

VỀ THỜI GIAN TRONG DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Bài toán thời gian

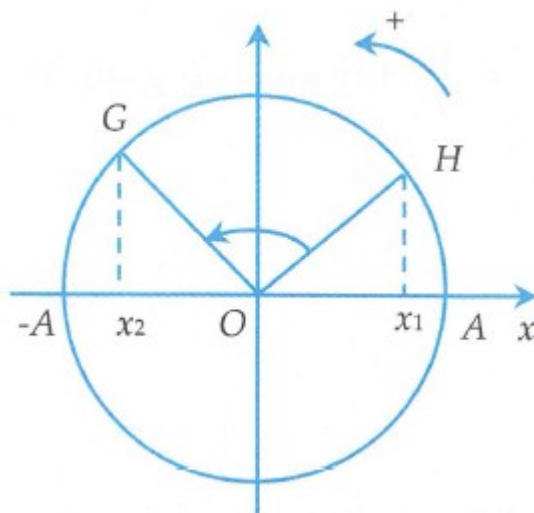
Đây là một bài toán có thể nói là quan trọng bậc nhất trong chương trình Vật lý phổ thông. Thấu hiểu cách làm và thấu hiểu phương pháp đường tròn đối với dao động điều hòa dạng $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ sẽ giúp chúng ta làm tốt các bài toán không chỉ ở chương dao động cơ, mà còn ở các chương khác như sóng cơ, dao động điện từ, điện xoay chiều. Vậy nên, bạn đọc hãy đọc kỹ phần này!

Phương pháp

Ta sẽ dùng phương pháp đường tròn (sử dụng mối quan hệ giữa chuyển động tròn đều và dao động điều hòa) để giải các bài toán về tính thời gian trong dao động điều hòa.

- Ví dụ, để tính được *thời gian ngắn nhất* khi vật đi từ vị trí x_2 theo chiều âm như hình vẽ, ta cần xác định được góc mà vectơ $\vec{A}$ quét được trên đường tròn, tức là cần tính được góc $\angle HOG$ (rad). Khi đó thời gian là

$$\angle HOG = \omega t \Rightarrow t = \frac{\angle HOG}{\omega}$$



Ví dụ, vì sao ta lại nói đến *thời gian ngắn nhất*? Vì nó cụ thể, do đó nó hay xuất hiện trong các câu hỏi. Nếu chỉ nói *thời gian* vật đi từ vị trí x_1 theo chiều âm đến x_2 theo chiều âm thì ta có thể hiểu thời gian cần tính là: thời gian đi từ x_1 theo chiều âm đến x_1 theo chiều âm lần thứ k (hết thời gian kT) rồi cộng với thời gian từ x_1 theo chiều âm đến x_2 theo chiều âm. Tức là nó hơn *thời gian ngắn nhất* một khoảng thời gian là kT với $k = 0, 1, 2, \dots$ ($k = 0$ chính là trường hợp *thời gian ngắn nhất*).

Ví dụ tiếp, nếu ta thay "đến x_2 theo chiều âm" bằng "đến x_2 theo chiều dương" thì kết quả là vectơ $\vec{A}$ khi đó quét được góc $\angle HOG'$ trong đó G' đối xứng với G qua Ox. Như vậy, rõ ràng với bài toán thời gian, ta cần biết vị trí, chiều chuyển động cụ thể của vật để có thể tính toán một cách chính xác hơn.

Do đó, để tính được thời gian khi vật đi từ vị trí x_1 đến vị trí x_2 thì phương pháp chung là:

+Xác định tại vị trí x_1 vật đang đi theo chiều nào (vận tốc dương hay âm. Nếu vận tốc dương thì vật đi theo chiều dương, vận tốc âm thì vật đi theo chiều âm). Khi đó ứng với chất điểm trên đường tròn là điểm nào?

+ Xác định tại vị trí x_2 vật đang đi theo chiều nào (vận tốc dương hay âm). Khi đó ứng với chất điểm trên đường tròn là điểm nào?

+ Tính góc α mà $\vec{A}$ quét được khi vật đi từ x_1 đến x_2 ?

+ Tính thời gian vật đi từ x_1 đến x_2 bởi $\alpha = \omega t \Rightarrow t = \frac{\alpha}{\omega} \Rightarrow t = \frac{\alpha}{2\pi} \cdot T$

Nhận xét

Bạn đọc hãy để ý đến những chữ nghiêng ở ví dụ trên. Khi ta thay đổi một trong các chữ nghiêng đó, tính chất bài toán sẽ khác.

STUDY TIP

Khi sử dụng phương pháp đường tròn, để kết quả chính xác, nếu đề bài cho phương trình dao động dạng sin thì ta phải đổi về phương trình dạng cos.

B. CÁC VÍ DỤ

Ví dụ 1: Một vật dao động điều hòa với chu kì T và biên độ A . Hãy tính khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có li độ:

1. $x_1 = A$ đến $x_2 = \frac{A}{2}$.

2. $x_1 = \frac{A}{2}$ đến $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$.

3. $x_1 = -\frac{A}{2}$ đến $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$.

4. $x_1 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ đến $x_2 = -\frac{A}{2}$.

Lời giải

1. Tại x_1, x_2 vật đi theo chiều nào?

Tại $x_1 = A$ vật có xu hướng đi theo chiều âm. Để đến $x_2 = \frac{A}{2}$ hết thời

gian ngắn nhất thì ở $x_2 = \frac{A}{2}$ vật phải đi theo chiều âm.

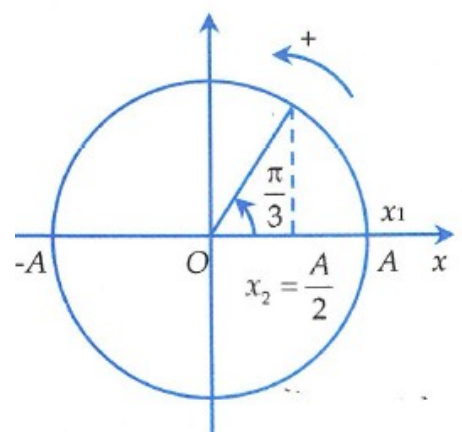
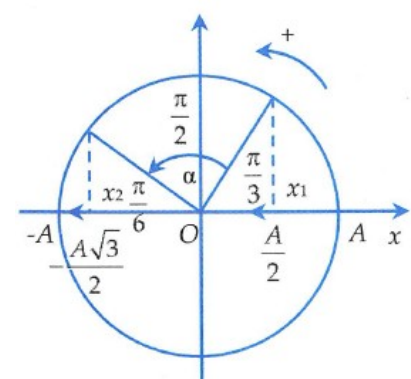
Xác định góc quét?

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\frac{A}{2}}{A}\right) = \frac{\pi}{3}$$

Dựa vào đường tròn, ta có góc quét là , suy ra

thời gian là $t = \frac{\frac{\pi}{3}T}{2\pi} = \frac{T}{6}$.

2. Có các khả năng xảy ra:



Đi từ $x_1 = \frac{A}{2}$ theo chiều âm đến $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều âm.

Đi từ $x_1 = \frac{A}{2}$ theo chiều âm đến $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều dương.

Đi từ $x_1 = \frac{A}{2}$ theo chiều dương đến $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều âm.

Đi từ $x_1 = \frac{A}{2}$ theo chiều dương đến $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều dương.

Tuy nhiên trong 4 trường hợp trên thì thời gian ngắn nhất ứng với trường hợp đi từ $x_1 = \frac{A}{2}$ theo chiều âm đến $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều âm. Chúng ta xem đường tròn hình bên để hiểu rõ hơn.

Dựa vào đường tròn, ta có $\alpha = \frac{\pi}{2}$ nên thời gian là $t = \frac{T}{4}$.

3. Thời gian ngắn nhất ứng với trường hợp vật đi từ $x_1 = -\frac{A}{2}$ theo chiều âm đến $x_2 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều âm.

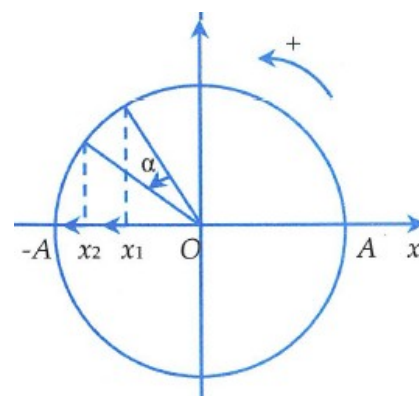
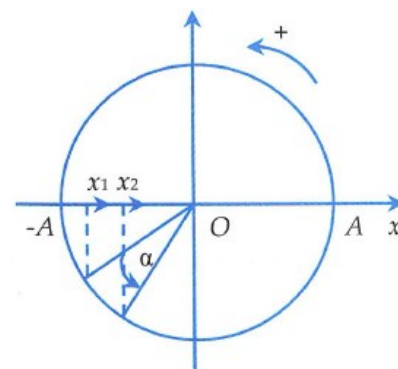
Dựa vào đường tròn, ta có góc quét được là $\alpha = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$, suy ra

thời gian là $t = \frac{T}{12}$.

