

CĂN BẬC HAI VÀ CĂN THỨC BẬC HAI**A. TRỌNG TÂM KIẾN THỨC**

1. Căn bậc hai: Căn bậc hai của số thực không âm a là số thực x sao cho $x^2 = a$

* **Nhận xét:**

+ Số âm không có căn bậc hai

+ Số 0 có một căn bậc hai duy nhất là 0.

+ Số dương a có đúng căn bậc hai đối nhau là $\sqrt{a}$ (căn bậc hai số học của a) và $-\sqrt{a}$.

* Tính căn bậc hai của một số $a > 0$, chỉ cần tính $\sqrt{a}$. Có thể dễ dàng làm điều này bằng cách sử dụng MTCT.

* Tính chất: $\sqrt{a^2} = |a|$ với mọi số thực a .

* Với hai số a và b không âm ta có:

+ Nếu $a < b$ thì $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

+ Nếu $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ thì $a < b$.

2. Căn thức bậc hai

* $\sqrt{A}$ xác định khi A lấy giá trị không âm và ta thường viết là $A \geq 0$.

Ta nói $A \geq 0$ là điều kiện xác định (hay điều kiện có nghĩa của $\sqrt{A}$).

* Tương tự như căn bậc hai của một số thực không âm, với A là một biểu thức, ta cũng có:

+ Với $A \geq 0$ ta có $\sqrt{A} \geq 0$; $(\sqrt{A})^2 = A$

+ $\sqrt{A^2} = |A|$

B. Các dạng bài tập**Dạng 1: Tìm căn bậc hai của một số**

Bài 1: Tính

a) $\sqrt{81}$

b) $\sqrt{16}$

c) $-\sqrt{1,21}$

d) $-\sqrt{0,01}$

e) $\sqrt{0,81}$

f) $\sqrt{\frac{9}{25}}$

g) $\sqrt{\frac{4}{25}}$

h) $-\sqrt{\frac{1}{4}}$

Lời giải

a) Vì $9^2 = 81$ nên $\sqrt{81} = 9$

b) Vì $4^2 = 16$ nên $\sqrt{16} = 4$

c) Vì $1,1^2 = 1,21$ nên $-\sqrt{1,21} = -1,1$

d) Vì $(0,1)^2 = 0,01$ nên $-\sqrt{0,01} = -0,1$

e) Vì $0,9^2 = 0,81$ nên $\sqrt{0,81} = 0,9$

f) Vì $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$ nên $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$

g) Vì $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$ nên $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$

h) Vì $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ nên $-\sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}$.

Bài 2: Tìm căn bậc hai của

- a) 121 b) 144 c) 64
- d) $\frac{9}{16}$ e) 0,25 f) $\frac{4}{9}$
- g) 1,44 h) $\left(\frac{-2}{5}\right)^2$

Lời giải

- a) Ta có $\sqrt{121} = 11$ nên 121 có căn bậc hai là 11 và -11
- b) Ta có $\sqrt{144} = 12$ nên 144 có căn bậc hai là 12 và -12
- c) Ta có $\sqrt{64} = 8$ nên 64 có căn bậc hai là 8 và -8
- d) Ta có $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$ nên $\frac{9}{16}$ có căn bậc hai là $\frac{3}{4}$ và $-\frac{3}{4}$
- e) Ta có $\sqrt{0,25} = 0,5$ nên 0,25 có căn bậc hai là 11 và -11
- f) Ta có $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ nên $\frac{4}{9}$ có căn bậc hai là $\frac{2}{3}$ và $-\frac{2}{3}$
- g) Ta có $\sqrt{1,44} = 1,2$ nên 1,44 có căn bậc hai là 1,2 và -1,2
- h) Ta có $\sqrt{\left(\frac{-2}{5}\right)^2} = \frac{2}{5}$ nên $\left(\frac{-2}{5}\right)^2$ có căn bậc hai là $\frac{2}{5}$ và $-\frac{2}{5}$

Bài 3: Tìm căn bậc hai số học của các số sau

- a) 12 b) 121 c) $\frac{4}{9}$
- d) 0,09 e) $1\frac{40}{81}$ f) 0

Lời giải

- a) 12 có căn bậc hai số học là: $\sqrt{12}$
- b) 121 có căn bậc hai số học là: $\sqrt{121}$
- c) $\frac{4}{9}$ có căn bậc hai số học là: $\sqrt{\frac{4}{9}}$
- d) 0,09 có căn bậc hai số học là: 0,3
- e) $1\frac{40}{81}$ có căn bậc hai số học là: $\frac{11}{9}$
- f) 0 có căn bậc hai số học là 0

Bài 4: Tìm căn bậc hai số học của các số sau

a) 64

b) -81

c) $\frac{9}{16}$

d) 0,04

Lời giải

a) 64 có căn bậc hai số học là: 8

b) -81 không có căn bậc hai số học

c) $\frac{9}{16}$ có căn bậc hai số học là: $\frac{3}{4}$

d) 0,04 có căn bậc hai số học là: 0,2

Bài 5: Tìm căn bậc hai của: 256 ; $0,04$; $\frac{121}{36}$; 11 ; $1,6$; $-0,09$ **Lời giải**+ Căn bậc hai của 256 là ± 16 + Căn bậc hai của $0,04$ là $\pm 0,2$ + Căn bậc hai của $\frac{121}{36}$ là $\pm \frac{11}{6}$ + Căn bậc hai của 11 là $\pm \sqrt{11}$ + Căn bậc hai của $1,6$ là $\pm \sqrt{1,6}$ + Do $-0,09 < 0$ nên $-0,09$ không có căn bậc hai.**Bài 6:** Tính giá trị của biểu thức: $A = \sqrt{0,09} + 7 \cdot \sqrt{0,36} - 3 \cdot \sqrt{2,25}$ **Lời giải**

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có: } A &= \sqrt{0,09} + 7 \cdot \sqrt{0,36} - 3 \cdot \sqrt{2,25} \\
 &= 0,3 + 7 \cdot 0,6 - 3 \cdot 1,5 \\
 &= 0,3 + 4,2 - 4,5 \\
 &= 0.
 \end{aligned}$$

Bài 7: Giá trị của biểu thức sau là số vô tỷ hay hữu tỷ: $\sqrt{\left(\sqrt{1\frac{9}{16}} - \sqrt{\frac{9}{16}}\right) \cdot 18}$ **Lời giải**

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có: } &\sqrt{\left(\sqrt{1\frac{9}{16}} - \sqrt{\frac{9}{16}}\right) \cdot 18} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{25}{16}} - \sqrt{\frac{9}{16}}\right) \cdot 18} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{5}{4} - \frac{3}{4}\right) \cdot 18} = \sqrt{9} = 3
 \end{aligned}$$

Vậy giá trị của biểu thức đã cho là một số hữu tỷ, hơn nữa còn là một số tự nhiên.

Dạng 2: Tìm điều kiện xác định của biểu thức chứa căn. Tính giá trị của biểu thức
I. Phương pháp giải

+) $\sqrt{A}$ có nghĩa khi $A \geq 0$

+) $\sqrt{\frac{1}{A}}$ có nghĩa khi $A > 0$

+) $\sqrt{A+B} \Rightarrow A+B \geq 0$ có nghĩa khi $A+B \geq 0$

+) $\frac{1}{\sqrt{A}}$ có nghĩa khi $A > 0$

+) $\sqrt{A-B}$ có nghĩa khi $A-B \geq 0$

+) $\frac{1}{\sqrt{A^2}}$ có nghĩa khi $A \neq 0$

+) $\frac{1}{\sqrt{A-B}}$ có nghĩa khi $\Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ \sqrt{A}-B \neq 0 \end{cases}$

+) $\frac{1}{\sqrt{A+B}}$ có nghĩa khi $\Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ \sqrt{A}+B \neq 0 \end{cases}$

+) $\sqrt{A.B} \Rightarrow A.B \geq 0$ có nghĩa khi $\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} A \geq 0 \\ B \geq 0 \end{cases} \\ \text{hoặc} \\ \begin{cases} A \leq 0 \\ B \leq 0 \end{cases} \end{cases}$

+) $\sqrt{\frac{A}{B}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} A \geq 0 \\ B > 0 \end{cases} \\ \text{hoặc} \\ \begin{cases} A \leq 0 \\ B < 0 \end{cases} \end{cases}$

+) $\frac{1}{\sqrt{A.B}}$ có nghĩa $AB > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A > 0 \\ B > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} A < 0 \\ B < 0 \end{cases}$

$$+) \quad x^2 \leq n \Leftrightarrow -\sqrt{n} \leq x \leq \sqrt{n} (n \geq 0)$$

$$+) \quad x^2 \geq n \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{n} \\ x \leq -\sqrt{n} \end{cases} (n \geq 0)$$

II. Bài toán

Bài 1: Tìm điều kiện xác định của mỗi căn thức sau:

a) $\sqrt{5-2x}$

b) $\sqrt{\frac{1}{x^2 - 4x + 4}}$

c) $\sqrt{25 - x^2}$

d) $\sqrt{\frac{1}{x^2 - 100}}$

Lời giải

a) Điều kiện xác định của căn thức là $5 - 2x \geq 0$ hay $x \leq \frac{5}{2}$

b) Điều kiện xác định của căn thức là $(x-2)^2 > 0$ hay $x \neq 2$

c) Điều kiện xác định của căn thức là $25 - x^2 \geq 0$

$$x^2 \leq 25$$

$$|x| \leq 5$$

$$-5 \leq x \leq 5$$

d) Điều kiện xác định của căn thức là $x^2 - 100 > 0$

$$x^2 > 100$$

$|x| > 10$

$$x > 10 \text{ hoặc } x < -10$$

Bài 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để biểu thức $M = \sqrt{x+4} + \sqrt{2-x}$ xác định?

Lời giải

M xác định khi $\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x \geq -4 \\ x \leq 2 \end{cases}$

$$\forall x \in \mathbb{Z} \quad \text{nên } x \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2\}$$

Vậy có 7 giá trị nguyên của x để biểu thức $M = \sqrt{x+4} + \sqrt{2-x}$ có nghĩa.

Bài 3: Xét căn thức $\sqrt{2x+1}$

a) Tìm điều kiện xác định của căn thức

b) Tính giá trị của căn thức đã cho tại $x=0$ và $x=4$

Lời giải

- a) Điều kiện xác định của căn thức là $2x+1 \geq 0$ hay $x \geq -\frac{1}{2}$
 b) Tại $x=0$ (thỏa mãn điều kiện) căn thức có giá trị là $\sqrt{2 \cdot 0 + 1} = 1$
 Tại $x=4$ (thỏa mãn điều kiện) căn thức có giá trị là $\sqrt{2 \cdot 4 + 1} = 3$

Bài 4: Cho biểu thức $A = \sqrt{5-2x}$

- a) Với giá trị nào của x thì biểu thức A xác định
 b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=-2$ và khi $x=3$

Lời giải

- a) Biểu thức A xác định khi $5-2x \geq 0$ hay $2x \leq 5$ hay $x \leq \frac{5}{2}$
 b) Khi $x=-2$, ta có $A = \sqrt{5-2(-2)} = \sqrt{9} = 3$
 Ta thấy $x=3 > \frac{5}{2}$ nên A không xác định tại $x=3$.

Bài 5: Với giá trị nào của x thì biểu thức $A = \sqrt{3x+6}$ xác định? Tính giá trị của A khi $x=5$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Lời giải

Biểu thức $A = \sqrt{3x+6}$ xác định khi $3x+6 \geq 0$ hay $x \geq -2$
 Với $x=5$ ta có $A = \sqrt{3 \cdot 5 + 6} = \sqrt{21} \approx 4,58$.

Bài 6: Tìm x để các căn thức sau có nghĩa

- a. $\sqrt{-3x}$ b. $\sqrt{2x-10}$
 c. $\sqrt{-3x-4}$ d. $\sqrt{3x+15}$
 e. $\sqrt{5x+\frac{1}{2}}$ f. $\sqrt{x^2-8x-9}$

Lời giải

- a) Ta có: $\sqrt{-3x}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x \leq 0$
 b) Ta có: $\sqrt{2x-10}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 2x-10 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$
 c) Ta có: $\sqrt{-3x-4}$ có nghĩa $\Leftrightarrow -3x-4 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -\frac{4}{3}$
 d) Ta có: $\sqrt{3x+15}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 3x+15 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$
 e) Ta có: $\sqrt{5x+\frac{1}{2}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 5x+\frac{1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{10}$
 f) Ta có: $\sqrt{x^2-8x-9}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x^2-8x-9 \geq 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-9) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 9 \\ x \leq -1 \end{cases}$

Chú ý: Với a là số dương, ta có: $\begin{cases} x^2 \geq a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq a \\ x \leq -a \end{cases} \\ x^2 \leq a^2 \Leftrightarrow -a \leq x \leq a \end{cases}$

Bài 7: Với giá trị nào của x thì mỗi biểu thức sau có nghĩa

a. $\sqrt{x(x+2)}$

b. $\sqrt{5x^2 - 3x - 8}$

c. $\sqrt{2x^2 + 4x + 5}$

d. $\sqrt{4 - x^2}$

e. $\sqrt{-x^2 + 2x - 1}$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt{x(x+2)}$ có nghĩa khi $x(x+2) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 0 \end{cases}$

x		-2		0	
x	-		-	0	+
$x+2$	-	0	+		+
$x(x+2)$	+		-		+

b) Ta có: $\sqrt{5x^2 - 3x - 8}$ có nghĩa khi $5x^2 - 3x - 8 \geq 0 \Leftrightarrow (x+1)(5x-8) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq \frac{8}{5} \end{cases}$

c) Ta có: $\sqrt{2x^2 + 4x + 5}$ có nghĩa khi $2x^2 + 4x + 5 \geq 0 \Leftrightarrow 2(x+1)^2 + 3 \geq 0$.
Vậy biểu thức luôn có nghĩa

d) Ta có: $\sqrt{4 - x^2}$ có nghĩa khi $4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$

e) Ta có: $\sqrt{-x^2 + 2x - 1}$ có nghĩa khi $-(x+1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$

Bài 8: Với giá trị nào của x thì mỗi biểu thức sau có nghĩa:

a. $\sqrt{\frac{4}{2x+3}}$

b. $\sqrt{\frac{-2}{x+1}}$

c. $\frac{1}{3-2x}$

d. $\sqrt{\frac{2}{x^2}}$

e.

f. $\frac{x}{x-2} + \sqrt{x-2}$

g. $\frac{x}{x^2-4} + \sqrt{x-2}$

h. $\sqrt{x+\frac{3}{x}} + \sqrt{-3x}$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt{\frac{4}{2x+3}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \frac{4}{2x+3} \geq 0 \Leftrightarrow 2x+3 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{3}{2}$

b) Ta có: $\sqrt{\frac{-2}{x+1}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \frac{-2}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow x+1 < 0 \Leftrightarrow x < -1$

c) Ta có: $\frac{1}{3-2x}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \frac{1}{3-2x} \geq 0 \Leftrightarrow 3-2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$

d) Ta có: $\sqrt{\frac{2}{x^2}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$

- e) Ta có: $\frac{x}{x-2} + \sqrt{x-2}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$
- f) Ta có: $\frac{x}{x+2} + \sqrt{x-2}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 2$
- g) Ta có: $\frac{x}{x^2-4} + \sqrt{x-2}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \neq \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$
- k) Ta có: $\sqrt{x+\frac{3}{x}} + \sqrt{-3x}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} x+\frac{3}{x} > 0 \\ -3x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+3}{x} \\ x \leq 0 \end{cases}$ (vô lý).
- Vậy không có giá trị nào của x làm biểu thức có nghĩa.

