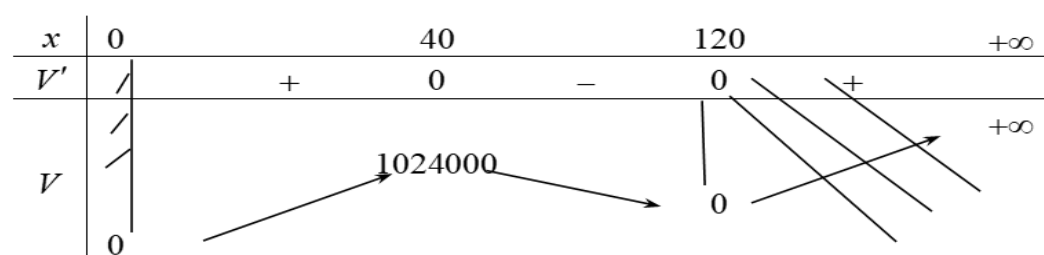
b) Chọn Sai

Khi $x = 20cm = 0,2m \Rightarrow$ cạnh đáy là $240 - 2.20 = 200cm = 2m \Rightarrow V = 0,2.2^2 = 0,8m^3$.

c) Chọn Sai

Có $V = x(240 - 2x)^2 \Rightarrow V' = 12x^2 - 1920x + 57600$

$V' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 160x + 4800 = 0 \Leftrightarrow x = 40, x = 120(l)$



Từ BBT, có thể tích hộp đạt lớn nhất khi $x = 40cm$.

d) Chọn Đúng

Từ BBT, thể tích lớn nhất đạt được là $1024000cm^3 = 1024dm^3$.

Câu 50. (Cụm chuyên môn Đak Lak 2025) Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật thể sau thời gian t giây được phóng thẳng đứng lên trên từ điểm cách mặt đất 5 mét với tốc độ ban đầu $39,2 m/s$ là $h(t) = 5 + 39,2t - 4,9t^2$, chọn chiều dương là chiều hướng từ dưới lên (theo Vật lý đại cương, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Vận tốc của vật sau 3 giây là $4,6 m/s$

b) Khoảng thời gian vật ở độ cao trên 10 mét dài hơn 7 giây.

c) Vận tốc của vật lúc chạm đất sấp xỉ $-40,43 m/s$.

d) Vật đạt độ cao lớn nhất bằng $83,4$ mét tại thời điểm $t = 4$ giây.

Lời giải.

a) Sai.

Ta có: $h(t) = 5 + 39,2t - 4,9t^2 \Rightarrow v(t) = 39,2 - 9,8t$ nên vận tốc của vật sau 3 giây là $v(3) = 9,8 m/s$

b) Đúng.

Vật ở độ cao trên 10 mét: $5 + 39,2t - 4,9t^2 \geq 10 \Leftrightarrow \frac{28 - \sqrt{834}}{7} \leq t \leq \frac{28 + \sqrt{834}}{7}$

Khoảng thời gian vật ở độ cao trên 10 mét: $\left| \frac{28 + \sqrt{834}}{7} - \frac{28 - \sqrt{834}}{7} \right| \approx 8,25 > 7$
c) Đúng.

Vật chạm đất:
$$h(t) = 5 + 39,2t - 4,9t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{28 + \sqrt{834}}{7} (t/m) \\ t = \frac{28 - \sqrt{834}}{7} (L) \end{cases} \Leftrightarrow t = \frac{28 + \sqrt{834}}{7}$$

Vận tốc của vật lúc chạm đất:
$$v\left(\frac{28 + \sqrt{834}}{7}\right) = -40,43 \text{ m/s}$$

d)

Độ cao (mét) của một vật thể sau thời gian t giây là $h(t) = 5 + 39,2t - 4,9t^2, t \geq 0$

$$h'(t) = 39,2 - 9,8t$$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$$

Ta có bảng biến thiên:

t	0	4	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$	5	83,4	$-\infty$

Vật đạt độ cao lớn nhất bằng 83,4 mét tại thời điểm $t = 4$ giây.

Câu 51. (Sở Nghệ An 2025) Trong một phòng thí nghiệm có máy đo nồng độ khí CO_2 cho thấy: nồng độ khí CO_2 trong phòng thay đổi theo thời gian t (tính bằng giờ) và được thể hiện qua hàm số $f(t) = 400 + \frac{2000t}{t^2 + 5}$ (ppm), với $t \geq 0$ (Khi nói nồng độ khí CO_2 trong không khí là 400 ppm, điều đó có nghĩa là: Trong **một triệu phần thể tích** của không khí, có **400 phần thể tích** là khí CO_2).

Các khẳng định sau đúng hay sai?

a. Nồng độ khí CO_2 trong phòng tại thời điểm $t = 0$ là 400 (ppm).

b)
$$f'(t) = \frac{-2000t^2 - 10000}{(t^2 + 5)^2}$$
 với $t \geq 0$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(t) = 0$ là $t = 2$.

d) Nồng độ khí CO₂ cao nhất đo được trong phòng thí nghiệm (làm tròn đến hàng đơn vị) là 947 (ppm).