4. Thời gian ngắn nhất ứng với trường hợp vật đi từ vị trí có li độ $x_1 = -\frac{A\sqrt{3}}{2}$ theo chiều dương đến $x_2 = -\frac{A}{2}$ theo chiều dương (xem hình vẽ).

Dựa vào đường tròn, ta có góc quét được là $\alpha = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$, suy ra

thời gian là $t = \frac{T}{12}$.



Ví dụ 2: Một vật dao động điều hòa với chu kì T và biên độ A. Trong một chu kì, khoảng thời gian để

1. Vận tốc có giá trị nhỏ hơn $\frac{v_{max}}{2}$ là bao nhiêu?

2. Vận tốc có giá trị lớn hơn $\frac{v_{max}}{2}$ là bao nhiêu?

3. Tốc độ có giá trị nhỏ hơn $\frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2}$ là bao nhiêu?

4. Tốc độ có giá trị lớn hơn $\frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2}$ là bao nhiêu?

5. Gia tốc có giá trị nhỏ hơn $\frac{\alpha_{\max}}{2}$ là bao nhiêu?

Lời giải

1. Ta sẽ dùng đường tròn của li độ x hoặc cũng có thể dùng đường tròn của vận tốc v để làm, bởi vì chu kì của x, v là như nhau. Không nên dùng đường tròn của x vì ta lại mất thời gian chuyển từ điều kiện v sang điều kiện x . Ta sẽ dùng đường tròn của vận tốc. Ta có trong một chu kì,

$v < \frac{v_{\max}}{2}$ ứng với phân gạch chéo ở hình vẽ.

Góc quét được là $\alpha = 2\pi - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3}$, suy ra trong một chu kì, thời gian để

$v < \frac{v_{\max}}{2}$ là

$$t = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{1}{2\pi} T = \frac{2T}{3}$$

2. Trong một chu kì, thời gian để vận tốc $v > \frac{v_{\max}}{2}$ ứng với phần không gạch chéo ở hình trên. Góc quét

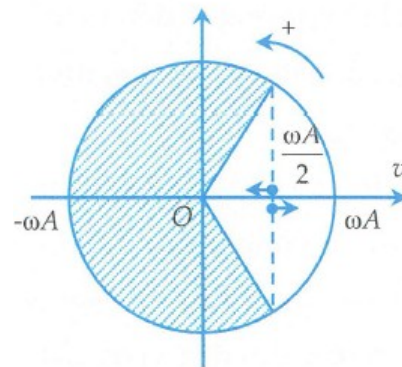
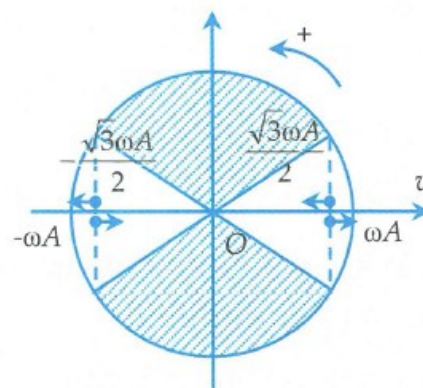
được là $\frac{2\pi}{3}$ nên thời gian cần tìm là $\frac{T}{3}$.

3. Ta có $|v| < \frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow -\frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2} < v < \frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2}$. Do đó trong một chu

kỳ, khoảng thời gian để tốc độ có giá trị nhỏ hơn $\frac{v_{\max}\sqrt{3}}{2}$ là khoảng thời gian vectơ quay quét được phần không gạch chéo ở hình vẽ.

Góc quét được là $\alpha = \left(\pi - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) + \left(\pi - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{4\pi}{3}$. Từ đó suy ra

thời gian cần tìm là $t = \frac{\frac{4\pi}{3}}{2\pi} T = \frac{2T}{3}$.



$$|v| > \frac{v_{\max} \sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} v > \frac{v_{\max} \sqrt{3}}{2} \\ v < -\frac{v_{\max} \sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

4. Ta có $\frac{v_{\max} \sqrt{3}}{2}$ do đó trong một chu kỳ, khoảng thời gian để tốc độ có giá trị $\frac{v_{\max} \sqrt{3}}{2}$ là khoảng thời gian vectơ quay quét được phần gạch chéo như hình vẽ câu 3.

Góc quét được là $\alpha = \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) + \left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{2\pi}{3}$ nên suy ra thời gian $t = \frac{\frac{2\pi}{3}}{2\pi} T = \frac{T}{3}$.

5. Ta dùng đường tròn của gia tốc a , làm tương tự các bài trên, ta thu được kết quả giống câu hỏi 1. Thời gian cần tính là $\frac{2T}{3}$.

Ví dụ 3: Một vật dao động điều hòa với chu kì T và biên độ A . Trong một chu kì, khoảng thời gian để

1. Vectơ vận tốc và vectơ gia tốc cùng chiều?
2. Vectơ vận tốc và vectơ gia tốc ngược chiều?
3. Vật chuyển động nhanh dần?
4. Vật chuyển động chậm dần?
5. Lực hồi phục ngược chiều với vectơ vận tốc?
6. Lực hồi phục cùng chiều với vectơ vận tốc?

Lời giải

Dựa vào đường tròn:

- Khi vật chuyển động ở góc phần tư thứ nhất (đi từ biên dương A đến vị trí cân bằng O) thì: $\vec{v}$ ngược chiều Ox , $\vec{a}$ hướng về vị trí cân bằng tức là cũng ngược chiều Ox , do đó trong góc phần tư thứ nhất, $\vec{v}$ và $\vec{a}$ cùng chiều.
- Khi vật chuyển động ở góc phần tư thứ hai (đi từ vị trí cân bằng O đến biên âm) thì: $\vec{v}$ ngược chiều Ox , $\vec{a}$ hướng về vị trí cân bằng tức là cùng chiều Ox , do đó trong góc phần tư thứ hai, $\vec{v}$ và $\vec{a}$ ngược chiều.
- Khi vật chuyển động ở góc phần tư thứ ba (đi từ vị trí biên âm đến vị trí cân bằng) thì: $\vec{v}$ cùng chiều Ox , $\vec{a}$ hướng về vị trí cân bằng tức là cùng chiều Ox , do đó trong góc phần tư thứ ba, $\vec{v}$ và $\vec{a}$ cùng chiều.
- Khi vật chuyển động ở góc phần tư thứ tư (đi từ vị trí cân bằng đến vị trí biên dương) thì: $\vec{v}$ cùng chiều Ox , $\vec{a}$ hướng về vị trí cân bằng tức là ngược chiều Ox , do đó trong góc phần tư thứ tư, $\vec{v}$ và $\vec{a}$ ngược chiều.

$$(II) 0 \rightarrow -A \begin{cases} \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v} \\ \vec{F}_{hp} \uparrow \downarrow \vec{v} \end{cases} \quad (I) +A \rightarrow 0 \begin{cases} \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v} \\ \vec{F}_{hp} \uparrow \uparrow \vec{v} \end{cases}$$

Tóm lại, ta có

$$(III) -A \rightarrow 0 \left\{ \begin{array}{l} \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v} \\ \vec{F}_{hp} \uparrow \uparrow \vec{v} \end{array} \right. \quad (IV) 0 \rightarrow +A \left\{ \begin{array}{l} \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v} \\ \vec{F}_{hp} \uparrow \downarrow \vec{v} \end{array} \right.$$

Vật chuyển động nhanh dần khi $\vec{a}$ và $\vec{v}$ cùng chiều, tức là khi vật chuyển động thuộc góc phần tư thứ I và thứ III. Lúc này vật đi từ biên về vị trí cân bằng.

Vật chuyển động chậm dần khi $\vec{a}$ và $\vec{v}$ ngược chiều, tức là khi vật chuyển động thuộc góc phần tư thứ II và thứ IV. Lúc này vật đi từ vị trí cân bằng đến biên.

* Quay trở lại bài toán:

1. Vectơ vận tốc và vectơ gia tốc cùng chiều?

Trong một chu kì, vectơ vận tốc và vectơ gia tốc cùng chiều khi vectơ quay quét góc phần tư thứ I và góc

phần tư thứ III của đường tròn. Tổng góc quét là $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$, suy ra thời gian cần tìm là $\frac{T}{2}$.

2. Vectơ vận tốc và vectơ gia tốc ngược chiều?

Trong một chu kì, vectơ vận tốc và vectơ gia tốc ngược chiều khi vectơ quay quét góc phần tư thứ II và

góc phần tư thứ IV của đường tròn. Tổng góc quét là $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$, suy ra thời gian cần tìm là $\frac{T}{2}$.

3. Vật chuyển động nhanh dần?

Trong một chu kì, vật chuyển động nhanh dần khi vật đi từ biên về vị trí cân bằng, vectơ quay quét góc phần tư thứ I và góc phần tư thứ III của đường tròn.

Tổng góc quét là $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$, suy ra thời gian cần tìm là $\frac{T}{2}$.