Dạng 3: Tính toán, rút gọn biểu thức dạng $\sqrt{A^2}$

I. Phương pháp giải

$$\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A \text{ nếu } A \geq 0 \\ -A \text{ nếu } A < 0 \end{cases}$$

Vận dụng hằng đẳng thức

II. Bài toán

Bài 1: Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\sqrt{6^2}$

b) $\sqrt{(-5)^2}$

c) $\sqrt{16^2}$

d) $(\sqrt{12})^2$

e) $(-\sqrt{0,36})^2$

g) $\sqrt{(-3)^2} + 3$

f) $(\sqrt{5})^2 + (-\sqrt{1,21})^2$

h) $(-\sqrt{9})^2 + \sqrt{(-9)^2}$

Lời giải

a) $\sqrt{6^2} = |6| = 6$

c) $\sqrt{16^2} = |16| = 16$

e) $(-\sqrt{0,36})^2 = 0,36$

g) $\sqrt{(-3)^2} + 3 = 3 + 3 = 6$

b) $\sqrt{(-5)^2} = |5| = 5$

d) $(\sqrt{12})^2 = 12$

f) $(\sqrt{5})^2 + (-\sqrt{1,21})^2 = 5 + 1,21 = 6,21$

h) $(-\sqrt{9})^2 + \sqrt{(-9)^2} = 9 + |-9| = 9 + 9 = 18$

Bài 2: Tính

a. $A = \sqrt{9}$

c. $C = -\sqrt{(-8)^2}$

b. $B = \sqrt{\frac{4}{49}}$

d. $D = \left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2$

Lời giải

a) Ta có: $A = \sqrt{9} \Rightarrow A = 3$

b) Ta có: $B = \sqrt{\frac{4}{49}} \Rightarrow B = \frac{2}{7}$

c) Ta có: $C = -\sqrt{(-8)^2} \Rightarrow C = -\sqrt{64} \Rightarrow C = -8$

d) Ta có: $D = \left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2 \Rightarrow D = \frac{3}{4}$

Bài 3: Tính

a. $A = \sqrt{121}$

c. $C = (-\sqrt{2})^2$

b. $B = \sqrt{\frac{121}{169}}$

d. $D = \sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2}$

Lời giải

a) $A = \sqrt{121} \Rightarrow A = 11$

c) $C = (-\sqrt{2})^2 \Rightarrow C = 2$

b) $B = \sqrt{\frac{121}{169}} \Rightarrow B = \frac{11}{13}$

d) $D = \sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2} \Rightarrow D = \frac{3}{5}$

Bài 4: Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$

b) $\sqrt{(a-\sqrt{5})^2}$ với $a > 3$

c) $\sqrt{a^6}$ với $a < 0$

Lời giải

a) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1$ (vì $1-\sqrt{2} < 0$)

b) $\sqrt{(a-\sqrt{5})^2} = |a-\sqrt{5}| = a-\sqrt{5}$ (vì $a-\sqrt{5} > 0$ với $a > 3$)

c) $\sqrt{a^6} = \sqrt{(a^3)^2} = |a^3| = -a^3$ (vì $a^3 < 0$ với $a < 0$).

Bài 5: Không sử dụng MTCT, tính:

a) $\sqrt{16} + (\sqrt{8})^2 + (-\sqrt{0,16})^2$

b) $\sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}$

c) $1-\sqrt{2} + \sqrt{(1+\sqrt{2})^2}$

d) $\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{6-4\sqrt{2}}$

Lời giải

a) $\sqrt{16} + (\sqrt{8})^2 + (-\sqrt{0,16})^2 = \sqrt{4^2} + 8 + 0,16 = 4 + 8 + 0,16 = 12,16$

b) $\sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} = \sqrt{5} - |\sqrt{5}-1| = \sqrt{5} - \sqrt{5} + 1 = 1$

c) $1-\sqrt{2} + \sqrt{(1+\sqrt{2})^2} = 1-\sqrt{2} + (1+\sqrt{2}) = 2$

d) $\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{6-4\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} - \sqrt{(2-\sqrt{2})^2}$
 $= |\sqrt{2}-1| - |2-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1 - (2-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}-3$

Bài 6: Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{4+2\sqrt{3}}$

b) $B = \sqrt{8-2\sqrt{15}}$

c) $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$

Lời giải

a) $A = \sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{3+2\sqrt{3} \cdot 1 + 1} = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} = \sqrt{3}+1$

b) $B = \sqrt{8-2\sqrt{15}} = \sqrt{5-2\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + 3} = \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}-\sqrt{3}$

c) $\sqrt{9-4\sqrt{5}} = \sqrt{5-2 \cdot 2 \cdot \sqrt{5} + 4} = \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} = \sqrt{5}-2$

Bài 7: Tính giá trị của các biểu thức sau

a. $A = 0,5\sqrt{0,04} + 5\sqrt{0,36}$

b. $B = -4\sqrt{\frac{-25}{-16}} + 5\sqrt{\frac{-9}{25}}$

c) $C = \frac{2}{3}\sqrt{81} - \frac{1}{2}\sqrt{16}$

d. $D = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{9}} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{25}{16}}$

Lời giải

$$a) A = 0,5\sqrt{0,04} + 5\sqrt{0,36} \Rightarrow A = 0,5 \cdot 0,2 + 5 \cdot 0,6 \Rightarrow A = 3,1$$

$$b) B = -4\sqrt{\frac{-25}{-16}} + 5\sqrt{\frac{-9}{25}} \Rightarrow B = -4 \cdot \frac{5}{4} + 5 \cdot \frac{3}{5} \Rightarrow B = -2$$

$$c) C = \frac{2}{3}\sqrt{81} - \frac{1}{2}\sqrt{16} \Rightarrow C = \frac{2}{3} \cdot 9 - \frac{1}{2} \cdot 4 \Rightarrow C = 6 - 2 \Rightarrow C = 4$$

$$d) D = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{9}} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{25}{16}} \Rightarrow D = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{4} \Rightarrow C = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \Rightarrow C = \frac{-1}{6}$$

Bài 8: Thực hiện phép tính

$$a. \sqrt{5^2 - 4^2}$$

$$b. \sqrt{26^2 - 24^2}$$

$$c. \sqrt{85^2 - 84^2}$$

Lời giải

$$a) \text{Ta có: } \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{(5-4)(5+4)} = \sqrt{9} = 3$$

$$b) \text{Ta có: } \sqrt{26^2 - 24^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$c) \text{Ta có: } \sqrt{85^2 - 84^2} = \sqrt{169} = 13$$

Bài 9: Tính giá trị của các biểu thức sau

$$a. A = \sqrt{49} + \sqrt{25} + 4\sqrt{0,25}$$

$$b. B = (\sqrt{169} - \sqrt{121} - \sqrt{81}) : \sqrt{0,49}$$

$$c. C = \sqrt{\left(\sqrt{1\frac{9}{16}} - \sqrt{\frac{9}{16}}\right) \cdot 18}$$

$$d. D = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{9}} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{25}{16}}$$

Lời giải

$$a) \text{Ta có: } A = \sqrt{49} + \sqrt{25} + 4\sqrt{0,25} = 7 + 5 + 4 \cdot 0,5 = 14$$

$$b) \text{Ta có: } B = (\sqrt{169} - \sqrt{121} - \sqrt{81}) : \sqrt{0,49} = (13 - 11 - 9) : 0,7 = -10$$

$$c) \text{Ta có: } C = \sqrt{\left(\sqrt{1\frac{9}{16}} - \sqrt{\frac{9}{16}}\right) \cdot 18} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{25}{16}} - \frac{3}{4}\right) \cdot 18} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 18} = \sqrt{9} = 3$$

$$d) \text{Ta có: } D = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{9}} - \frac{2}{5}\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{-1}{6}$$

Bài 10: Tính giá trị của các biểu thức sau

$$a. A = \sqrt{144} \cdot \sqrt{-\frac{49}{64}} \cdot \sqrt{0,01}$$

- b. $B = \left(\sqrt{0,25} - \sqrt{(-15)^2} + \sqrt{2,25} \right) : \sqrt{169}$
- c. $C = \left(\sqrt{0,04} - \sqrt{(-1,2)^2} + \sqrt{121} \right) \sqrt{81}$
- d. $D = 75 : \sqrt{3^2 + (-4)^2} - 3\sqrt{(-5)^2 - 3^2}$

Lời giải

- a) Ta có: $A = \sqrt{144} \cdot \sqrt{-\frac{49}{64}} \cdot \sqrt{0,01}$
 $= \sqrt{12^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{7}{8}\right)^2} \cdot \sqrt{(0,1)^2} = 1,05$
- b) Ta có: $B = \left(\sqrt{0,25} - \sqrt{(-15)^2} + \sqrt{2,25} \right) : \sqrt{169}$
 $= \left(\sqrt{(0,5)^2} - \sqrt{15^2} + \sqrt{(1,5)^2} \right) : \sqrt{13^2} = -1$
- c) Ta có: $C = \left(\sqrt{0,04} - \sqrt{(-1,2)^2} + \sqrt{121} \right) \sqrt{81}$
 $\Rightarrow C = 90$
- d) Ta có: $D = 75 : \sqrt{3^2 + (-4)^2} - 3\sqrt{(-5)^2 - 3^2}$
 $\Rightarrow D = 3$

Bài 11: Tính giá trị của các biểu thức sau

- a. $\sqrt{6-4\sqrt{2}} + \sqrt{22-12\sqrt{2}}$
- b. $\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} + \sqrt{2}$
- c. $3\sqrt{5} - \sqrt{(1-\sqrt{5})^2}$
- d. $\sqrt{17-12\sqrt{2}} + \sqrt{9+4\sqrt{2}}$
- e. $\sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}}$
- f. $\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{6-4\sqrt{2}}$
- g. $\sqrt{24+8\sqrt{5}} + \sqrt{9-4\sqrt{5}}$
- h. $\sqrt{41-12\sqrt{5}} - \sqrt{41+12\sqrt{5}}$

Lời giải

- a) Ta có: $\sqrt{6-4\sqrt{2}} + \sqrt{22-12\sqrt{2}} = \sqrt{(2-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3\sqrt{2}-2)^2} = 2\sqrt{2}$
- b) Ta có: $\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} + \sqrt{2} = |\sqrt{3}-\sqrt{2}| + \sqrt{2} = \sqrt{3}$
- c) Ta có: $3\sqrt{5} - \sqrt{(1-\sqrt{5})^2} = 3\sqrt{5} - |1-\sqrt{5}| = 3\sqrt{5} - |1-\sqrt{5}| = 3\sqrt{5} - (\sqrt{5}-1) = 2\sqrt{5} + 1$
- d) Ta có: $\sqrt{17-12\sqrt{2}} + \sqrt{9+4\sqrt{2}} = \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2}+1)^2} = 4$
- e) Ta có: $\sqrt{6+2\sqrt{5}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} = 2\sqrt{5}$
- f) Ta có: $\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{6-4\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} + \sqrt{(2-\sqrt{2})^2} = 3$
- g) Ta có: $\sqrt{24+8\sqrt{5}} + \sqrt{9-4\sqrt{5}} = \sqrt{4(6+2\sqrt{5})} + \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}$
 $= 2|\sqrt{5}+1| + |\sqrt{5}-2| = 3\sqrt{5}$

h) Ta có: $\sqrt{41-12\sqrt{5}} - \sqrt{41+12\sqrt{5}} = \sqrt{(6-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(6+\sqrt{5})^2} = -2\sqrt{5}$

Bài 12: Thực hiện các phép tính sau

a) $A = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{5+2\sqrt{6}}$

b) $B = \left(\frac{4-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \right)^2 - \left(\frac{4+2\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \right)^2$

c) $C = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{9 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$

d) $D = \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$

Lời giải

a) Ta có: $A = (\sqrt{3} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{5+2\sqrt{6}} = (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 1$

b) Ta có: $B = \left(\frac{4-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1} \right)^2 - \left(\frac{4+2\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}} \right)^2 = \left[\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{\sqrt{3}-1} \right]^2 - \left[\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{\sqrt{3}-1} \right]^2$
 $= (\sqrt{3}-1) - (\sqrt{3}+1) = -4\sqrt{3}$

c) Ta có: $C = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{9 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}} = \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{9 - \sqrt{20 - 12\sqrt{5} + 9}}}$
 $= \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{9 - \sqrt{(2\sqrt{5} + 3)^2}}}$

d) Ta có: $\sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}} = \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{(2\sqrt{2} + 1)^2}}}$
 $= \sqrt{13 + 30\sqrt{2 + (2\sqrt{2} + 1)}} = \sqrt{13 + 30\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}}$
 $= \sqrt{13 + 30\sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2}} = \sqrt{13 + 30(\sqrt{2} + 1)} = \sqrt{(5 + 3\sqrt{2})^2} = 5 + 3\sqrt{2}$
 $= \sqrt{43 + 30\sqrt{2}} = \sqrt{25 + 2 \cdot 5 \cdot 3\sqrt{2} + 18}$