Lời giải

a) Đúng.

Nồng độ khí CO₂ trong phòng tại thời điểm $t = 0$ là $f(0) = 400 + \frac{2000 \cdot 0}{0^2 + 5} = 400$ (ppm).

b) Sai.

$$f'(t) = \frac{2000(t^2 + 5) - 2000t \cdot 2t}{(t^2 + 5)^2} = \frac{-2000t^2 + 10000}{(t^2 + 5)^2}$$

Ta có với $t \geq 0$.

c) Sai.

Ta có $f'(t) = 0 \Rightarrow -2000t^2 + 10000 = 0 \Leftrightarrow t^2 = 5 \Leftrightarrow t = \sqrt{5}$ (do $t \geq 0$).

Vậy nghiệm của phương trình $f'(t) = 0$ là $t = \sqrt{5}$.

d) Sai.

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(t)$ trên $[0; +\infty)$ ta được $\max_{[0; +\infty)} f(t) = f(\sqrt{5}) \approx 847$ (ppm).

Khi đó nồng độ khí CO₂ cao nhất đo được trong phòng thí nghiệm (làm tròn đến hàng đơn vị) là 847 (ppm).

Câu 52. (Sở Thái Bình 2025) Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Biết rằng, nếu số lượng đặt hàng là x (tấn) sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng) và chi phí để nhà máy A sản xuất được x (tấn) sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng, gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

a) Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x (tấn) sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho nhà máy B là $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.

b) Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.

c) Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là 600 triệu đồng.

d) Nhà máy A bán cho nhà máy B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Lời giải

a) Đúng.

Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x (tấn) sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho nhà máy B là:

$$H(x) = x \cdot P(x) - C(x) = x \cdot (45 - 0,001x^2) - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100$$

b) Đúng.

Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là:

$$C(10) = 100 + 30 \cdot 10 = 400 \text{ (triệu đồng)}.$$

c) Sai.

Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là:

$$10P(10) = 10 \cdot (45 - 0,001 \cdot 10^2) = 449 \text{ (triệu đồng)}$$

d) Đúng.

Xét hàm số $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$ trên $[0; 100]$.

$$+ H'(x) = -0,003x^2 + 15$$

$$+ H'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5000 \Rightarrow x = 50\sqrt{2} \approx 70,7 \in [0; 100]$$

$$+ \begin{cases} H(0) = -100 \\ H(50\sqrt{2}) \approx 607,11 \\ H(100) = 400 \end{cases}$$

Vậy nhà máy A bán cho nhà máy B khoảng $70,7$ tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất bằng $607,11$ (triệu đồng).

Câu 53. (Sở Bắc Ninh 2025) Nhịp tim của một vận động viên chạy sau t giây ($t \geq 0$) kể từ khi rời vạch

$$P(t) = \frac{300 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}t^2 + 2t + 25}}{t + 25}$$

xuất phát được cho bởi công thức (số nhịp tim/ phút). Biết rằng, với vận động viên đó bác sĩ đã đưa ra lời khuyên không nên đẩy nhịp tim quá 175 (số nhịp tim/ phút) để tránh tình trạng quá tải cho tim.

a) Nhịp tim của vận động viên đó không vượt quá $150\sqrt{2}$ (số nhịp tim/ phút).

b) Trong 2 phút đầu tiên kể từ khi xuất phát, nhịp tim của vận động viên đó vẫn trong ngưỡng cho phép theo lời khuyên của bác sĩ.

c) Công thức cho biết tốc độ thay đổi nhịp tim theo thời gian t là

$$P'(t) = \frac{3450 \cdot \sqrt{2}t}{(t + 25)^2 \cdot \sqrt{t^2 + 4t + 50}}$$

d) Tốc độ thay đổi nhịp tim của vận động viên đó tại thời điểm 1,5 phút sau khi xuất phát bằng $2,63$ lần (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) tốc độ thay đổi nhịp tim tại thời điểm 0,5 phút sau khi xuất phát.

Lời giải

a) Đúng.

CÁCH 1

Ta có: $P(t) = \frac{300 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}t^2 + 2t + 25}}{t + 25}$ (số nhịp tim/ phút)

$$\Rightarrow P'(t) = \frac{300 \cdot \frac{t+2}{2 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}t^2 + 2t + 25}} \cdot (t+25) - 300 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}t^2 + 2t + 25}}{(t+25)^2}$$

$$= \frac{150 \cdot (t+2) \cdot (t+25) - (150t^2 + 600t + 7500)}{(t+25)^2 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}t^2 + 2t + 25}}$$

$$= \sqrt{2} \cdot \frac{(150t^2 + 4050t + 7500) - (150t^2 + 600t + 7500)}{(t+25)^2 \cdot \sqrt{t^2 + 4t + 50}} = \frac{3450\sqrt{2}t}{(t+25)^2 \cdot \sqrt{t^2 + 4t + 50}}$$

Xét hàm số trên $[0; 60]$ thấy $\max_{[0; 60]} f(t) < 150\sqrt{2}$ Chọn **Đúng**

b) Sai.