4. Vật chuyển động chậm dần?

Trong một chu kì, vật chuyển động chậm dần khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên, vectơ quay quét góc

phần tư thứ II và góc phần tư thứ IV của đường tròn. Tổng góc quét là $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$, suy ra thời gian cần

tìm là $\frac{T}{2}$.

5. Lực hồi phục ngược chiều với vectơ vận tốc?

Trong một chu kì, lực hồi phục ngược chiều với vectơ vận tốc khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên, vectơ

quay quét góc phần tư thứ II và góc phần tư thứ IV của đường tròn. Tổng góc quét là $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$, suy ra

thời gian cần tìm là $\frac{T}{2}$.

6. Lực hồi phục cùng chiều với vectơ vận tốc?

Trong một chu kì, lực hồi phục cùng chiều với vectơ vận tốc khi vật đi từ biên về vị trí cân bằng, vectơ quay quét góc phần tư thứ I và góc phần tư thứ III của đường tròn. Tổng góc quét là $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$, suy ra thời gian cần tìm là $\frac{T}{2}$.

STUDY TIP

Có thể nhớ nhanh như sau: vì một trong 2 vị trí biên thì tốc độ bằng 0, ở vị trí cân bằng thì tốc độ cực đại, nên chuyển động *nhANH dần* khi vật đi từ biên về vị trí cân bằng, chuyển động *chẬM dần* khi vật đi từ vị trí cân bằng ra biên.

Chú ý

Trong quá trình dao động của vật thì vectơ vận tốc $\vec{v}$ luôn cùng chiều chuyển động, còn vectơ gia tốc $\vec{a}$ luôn hướng về vị trí cân bằng. Lực hồi phục $\vec{F} = -k\vec{x}$ nên lực hồi phục ngược chiều li độ, mà li độ ngược chiều với gia tốc $\vec{a}$ nên lực hồi phục $\vec{F}$ cùng chiều với gia tốc $\vec{a}$.

Ví dụ 4: Khi một vật dao động điều hòa thì vectơ vận tốc

- A. luôn đổi chiều khi đi qua gốc tọa độ.
- B. luôn cùng chiều với vectơ gia tốc.
- C. luôn đổi chiều khi vật chuyển động đến vị trí biên.
- D. luôn ngược chiều với vectơ gia tốc.

Lời giải

- A. Sai, vì khi qua gốc tọa độ vật chưa đổi chiều chuyển động nên vectơ vận tốc chưa đổi chiều.
- B. Sai, vì chỉ cùng chiều với vectơ gia tốc khi vật chuyển động nhanh dần, tức là khi vật đi về vị trí cân bằng.
- C. Đúng vì khi đến vị trí biên thì vật đổi chiều chuyển động nên vectơ vận tốc cũng thay đổi theo.
- D. Sai, vì chỉ ngược chiều với vectơ gia tốc khi vật chuyển động chậm dần, tức là khi vật đi ra biên.

Đáp án C

Ví dụ 5: Chọn phát biểu đúng khi vật dao động điều hòa

- A. Vectơ vận tốc $\vec{v}$, vectơ gia tốc $\vec{a}$ của vật là các vectơ không đổi.
- B. Vectơ vận tốc $\vec{v}$, vectơ gia tốc $\vec{a}$ đổi chiều khi qua vị trí cân bằng.
- C. Vectơ vận tốc $\vec{v}$, vectơ gia tốc $\vec{a}$ cùng chiều chuyển động của vật.
- D. Vectơ vận tốc $\vec{v}$ hướng cùng chiều chuyển động, vectơ gia tốc $\vec{a}$ hướng về vị trí cân bằng.

Lời giải

- A. Sai vì vận tốc và gia tốc biến thiên điều hòa theo thời gian nên vectơ vận tốc $\vec{v}$, vectơ gia tốc $\vec{a}$ của vật là các vectơ thay đổi.
- B. Sai vì khi đi qua vị trí cân bằng thì vật chưa đổi chiều nên vectơ vận tốc cũng chưa đổi chiều.
- C. Sai vì vectơ vận tốc $\vec{v}$, vectơ gia tốc $\vec{a}$ cùng chiều chuyển động của vật chỉ khi vật chuyển động từ biên về vị trí cân bằng.
- D. Đúng.

Đáp án D

$$x = 5 \cos \left(4\pi t + \frac{\pi}{3} \right) \text{ cm}$$

Ví dụ 6: Một vật dao động điều hòa với phương trình . Trong một chu kì kể từ thời điểm ban đầu, tìm khoảng thời gian để vận tốc có giá trị dương và vật chuyển động chậm dần?

A. $\frac{7}{24} s < \Delta t < \frac{5}{12} s$

B. $\frac{5}{24} s < \Delta t < \frac{1}{12} s$

C. $\frac{5}{24} s < \Delta t < \frac{1}{2} s$

D. $\frac{1}{2} s < \Delta t < \frac{6}{5} s$

Lời giải

Vận tốc dương khi vật chuyển động theo chiều dương (đi từ $-A$ đến A) và vật chuyển động chậm dần khi từ vị trí cân bằng ra biên. Do đó, trong một chu kì kể từ thời điểm ban đầu, khoảng thời gian để vận tốc có giá trị dương và vật chuyển động chậm dần ứng với vật chuyển động từ vị trí cân bằng ra biên dương, ứng với vectơ quay của vật nằm trong góc phần tư thứ IV. Tức là pha của vật nằm trong góc phần tư thứ IV. Khi đó ta có

$$\frac{3\pi}{2} < 4\pi t + \frac{\pi}{3} < 2\pi \Leftrightarrow \frac{7}{24} s < t < \frac{5}{12} s$$

Đáp án A

$$x = 5\sqrt{2} \cos \left(\pi t - \frac{\pi}{4} \right) \text{ cm}$$

Ví dụ 7: Vật dao động điều hòa với phương trình . Các thời điểm vật chuyển động qua vị trí có tọa độ $x = -5 \text{ cm}$ theo chiều dương của trục Ox là

A. $t = \frac{3}{2} + 2k(s) (k \in \mathbb{Z})$

B. $t = \frac{3}{2} + 2k(s) (k \in \mathbb{Z})$

C. $t = 1 + 2k(s) (k \in \mathbb{Z})$

D. $t = -\frac{1}{2} + 2k(s) (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

Cách 1: Giải theo phương pháp đại số

Vật đi qua vị trí $x = -5 \text{ cm}$ và chuyển động theo chiều dương ($v > 0$) nên ta có hệ

$$\begin{cases} x = 5\sqrt{2}\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = -5 \\ v = -\pi 5\sqrt{2}\sin\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \pi t - \frac{\pi}{4} = \pm \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ \sin\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) < 0 \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \pi t - \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} + 2k, k \in \mathbb{Z}$$

Vì $t > 0$ nên $k > 0,25$ mà $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \mathbb{Z}^*$.

Cách 2: Giải theo đường tròn

Thời gian cần tính gồm 2 phần:

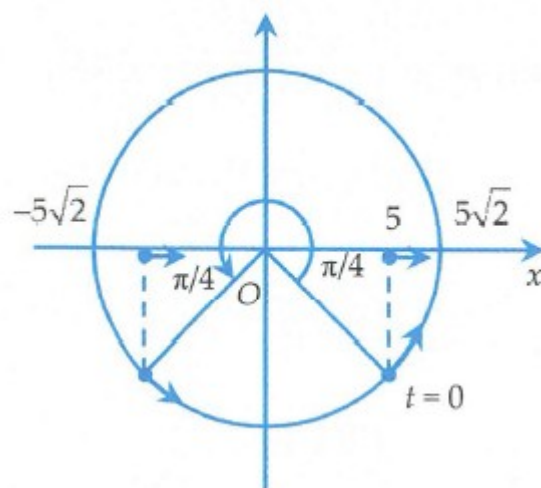
+ Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí ban đầu (vị trí ứng với $t = 0, x_0 = 5\text{cm}$ và đang chuyển động theo chiều dương) đến lúc vật đi qua vị trí $x = -5\text{cm}$ theo chiều dương lần thứ nhất.

Dựa vào đường tròn, dễ dàng tính được góc quét là

$$\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}, \text{ suy ra thời gian } t_0 = \frac{3T}{4} = \frac{3}{2}(\text{s}).$$

+ Thời gian vật đi qua $x = -5\text{cm}$ theo chiều dương k lần tiếp theo. Thời gian này chính bằng k lần chu kì, vì khi vật đang ở $x = -5\text{cm}$ theo chiều dương thì sau k chu kì, vật vẫn đi qua $x = -5\text{cm}$ theo chiều dương.

Vậy $t = \frac{3}{2} + kT = \frac{3}{2} + 2k$ với $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ tương đương với $t = -\frac{1}{2} + 2k, k = 0, 1, 2, 3, \dots$ (không chọn đáp án A vì ở đáp án A $k \in \mathbb{Z}^*$ thiếu mất $k = 0$).



Đáp án D

STUDY TIP

Đối với những bài đi qua vị trí có li độ x biết rõ chiều (âm hay dương), nên ta giải bằng phương pháp đại

số để đỡ nhầm lẫn và dễ hình dung hơn. Ngoài ra, với kết quả bài toán là $t = -\frac{1}{2} + 2k, k = 0, 1, 2, 3, \dots$, thì:

+ $k = 1$ ứng với thời điểm vật chuyển động qua vị trí có tọa độ $x = -5\text{cm}$ theo chiều dương của trục Ox lần thứ nhất.