Bài 13: Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = \sqrt{(4 - \sqrt{15})^2} + \sqrt{15}$

b) $B = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$

c) $C = \sqrt{49 - 12\sqrt{5}} - \sqrt{49 + 12\sqrt{5}}$

d) $D = \sqrt{29 + 12\sqrt{5}} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}$

Lời giải

a) Ta có: $A = \sqrt{(4 - \sqrt{15})^2} + \sqrt{15} = |4 - \sqrt{15}| + \sqrt{15} = 4 \quad (4 > \sqrt{15})$

b) Ta có: $B = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = |2 - \sqrt{3}| + |1 + \sqrt{3}| = 1$

c) Ta có: $C = \sqrt{49-12\sqrt{5}} - \sqrt{49+12\sqrt{5}} = \sqrt{(2-3\sqrt{5})^2} - \sqrt{(2+3\sqrt{5})^2} \Rightarrow C = 4$

d) Ta có: $D = \sqrt{29+12\sqrt{5}} - \sqrt{29-12\sqrt{5}} = \sqrt{(3+2\sqrt{5})^2} - \sqrt{(3-2\sqrt{5})^2} \Rightarrow D = 6$

Bài 14: Chứng minh rằng

a) $11+6\sqrt{2} = (3+\sqrt{2})^2$

b) $\sqrt{11+6\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}} = 6$

c) $8-2\sqrt{7} = (\sqrt{7}-1)^2$

d) $\sqrt{8-2\sqrt{7}} - \sqrt{8+2\sqrt{7}} = -2$

Lời giải

a) Ta có: $VT = 11+6\sqrt{2} = 9+2.3\sqrt{2}+2 = (\sqrt{3}+2)^2 = VP \Rightarrow \text{đpcm}$

b) Ta có: $VT = \sqrt{11+6\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}} = |\sqrt{2}+3| + |\sqrt{2}-3| = 6 = VP \Rightarrow \text{đpcm}$

c) Ta có: $8-2\sqrt{7} = 7-2\sqrt{7}+1 = (\sqrt{7}-1)^2 \Rightarrow \text{đpcm}$

d) Ta có: $VT = \sqrt{8-2\sqrt{7}} - \sqrt{8+2\sqrt{7}} = \sqrt{(\sqrt{7}-1)^2} - \sqrt{(\sqrt{7}+1)^2} = -2 = VP \text{ (đpcm).}$

Dạng 4: Rút gọn các biểu thức chứa biến**I. Cách giải:**

$$\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A, (A \geq 0) \\ -A, (A < 0) \end{cases}$$

Sử dụng hằng đẳng thức:

II. Bài toán

Bài 1: Rút gọn các biểu thức sau

- a) $A = \sqrt{64a^2} + 2a (a \geq 0)$
 b) $B = 5\sqrt{25a^2} - 25a (a < 0)$
 c) $\sqrt{16a^4} + 6a^2$ (với a bất kỳ)
 d) $3\sqrt{9a^6} - 6a^3$ (với a bất kỳ)

Lời giải

- a) Ta có: $\sqrt{64a^2} + 2a (a \geq 0) = |8a| + 2a = 10a \Rightarrow A = 10a$
 b) Ta có: $5\sqrt{25a^2} - 25a (a < 0) = 5 \cdot |5a| - 25a = -50a \Rightarrow B = -50a$
 c) Ta có: $\sqrt{16a^4} + 6a^2 = |4a^2| + 6a^2 = 10a^2 \Rightarrow C = 10a^2$ (với a bất kỳ)
 d) Ta có: $3\sqrt{9a^6} - 6a^3 = 3|3a^3| - 6a^3$ (với a bất kỳ)
 +) $a < 0 \Rightarrow 3|3a^3| - 6a^3 = 3 \cdot (-3a^3) - 6a^3 = -15a^3$
 +) $a \geq 0 \Rightarrow 3|3a^3| - 6a^3 = 9a^3 - 6a^3 = 3a^3$

Bài 2: Rút gọn các biểu thức sau

- a) $A = 4\sqrt{x} - \frac{(x + 6\sqrt{x} + 9)(\sqrt{x} - 3)}{x - 9} (0 \leq x; x \neq 9)$
 b) $B = \frac{\sqrt{9x^2 + 12x + 4}}{3x + 2} \left(x \neq \frac{-2}{3} \right)$

Lời giải

- a) Ta có: $A = 4\sqrt{x} - \frac{(\sqrt{x} + 3)^2(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} \Rightarrow A = 3(\sqrt{x} - 1) (0 \leq x \neq 9)$
 b) Ta có: $B = \frac{\sqrt{9x^2 + 12x + 4}}{3x + 2} = \frac{|3x + 2|}{3x + 2} = \begin{cases} 1 & \left(x > \frac{-2}{3} \right) \\ -1 & \left(x < \frac{-2}{3} \right) \end{cases}$

Bài 3: Rút gọn các biểu thức sau

- a) $A = \sqrt{x^4} + \sqrt{x^6}$
 b) $B = \sqrt{x^2 - x + \frac{1}{4}}$

Lời giải

a) Ta có $A = \sqrt{x^4} + \sqrt{x^6} = |x^2| + |x^3| = x^2 + |x^3|$
 $+ x^2 + |x^3| = x^2 + x^3$ nếu $x \geq 0$
 $+ x^2 + |x^3| = x^2 - x^3$ nếu $x < 0$

b) Ta có $B = \sqrt{x^2 - x + \frac{1}{4}} = \sqrt{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2} = \left|x - \frac{1}{2}\right|$
 $+ \text{Nếu } x \geq \frac{1}{2} \text{ thì } A = x - \frac{1}{2}$
 $+ \text{Nếu } x < \frac{1}{2} \text{ thì } A = \frac{1}{2} - x$.

Bài 4: Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = \sqrt{1 - 2x + x^2}$ với $x > 2$
b) $B = (\sqrt{1-x})^2$ với $x < 0$

Lời giải

a) Ta có $A = \sqrt{1 - 2x + x^2} = \sqrt{(1-x)^2} = |1-x|$
Do giả thiết $x > 2$ suy ra $1-x < 0$ nên $|1-x| = -(1-x) = x-1$
Vì vậy $\sqrt{1-2x+x^2} = \sqrt{(1-x)^2} = x-1$ với $x > 2$
b) Từ giả thiết $x < 0$ suy ra $1-x > 0$.
Do đó $\sqrt{(1-x)^2} = 1-x$.

Bài 5:

a) Rút gọn biểu thức $x\sqrt{x^6}$ ($x < 0$)
b) Rút gọn và tính giá trị biểu thức $x + \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$ tại $x = -2,5$

Lời giải

a) Ta có: $x\sqrt{x^6} = x\sqrt{(x^3)^2} = x|x^3| = x \cdot (-x^3) = -x^4$ (vì $x < 0$)
b) Ta có: $x + \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$
 $= x + \sqrt{(2x-1)^2}$
 $= x + |2x-1|$

Thay $x = -2,5$ vào ta có $2,5 + |2 \cdot 2,5 - 1| = \frac{5}{2} + 4 = \frac{13}{2}$

Bài 6: Cho biểu thức $P = 3x - \sqrt{x^2 - 10x + 25}$

a) Rút gọn biểu thức P
b) Tính giá trị của P khi $x = 2$

Lời giải

$$a) P = 3x - \sqrt{x^2 - 10x + 25} = 3x - \sqrt{(x-5)^2} = 3x - |x-5|$$

$$+ \text{ Nếu } x \geq 5 \text{ thì } P = 3x - (x-5) = 2x+5$$

$$+ \text{ Nếu } x < 5 \text{ thì } P = 3x + (x-5) = 4x-5$$

$$b) \text{ Khi } x = 2 < 5 \text{ thì giá trị của } P \text{ là } P = 4 \cdot 2 - 5 = 3$$

Bài 7: Cho biểu thức $Q = 2x - \sqrt{x^2 + 2x + 1}$

a) Rút gọn biểu thức Q

b) Tính giá trị của x khi $Q = 7$

Lời giải

$$a) Q = 2x - \sqrt{x^2 + 2x + 1} = 2x - \sqrt{(x+1)^2} = 2x - |x+1|$$

$$+ \text{ Nếu } x \geq -1 \text{ thì } Q = 2x - (x+1) = x-1$$

$$+ \text{ Nếu } x < -1 \text{ thì } Q = 2x + (x+1) = 3x+1$$

b) Ta phải xét hai trường hợp

$$+ Q = 7 \Rightarrow x-1 = 7 \text{ hay } x = 8 \text{ (thỏa mãn } x \geq -1)$$

$$+ Q = 7 \Rightarrow 3x+1 = 7 \text{ hay } x = 2 \text{ (không thỏa mãn } x < -1)$$

Vậy $Q = 7$ khi $x = 8$.

Bài 8: Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) \sqrt{x+2\sqrt{x-1}}$$

$$b) \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}}$$

Lời giải

$$a) \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = \sqrt{x-1+2\sqrt{x-1}+1} \\ = \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} = \sqrt{x-1}+1 \text{ (điều kiện } x \geq 1)$$

$$b) \sqrt{x+2-2\sqrt{x+1}} = \sqrt{x+1-2\sqrt{x+1}+1} \\ = \sqrt{(\sqrt{x+1}-1)^2} = |\sqrt{x+1}-1| \text{ (điều kiện } x \geq -1)$$

$$+ \text{ Nếu } x \geq 0 \text{ thì } |\sqrt{x+1}-1| = \sqrt{x+1}-1$$

$$+ \text{ Nếu } x < 0 \text{ thì } |\sqrt{x+1}-1| = 1-\sqrt{x+1}$$

Bài 9: Rút gọn các biểu thức sau

$$a) A = \sqrt{a+2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a-2\sqrt{a-1}} \quad (1 \leq a \leq 2)$$

$$b) B = 4x - \sqrt{x^2 - 4x + 4} \quad (x \geq 2)$$

$$c) C = \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}{x+2} \quad (x \neq -2)$$

$$d) D = 2x-1 - \frac{\sqrt{x^2 - 10x + 25}}{x-5}$$

e) $E = 4\sqrt{x} - \frac{(x+6\sqrt{x}+9)(\sqrt{x}-3)}{x-9} (0 \leq x \neq 9)$

Lời giải

a) Ta có: $A = \sqrt{a+2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a-2\sqrt{a-1}} (1 \leq a \leq 2)$
 $= |\sqrt{a-1}+1| + |\sqrt{a-1}-1|$

Với $1 \leq a \leq 2 \Rightarrow \sqrt{a-1}+1 > 0; \sqrt{a-1}-1 \leq 0$, ta được:

$A = |\sqrt{a-1}+1| + |\sqrt{a-1}-1| = \sqrt{a-1}+1 - \sqrt{a-1}+1 = 2$

b) Ta có: $B = 4x - \sqrt{x^2 - 4x + 4} (x \geq 2) = 4x - |x-2| = 4x - (x-2) = 3x+2$

c) Ta có: $C = \frac{\sqrt{x^2+4x+4}}{x+2} (x \neq -2) = \frac{|x+2|}{x+2}$

- Nếu $x < -2$ thì $A = -1$

- Nếu $x > -2$ thì $A = 1$

d) Ta có: $D = 2x-1 - \frac{\sqrt{x^2-10x+25}}{x-5} = 2x-1 - \frac{|x-5|}{x-5}$ với $x \neq 5$

+) Nếu $x-5 < 0 \Leftrightarrow x < 5 \Rightarrow A = 2x-1+1 = 2x$

+) Nếu $x > 5 \Rightarrow A = 2x-2$

e) Ta có: $E = 4\sqrt{x} - \frac{(x+6\sqrt{x}+9)(\sqrt{x}-3)}{x-9} (0 \leq x \neq 9)$

$\Rightarrow E = 4\sqrt{x} - \frac{(x+6\sqrt{x}+9)(\sqrt{x}-3)}{x-9}$
 $= 4\sqrt{x} - \frac{(\sqrt{x}+3)^2(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = 3(\sqrt{x}-1) (0 \leq x \neq 9)$

Bài 10: Cho biểu thức: $A = \sqrt{x^2+2\sqrt{x^2-1}} - \sqrt{x^2-2\sqrt{x^2-1}}$

a. Với giá trị nào của x thì A có nghĩa

b. Tính A nếu $x \geq \sqrt{2}$

Lời giải

a) Ta có: $A = \sqrt{x^2+2\sqrt{x^2-1}} - \sqrt{x^2-2\sqrt{x^2-1}}$
 $= \sqrt{(\sqrt{x^2-1}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{x^2-1}-1)^2}$
 $= |\sqrt{x^2-1}+1| + |\sqrt{x^2-1}-1|$

$\Leftrightarrow x^2-1 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 1 \end{cases}$
 A có nghĩa

b) Ta có: $x \geq \sqrt{2} \Rightarrow x^2 \geq 2 \Leftrightarrow x^2-1 \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2-1} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2-1}-1 \geq 0$
 $\Rightarrow A = \sqrt{x^2-1}+1 + \sqrt{x^2-1}-1 = 2\sqrt{x^2-1}$

Bài 11: Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + zx = 1$.