CÁCH 1: Xét hàm số $P(t) = \frac{300 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}t^2 + 2t + 25}}{t + 25}$ trên đoạn $[0; 20]$.

Ta có $P'(t) = \frac{3450\sqrt{2}t}{(t+25)^2 \cdot \sqrt{t^2 + 4t + 50}} \geq 0, \forall t \in [0; 20], P'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 0$.

Hàm số đồng biến trên $[0; 20]$ nên $\min_{t \in [0; 120]} P(t) = P(0) = 0$,

$$\max_{t \in [0; 120]} P(t) = P(120) = \frac{300 \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 120^2 + 2 \cdot 120 + 25}}{120 + 25} = \frac{60\sqrt{7465}}{29} \approx 178,76$$

Vậy nhịp tim của vận động viên trong hai phút đầu tiên có thời điểm vượt quá 175.

c) Đúng.

Tốc độ thay đổi nhịp tim theo thời gian t là

$$P'(t) = \left(\frac{300 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}t^2 + 2t + 25}}{t + 25} \right)' = \frac{3450 \cdot \sqrt{2}t}{(t+25)^2 \cdot \sqrt{t^2 + 4t + 50}}$$

d) Sai.

Tốc độ thay đổi nhịp tim của vận động viên đó tại thời điểm 1,5 phút sau khi xuất phát là

$$P'(90) = \frac{3450\sqrt{2} \cdot 90}{(90+25)^2 \cdot \sqrt{90^2 + 4 \cdot 90 + 50}} = \frac{108\sqrt{4255}}{19573}$$

Tốc độ thay đổi nhịp tim của vận động viên đó tại thời điểm 0,5 phút sau khi xuất phát là

$$P'(30) = \frac{3450\sqrt{2} \cdot 30}{(30+25)^2 \cdot \sqrt{30^2 + 4 \cdot 30 + 50}} = \frac{828\sqrt{535}}{12947}$$

$$\frac{\frac{108\sqrt{4255}}{19573}}{\frac{828\sqrt{535}}{12947}} = \frac{363\sqrt{91057}}{450179} \approx 0,2433$$

Vì $\frac{108\sqrt{4255}}{19573}$ nên tốc độ thay đổi nhịp tim của vận động viên đó tại thời điểm 1,5 phút sau khi xuất phát bằng xấp xỉ $0,243$ lần tốc độ thay đổi nhịp tim tại thời điểm 0,5 phút sau khi xuất phát.

Câu 54. (THPT Văn Giang - Hưng Yên 2025) Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 8t + 1$, trong đó t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét.

a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3(s)$ bằng 8 m/s .

b) Tại thời điểm mà chất điểm di chuyển được 13 m , vận tốc khi đó bằng 8 m/s .

c) Vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là 5 m/s .

d) Gia tốc tại thời điểm đạt vận tốc nhỏ nhất bằng 2 m/s^2 .

Lời giải

Phương trình vận tốc của chất điểm tại thời điểm t là: $v(t) = [s(t)]' = 3t^2 - 6t + 8 \text{ (m/s)}$.

Phương trình gia tốc của chất điểm tại thời điểm t là: $a(t) = [v(t)]' = 6t - 6 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

a) Sai: Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3(s)$ bằng

$$v(3) = 3 \cdot 3^2 - 6 \cdot 3 + 8 = 17 \text{ (m/s)}$$

b) **Đúng:** Tại thời điểm mà chất điểm di chuyển được 13 m , vận tốc khi đó bằng 8 m/s .

Chất điểm di chuyển được 13 m có phương trình là: $13 = t^3 - 3t^2 + 8t + 1 \Leftrightarrow t = 2$.

Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2(s)$ bằng $v(2) = 3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + 8 = 8 \text{ (m/s)}$.

c) **Đúng:** Vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là 5 m/s .

Ta có: $v(t) = [s(t)]' = 3t^2 - 6t + 8 = 3(t-1)^2 + 5 \geq 5 \quad \forall t$

Do đó vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là 5 m/s tại $t = 1(s)$

d) **Sai:** Gia tốc tại thời điểm đạt vận tốc nhỏ nhất bằng 2 m/s^2 .

Vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là 5 m/s tại $t = 1(s)$. Khi đó, gia tốc tại thời điểm $t = 1(s)$ bằng: $a(1) = 6 \cdot 1 - 6 = 0 \text{ (m/s}^2\text{)}$.

Vậy gia tốc tại thời điểm đạt vận tốc nhỏ nhất bằng 0 m/s^2 .