+ $k = 2$ ứng với thời điểm vật chuyển động qua vị trí có tọa độ $x = -5\text{cm}$ theo chiều dương của trục Ox lần thứ hai.

...

Người ra đề có thể không hỏi tổng quát mà hỏi giá trị cụ thể của k , nên ta cần lưu ý điều này.

Ví dụ 8: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 4\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$. Xác định thời điểm vật đi qua vị trí $x = 2 \text{ cm}$ lần thứ 2011

- A. $\frac{12061}{24} \text{ s}$ B. $\frac{12049}{24} \text{ s}$ C. $\frac{12025}{24} \text{ s}$ D. Đáp án khác.

Lời giải

Cách 1: Giải theo phương pháp đại số

Thời điểm vật đi qua vị trí $x = 2 \text{ cm}$ (không kể chiều nào nên ta không cần phương trình vận tốc âm hay dương) được xác định theo phương trình

$$x = 4\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 4\pi t + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 4\pi t + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + m2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{24} + \frac{k}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ t = -\frac{1}{8} + \frac{m}{2}, m \in \mathbb{Z} \end{cases} *$$

$k = 0$ ta có $t_0 = \frac{1}{24}$, đi qua $x = 2 \text{ cm}$ lần thứ nhất $\left(k = \frac{1-1}{2}\right)$.

$m = 1$ ta có $t_1 = \frac{3}{8} > t_0$, đi qua $x = 2 \text{ cm}$ lần thứ hai $\left(m = \frac{2}{2}\right)$.

$k = 1$ ta có $t_2 = \frac{13}{24} > t_1$, đi qua $x = 2 \text{ cm}$ lần thứ ba $\left(k = \frac{3-1}{2}\right)$.

$m = 2$ ta có $t_3 = \frac{7}{8} > t_2$, đi qua $x = 2 \text{ cm}$ lần thứ tư $\left(m = \frac{4}{2}\right)$.

Tổng quát với n là số lần đi qua vị trí $x = 2 \text{ cm}$ thì ứng với $k = \frac{n-1}{2}; m = \frac{n}{2}$

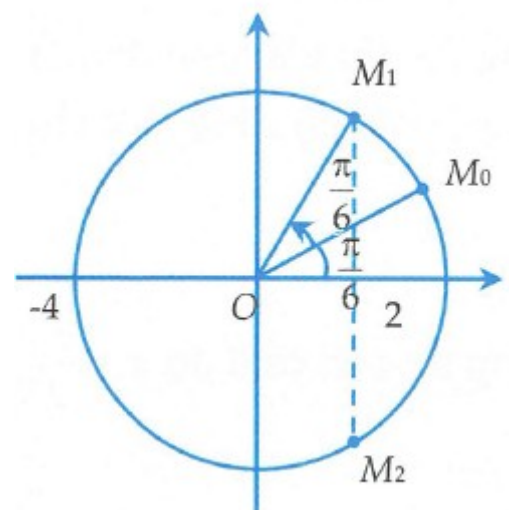
Ở đây $k \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{Z} *$

Như vậy đi qua 2011 lần thì ứng với $k = \frac{2011-1}{2} = 1005$, vào thời điểm $t = \frac{1}{24} + \frac{1005}{2} = \frac{12061}{24} \text{ s}$.

Cách 2: Sử dụng đường tròn

Vị trí ban đầu của vật với pha ban đầu là $\frac{\pi}{6}$ ứng với chất điểm chuyển động tròn đều trên đường tròn là điểm M_0 .

Vì chỉ tính vật qua vị trí $x = 2 \text{ cm}$ mà không xét đến chiều chuyển động nên cứ mỗi vòng quay của vectơ quay, vật qua vị trí $x = 2 \text{ cm}$ hai lần tương ứng với chất điểm trên đường tròn là các điểm M_1 và M_2 . Lần thứ nhất đi qua $x = 2 \text{ cm}$ ứng với chất



điểm trên đường tròn đi từ M_0 đến M_1 , véc tơ quét được góc $\frac{\pi}{6}$. Muốn có lần thứ 2011, vật cần phải đi qua 2010 lần nữa, vậy véc tơ quay phải quay thêm được 1005 vòng nữa.

Vậy tổng góc quét là:
$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{6} + 1005 \cdot 2\pi = \frac{12061\pi}{6}$$

Từ đó ta tính được thời điểm qua $x = 2\text{cm}$ lần thứ 2011 là:
$$\Delta t = \frac{\frac{12061\pi}{6}}{4\pi} = \frac{12061}{24}\text{s}$$

Đáp án A

Ví dụ 9: Một chất điểm dao động điều hòa với phương trình $x = A\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\text{cm}$. Trong thời gian $\frac{6053}{3}$ giây đầu tiên kể từ thời điểm ban đầu

1. Chất điểm đi qua vị trí có li độ $x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm bao nhiêu lần?
2. Chất điểm đi qua vị trí có li độ $x = \frac{A}{2}$ bao nhiêu lần?

Lời giải

1. Đề bài nói rõ chiều nên ta dùng phương pháp đại số sẽ nhanh hơn.

Chất điểm đi qua vị trí có li độ $x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm ($v < 0$) nên ta có hệ

$$\begin{cases} x = A\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{A}{2} \\ v = -2\pi A\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\pi t + \frac{\pi}{4} = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 2\pi t + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \Leftrightarrow t = \frac{1}{24} + k, k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Ta có $0 \leq t = \frac{1}{24} + k \leq \frac{6053}{3} \Leftrightarrow -0,0416 \leq k \leq 2017,625$ do đó $k \in [0; 2017]$ và k là số tự nhiên nên có

2018 giá trị của k , suy ra chất điểm đi qua $x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm 2018 lần.

Nếu ta giải theo đường tròn thì thế nào?

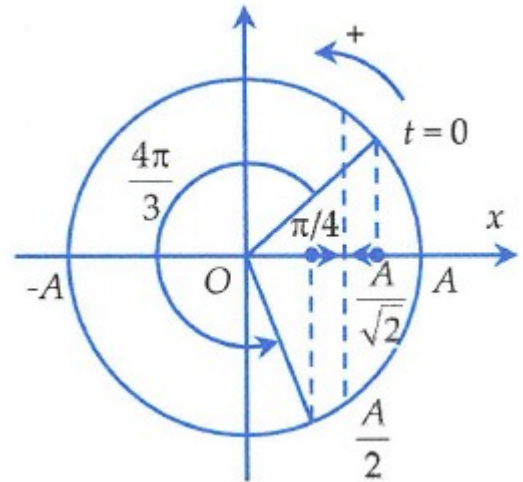
Ta sẽ giải theo quy trình như sau:

Bước 1: Kiểm tra xem thời điểm t_1 vật đang ở đâu và đi theo chiều nào?

Bước 2: Tính xem trong khoảng thời gian Δt của đề bài thì vectơ quay quét được một góc bao nhiêu, tách góc đó theo $k.2\pi + x$ với $0 < x < 2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(Tách như vậy là bởi vì cứ vectơ quay quét được 1 vòng 2π thì vật luôn đi qua vị trí có li độ x bất kì hai lần (không kể chiều); đi qua vị trí có li độ x bất một lần (kể chiều âm hay dương)).

Bước 3: Dùng đường tròn suy ra kết quả bài toán. Ta có:



+ Tại thời điểm ban đầu $t = 0$ vật có pha là $\frac{\pi}{4}$ tức là đang

ở vị trí có li độ $x = \frac{A}{2}$ và đang đi theo chiều âm.

+ Ta có góc vectơ quay quét được trong $\frac{6053}{3}$ giây đầu là

$$\frac{6053}{3} \cdot 2\pi = 2017 \cdot 2\pi + \frac{2}{3} \cdot 2\pi = 2017 \cdot 2\pi + \frac{4\pi}{3}$$

+ Vì sau khi quét góc $2017 \cdot 2\pi$ thì vật đi qua $x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm 2017 lần, và đang ở vị trí ban đầu, vẫn

có pha là $\frac{\pi}{4}$ tức là vẫn đang ở vị trí có li độ $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ và đang đi theo chiều âm.

Ta xét xem khi vectơ quay quét thêm góc $\frac{4\pi}{3}$ thì vật có qua $x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm lần nào nữa không?

Thì dựa vào đường tròn, ta thấy sau khi quét thêm góc $\frac{4\pi}{3}$ để cho đủ $2017 \cdot 2\pi + \frac{4\pi}{3}$ thì vật đi qua vị trí

$x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm thêm một lần nữa.

Vậy chất điểm đi qua $x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm 2018 lần.

2. Tương tự như trên, nhưng sau khi quét góc $2017 \cdot 2\pi$ thì vật đi qua $x = \frac{A}{2}$ 2017.2 = 4034 lần và sau khi

quét tiếp góc $\frac{4\pi}{3}$ để cho đủ $2017 \cdot 2\pi + \frac{4\pi}{3}$ thì vật đi qua vị trí $x = \frac{A}{2}$ thêm một lần nữa.