Tính
$$A = x\sqrt{\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{1+x^2}} + y\sqrt{\frac{(1+z^2)(1+x^2)}{1+y^2}} + z\sqrt{\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+z^2}}$$

Lời giải

Ta có: $1 + y^2 = (xy + yz + zx) + y^2 = (x + y)(y + z)$;

$1 + z^2 = (y + z)(z + x)$; $1 + x^2 = (x + z)(x + y)$

$\Rightarrow A = x(y + z) + y(z + x) + z(x + y) = 2(xy + yz + zx) = 2$

Vậy $A = 2$.

Dạng 4: Bài toán so sánh, bài toán tìm x

I. Phương pháp giải

Chú ý một số cách biến đổi tương đương liên quan đến căn thức bậc hai

1) $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$

$\sqrt{1-x^2} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 1-x^2 = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 1-x^2 = x^2 - 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \begin{cases} x = 0 (KTM) \\ x = 1 (TM) \end{cases} \end{cases}$

2) $\sqrt{A^2} = B \Leftrightarrow |A| = B$

3) $\sqrt{A} = \sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \text{ (hay } B \geq 0) \\ A = B \end{cases}$

4) $\sqrt{A^2} = \sqrt{B^2} \Leftrightarrow |A| = |B| \Leftrightarrow A = \pm B$

5) $A^2 = B^2 \Leftrightarrow A = \pm B$

$(x-1)^2 = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = x \\ x-1 = -x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 1 (vn) \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Ví dụ: (thỏa mãn)

7) $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ \begin{cases} A = B \\ A = -B \end{cases} \end{cases}$

$$\sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = 2x \Leftrightarrow \left| x + \frac{1}{2} \right| = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geq 0 \\ \begin{cases} x + \frac{1}{2} = 2x \\ x + \frac{1}{2} = -2x \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ \begin{cases} x = \frac{1}{2} (TM) \\ x = \frac{-1}{6} (KTM) \end{cases} \end{cases}$$

Ví dụ:

$$8) |A| = |B| \Leftrightarrow \begin{cases} A = B \\ A = -B \end{cases}$$

Ví dụ: $|3x+1| = |x+3| \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1 = x+3 \\ 3x+1 = -x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

$$9) |A| + |B| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

$$|x+5| + |x^2 - 25| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 5 \\ x = -5 \end{cases} \Leftrightarrow x = -5$$

Ví dụ:

$$10) \sqrt{A} + \sqrt{B} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$$

II. Bài toán

Bài 1: Không sử dụng MTCT, hãy so sánh:

a) $\sqrt{3}$ và $\sqrt{5}$

b) 3 với $\sqrt{10}$

c) 8 và $\sqrt{65}$

Lời giải

a) Ta có $3 < 5$ nên $\sqrt{3} < \sqrt{5}$

b) Ta có $10 > 9$ nên $\sqrt{10} > \sqrt{9}$

c) Ta có $64 < 65$ nên $\sqrt{64} < \sqrt{65}$ hay $8 < \sqrt{65}$

Bài 2: Không sử dụng MTCT, hãy so sánh $\sqrt{15} - 1$ và $\sqrt{10}$

Lời giải

Ta có $\sqrt{15} - 1 < \sqrt{16} - 1 = 4 - 1 = 3$ và $\sqrt{10} > \sqrt{9} = 3$

Nên $\sqrt{15} - 1 < \sqrt{10}$

Bài 3: Với $a < 0$ thì số nào lớn hơn trong hai số $\sqrt{-a}$ và $\sqrt{-2a}$

Lời giải

Ta có $-1 > -2$ nên $-a < -2a$ (vì $a < 0$).

Do đó $\sqrt{-a} < \sqrt{-2a}$.

Bài 4: Tìm x biết

a) $3x^2 = 0,75$

b) $2\sqrt{3x} = 12$

c) $\frac{1}{2}\sqrt{5x} < 10$

Lời giải

a) Ta có $3x^2 = 0,75$, suy ra $x^2 = 0,25$

Do đó $x = \pm\sqrt{0,25} = \pm 0,5$

b) Điều kiện: $x \geq 0$

Ta có $2\sqrt{3x} = 12$

$$\sqrt{3x} = 6$$

$$4x = 36$$

$$x = 12 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

c) Điều kiện: $x \geq 0$

Ta có $\frac{1}{2}\sqrt{5x} < 10$

$$\sqrt{5x} < 20$$

$$5x < 400$$

$$x < 80$$

Vậy $0 \leq x < 80$.

Bài 5: Tìm x biết

a) $x^2 = \frac{16}{9}$

b) $x^2 = 4 - 2\sqrt{3}$

c) $(x-1)^2 = \frac{1}{9}$

d) $x^2 + 1 = 6 - 2\sqrt{6}$

Lời giải

a) Ta có $x^2 = \frac{16}{9}$

$$x^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2$$

$$x = \frac{4}{3} \text{ hoặc } x = -\frac{4}{3}$$

Vậy $x \in \left\{\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right\}$

b) Ta có $x^2 = 4 - 2\sqrt{3}$

$$x^2 = (\sqrt{3} - 1)^2$$

$$x = \sqrt{3} - 1 \text{ hoặc } x = 1 - \sqrt{3}$$

Vậy $x \in \{\sqrt{3} - 1; 1 - \sqrt{3}\}$

c) Ta có $(x-1)^2 = \frac{1}{9}$

$$(x-1)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$x-1=\frac{1}{3} \text{ hoặc } x-1=-\frac{1}{3}$$

$$x=\frac{4}{3} \text{ hoặc } x=\frac{2}{3}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{4}{3}; \frac{2}{3} \right\}$$

d) Ta có $x^2+1=6-2\sqrt{6}$

$$x^2=5-2\sqrt{6}$$

$$x^2=(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$$

$$x=\sqrt{3}-\sqrt{2} \text{ hoặc } x=\sqrt{2}-\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy } x \in \{\sqrt{3}-\sqrt{2}; \sqrt{2}-\sqrt{3}\}$$

Bài 6: Tìm x không âm biết

a) $9x^2-16=0$

b) $4x^2=13$

c) $-\frac{\sqrt{2x+1}}{3}+2=0$

d) $\sqrt{2x+\frac{1}{3}}=3$

e) $\sqrt{2x+1}+3=0$

f) $\sqrt{x^2-4x+13}=3$

Lời giải

a) Ta có: $9x^2-16=0 \Leftrightarrow x^2=\left(\frac{4}{3}\right)^2 \Leftrightarrow x=\pm\frac{4}{3}$

b) Ta có: $4x^2=13 \Leftrightarrow x^2=\frac{13}{4} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\sqrt{13}}{2}$

c) Ta có: $-\frac{\sqrt{2x+1}}{3}+2=0 \Rightarrow \sqrt{2x+1}=6 \Leftrightarrow 2x+1=36 \Leftrightarrow x=\frac{35}{2}$

d) Ta có: $\sqrt{2x+\frac{1}{3}}=3 \Leftrightarrow x=\frac{13}{3}$

e) Ta có: $\sqrt{2x+1}+3=0 \Leftrightarrow \sqrt{2x+1}=-3 \Leftrightarrow x \in \emptyset$

f) Ta có: $\sqrt{x^2-4x+13}=3 \Leftrightarrow x^2-4x+13=9 \Leftrightarrow x=2$

Bài 7: Tìm x không âm biết

a. $\sqrt{x}=5$

b. $\sqrt{x}=\sqrt{2}$

c. $\sqrt{x}=-2$

d. $\sqrt{x}<3$

e. $\sqrt{3x}<9$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt{x}=5 \Rightarrow x=5^2=25$

b) Ta có: $\sqrt{x}=\sqrt{2} \Rightarrow x=(\sqrt{2})^2=2$

- c) Ta có: $\sqrt{x} = -2 \Rightarrow$ không tồn tại x
 d) Ta có: $\sqrt{x} < 3 \Rightarrow \sqrt{x} < \sqrt{9} \Rightarrow 0 \leq x < 9$
 e) Ta có: $\sqrt{3x} < 9 \Leftrightarrow \sqrt{3x} < \sqrt{81} \Leftrightarrow 3x < 81 \Leftrightarrow x < 27$

Bài 8: Giải các phương trình sau

- a. $\sqrt{x} - 1 = 3 (x \geq 0)$ b. $\sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{2}$
 c. $\sqrt{x^2 + 5x + 20} = 4$

Lời giải

- a) Ta có: $\sqrt{x} - 1 = 3 (x \geq 0) \Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{16\}$

- b) Ta có: $\sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{\pm 1\}$

- c) Ta có: $\sqrt{x^2 + 5x + 20} = 4 \Rightarrow x^2 + 5x + 20 = 16 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -4 \end{cases}$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{-1; -4\}$

Bài 9: Tìm giá trị của x , biết

- a. $\sqrt{2x} < \frac{1}{3}$ b. $\sqrt{-3x + \frac{1}{2}} \geq 5(1)$
 c. $\sqrt{-2x + 1} < 7(2)$ d. $\sqrt{2x - 1} \leq \frac{3}{2}(3)$

Lời giải

- a) Ta có: $\sqrt{2x} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sqrt{2x} < \sqrt{\frac{1}{9}} \Leftrightarrow 0 \leq 2x < \frac{1}{9} \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{18}$

- b) $\sqrt{-3x + \frac{1}{2}} \geq 5(1)$

Điều kiện: $-3x + \frac{1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{6} \Rightarrow (1) \Leftrightarrow -3x + \frac{1}{2} \geq 25 \Leftrightarrow x \leq \frac{-49}{6}$ (thỏa mãn điều kiện)

- c) $\sqrt{-2x + 1} < 7(2)$

Điều kiện: $x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow (2) \Leftrightarrow 2x - 1 \leq \frac{9}{4} \Leftrightarrow x < -24$ (thỏa mãn điều kiện)

- d) $\sqrt{2x - 1} \leq \frac{3}{2}(3)$

Điều kiện: $x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow (3) \Leftrightarrow 2x - 1 \leq \frac{9}{4} \Leftrightarrow x \leq \frac{13}{8} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{13}{8}$

Bài 10: Tìm giá trị của x , biết

a) $\sqrt{2x} < \frac{1}{3}$

b) $\sqrt{-3x + \frac{1}{2}} \geq 5$

c) $\sqrt{-2x+1} > 7$

d) $\sqrt{2x-1} \leq \frac{3}{2}$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt{2x} < \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sqrt{2x} < \sqrt{\frac{1}{9}} \Leftrightarrow 0 \leq 2x < \frac{1}{9} \Leftrightarrow 0 \leq x < \frac{1}{18}$

b) Ta có: $\sqrt{-3x + \frac{1}{2}} \geq 5 \left(x \leq \frac{1}{6} \right) \Leftrightarrow -3x + \frac{1}{2} \geq 25 \Leftrightarrow x \leq \frac{-49}{6}$ (thỏa mãn)

c) Ta có: $\sqrt{-2x+1} > 7 \left(x \leq \frac{1}{2} \right) \Leftrightarrow -2x+1 > 49 \Leftrightarrow x < -24$ (thỏa mãn)

d) Ta có: $\sqrt{2x-1} \leq \frac{3}{2} \left(x \geq \frac{1}{2} \right) \Leftrightarrow 2x-1 \leq \frac{9}{4} \Leftrightarrow x \leq \frac{13}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{13}{8}$

Bài 11: Tính tổng các giá trị của x thỏa mãn đẳng thức $\sqrt{x^2+25} = 13$

Lời giải

Ta có $\sqrt{x^2+25} = 13$

$x^2 + 25 = 169$

$x^2 = 144$

$x^2 = \pm 12$

Vậy tổng các giá trị của x thỏa mãn đẳng thức đã cho là $(-12) + 12 = 0$

Bài 12: Tìm x , biết $\sqrt{x^2-6x+9} + 7x = 13$

Lời giải

Ta có $\sqrt{x^2-6x+9} + 7x = 13$

$\sqrt{(x-3)^2} + 7x = 13$

$|x-3| + 7x = 13$

+ Nếu $x \geq 3$ thì phương trình trở thành $x-3+7x=13 \Rightarrow 8x=16 \Rightarrow x=2$ (không thuộc khoảng đang xét)

+ Nếu $x < 3$ thì phương trình trở thành $3-x+7x=13 \Rightarrow 6x=10 \Rightarrow x=\frac{5}{3}$ (thuộc khoảng đang xét).