Vậy chất điểm đi qua $x = \frac{A}{2}$ theo chiều âm 4035 lần.

Ví dụ 10: Một con lắc lò xo gồm lò xo nhẹ và vật nhỏ khối lượng 100g đang dao động điều hòa theo

phương ngang, mốc tính thế năng tại vị trí cân bằng. Từ thời điểm $t_1 = 0$ đến $t_2 = \frac{\pi}{48} s$, động năng của

con lắc tăng từ $0,096J$ đến giá trị cực đại rồi giảm về $0,064J$. Ở thời điểm t_2 thế năng của con lắc bằng $0,064J$. Biên độ dao động của con lắc là

A. 5,7 cm.

B. 7,0 cm.

C. 8,0 cm.

D. 3,6 cm.

Lời giải

Ở thời điểm t_2 ta thấy, con lắc có động năng là $0,064J$ và thế năng là $0,064J$. Suy ra cơ năng của con lắc là $0,064J + 0,064J = 0,128J$.

- Có cơ năng tức là có $W = \frac{m\omega^2 A^2}{2} = 0,128J(1)$ mà đề bài cho khối lượng, như vậy để tính biên độ ta cần tính được ω .

- Đề bài cho từ thời điểm $t_1 = 0$ đến $t_2 = \frac{\pi}{48}s$, động năng của con lắc tăng từ $0,096J$ đến giá trị cực đại rồi giảm về $0,064J$ nên ta sẽ tìm xem thời gian $t_2 - t_1$ bằng bao nhiêu lần chu kì, từ đó suy ra ω . Muốn tính được, ta cần biết tại t_1 và t_2 , chất điểm ở đâu ($x = ?$) và đi theo chiều nào? Thật vậy, ta có:

Tại thời điểm $t_1 = 0$ ta có $W_d = 0,096J$ nên suy ra thế năng

$W_t = 0,128 - 0,096 = 0,032J$, mà $\frac{W_t}{W} = \left(\frac{x}{A}\right)^2$, hay $x = \pm\sqrt{\frac{W_t}{W}}A$, nên li độ tại thời điểm này là: $x_1 = \pm\frac{A}{2}$.

- Tương tự, tại thời điểm t_2 ta có $W_t = 0,064J$ nên li độ tại thời điểm này là: $x_2 = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}$.

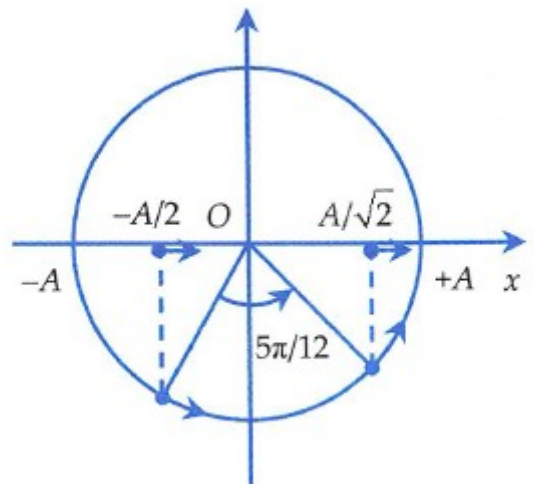
Theo bài ra, từ thời điểm t_1 đến thời điểm t_2 , động năng của con lắc tăng đến giá trị cực đại rồi giảm, tức là thế năng của con lắc giảm đến 0 rồi tăng, tương ứng với vật đi từ vị trí có

li độ $x_1 = \pm\frac{A}{2}$, qua vị trí cân bằng, rồi đến $x_2 = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}$ hoặc ngược lại. Cả hai trường hợp đều cho ta góc quét được trên

đường tròn là $\frac{5\pi}{12}$, ứng với thời gian $\frac{5T}{24}$. Vậy ta có

$$\frac{\pi}{48} = \frac{5T}{24} \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s}$$

- Thay $\omega = 20 \text{ rad/s}$ vào (1) ta tính được $A = 8 \text{ cm}$.



Đáp án C

Ví dụ 11: Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang với tần số góc ω . Vật nhỏ của con lắc có khối lượng 100g. Tại thời điểm $t = 0$, vật nhỏ qua vị trí cân bằng theo chiều dương. Tại thời điểm $t = 0,95s$, vận tốc v và li độ x của vật nhỏ thỏa mãn $v = -\omega x$ là thứ 5. Lấy $\pi^2 = 10$. Độ cứng của lò xo là

A. 85 N/m.

B. 37 N/m.

C. 20 N/m.

D. 25 N/m.

Lời giải

Để tính được độ cứng của lò xo, ta cần tính được ω , hay tính được chu kì của vật.

Khi $v = -\omega x$ ta có $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = x^2 + x^2$, suy ra $x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$. Vậy,

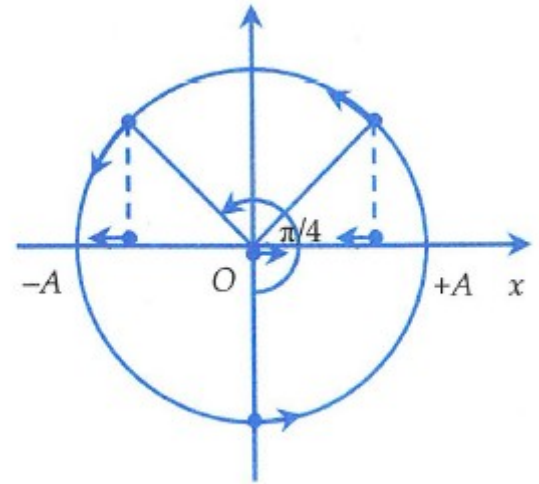
khi $v = -\omega x$ thì vật đi qua vị trí có li độ $x = \frac{A}{\sqrt{2}}$ theo chiều âm,

hoặc qua vị trí có li độ $x = -\frac{A}{\sqrt{2}}$ theo chiều dương.

Từ đó suy ra: 1 chu kì sẽ có hai lần vận tốc và li độ thỏa mãn

$$v = -\omega x, \text{ dựa vào đường tròn suy ra } 0,95 = 2T + \frac{T}{4} + \frac{T}{8} \Rightarrow T = 0,4s$$

$$\text{Độ cứng của lò xo } k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = 25 N/m$$

**Đáp án D**

Ví dụ 12: Một chất điểm dao động điều hòa có vận tốc cực đại 60 cm/s và gia tốc cực đại là $2\pi (m/s^2)$.

Chọn mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Thời điểm ban đầu ($t=0$), chất điểm có vận tốc 30 cm/s và thế năng đang tăng. Chất điểm có gia tốc bằng $\pi (m/s^2)$ lần đầu tiên ở thời điểm

A. 0,35s.

B. 0,15s.

C. 0,10s.

D. 0,25s.

Lời giải

$$\begin{cases} v_{max} = 60 \text{ cm/s} = \omega A \\ a_{max} = 2\pi \text{ m/s}^2 = \omega^2 A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = \frac{10\pi}{3} \text{ rad/s} \\ A = \frac{18}{\pi} \text{ cm} \end{cases}$$

Theo bài ra ta có

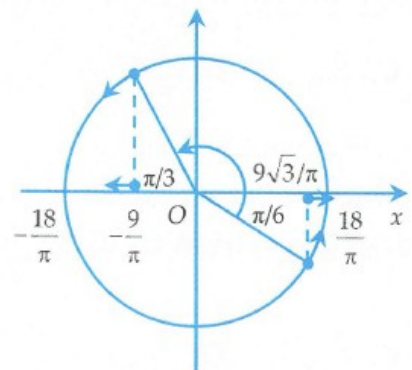
Tại thời điểm $t=0$ vận tốc dương 30 cm/s và thế năng đang tăng, suy ra vật đang ở vị trí có li độ dương và đang hướng về biên dương theo chiều dương.

$$\text{Li độ khi đó là } x = \sqrt{A^2 - \frac{v^2}{\omega^2}} = \frac{9\sqrt{3}}{\pi} \text{ cm} \quad \text{Khi } \alpha = \pi \Rightarrow -\omega^2 x = \pi \Rightarrow x = -\frac{9}{\pi}$$

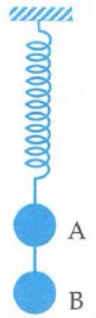
Bài toán trở về tìm thời gian ngắn nhất vật đi từ $x = \frac{9\sqrt{3}}{\pi} \text{ cm}$ theo chiều dương đến vị trí có li độ $x = -\frac{9}{\pi}$.

Dựa vào đường tròn suy ra góc quét trong thời gian này là

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \Delta t = \frac{\frac{5\pi}{6}}{\omega} = \frac{\frac{5\pi}{6}}{\frac{10\pi}{3}} = 0,25s$$



Ví dụ 13: Một lò xo nhẹ có độ cứng 75 N/m, đầu trên của lò xo treo vào một điểm cố định. Vật A có khối lượng 0,1 kg được treo vào đầu dưới của lò xo. Vật B có khối lượng 0,2 kg treo vào vật A nhờ một sợi dây mềm, nhẹ, không dẫn và đủ dài để khi chuyển động vật A và vật B không va chạm nhau (hình bên). Ban đầu giữ vật B để lò xo có trục thẳng đứng và dãn 9,66 cm (coi $9,66 \approx 4 + 4\sqrt{2}$) rồi thả nhẹ. Lấy $g = 10 \text{ m/s}^2$ và $\pi^2 = 10$. Thời gian tính từ lúc thả vật B đến khi vật A dừng lại lần đầu là?