Vậy giá trị của x thỏa mãn đẳng thức đã cho là $x=\frac{5}{3}$

Bài 13: Giải các phương trình sau

a. $\sqrt{x^2-2x+4} = 2x-2$

b. $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = 2$

c. $\sqrt{2x^2-2x+1} = 2x-1$

d. $\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} = 2$

Lời giải

$$\sqrt{x^2 - 2x + 4} = 2x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 \geq 0 \\ x^2 - 2x + 4 = (2x - 2)^2 \end{cases}$$

a) Ta có:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 2x + 4 = 4x^2 - 8x + 4 \end{cases} \Rightarrow x = 2$$

b) Cách 1: Ta có: $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} = 2 \Leftrightarrow x + 2\sqrt{x-1} = 2^2$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-1} = 4 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x \geq 0 \\ 4(x-1) = (4-x)^2 \end{cases} \Rightarrow x = 2$$

Cách 2: Ta có $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} = 2 \Leftrightarrow |\sqrt{x-1} + 1| = 2 \Rightarrow x = 2$

$$\sqrt{2x^2 - 2x + 1} = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \\ 2x^2 - 2x + 1 = (2x - 1)^2 \end{cases} \Rightarrow x = 1$$

c) Ta có:

$$\begin{cases} x - 4 \geq 0 \\ x + 4\sqrt{x-4} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 4$$

d) Ta có: Điều kiện

$$\sqrt{x + 4\sqrt{x-4}} = 2 \Leftrightarrow x + 4\sqrt{x-4} - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4) + 2\sqrt{x-4} \cdot 2 + 4 = 4$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x-4} - 2)^2 = 2^2 \Rightarrow x = 4$$

Bài 14: Giải các phương trình sau

a. $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{x-1}$

b. $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{4x^2 - 12x + 9}$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{x-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x^2 - 3x + 2 = x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{4x^2 - 12x + 9} \Leftrightarrow |x-2| = |2x-3| \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}$$

b) Ta có:

Bài 15: Giải các phương trình sau

a. $\sqrt{(x-3)^2} = 3-x$

b. $\sqrt{4x^2 - 20x + 25} + 2x = 5$

c. $\sqrt{(3-2x)^2} = 4$

d. $\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} = 2 (x \geq 1)$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt{(x-3)^2} = 3-x \Leftrightarrow |x-3| = 3-x \Leftrightarrow x-3 < 0 \Leftrightarrow x < 3$

b) Ta có: $\sqrt{4x^2 - 20x + 25} + 2x = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(5-2x)^2} = 5-2x$

$$\Leftrightarrow |5-2x| = 5-2x \Leftrightarrow 5-2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{5}{2}$$

c) Ta có: $\sqrt{(3-2x)^2} = 4 \Leftrightarrow |3-2x| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x=4 \\ 3-2x=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1,5 \\ x=-3,5 \end{cases}$

d) Ta có: $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} = 2(x \geq 1) \Leftrightarrow \sqrt{x-1+2\sqrt{x-1}+1} = 2$
 $\Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} = 2 \Leftrightarrow |\sqrt{x-1}+1| = 2$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1}=3 \\ \sqrt{x-1}=-1(KTM) \end{cases} \Leftrightarrow x-1=9 \Leftrightarrow x=10$

Bài 16: Giải các phương trình sau

a. $\sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x^2-6x+9} = 1$

b. $\sqrt{2x^2-3} = \sqrt{4x-3}$

c. $\sqrt{1-x^2} = x-1$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x^2-6x+9} = 1$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2} = 1 \Leftrightarrow |x-1| + |x-3| = 1 \quad (1)$

+ Với $x < 1 \Rightarrow x-1 < 0; x-3 < 0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow 1-x+3-x=1 \Leftrightarrow x=\frac{3}{2}(\text{loại})$

+ Với $1 \leq x \leq 3 \Rightarrow x-1 \geq 0; x-3 \leq 0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow x-1+3-x=1 \Leftrightarrow 0x=-1(\text{loại})$

+ Với $x > 3 \Rightarrow x-1 > 0; x-3 > 0 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow x-1+x-3=1 \Leftrightarrow x=\frac{5}{2}(\text{loại})$

Vậy phương trình vô nghiệm

$\sqrt{2x^2-3} = \sqrt{4x-3} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-3 \geq 0 \\ 2x^2-3=4x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{4} \\ x=0(\text{loại}) \\ x=2(tm) \end{cases}$

b) Ta có:

$\sqrt{1-x^2} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x^2-1=(x^2-1)^2 \end{cases}$

c) Ta có:

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow x \in \{\pm 1; \pm \sqrt{2}\}$
 (t/m)

Bài 17: Giải các phương trình sau

$\sqrt{x^2-2x+1} = x^2-1$

a.

$$|x^2 - 3| = |x - \sqrt{3}|$$

b.

$$\sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 0$$

c.

d. (Khó). $\sqrt{3x^2 - 18x + 28} + \sqrt{4x^2 - 24x + 45} = -5 - x^2 + 6x$

Lời giải

a) Ta có: $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = x^2 - 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2} = x^2 - 1$

$$\Leftrightarrow |x-1| = x^2 - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ x-1 = x^2 - 1 \\ x-1 = -(x^2 - 1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 1 \\ x^2 - x = 0 \\ (x-1)(x+2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -1 \\ x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 1 \text{ (t/m)} \\ x = -2 \text{ (t/m)} \end{cases} \Rightarrow x \in \{1; -2\}$$

b) Ta có: $|x^2 - 3| = |x - \sqrt{3}| \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3 = x - \sqrt{3} \\ x^2 - 3 = -(x - \sqrt{3}) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) - (x - \sqrt{3}) = 0 \\ (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) + (x - \sqrt{3}) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \sqrt{3} = 0 \\ x + \sqrt{3} - 1 = 0 \\ x - \sqrt{3} = 0 \\ x + \sqrt{3} + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = 1 - \sqrt{3} \\ x = \sqrt{3} \\ x = -1 - \sqrt{3} \end{cases}$$

c) Ta có: $\sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{x^2 + 4x + 4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4 = 0 \\ x^2 + 4x + 4 = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \Leftrightarrow x = -2 \\ x = -2 \end{cases}$$

d. (Khó)

Ta có: $\sqrt{3x^2 - 18x + 28} + \sqrt{4x^2 - 24x + 45} = -5 - x^2 + 6x$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3(x-3)^2 + 1} + \sqrt{4(x-3)^2 + 9} = 4 - (x-3)^2 \quad (1)$$

Ta có: $VT(1) \geq 4; VP \leq 4$

Vậy phương trình có nghiệm khi hai vế đều bằng 4 $\Leftrightarrow (x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3$
 Vậy $x = 3$.

Dạng 5: Bài toán thực tế

Bài 1: Trong một thí nghiệm, một vật rơi tự do từ độ cao 80m so với mặt đất. Biết quãng đường dịch chuyển được của vật đó tính theo đơn vị mét được cho bởi công thức $h = 5t^2$ với t là thời gian vật đó rơi, tính theo đơn vị giây ($t > 0$). Hỏi sau bao nhiêu lâu kể từ lúc rơi thì vật đó chạm đất?

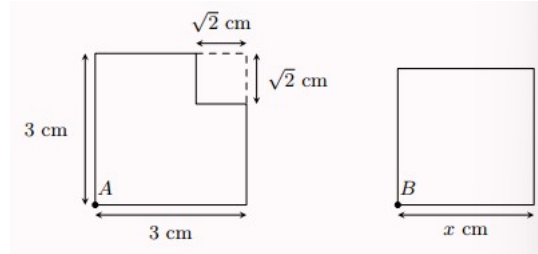
Lời giải

Khi vật chạm đất thì quãng đường dịch chuyển được của vật đó là 80m

Ta có $80 = 5t^2$ hay $t^2 = 16$. Do đó $t = \sqrt{16} = 4$ hoặc $t = -\sqrt{16} = -4$

Vì $t > 0$ nên $t = 4$. Vậy sau 4 giây kể từ lúc rơi thì vật đó chạm đất.

Bài 2: Biết rằng hình A và hình vuông B trong hình 2 có diện tích bằng nhau. Tính độ dài cạnh x của hình vuông B .

**Lời giải**

Diện tích hình A là $3^2 - (\sqrt{2})^2 = 7 \text{ cm}^2$

Theo bài ra ta có diện tích hình B cũng là 7 cm^2

Suy ra $x = \sqrt{7} \text{ cm}$.

Bài 3: Vận dụng trở lại tính huống mở đầu.

Trong vật lí, quãng đường S (tính bằng mét) của một vật rơi tự do được cho bởi công thức $S = 4,9t^2$, trong đó t là thời gian rơi (tính bằng giây). Hỏi sau bao nhiêu giây thì vật sẽ chạm đất nếu được thả rơi tự do từ độ cao $122,5$ mét?

- Viết công thức tính thời gian t (giây) cần thiết để vật rơi được quãng đường S (mét)
- Sử dụng công thức tìm được trong câu a), hãy trả lời câu hỏi trong tình huống mở đầu.

Lời giải

a) Từ công thức $S = 4,9t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{S}{4,9}$, suy ra $t = \sqrt{\frac{S}{4,9}}$ (vì $t > 0$)

b) Vật đang ở độ cao $122,5$ rơi chạm đất thì vật đã rơi được quãng đường là $S = 122,5 \text{ (m)}$

Thay $S = 122,5 \text{ m}$ vào phương trình $t = \sqrt{\frac{S}{4,9}}$, ta được $t = \sqrt{\frac{122,5}{4,9}} = 5 \text{ (s)}$

Vậy sau 5 (s) thì vật rơi chạm đất.

Bài 4: Để lái xe an toàn khi đi qua đoạn đường có dạng cung tròn, người lái cần biết tốc độ tối đa cho phép là bao nhiêu. Vì thế, ở những đoạn đường đó thường có bảng chỉ dẫn cho tốc độ tối đa cho phép của ô tô. Tốc độ tối đa cho phép $v \text{ (m/s)}$ được tính bởi công thức $v = \sqrt{rgu}$, trong đó $r \text{ (m)}$ là bán kính của cung đường, $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $u = 0,12$ là hệ số ma sát trượt của đường. Tính tốc độ tối đa cho phép $v \text{ (m/s)}$ để lái xe an toàn khi đi qua đoạn đường có dạng cung tròn với bán kính $r = 400 \text{ m}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Ta có công thức: $v = \sqrt{rgu}$

Thay $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $u = 0,12$ và $r = 400$, ta có:

$$v = \sqrt{400 \cdot 9,8 \cdot 0,12} \approx 22 \text{ (m/s)}$$

Vậy tốc độ tối đa cho phép là khoảng 22 m/s .

Bài 5: Một trạm phát sóng được đặt ở vị trí B cách đường tàu một khoảng $AB = 300 \text{ (m)}$. Đầu tàu đang ở vị trí C , cách vị trí A một khoảng $AC = x \text{ (m)}$.

- a) Viết biểu thức biểu thị khoảng cách từ trạm phát sóng đến đầu tàu.
 b) Tính khoảng cách trên khi $x = 400$, $x = 1000$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).

Lời giải

- a) Biểu thức biểu thị khoảng cách từ trạm phát sóng đến đầu tàu là $BC = \sqrt{90000 + x^2}$
 b) Với $x = 400$ thì $BC = \sqrt{90000 + 400^2} = 500(\text{m})$
 Với $x = 1000$ thì $BC = \sqrt{90000 + 1000^2} \approx 1044(\text{m})$.

Dạng 6: Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất có chứa căn

I. Cách giải:

Áp dụng bất đẳng thức: $|A| + |B| \geq |A + B|$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow A.B \geq 0$

II. Bài toán

Bài 1: Tìm GTNN của các biểu thức sau

- a) $A = \sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 2x + 1}$
 b) $B = |2x - 1| + |3 - 2x|$
 c) $C = \sqrt{4x^2 - 4x + 1} + \sqrt{4x^2 - 12x + 9}$
 d) $\sqrt{49x^2 - 42x + 9} + \sqrt{49x^2 + 42x + 9}$

Lời giải

- a) Ta có: $A = \sqrt{x^2 + 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 2x + 1} \Leftrightarrow A = |x + 1| + |x - 1|$

Cách 1:

+) Nếu $x < -1 \Rightarrow A = -x - 1 - x + 1 = -2x > 2(1)$

+) Nếu $-1 \leq x \leq 1 \Rightarrow A = x + 1 - x + 1 = 2(2)$

+) Nếu $x > 1 \Rightarrow A = x + 1 + x - 1 = 2x > 2(3)$

Từ (1)(2)(3) $\Rightarrow \min A = 2 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$

Cách 2: Áp dụng bất đẳng thức $|A| + |B| \geq |A + B|$

$$A = |x+1| + |x-1| = |x+1| + |1-x| \geq |x+1+1-x| = 2$$

Vậy $\text{Min}A = 2 \Leftrightarrow (x+1)(1-x) \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$

b) Ta có: $B = |2x-1| + |3-2x| \Rightarrow \text{Min}B = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

c) Ta có: $C = \sqrt{4x^2 - 4x + 1} + \sqrt{4x^2 - 12x + 9}$
 $= |2x-1| + |3-2x| \geq |(2x-1) + (3-2x)| = 2$
 $\Leftrightarrow (2x-1)(3-2x) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

d) Ta có: $D_{\min} = 6 \Leftrightarrow \frac{-3}{7} \leq x \leq \frac{3}{7}$

Bài 2: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

a) $A = 5 + \sqrt{x^2 - 3x + 9}$

c) $C = \sqrt{x^2 - 7x + 6} - 25$

b) $B = \sqrt{x^2 - 7x + 5}$

d) $D = 8 + \sqrt{x^2 + 3x - 4}$

Lời giải

a) $A = 5 + \sqrt{x^2 - 3x + 9}$

$$A = 5 + \sqrt{\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{4}} \geq 5 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Đẳng thức xảy ra khi $x - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$

Vậy $A_{\min} = 5 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$

b) $B = \sqrt{x^2 - 7x + 5} = \sqrt{\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{29}{4}} \geq 0$

Đẳng thức xảy ra khi $\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{29}{4}$

Vậy $B_{\min} = 0$.

c) $C = \sqrt{x^2 - 7x + 6} - 25 = \sqrt{\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}} - 25 \geq -25$

Đẳng thức xảy ra khi $\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$

Vậy $C_{\min} = -25$.

d) $D = 8 + \sqrt{x^2 + 3x - 4} = 8 + \sqrt{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}} \geq 8$

Đẳng thức xảy ra khi $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$, suy ra $x = 1$ hoặc $x = -4$
 Vậy $A_{\min} = 8$.

Bài 3: Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

a) $A = 15 - \sqrt{x^2 - 4x + 13}$

b) $B = 12 - \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

c) $C = 11 - \sqrt{x^2 + 7x + 4}$

Lời giải

a) $A = 15 - \sqrt{x^2 - 4x + 13} = 15 - \sqrt{(x-2)^2 + 9} \leq 5 - \sqrt{9} = 2$

Đẳng thức xảy ra khi $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

Vậy $A_{\max} = 2$

b) $B = 12 - \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 12 - \sqrt{(x-1)^2} \leq 12$

Đẳng thức xảy ra khi $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

Vậy $B_{\max} = 12$

c) $C = 11 - \sqrt{x^2 + 7x + 4} = 11 - \sqrt{\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{25}{4}} \leq 11$

Đẳng thức xảy ra khi $\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -6 \end{cases}$

Vậy $A_{\max} = 11$.