A. 0,23s.

B. 0,19s.

C. 0,21s.

D. 0,17s.

Lời giải

Ban đầu hệ gồm 2 vật A, B có $\Delta l_{01} = \frac{0,3 \cdot 10}{75} = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$

+ Thời điểm $t = 0$ giữ vật B ở vị trí lò xo dãn $4 + 4\sqrt{2} \text{ cm}$ và thả nhẹ, suy ra biên độ dao động:

$$A_1 = 4 + 4\sqrt{2} - 4 = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

+ Tại vị trí lò xo không biến dạng thì dây bị chùng (do $T = 0$) nên 2 vật tách nhau ở đây, hệ chỉ còn lại vật A dao động

+ $\Delta l_{02} = \frac{m_2 g}{k} = \frac{4}{3} \text{ cm}$, vậy vật A lúc này cách VTCB mới O' 1 đoạn đúng bằng $\Delta l_{02} = \frac{4}{3} \text{ cm} = -x_2$ (chọn chiều dương hướng xuống)

+ Khi tách nhau, hệ vật A và B ở vị trí cách VTCB cũ O một đoạn bằng 4cm. Vận tốc

$$v = \omega_1 \sqrt{A^2 - x^2} = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \cdot \sqrt{(4\sqrt{2})^2 - 4^2} = 20\sqrt{10} \text{ cm/s}$$

$$A_2 = \sqrt{x_2^2 + \frac{v^2}{\omega_2^2}} = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{20\sqrt{10}}{\sqrt{75}}\right)^2} = \frac{8}{3} \text{ cm}$$

Biên độ dao động mới:

+ Tại vị trí của A lúc này A đang có xu hướng chuyển động tới vị trí biên âm và đó là vị trí mà A dừng lại

lần đầu $\Rightarrow \Delta t = \frac{\arccos\left(\frac{\frac{4}{3}}{\frac{8}{3}}\right)}{2\pi} T_2 = \frac{T_2}{6}$

+ Thời gian tính từ lúc thả vật B đến lúc A dừng lại là

$$\Delta t' = \frac{T_1}{4} + \frac{T_1}{8} + \frac{T_2}{6} = \frac{0,4}{4} + \frac{0,4}{8} + \frac{2\pi\sqrt{0,1}}{6} = 0,188 \text{ s}$$

C. BÀI TẬP RÈN LUYỆN KỸ NĂNG

Dạng 1: Bài tập xác định thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí A đến vị trí B.

Câu 1: Một vật dao động điều hòa với chu kì T . Hãy xác định thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí cân bằng đến $\frac{A\sqrt{2}}{2}$.

A. $\frac{T}{8}$.

B. $\frac{T}{4}$.

C. $\frac{T}{6}$.

D. $\frac{T}{12}$.

Câu 2: Một vật dao động điều hòa với chu kì T . Hãy xác định thời gian ngắn nhất để vật đi từ $\frac{A}{2}$ đến $-\frac{A\sqrt{3}}{2}$.

A. $\frac{T}{8}$.

B. $\frac{T}{4}$.

C. $\frac{T}{6}$.

D. $\frac{T}{12}$.

Câu 3: Một vật dao động điều hòa với chu kì T . Hãy xác định thời gian ngắn nhất để vật đi từ $\frac{A}{2}$ đến vị trí cân bằng theo chiều dương.

A. $\frac{T}{2}$.

B. $\frac{3T}{4}$.

C. $\frac{7T}{12}$.

D. $\frac{5T}{6}$.

Câu 4: Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$. Xác định thời gian để vật đi từ vị trí 2,5cm đến $-2,5\text{ cm}$.

A. $\frac{1}{12} \text{ s}$.

B. $\frac{1}{10} \text{ s}$.

C. $\frac{1}{20} \text{ s}$.

D. $\frac{1}{6} \text{ s}$.

Câu 5: Một vật dao động điều hòa với phương trình là $x = 4\cos(2\pi t)$. Thời gian ngắn nhất để vật đi qua vị trí cân bằng kể từ thời điểm ban đầu là:

A. $t = 0,25\text{ s}$.

B. $t = 0,75\text{ s}$.

C. $t = 0,5\text{ s}$.

D. $t = 1,25\text{ s}$.

Câu 6: Thời gian ngắn nhất để một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 10\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$ đi từ vị trí cân bằng đến vị trí biên

A. 2,00s.

B. 1,00s.

C. 0,50s.

D. 0,25s.

Câu 7: Một vật dao động điều hòa từ A đến B với chu kỳ T, vị trí cân bằng O. Trung điểm OA, OB là M, N. Thời gian ngắn nhất để vật đi từ M đến N là $\frac{\pi}{30} \text{ s}$. Hãy xác định chu kỳ dao động của vật.

A. $\frac{1}{4} \text{ s}$.

B. $\frac{1}{5} \text{ s}$.

C. $\frac{1}{10} \text{ s}$.

D. $\frac{1}{6} \text{ s}$.

$$x = 4\cos\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$$

Câu 8: Một vật dao động điều hoà với phương trình . Xác định thời điểm đầu tiên vật đi đến vị trí có gia tốc là $2m/s^2$ và vật đang tiến về vị trí cân bằng

- A. $\frac{\pi}{12} s$. B. $\frac{\pi}{60} s$. C. $\frac{\pi}{10} s$. D. $\frac{1}{30} s$.

Câu 9: Một vật dao động điều hoà, với biên độ $A = 10 \text{ cm}$, tốc độ góc $10\pi \text{ rad/s}$. Xác định thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí có vận tốc cực đại đến vị trí có gia tốc $a = -50 \text{ m/s}^2$.

- A. $\frac{\pi}{60} s$. B. $\frac{1}{45} s$. C. $\frac{1}{30} s$. D. $\frac{1}{32} s$.

Dạng 2: Bài toán trong một chu kì thời gian để vật thỏa mãn điều kiện cho trước?

Câu 10: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x = 5\cos(10t) \text{ cm}$. Trong một chu kì thời gian vật có vận tốc nhỏ hơn 25 cm/s là:

- A. $\frac{\pi}{15} s$. B. $\frac{4\pi}{15} s$. C. $\frac{1}{30} s$. D. $\frac{1}{60} s$.

Câu 11: Một vật dao động điều hoà với phương trình $x = 5\cos(10t) \text{ cm}$. Trong một chu kì thời gian vật có tốc độ nhỏ hơn 25 cm/s là:

- A. $\frac{\pi}{15} s$. B. $\frac{\pi}{30} s$. C. $\frac{1}{30} s$. D. $\frac{1}{60} s$.

Câu 12: Một vật dao động điều hoà với tần số góc là 10 rad/s và biên độ 2 cm . Thời gian mà vật có độ lớn vận tốc nhỏ hơn $10\sqrt{3} \text{ cm/s}$ trong mỗi chu kì là?

- A. $\frac{2\pi}{15} s$. B. $\frac{\pi}{15} s$. C. $\frac{\pi}{30} s$. D. $\frac{4\pi}{15} s$.

$$x = A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$$

Câu 13: Một vật dao động điều hoà với phương trình . Biết quãng đường vật đi được trong thời gian $1(s)$ là $2A$ và $\frac{2}{3} s$ đầu tiên là 9 cm . Giá trị của A và ω là

- A. 9 cm và $\pi \text{ rad/s}$. B. 12 cm và $2\pi \text{ rad/s}$. C. 6 cm và $\pi \text{ rad/s}$. D. 12 cm và $\pi \text{ rad/s}$.

Câu 14: Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì T và biên độ 5 cm . Biết trong một chu kì T khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt T quá 100 cm/s^2 là $\frac{T}{3}$. Lấy $\pi^2 = 10$. Tần số dao động của vật là

- A. 4 Hz . B. 3 Hz . C. 2 Hz . D. 1 Hz .