BÀI TẬP VẬN DỤNG

A. Trắc nghiệm

Câu 1: Hãy chọn hệ thức đúng

a. $\sqrt{9} = \pm 3$

b. $\sqrt{1,44} = -1,2$

c. $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$

d. $\sqrt{5^2 - 4^2} = 5 - 4$

Lời giải

Chọn đáp án C

A) Sai, sửa lại là: $\sqrt{9} = 3$

B) Sai, sửa lại là: $\sqrt{1,44} = 1,2$

D) Sai, sửa lại là: $\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{3^2} = 3$.

Câu 2: Chọn kết luận đúng

a) Căn bậc hai của $0,18$ và $0,9$

b) Căn bậc hai của $3,24$ và $-1,8$

c) Căn bậc hai của -225 và -15

d) Căn bậc hai của $0,49$ và $\pm 0,7$

Lời giải**Chọn đáp án D**

Giải thích: Số dương A có đúng hai căn bậc hai là hai số đối nhau đó là $\sqrt{A}$ (số dương) và

$-\sqrt{A}$ (số âm)

Vì vậy các kết luận A, B, C đều sai

Câu 3: Trong các hệ thức sau đây, hệ thức nào đúng với mọi số dương a và b

a. $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

b. $\sqrt{a+b} > \sqrt{a} + \sqrt{b}$

c. $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

d. Cả 3 hệ thức đều sai

Lời giải**Chọn đáp án C**

Giải thích: Ta có $(\sqrt{a+b})^2 = a+b$ (1)

Lại có: $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + 2\sqrt{a}\sqrt{b} = a+b+2\sqrt{a}\sqrt{b}$ (2)

Từ (1)(2) suy ra đáp án A và B đều sai

- Do $a+b < a+b+2\sqrt{a}\sqrt{b} \Leftrightarrow 0 < 2\sqrt{a}\sqrt{b}$, do vậy C là hệ thức đúng.

Câu 4: Trong các so sánh say đây, so sánh nào sai

a. $2 > \sqrt{15} - 2$

b. $2 < 2\sqrt{2} - 1$

c. $2 > 2\sqrt{6} - 2$

d. $3 > 4\sqrt{2} - 3$

Lời giải**Chọn đáp án B****Giải thích:**

- $2 > \sqrt{15} - 2 \Leftrightarrow 2+2 > \sqrt{15} \Leftrightarrow 4 > \sqrt{15}$, đúng vì $4^2 = 16 > 15$

- $2 < 2\sqrt{2} - 1 \Leftrightarrow 3 < 2\sqrt{2}$, sai vì $3^2 > (2\sqrt{2})^2$ ($9 > 8$)

- $3 > 2\sqrt{6} - 1 \Leftrightarrow 5 > 2\sqrt{6}$, đúng vì $5^2 > (2\sqrt{6})^2$ ($25 > 24$)

- $3 > 4\sqrt{2} - 3 \Leftrightarrow 6 > 4\sqrt{2} \Leftrightarrow 3 > 2\sqrt{2}$, đúng vì $3^2 > (2\sqrt{2})^2$

Câu 5: Nếu $5\sqrt{x+1} - 10 = 35$ thì x là số nào

a. $x = 15$

b. $x = 35$

c. $x = 48$

d. $x = 80$

Lời giải**Chọn đáp án D****Giải thích:**

Ta có: $5\sqrt{x+1} - 10 = 35 \Leftrightarrow 5\sqrt{x+1} = 45 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 9$

$\Leftrightarrow (\sqrt{x+1})^2 = 9^2 \Leftrightarrow x+1 = 81 \Leftrightarrow x = 80$

Câu 6: Số nguyên a nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện $6 < 2\sqrt{a+1} - 2$ là số nào

a. $a = 13$

c. $a = 16$

b. $a = 14$

d. $a = 17$

Lời giải

Chọn đáp án C

Giải thích:

Ta có: $6 < \sqrt{a+1} - 2 \Leftrightarrow 6 + 2\sqrt{a+1} \Leftrightarrow 8 < 2\sqrt{a+1}$

$\Leftrightarrow 4 < \sqrt{a+1} \Leftrightarrow 4^2 < (\sqrt{a+1})^2 \Leftrightarrow 16 < a+1 \Leftrightarrow 15 < a$

Số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn $a > 15$ là số 16.

Câu 7: Một hình vuông có diện tích bằng diện tích hình chữ nhật mà chiều dài gấp 9 lần chiều rộng và nửa chu vi là 30(m). Diện tích của hình vuông này là số nào?

a. $49(m^2)$

b. $39(m^2)$

c. $64(m^2)$

d. $81(m^2)$

Lời giải

Chọn đáp án D

Giải thích:

Gọi chiều rộng hình chữ nhật là $x(m)$ thì chiều dài là $9x(m)$. Điều kiện $x > 0$

Nửa chu vi là: $x + 9x = 30 \Leftrightarrow 10x = 30 \Leftrightarrow x = 3$ (thỏa mãn điều kiện)

Khi đó chiều dài là: $9.3 = 27(m)$

Diện tích hình vuông là: $3.27 = 81(m^2)$

Câu 8: Khẳng định nào sau đây là đúng

Cho số dương a :

a. Nếu $a > 1$ thì $\sqrt{a} > 1$

b. Nếu $a > 1$ thì $a < \sqrt{a}$

c. A) đúng; B) sai

d. A, B đều sai

Lời giải

Chọn đáp án C

Giải thích:

Xét đáp án A

Do $a > -1$ và $1 > 0$ nên $\sqrt{a}$ và $\sqrt{1}$ đều xác định và đều là số dương

Từ $a > 1(gt) \Rightarrow a - 1 > 0$, ta có: $a - 1 = (\sqrt{a})^2 - 1^2 = (\sqrt{a} - 1)(\sqrt{a} + 1)$

Vì $a - 1 > 0$ và $\sqrt{a} + 1 > 0$ nên $\sqrt{a} - 1 > 0 \Rightarrow \sqrt{a} > 1$

- Xét đáp án B : Từ câu A, ta có $\sqrt{a} > 1$, nhân cả hai vế của bất đẳng thức với $\sqrt{a} (\sqrt{a} > 0)$

, ta được: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} > \sqrt{a} \Leftrightarrow \sqrt{a^2} > \sqrt{a} \Leftrightarrow a > \sqrt{a}$

Câu 9: Tìm x , biết $x^2 = \sqrt{7}$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba)

- a. $x = 1,528$ và $x = -1,528$
c. $x = 0,845$ và $x = -0,845$

- b. $x = 1,627$ và $x = -1,627$
d. $x = 0,947$ và $x = -0,947$

Lời giải

Chọn đáp án B

Giải thích:

$$x^2 = \sqrt{7} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{\sqrt{7}} = \sqrt{2,65} = 1,627 \\ x_2 = -\sqrt{\sqrt{7}} = -\sqrt{2,65} = -1,627 \end{cases}$$

Ta có:

Câu 10: Giải phương trình $\sqrt{x} = -2$

- a. Phương trình có nghiệm $x = -4$
b. Phương trình có nghiệm $x = 4$
c. Phương trình có nghiệm $x = \pm 4$
d. Phương trình vô nghiệm.

Lời giải

Chọn đáp án D

Giải thích:

Ta có: $\sqrt{x} \geq 0$ và $-2 < 0 \Rightarrow \sqrt{x} \neq -2$

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 11: Khẳng định nào sau đây sai

- a. $\sqrt{3x}$ xác định khi $x \geq 0$
b. $\sqrt{-9x}$ xác định khi $x \leq 0$
c. $\sqrt{\frac{x-5}{3}}$ xác định khi $x \geq 5$
d. $\sqrt{\frac{-4}{x-9}}$ xác định khi $x > 7$

Lời giải

Chọn đáp án D

Giải thích:

A) $\sqrt{3x}$ xác định $\Leftrightarrow 3x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$

B) $\sqrt{-9x}$ xác định $\Leftrightarrow -9x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$

C) $\sqrt{\frac{x-5}{3}}$ xác định $\Leftrightarrow \frac{x-5}{3} \geq 0 \Leftrightarrow x-5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$

D) $\sqrt{\frac{-4}{x-9}}$ xác định $\Leftrightarrow \frac{-4}{x-9} > 0 \Leftrightarrow x-9 < 0 \Leftrightarrow x < 9$

Câu 12: Điền vào chỗ (...) để được khẳng định đúng

- a) Điều kiện xác định của $\sqrt{3xy^2}$ là...
b) Điều kiện xác định của $\sqrt{5-4x}$ là...
c) Điều kiện xác định của $\sqrt{x^2-81}$ là...

d) Điều kiện xác định của $\sqrt{\frac{5y-1}{4x^2}}$ là...

Lời giải

A) Điều kiện xác định của $\sqrt{3xy^2}$ là: $x \leq 0$

B) Điều kiện xác định của $\sqrt{5-4x}$ là: $x \leq \frac{5}{4}$

C) Điều kiện xác định của $\sqrt{x^2-81}$ là: $x \leq -9$ hoặc $x \geq 9$

D) Điều kiện xác định của $\sqrt{\frac{5y-1}{4x^2}}$ là: $y \geq \frac{1}{5}$ và $x \neq 0$

Câu 13: Điều kiện xác định của $\sqrt{\frac{a^2+1}{a^3}}$ là:

a) $a \geq 0$

b) $a \leq 0$

c) $a > 0$

d) $a > -1$

Lời giải

Chọn đáp án C

Điều kiện xác định của $\sqrt{\frac{a^2+1}{a^3}}$ là $\frac{a^2+1}{a^3} \geq 0 \Leftrightarrow a^3 > 0 \Leftrightarrow a > 0$ (vì $a^2+1 > 0$)

Câu 14: Biểu thức $\sqrt{(-6)^2} \cdot \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-1)^2} \cdot |-3|$ có giá trị đúng là số nào ?

a) 3

b) -3

c) $2\sqrt{3}$

d) $-2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn đáp án B

Giải thích: Ta có $\sqrt{(-6)^2} \cdot \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3}-1)^2} \cdot |-3|$
 $= |-6| \cdot |1-\sqrt{3}| - 3(2\sqrt{3}-1)$

(do $\sqrt{3} > 1$ và $2\sqrt{3} > 1$) $= 6\sqrt{3} - 6 - 6\sqrt{3} + 3 = -3$

Câu 15: $\sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{5}$ có kết quả rút gọn là số nào ?

a) 2

b) 1

c) $-2\sqrt{10}$

d) $2\sqrt{10}$

Lời giải

Chọn đáp án B

Giải thích: Ta có $\sqrt{9-4\sqrt{5}} - \sqrt{5} = \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} - \sqrt{5}$
 $= |2-\sqrt{5}| - \sqrt{5} = \sqrt{5} - 2 - \sqrt{5} = -2$

(do $2 < \sqrt{5}$)

Câu 16: Rút gọn $\sqrt{19-6\sqrt{10}} + \sqrt{26-8\sqrt{10}}$ ta được số nào ?

- a) -1
c) $-2\sqrt{10}$
- b) 1
d) $2\sqrt{10}$

Lời giải

Chọn đáp án B

Giải thích: Ta có $\sqrt{19-6\sqrt{10}} + \sqrt{26-8\sqrt{10}} = \sqrt{(3-\sqrt{10})^2} + \sqrt{(\sqrt{10}-4)^2}$
 $= |3-\sqrt{10}| + |\sqrt{10}-4|$
 $= \sqrt{10}-3+4-\sqrt{10} = -1$

Câu 17: Nếu $x > \frac{3}{2}$ thì phương trình $\sqrt{9-12x+4x^2} = 5-3x$ có nghiệm là số nào?

- a) $x = 1,6$ b) $x = 1,7$
c) $x = 1,8$ d) $x = 1,9$

Lời giải

Chọn đáp án A

Giải thích: Ta có $\sqrt{9-12x+4x^2} = 5-3x$
 $\Leftrightarrow \sqrt{(3-2x)^2} = 5-3x \Leftrightarrow |3-2x| = 5-3x$
 Vì $x > \frac{3}{2} \Rightarrow 3x-2 < 0$, nên ta có: $|3-2x| = 5-3x$
 $\Leftrightarrow 2x-3 = 5-3x \Leftrightarrow x = \frac{8}{5} = 1,6$ (thỏa mãn).

Câu 18: Với điều kiện $x < \frac{2}{\sqrt{10}}$, phương trình $\sqrt{4 - 4\sqrt{10x} + 10x^2} = 3 - 2\sqrt{10x}$ có nghiệm là số nào?