Dạng 3: Bài toán xác định thời điểm vật qua vị trí cho trước

$$x = A\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$$

Câu 15: Vật dao động điều hòa theo phương trình . Thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng là:

A. $t = \frac{2}{3} + 2k(s), k \in \mathbb{Z}$

B. $t = -\frac{1}{3} + 2k(s), k \in \mathbb{Z}$

C. $t = \frac{2}{3} + k(s), k \in \mathbb{Z}$

D. $t = \frac{1}{3} + k(s), k \in \mathbb{Z}$

$$x = 5\sqrt{2}\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ cm}$$

Câu 16: Vật dao động điều hòa với phương trình . Các thời điểm vật chuyển động qua vị trí có tọa độ $x = -5\text{cm}$ theo chiều dương của trục Ox là:

A. $t = \frac{3}{4} + 2k(s), (k \in \mathbb{Z})$

B. $t = \frac{3}{2} + 2k(s), (k \in \mathbb{Z}^*)$

C. $t = 1 + 2k(s), (k \in \mathbb{Z})$

D. $t = -\frac{1}{3} + 2k(s), (k \in \mathbb{Z}^*)$

$$x = A\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$$

Câu 17: Vật dao động điều hòa theo phương trình . Thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm là:

A. $t = -\frac{1}{12} + k(s), (k = 1, 2, 3, \dots)$

B. $t = -\frac{5}{12} + k(s), (k = 1, 2, 3, \dots)$

C. $t = -\frac{1}{12} + \frac{k}{2}(s), (k = 1, 2, 3, \dots)$

D. $t = \frac{1}{15} + k(s), (k = 1, 2, 3, \dots)$

$$x = 4\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$$

Câu 18: Vật dao động điều hòa trên phương trình . Thời điểm vật đi qua vị trí có li độ $x = 2\text{cm}$ theo chiều dương là:

A. $t = -\frac{1}{8} + \frac{k}{2}(s), (k = 1, 2, 3, \dots)$

B. $t = \frac{1}{24} + \frac{k}{2}(s), (k = 1, 2, 3, \dots)$

C. $t = \frac{k}{2}(s), (k = 1, 2, 3, \dots)$

D. $t = -\frac{1}{6} + \frac{k}{2}(s), (k = 1, 2, 3, \dots)$

$$v = 10\pi\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$$

Câu 19: Một vật dao động điều hoà có vận tốc thay đổi theo quy luật: . Thời điểm vật đi qua vị trí $x = -5\text{cm}$ là:

A. $\frac{3}{4}s$

B. $\frac{2}{3}s$

C. $\frac{1}{3}s$

D. $\frac{1}{6}s$

$$x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$$

Câu 20: Vật dao động với phương trình . Tìm thời điểm vật đi qua điểm có tọa độ $x = 2,5\text{cm}$ theo chiều dương lần thứ nhất.

A. $\frac{3}{4}s$

B. $\frac{2}{3}s$

C. $\frac{6}{8}s$

D. 0,38s.

$$x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$$

Câu 21: Vật dao động với phương trình . Tìm thời điểm vật đi qua vị trí biên dương lần thứ 4 kể từ thời điểm ban đầu.

- A. 1,69s. B. 1,82s. C. 2,00s. D. 1,96s.

$$x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$$

Câu 22: Vật dao động với phương trình . Tìm thời điểm vật qua vị trí cân bằng lần thứ 4 kể từ thời điểm ban đầu

- A. $\frac{6}{5}s$. B. $\frac{4}{6}s$. C. $\frac{5}{6}s$. D. Không đáp án.

Câu 23: Một vật dao động điều hòa trên trục $x'Ox$ với phương trình $x = 10\cos(\pi t) \text{ cm}$. Thời điểm để vật qua theo chiều âm $x = +5 \text{ cm}$ lần thứ hai kể từ $t = 0$ là:

- A. $\frac{1}{3}s$. B. $\frac{13}{3}s$. C. $\frac{7}{3}s$. D. 1s.

$$x = 2\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm}$$

Câu 24: Một vật dao động điều hòa với phương trình chuyển động . Thời điểm để vật đi qua li độ $x = \sqrt{3} \text{ cm}$ theo chiều âm lần đầu tiên kể từ thời điểm $t = 2s$ là:

- A. $\frac{27}{12}s$. B. $\frac{4}{3}s$. C. $\frac{13}{6}s$. D. $\frac{10}{3}s$.

$$x = A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$$

Câu 25: Một vật dao động điều hòa với phương trình , chu kì T. Kể từ thời điểm ban đầu thì sau thời gian bằng bao nhiêu lần chu kì, vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm lần thứ 2011?

- A. $2011T + \frac{T}{24}$. B. $2011T + \frac{T}{12}$. C. $2010T$. D. $2010T + \frac{7T}{12}$.

$$x = A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$$

Câu 26: Một vật dao động điều hòa với phương trình , chu kì T. Kể từ thời điểm ban đầu thì sau thời gian bằng bao nhiêu lần chu kì, vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm lần thứ 2012?

- A. $2011T + \frac{T}{24}$. B. $2011T + \frac{T}{12}$. C. $2011T$. D. $2011T + \frac{7T}{12}$.

$$x = A\cos(\omega t)$$

Câu 27: Một vật dao động điều hòa với phương trình , chu kì T. Kể từ thời điểm ban đầu thì sau thời gian bằng bao nhiêu lần chu kì, vật qua vị trí cân bằng lần thứ 2012?

- A. $1006T$. B. $1006T - \frac{T}{4}$. C. $1005T + \frac{T}{2}$. D. $1005T + \frac{3T}{2}$.

$$x = A\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$$

Câu 28: Một vật dao động điều hòa với phương trình , chu kì T. Kể từ thời điểm ban đầu thì sau thời gian bằng bao nhiêu lần chu kì, vật qua vị trí cách vị trí cân bằng $\frac{A}{2}$ lần thứ 2001?

- A. $500T$. B. $200T + \frac{T}{12}$. C. $500T + \frac{T}{12}$. D. $200T$.

Dạng 4: Xác định số lần vật đi qua vị trí x trong khoảng thời gian t

$$x = 5\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$$

Câu 29: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 2,5\text{ cm}$ trong một giây đầu tiên? . Xác định số lần vật đi qua vị trí

- A. 1 lần. B. 2 lần. C. 3 lần. D. 4 lần.

$$x = 5\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$$

Câu 30: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = -2,5\text{ cm}$ theo chiều dương trong một giây đầu tiên? . Xác định số lần vật đi qua vị trí

- A. 1 lần. B. 2 lần. C. 3 lần. D. 4 lần.

$$x = 5\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$$

Câu 31: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 2,5\text{ cm}$ trong một giây đầu tiên? . Xác định số lần vật đi qua vị trí

- A. 1 lần. B. 2 lần. C. 3 lần. D. 4 lần.

$$x = 5\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$$

Câu 32: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 2,5\text{ cm}$ trong một giây đầu tiên? . Xác định số lần vật đi qua vị trí

- A. 5 lần. B. 2 lần. C. 3 lần. D. 4 lần.

$$x = 5\cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$$

Câu 33: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 2,5\text{ cm}$ theo chiều âm kể từ thời điểm $t = 2\text{ s}$ đến $t = 3,25\text{ s}$? . Xác định số lần vật đi qua vị trí

- A. 2 lần. B. 3 lần. C. 4 lần. D. 5 lần.

$$x = 5\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$$

Câu 34: Vật dao động điều hòa với phương trình $x = 2,5\text{ cm}$ kể từ thời điểm $t = 1,675\text{ s}$ đến $t = 3,415\text{ s}$? . Xác định số lần vật đi qua vị trí

- A. 10 lần. B. 11 lần. C. 12 lần. D. 5 lần.

ĐÁP ÁN

1-A	2-B	3-C	4-A	5-A	6-C	7-B	8-A	9-A	10-B
11-A	12-A	13-C	14-D	15-C	16-D	17-B	18-A	19-B	20-A
21-D	22-C	23-C	24-C	25-B	26-B	27-B	28-C	29-B	30-A
31-D	32-A	33-C	34-B						

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Dạng 1: Bài toán xác định thời gian ngắn nhất để đi từ vị trí A đến vị trí B

Câu 1: Đáp án A

Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí cân bằng đến vị trí $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ là khoảng thời gian mà vật quay được góc $\alpha = \frac{\pi}{4}$ nên khoảng thời gian nhỏ nhất cần tìm là: $\Delta t = \frac{T}{8}$.

Câu 2: Đáp án B

Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí $\frac{A}{2}$ đến vị trí $-\frac{A\sqrt{3}}{2}$ khi vật đang chuyển động theo chiều âm của trục Ox là khoảng thời gian mà vật quay được góc $\alpha = \frac{\pi}{2}$ nên $\Delta t = \frac{T}{4}$.

Câu 3: Đáp án C

Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí $\frac{A}{2}$ theo chiều âm đến vị trí cân bằng theo chiều dương là:

$$\Delta t_{\min} = \frac{\alpha_{\min}}{\omega} = \frac{\frac{7\pi}{6}}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{7T}{12} (s)$$

Câu 4: Đáp án A

Thời gian để vật đi từ vị trí $x = 2,5\text{cm}$ đến vị trí $x = -2,5\text{cm}$ là: $\Delta t = \frac{\alpha_{\min}}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{3}}{4\pi} = \frac{1}{12} (s)$

Câu 5: Đáp án A

Thời gian ngắn nhất để vật đi qua vị trí cân bằng kể từ thời điểm ban đầu là: $\Delta t_{\min} = \frac{T}{4} = \frac{1}{4} = 0,25s$

Câu 6: Đáp án C

Thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí cân bằng đến vị trí biên là: $\Delta t_{\min} = \frac{T}{4} = \frac{2}{4} = 0,5s$

Câu 7: Đáp án B

Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí M đến N ứng với vật quay một góc $\alpha = \frac{\pi}{3}$ nên tần số góc của dao

$$\omega = \frac{\alpha}{\Delta t} = \frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{1}{30}} = 10\pi (rad / s)$$

động là:

Vậy chu kỳ dao động của vật là: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = \frac{1}{5} s$.