- a) $x = \frac{1}{2\sqrt{10}}$ b) $x = \frac{1}{\sqrt{10}}$

c) $x = -\frac{1}{\sqrt{10}}$ d) Một kết quả khác

Lời giải

Chọn đáp án B

Giải thích: Ta có

$$\begin{aligned}\sqrt{4-4\sqrt{10x}+10x^2} &= 3-2\sqrt{10x} \\ \Leftrightarrow \sqrt{(2-\sqrt{10x})^2} &= 3-2\sqrt{10x} \\ \Leftrightarrow |2-\sqrt{10x}| &= 3-2\sqrt{10x} \\ \text{Vì } x < \frac{2}{\sqrt{10}} \Rightarrow 2-\sqrt{10x} > 0 \Rightarrow |2-\sqrt{10x}| &= 3-2\sqrt{10x} \\ \Leftrightarrow 2-\sqrt{10x} &= 3-2\sqrt{10x} \Leftrightarrow x = \frac{-1}{\sqrt{10}} \text{ (thỏa mãn)}\end{aligned}$$

Câu 19: Giá trị của biểu thức $A = \sqrt{4a^2 - 4a + 1} + 2a + 5$ bằng số nào khi $a = \frac{3}{2}$

- a) 6 b) 8
c) 10 d) 12

Lời giải

Chọn đáp án C

Giải thích: Ta có $A = \sqrt{4a^2 - 4a + 1} + 2a + 5$

$$= \sqrt{(2a-1)^2} + 2a + 5 = |2a-1| + 2a + 5$$

$$a = \frac{3}{2} \Rightarrow A = \left| 2 \cdot \frac{3}{2} - 1 \right| + 2 \cdot \frac{3}{2} + 5$$

$$= |3-1| + 3 + 5 = 2 + 3 + 5 = 10$$

Câu 20: Trong các kết luận sau, kết luận nào sai

- a) Biểu thức $y = \sqrt{x^2 + 4}$ luôn có nghĩa với mọi giá trị của x
- b) Biểu thức $y = \sqrt{9 - x^2}$ luôn có nghĩa với mọi giá trị của x
- c) Biểu thức $y = \sqrt{\frac{1}{2x^2 - 2\sqrt{2} + 1}}$ luôn có nghĩa với mọi giá trị của $x \neq \frac{1}{\sqrt{2}}$
- d) Biểu thức $y = \sqrt{x + 3} + \sqrt{\frac{x - 3}{x + 3}}$ có nghĩa khi $-3 \leq x \leq 3$

Lời giải

Chon đáp án D

Giải thích:

- A) $y = \sqrt{x^2 + 4}$ có nghĩa khi $x^2 + 4 \geq 0$ (luôn đúng)
- B) $y = \sqrt{9 - x^2}$ có nghĩa khi $9 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \leq 9 \Leftrightarrow |x| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$
- C) $y = \sqrt{\frac{1}{2x^2 - 2\sqrt{2} + 1}} = \sqrt{\frac{1}{(\sqrt{2}x - 1)^2}}$ có nghĩa khi $\sqrt{2}x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{\sqrt{2}}$
- D) có nghĩa khi $\begin{cases} x + 3 \geq 0 \\ \frac{x - 3}{x + 3} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3$

Bài 21: Với mỗi giá trị nào của x thì mỗi căn thức sau có nghĩa

- a) $\sqrt[3]{\frac{2}{3x-5}}$ b) $\sqrt{-3x}$ c) $\sqrt[3]{\frac{1}{3-2x}}$
- d) $\sqrt{x^2+2}$ e) $\sqrt{\frac{3}{x^2+1}}$ f) $\sqrt{2x-1}$
- g) $\sqrt{-x^2+2x-1}$ h) $\sqrt{-|x+1|}$ i) $\sqrt{-x^2-3}$

Hướng dẫn giải

- a) $\sqrt{\frac{2}{3x-5}}$ có nghĩa khi $\frac{2}{3x-5} > 0 \Leftrightarrow 3x-5 > 0 \Leftrightarrow 3x > 5 \Leftrightarrow x > \frac{5}{3}$
- b) $\sqrt{-3x}$ có nghĩa khi $-3x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$
- c) $\sqrt{\frac{1}{3-2x}}$ có nghĩa khi $\frac{1}{3-2x} > 0 \Leftrightarrow 3-2x > 0 \Leftrightarrow 3 > 2x \Leftrightarrow \frac{3}{2} > x \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$
- d) $\sqrt{x^2+2}$ có nghĩa khi $x^2+2 \geq 0$ (luôn đúng)
- e) Do $\begin{cases} 3 > 0 \\ x^2+1 \geq 1 > 0 \end{cases}, \forall x \in R \Rightarrow \sqrt{\frac{3}{x^2+1}}$ có nghĩa với mọi $x \in R$
- f) $\sqrt{2x-1}$ có nghĩa khi $2x-1 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$
- g) Ta có: $-x^2+2x-1 = -(x^2-2x+1) = -(x-1)^2 \leq 0, \forall x \in R$
 nên $\sqrt{-x^2+2x-1}$ có nghĩa khi $-(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$
- h) Ta có $|x+1| \geq 0 \Leftrightarrow -|x+1| \leq 0, \forall x \in R \Rightarrow \sqrt{-|x+1|}$ có nghĩa khi $-|x+1| = 0 \Leftrightarrow x = -1$
- i) Ta có $-x^2-3 = -(x^2+3)$, do $x^2+3 \geq 3 > 0 \Rightarrow -(x^2+3) < 0$
 Do đó không tồn tại x để $\sqrt{-x^2-3}$ có nghĩa.

Bài 22: Tìm điều kiện xác định cho mỗi căn thức bậc hai sau

- a) $\sqrt{x-6}$ b) $\sqrt{17-x}$
- c) $\sqrt{\frac{1}{x}}$

Lời giải

- a) $\sqrt{x-6}$ xác định khi $x-6 \geq 0$ hay $x \geq 6$
- b) $\sqrt{17-x}$ xác định khi $17-x \geq 0$ hay $x \leq 17$
- c) $\sqrt{\frac{1}{x}}$ xác định khi $\frac{1}{x} \geq 0$ hay $x > 0$.

Bài 23: Tìm điều kiện xác định cho mỗi căn thức bậc hai sau

- a) $\sqrt{4x}$ b) $\sqrt{x-3}$
- c) $\sqrt{x+1}$ d) $\sqrt{x^2+1}$

Lời giải

- a) $\sqrt{4x}$ xác định khi $4x \geq 0$ hay $x \geq 0$.
 Vậy điều kiện là $x \geq 0$
- b) $\sqrt{x-3}$ xác định khi $x-3 \geq 0$ hay $x \geq 3$.
 Vậy điều kiện là $x \geq 3$
- c) $\sqrt{x+1}$ xác định khi $x+1 \geq 0$ hay $x \geq -1$.
 Vậy điều kiện là $x \geq -1$

d) $\sqrt{x^2+1}$ luôn xác định với mọi x vì $x^2+1 > 0$.

Bài 24: Tìm điều kiện xác định của $\sqrt{x+10}$ và tính giá trị của căn thức tại $x = -1$

Lời giải

Điều kiện xác định là $x+10 \geq 0$ hay $x \geq -10$

Thay $x = -1$ vào $\sqrt{x+10}$, ta được:

$$\sqrt{-1+10} = \sqrt{9} = 3$$

Vậy tại $x = -1$ thì $\sqrt{x+10}$ có giá trị là 3.

Bài 25: Tìm x để các căn thức bậc hai sau xác định

a) $\sqrt{\frac{2}{9-x}}$

b) $\sqrt{x^2+2x+1}$

c) $\sqrt{x^2-4x}$

Lời giải

a) $\sqrt{\frac{2}{9-x}}$

xác định khi $9-x > 0$ hay $x < 9$

b) $\sqrt{x^2+2x+1}$ xác định khi $x^2+2x+1 \geq 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 \geq 0$ (luôn đúng)

Vậy với mọi giá trị của x thì $\sqrt{x^2+2x+1}$ luôn được xác định.

c) $\sqrt{x^2-4x}$ xác định khi $x^2-4x \geq 0$

$$x(x-4) \geq 0 \text{ hay } x \leq 0 \text{ hoặc } x \geq 4.$$

Bài 26: Tìm x để các căn thức bậc hai sau xác định

a) $\sqrt{9-x^2}$

b) $\sqrt{\frac{1}{x^2-4}}$

c) $\frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}}$

Lời giải

a) $\sqrt{9-x^2}$ xác định khi $9-x^2 \geq 0$ hay $(3-x)(3+x) \geq 0$

$$\text{Suy ra } -3 \leq x \leq 3$$

b) $\sqrt{\frac{1}{x^2-4}}$

xác định khi $x^2-4 > 0$ hay $(x-2)(x+2) > 0$

$$\text{Suy ra } x < -2 \text{ hoặc } x > 2$$

c) $\frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-3}}$

xác định khi $x \geq 0$ và $x \neq 9$

$$\text{Vậy } x \geq 0 \text{ và } x \neq 9.$$

B. TỰ LUẬN

Bài 1: Tính

a) $\sqrt{100}$

b) $\sqrt{225}$

c) $\sqrt{2,25}$

d) $\sqrt{\frac{16}{225}}$

Lời giải

a) $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10$

b) $\sqrt{225} = \sqrt{15^2} = 15$

c) $\sqrt{2,25} = \sqrt{1,5^2} = 1,5$

d) $\sqrt{\frac{16}{225}} = \sqrt{\left(\frac{4}{15}\right)^2} = \frac{4}{15}$

Bài 2: Tìm căn bậc hai của mỗi số sau (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

a) 24,5

b) $\frac{9}{10}$

Lời giải

a) Ta có $\sqrt{24,5} \approx 4,95$ nên 24,5 có căn bậc hai là 4,95 và -4,95

b) Ta có $\frac{9}{10} \approx 0,9$ nên $\frac{9}{10}$ có căn bậc hai là 0,95 và -0,95.

Bài 3: Tìm căn bậc hai của

a) 289

b) 0,81

c) 1,69

d) $\frac{49}{121}$

Lời giải

a) Căn bậc hai của 289 là $\sqrt{289} = 17$ và $-\sqrt{289} = -17$

b) Căn bậc hai của 0,81 là $\sqrt{0,81} = 0,9$ và $-\sqrt{0,81} = -0,9$

c) Căn bậc hai của 1,69 là $\sqrt{1,69} = 1,3$ và $-\sqrt{1,69} = -1,3$

d) Căn bậc hai của $\frac{49}{121}$ là $\sqrt{\frac{49}{121}} = \frac{7}{11}$ và $-\sqrt{\frac{49}{121}} = -\frac{7}{11}$

Bài 4: Tìm căn bậc hai của

a) 16

b) 2500

c) $\frac{4}{81}$

d) 0,09

Lời giải

a) Căn bậc hai của 16 là ± 4

b) Căn bậc hai của 2500 là ± 50

c) Căn bậc hai của $\frac{4}{81}$ là $\pm \frac{2}{9}$

d) Căn bậc hai của 0,09 là $\pm 0,3$

Bài 5: Sử dụng MTCT, tính (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ tư)

a) $\sqrt{54}$

b) $\sqrt{24,68}$

c) $\sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7}$

Lời giải

a) $\sqrt{54} \approx 7,3485$

b) $\sqrt{24,68} \approx 4,9679$

$$c) \sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7} \approx 7.3313.$$

Bài 6: Tính giá trị của các biểu thức

$$a) (\sqrt{5,25})^2 + (-\sqrt{1,75})^2$$

$$b) (\sqrt{102})^2 - \sqrt{98^2}$$

Lời giải

$$a) (\sqrt{5,25})^2 + (-\sqrt{1,75})^2 = 5,25 + 1,75 = 7$$

$$b) (\sqrt{102})^2 - \sqrt{98^2} = 102 - 98 = 4$$

Bài 7: Tính

$$a) \sqrt{5,1^2}$$

$$b) \sqrt{(-4,9)^2}$$

$$c) -\sqrt{(-0,001)^2}$$

Lời giải

$$a) \sqrt{5,1^2} = |5,1| = 5,1$$

$$b) \sqrt{(-4,9)^2} = \sqrt{(4,9)^2} = |4,9| = 4,9$$

$$c) -\sqrt{(-0,001)^2} = -\sqrt{(0,001)^2} = |0,001| = 0,001$$

Bài 8: Tính

$$a) \sqrt{(-0,4)^2}$$

$$b) -\sqrt{\left(\frac{-4}{9}\right)^2}$$

$$c) -2\sqrt{3^2} + (-\sqrt{6})^2$$

Lời giải

$$a) \sqrt{(-0,4)^2} = |-0,4| = 0,4$$

$$b) -\sqrt{\left(\frac{-4}{9}\right)^2} = -\left|\frac{-4}{9}\right| = -\frac{4}{9}$$

$$c) -2\sqrt{3^2} + (-\sqrt{6})^2 = -2|3| + 6 = -6 + 6 = 0$$

Bài 9: Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) \sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$$

$$b) \sqrt{a^2} + \sqrt{(-3a)^2} \text{ với } a > 0$$

Lời giải

$$a) \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}| = \sqrt{5}-2 \quad (\text{vì } 2-\sqrt{5} < 0)$$

$$b) \sqrt{a^2} + \sqrt{(-3a)^2} = |a| + |-3a| = |a| + 3|a| = 4|a| = 4a \quad (\text{vì } a > 0).$$

Bài 10: Tính

a) $\sqrt{(-10)^2}$

b) $\sqrt{\left(\frac{-2}{7}\right)^2}$

c) $(-\sqrt{2})^2 - \sqrt{25}$

d) $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 \cdot \sqrt{0,09}$

Lời giải

a) $\sqrt{(-10)^2} = |-10| = 10$

b) $\sqrt{\left(\frac{-2}{7}\right)^2} = \left|\frac{-2}{7}\right| = \frac{2}{7}$

c) $(-\sqrt{2})^2 - \sqrt{25} = 2 - 5 = -3$

d) $\left(-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 \cdot \sqrt{0,09} = \frac{2}{3} \cdot 0,3 = 0,2$

Bài 11: Tính

a) $A = \sqrt{49} \cdot \sqrt{144} + \sqrt{256} : \sqrt{64}$

b) $B = 72 : \sqrt{2^2 \cdot 36 \cdot 3^2} - \sqrt{225}$

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $A = \sqrt{49} \cdot \sqrt{144} + \sqrt{256} : \sqrt{64} \Rightarrow A = 86$

b) Ta có: $B = 72 : \sqrt{2^2 \cdot 36 \cdot 3^2} - \sqrt{225} \Rightarrow B = -13$

Bài 12: Tính giá trị của biểu thức

a) $A = \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - \sqrt{5})^2}$

b) $B = \sqrt{(\sqrt{7} - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2}$

c) $C = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$

d) $D = \sqrt{17 + 12\sqrt{2}} + \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $A = \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - \sqrt{5})^2} \Rightarrow A = 2\sqrt{2} - 2$

b) Ta có: $B = \sqrt{(\sqrt{7} - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} \Rightarrow B = 3 - \sqrt{7}$

c) Ta có: $C = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - \sqrt{11 - 6\sqrt{2}} \Rightarrow C = 2\sqrt{2}$

d) Ta có: $D = \sqrt{17 + 12\sqrt{2}} + \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} \Rightarrow D = 6$