Câu 8: Đáp án A

Khoảng thời gian vật đi đến vị trí có gia tốc là $2m/s^2$ và vật đang tiến về vị trí cân bằng là:

$$\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{5\pi}{6}}{10} = \frac{\pi}{12} s$$

Vậy nên thời điểm đầu tiên là: $t_1 = t_0 + \Delta t = \frac{\pi}{12} s$.

Câu 9: Đáp án A

Gia tốc lớn nhất của vật là:

$$a_{\max} = A\omega^2 = 0,1 \cdot (10\pi)^2 = 100 (m/s^2)$$

Thời gian ngắn nhất vật đi từ vị trí có vận tốc cực đại đến vị trí có gia tốc $a = -50 (m/s^2)$ là:

$$\Delta t_{\min} = \frac{\alpha_{\min}}{\omega} = \frac{\frac{\pi}{6}}{10\pi} = \frac{1}{60} s$$

Dạng 2: Bài toán trong một chu kì thời gian để vật thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 10: Đáp án B

$$\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{4\pi}{3}}{10} = \frac{4\pi}{30} s$$

Trong một chu kì thời gian vật có vận tốc nhỏ hơn 25cm/s là:

Câu 11: Đáp án A

$$\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{10} = \frac{\pi}{15} s$$

Trong một chu kì thời gian vật có tốc độ nhỏ hơn 25cm/s là:

Câu 12: Đáp án A

Thời gian vật có độ lớn vận tốc nhỏ hơn $10\sqrt{3} cm/s$ trong mỗi chu kì là: $\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{4\pi}{3}}{10} = \frac{2\pi}{15} s$.

Câu 13: Đáp án C

Vì quãng đường vật đi trong thời gian $1s$ là $2A$ nên $\frac{T}{2} = 1 \Rightarrow T = 2s \Rightarrow \omega = \pi (rad/s)$

Xét trong khoảng thời gian $\frac{2}{3} s$ đầu tiên vật đi được quãng đường 9cm nên $1,5A = 9cm \Rightarrow A = 6cm$.

Câu 14: Đáp án D

Trong một chu kỳ, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt quá $100 cm/s^2$

$$\text{là } \frac{T}{3} \text{ nên } \frac{2\alpha}{2\pi} T = \frac{T}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow a_{\max} = 200 cm/s^2 \Rightarrow 5\omega^2 = 200$$

$$\Rightarrow \omega = 2\pi (rad/s) \Rightarrow f = 1Hz$$

Dạng 3: Bài toán xác định thời điểm vật qua vị trí cho trước

Câu 15: Đáp án C

Khi vật đi qua vị trí cân bằng thì $x = 0$ nên $A \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Rightarrow \pi t - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi$
 $\Rightarrow t = \frac{2}{3} + k(s) \quad k \in \mathbb{Z}$

Câu 16: Đáp án D

Các thời điểm vật đi qua vị trí có tọa độ $x = -5\text{cm}$ theo chiều dương của trục Ox khi:

$$\begin{cases} 5\sqrt{2} \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = -5 \\ v < 0 \end{cases} \Rightarrow t = \frac{-1}{2} + 2k(s) \quad (k \in \mathbb{Z}^*)$$

Câu 17: Đáp án B

Thời điểm vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm là:

$$\begin{cases} A \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \\ -A.2\pi \sin\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right) = -A.2\pi \end{cases} \Rightarrow t = \frac{5}{12} + k(s) \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

Câu 18: Đáp án A

Thời điểm vật đi qua vị trí có li độ $x = 2\text{cm}$ theo chiều dương là:

$$\begin{cases} 4 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \\ -4.4\pi \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.4.4\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow t = -\frac{1}{8} + \frac{k}{2}(s) \quad (k = 1, 2, 3, \dots)$$
Câu 19: Đáp án B

Vận tốc của dao động có phương trình:

$$v = 10\pi \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm/s}) \Rightarrow x = 5 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$$

Thay các giá trị của t trong đề bài vào thì thấy thỏa mãn khi: $t = \frac{2}{3}s$ thì $x = -5\text{cm}$.

Câu 20: Đáp án A

Chúng ta có thể làm tuần tự như các bài trên tìm công thức tổng quát rồi tìm thời điểm đầu tiên thỏa mãn yêu cầu đề bài. Vì là một bài trắc nghiệm nên ta có thể rút ngắn thời gian bằng cách thay các thời điểm vào phương trình nếu cho li độ không phải là 2,5cm thì ta loại ngay còn nếu cho cùng giá trị thì ta sẽ chọn thời điểm ngắn hơn vì đề bài đang yêu cầu tính thời điểm đầu tiên.

Vậy ta có thể dễ dàng chọn đáp án A.

Câu 21: Đáp án D

Bài này cũng tương tự nên sau khi thử ta chọn đáp án D

Câu 22: Đáp án C

Câu 23: Đáp án C

Đề vật qua vị trí $x = 5\text{cm}$ theo chiều âm lần thứ hai kể từ $t = 0$ là:

$$\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{2\pi + \frac{\pi}{3}}{\pi} = \frac{7}{3} \text{ s}$$

Câu 24: Đáp án C

Khoảng thời gian để vật đi qua vị trí có li độ $x = \sqrt{3}\text{cm}$ theo chiều âm lần đầu tiên kể từ thời điểm $t = 2\text{s}$ là:

$$\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\frac{2\pi}{3}}{4\pi} = \frac{1}{6} \text{ s}$$

Vậy thời điểm cần tìm là: $t = 2 + \frac{1}{6} = \frac{13}{6} \text{ s}$

Câu 25: Đáp án B

Vật qua vị trí cân bằng theo chiều âm lần thứ 2011 thì vật phải quay 2010T và quay thêm một góc $\frac{\pi}{6}$ nên

tổng thời gian cần tìm là: $\Delta t = 2010T + \frac{T}{12}$

Câu 26: Đáp án B

Tương tự như câu 25 thì thời gian cần tìm để vật đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm lần thứ 2012 sẽ là:

$$\Delta t = 2011T + \frac{T}{12}$$

Câu 27: Đáp án B

Trong một chu kỳ thì sẽ có hai lần vật đi qua vị trí cân bằng nên để đi qua vị trí cân bằng lần thứ 2012 thì

vật phải đi qua 1005T và quay thêm một góc $\alpha = \frac{3\pi}{2}$ thời gian cần tìm sẽ là:

$$\Delta t = 1005T + \frac{3T}{4} = 1006T - \frac{T}{4}$$

Câu 28: Đáp án C

Trong một chu kỳ thì có 4 lần vật đi qua vị trí mà vật cách vị trí cân bằng một khoảng $\frac{A}{2}$. Nên để thỏa

mãn yêu cầu đề bài thì vật phải quay 500T và một góc quay $\alpha = \frac{\pi}{6}$ nên tổng thời gian sẽ là:

$$\Delta t = 500T + \frac{T}{12}$$

Dạng 4: Xác định số lần vật đi qua vị trí x trong khoảng thời gian t

Câu 29: Đáp án B

Trong một giây đầu tiên vật quay được góc $\alpha = 2\pi \text{ (rad / s)}$ nên số lần vật đi qua vị trí $x = 2,5\text{cm}$ trong một chu kỳ sẽ là 2 lần.

Câu 30: Đáp án A

Vì trong một chu kỳ chỉ có một vị trí $x = -2,5\text{cm}$ theo chiều dương nên ta được trong một giây đầu tiên vật sẽ đi qua vị trí này một lần.

Câu 31: Đáp án D

Trong một giây đầu tiên vật quay được $\alpha = 4\pi = 2T$ nên số lần đi qua vị trí $x = 2,5\text{cm}$ là 4 lần.

Câu 32: Đáp án A

Trong một giây đầu tiên vật quay được góc: $\alpha = 5\pi \text{ (rad)}$ nên số lần vật đi qua vị trí $x = 2,5\text{cm}$ là 5 lần.

Câu 33: Đáp án C

Tại thời điểm 2 s thì vật đã quay được 12π nên coi như vật đang ở vị trí ban đầu.

Xét trong khoảng thời gian $t = 2\text{s}$ đến $t = 3,25\text{s}$ thì vật quay được góc $\alpha = \frac{15\pi}{2} = 7\pi + \frac{\pi}{2}$

Vậy số lần vật đi qua vị trí $x = 2,5\text{cm}$ theo chiều âm 4 lần.

Câu 34: Đáp án B

Tại thời điểm $t = 6,725$ thì vật đang ở vị trí $x = 3,88\text{cm}$. Xét trong khoảng thời gian: $\Delta t = 3,415 - 1,675 = 1,74\text{s}$ nên góc quay vật quay được trong khoảng thời gian này là:

$\alpha = 1,74.6\pi = \frac{261}{25}\pi = 10\pi + \frac{11}{25}\pi$ nên số lần vật đi qua vị trí $x = 2,5\text{cm}$ là 11 lần.