Bài 13: Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = \sqrt{64a^2} + 2a$

b) $B = 3\sqrt{9a^6} - 6a^3$

c) $C = (x - y) \sqrt{\frac{xy}{(x - y)^2}} \quad (xy > 0)$

d) $D = \sqrt{\frac{9 - 6x + x^2}{25y^2}}$

e) $E = \frac{3}{2(2x-1)} \sqrt{8x^4(4x^2-2x+1)}$

f) $F = \frac{2}{2a-1} \sqrt{5a^2(1-4a+4a^2)}$

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $A = \sqrt{64a^2} + 2a \Rightarrow \begin{cases} A = 10(a \geq 0) \\ A = -6a(a < 0) \end{cases}$

b) Ta có: $B = 3\sqrt{9a^6} - 6a^3 \Rightarrow \begin{cases} B = -15a^3(a < 0) \\ B = 3a^3(a \geq 0) \end{cases}$

c) Biểu thức có nghĩa khi $xy \geq 0; x \neq y$

Ta có: $C = (x-y) \sqrt{\frac{xy}{(x-y)^2}} = (x-y) \cdot \frac{\sqrt{xy}}{|x-y|} = \begin{cases} \sqrt{xy} (x > y) \\ -\sqrt{xy} (x < y) \end{cases}$

d) Biểu thức có nghĩa khi $y \neq 0$

Ta có: $D = \sqrt{\frac{9-6x+x^2}{25y^2}} = \sqrt{\frac{(x-3)^2}{25y^2}} = \sqrt{\left(\frac{x-3}{5y}\right)^2} = \frac{x-3}{3y}$

$= \begin{cases} \frac{x-3}{5y} \text{ khi } \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ y > 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x-3 \leq 0 \\ y < 0 \end{cases} \\ \frac{3-x}{5y} \text{ khi } \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ y < 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x-3 \leq 0 \\ y > 0 \end{cases} \end{cases}$

e) Ta có: $E = \frac{3}{2(2x-1)} \sqrt{8x^4(4x^2-2x+1)} = \frac{3}{2(2x-1)} \sqrt{2 \cdot (2x^2)^2 \cdot (2x-1)^2}$

$= \frac{3}{2(2x-1)} \cdot 2x^2 \cdot |2x-1| \cdot \sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}x^2}{2x-1} \cdot |2x-1| = \begin{cases} 3\sqrt{2}x^2 \text{ khi } x > \frac{1}{2} \\ -3\sqrt{2}x^2 \text{ khi } x < \frac{1}{2} \end{cases}$

f) Ta có: $F = \frac{2}{2a-1} \sqrt{5a^2(1-4a+4a^2)} = \frac{2}{2a-1} \sqrt{5a^4(1-4a+4a^2)}$

$= \frac{2}{2a-1} \sqrt{5a^4(2a-1)^2} = \frac{2}{2a-1} \cdot 5a^2 |2a-1| = \begin{cases} 10a^2 \text{ khi } a > \frac{1}{2} \\ -10a^2 \text{ khi } a < \frac{1}{2} \end{cases}$

Bài 14: Rút gọn các biểu thức sau

a) $A = \sqrt{a^2+6a+9} + \sqrt{a^2-6a+9} (-3 \leq a \leq 3)$

b) $B = \sqrt{a+2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a-2\sqrt{a-1}} (1 \leq a \leq 2)$

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $A = \sqrt{a^2+6a+9} + \sqrt{a^2-6a+9} (-3 \leq a \leq 3)$
 $= |a+3| + |a-3| = a+3+3-a = 6$

b) Ta có: $B = \sqrt{a+2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a-2\sqrt{a-1}} (1 \leq a \leq 2) = 2$

Bài 15: Tìm x , biết:

a) $x^2 = 121$

b) $4x^2 = 9$

c) $x^2 = 10$

Lời giải

a) $x^2 = 121$

$$x = \pm\sqrt{121}$$

$$x = \pm 11$$

Vậy $x \in \{-11; 11\}$

b) $4x^2 = 9$

$$x^2 = \frac{9}{4}$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{9}{4}}$$

Vậy $x \in \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}$

c) $x^2 = 10$

$$x = \pm\sqrt{10}$$

Vậy $x \in \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.

Bài 16: Tìm x , biết:

a) $5x^2 = 80$

b) $2\sqrt{x} = 1$

c) $\sqrt{3x} \leq 6$

Lời giải

a) $5x^2 = 80$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm 4$$

Vậy $x \in \{-4; 4\}$.

b) $2\sqrt{x} = 1$

$$\sqrt{x} = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{4}$$

Vậy $x = \frac{1}{4}$.

c) $\sqrt{3x} \leq 6$

$$3x \leq 36$$

$$x \leq 12$$

Vậy $0 \leq x \leq 12$

Bài 17: Tìm x , biết:

$$a) \sqrt{x^2 - 10x + 25} = 2$$

$$b) \sqrt{x^2} = 3x - 2$$

$$c) \sqrt{4x^2 - 12x + 9} = x + 7$$

Lời giải

$$a) \sqrt{x^2 - 10x + 25} = 2$$

$$\sqrt{(x-5)^2} = 2$$

$$|x-5| = 2$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = 7 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x \in \{3; 7\}$$

$$b) \sqrt{x^2} = 3x - 2$$

$$|x| = 3x - 2$$

$$+ \text{ Nếu } x \geq 0, \text{ ta có } x = 3x - 2 \Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$+ \text{ Nếu } x < 0, \text{ ta có } -x = 3x - 2 \Leftrightarrow 4x = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ (không thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy } x = 1$$

$$c) \sqrt{4x^2 - 12x + 9} = x + 7$$

$$\sqrt{(2x-3)^2} = x + 7$$

$$|2x-3| = x + 7$$

$$\text{Tương tự ý b) ta có } x \in \left\{10; -\frac{4}{3}\right\}.$$

Bài 18: Tìm các giá trị của x sao cho $\sqrt{x} > x$

Lời giải

Với điều kiện $x > 0$, ta có:

$$\sqrt{x} > x$$

$$x > x^2$$

$$x(1-x) > 0$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 1-x > 0 \\ x < 0 \\ 1-x < 0 \end{cases}$$

$$0 < x < 1$$

Bài 19: Giải các phương trình sau

$$a) \sqrt{x^2 + x} = x$$

$$b) \sqrt{1-x^2} = x-1$$

$$c) \sqrt{x^2 - 2x + 1} = x^2 - 1$$

$$d) \sqrt{4x^2 - 4x + 1} = x-1$$

e) $\sqrt{x^4 - 2x^2 + 1} = x - 1$

f) $|x^2 - 1| + |x + 1| = 0$

g) $\sqrt{1 - x^2} + \sqrt{x + 1} = 0$

Hướng dẫn giải

a) Ta có: $\sqrt{x^2 + x} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 + x = x^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$

b) Ta có: $\sqrt{1 - x^2} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ 1 - x^2 = (x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x(x - 1) = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = 0; x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$

c) Ta có: $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = x^2 - 1$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2} = x^2 - 1 \Leftrightarrow |x - 1| = x^2 - 1 (*)$

Cách 1: $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ x - 1 = x^2 - 1 \\ x - 1 = 1 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 1 \\ x^2 - x = 0 \\ x^2 + x - 2 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 1 \\ x(x - 1) = 0 \\ (x - 1)(x + 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 1 \\ x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

(*) Nhận xét: Ở cách này ta dùng phương pháp: $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B \\ A = -B \end{cases}$

Cách 2: $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x - 1 = x^2 - 1 \end{cases}$ hoặc $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 < 0 \\ x - 1 = 1 - x^2 \end{cases}$

Giải 2 trường hợp ra ta nhận được kết quả giống cách 1.

(*) **Nhận xét:** Ở cách này ta dùng phương pháp:

$|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ A = B \end{cases}$ hoặc $|A| = B \Leftrightarrow \begin{cases} A < 0 \\ A = -B \end{cases}$

d) Ta có: $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = x - 1 \Leftrightarrow \sqrt{(2x - 1)^2} = x - 1$

$\Leftrightarrow |2x - 1| = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ 2x - 1 = x - 1 \\ 2x - 1 = 1 - x \end{cases} \text{ (vô nghiệm)}$

e) Ta có: $\sqrt{x^4 - 2x^2 + 1} = x - 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x^2 - 1)^2} = x - 1$

$$\Leftrightarrow |x^2 - 1| = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ \begin{cases} x^2 - 1 = x - 1 \Leftrightarrow x = 1 \\ x^2 - 1 = 1 - x \end{cases} \end{cases}$$

f) Ta có: $|x^2 - 1| + |x + 1| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1$

g) Ta có: $\sqrt{1 - x^2} + \sqrt{x + 1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - x^2 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1$

Bài 20: Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 4 - x$

b) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 3$

c) $\sqrt{2x - 2} + 2\sqrt{2x - 3} + \sqrt{2x + 13} + 8\sqrt{2x - 3} = 5$

d) $\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 0$

Hướng dẫn giải

a) Cách 1: $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 4 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x \geq 0 \\ x^2 - 6x + 9 = (4 - x)^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7}{2}$$

Cách 2: $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 4 - x \Leftrightarrow |x - 3| = 4 - x \Rightarrow x = \frac{7}{2}$

b) $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 3 \Leftrightarrow |x - 1| + |x - 2| = 3$

+ Nếu $1 < x < 2$, ta được: $x - 1 + 2 - x = 3 \Leftrightarrow 1 = 3$ (vô nghiệm)

+ Nếu $x > 2$, ta được: $x - 1 + x - 2 = 3 \Leftrightarrow x = 3$

+ Nếu $x < 1$, ta được: $1 - x + 2 - x = 3 \Leftrightarrow x = 0$

Vậy $x = 0$ hoặc $x = 3$

c) Ta có: $\sqrt{2x - 2} + 2\sqrt{2x - 3} + \sqrt{2x + 13} + 8\sqrt{2x - 3} = 5$

$$\Leftrightarrow |\sqrt{2x - 3} + 1| + |\sqrt{2x - 3} + 4| = 5 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{x^2 - 9} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 - 9} = 0 \\ \sqrt{(x - 3)^2} = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 3$$

d) Ta có:

Bài 21: Tìm các số thực x, y, z thỏa mãn đẳng thức:

$$x + y + z + 8 = 2\sqrt{x - 1} + 4\sqrt{y - 2} + 6\sqrt{z - 3}$$

Hướng dẫn giải

Cách 1: Ta có: $x + y + z + 8 = 2\sqrt{x - 1} + 4\sqrt{y - 2} + 6\sqrt{z - 3}$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x-1}-1)^2 + (\sqrt{y-2}-2)^2 + (\sqrt{z-3}-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x=2; y=6; z=12$$

Cách 2: Ta có: $x = (x-1) + 1 \geq 2\sqrt{x-1}$; $y+2 = (y-2) + 4 \geq 4\sqrt{y-2}$

$$z+6 = (z-3) + 9 \geq 6\sqrt{z-3}$$

Vậy: $x=2; y=6; z=12$.

Bài 22: Tính giá trị của các biểu thức sau

a. $A = \frac{2}{5}\sqrt{25} - \frac{9}{2}\sqrt{\frac{16}{81}} + \sqrt{144}$

b. $B = 0,5\sqrt{0,09} - 2\sqrt{0,25} + \sqrt{\frac{1}{4}}$

c. $C = \sqrt{1\frac{9}{16}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{64}{9}}$

d. $-\sqrt{\frac{-289}{-16}} + 10\sqrt{-\frac{-0,09}{9}}$

Lời giải

a. $A = \frac{2}{5}\sqrt{25} - \frac{9}{2}\sqrt{\frac{16}{81}} + \sqrt{144}$

b. $B = 0,5\sqrt{0,09} - 2\sqrt{0,25} + \sqrt{\frac{1}{4}}$

c. $C = \sqrt{1\frac{9}{16}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{64}{9}}$

d. $-\sqrt{\frac{-289}{-16}} + 10\sqrt{-\frac{-0,09}{9}}$

Bài 23: Giải các phương trình sau

a) $-x^2 + 324 = 0$

b) $16x^2 - 5 = 0$

a. $\frac{2}{\sqrt{x-3}} = 4$

b. $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 3$

Lời giải

a) $x = \pm 18$

b) $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{4}$

c) $x = \frac{13}{4}$

d) $x \in \{-1; 2\}$

Bài 24: So sánh các cặp số sau

a) 4 và $1+2\sqrt{2}$

b) 4 và $2\sqrt{6}-1$

c) $\sqrt{0,5}$ và $\sqrt{3}-2$

d) $-3\sqrt{3}$ và $-2\sqrt{7}$

Lời giải

a. $4 > 1+2\sqrt{2}$

b. $4 > 2\sqrt{6}-1$

c. $\sqrt{0,5} > \sqrt{3}-2$

d. $-3\sqrt{3} > -2\sqrt{7}$

Bài 25*: So sánh

$$A = \sqrt{2015} + \sqrt{2018}; B = \sqrt{2016} + \sqrt{2017}$$

Lời giải

Ta có: $A^2 = 2015 + 2018 + 2\sqrt{2015 \cdot 2018} = 4033 + 2\sqrt{2015 \cdot 2018}$

$$B^2 = 4033 + 2\sqrt{2016 \cdot 2017}$$

$$2015 \cdot 2018 = (2016 - 1)(2017 + 1) = 2016 \cdot 2017 - 2 < 2016 \cdot 2017$$

$$\Rightarrow A^2 < B^2 \Rightarrow A < B$$

Bài 26*: So sánh

a. $A = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}}; B = 10$

b. $A = \sqrt{4 + \sqrt{4 + \sqrt{4 + \dots + \sqrt{4}}}}; B = 3$

Lời giải

a. Ta có: $\frac{1}{\sqrt{1}} > \frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{3}} > \dots > \frac{1}{\sqrt{100}} \Rightarrow A > 100 \cdot \frac{1}{\sqrt{100}} = 10$

b. Ta có: $\sqrt{4} < 3 \Rightarrow \sqrt{4 + \sqrt{4}} < \sqrt{4 + 3} < 3$

$$\Rightarrow \sqrt{4 + \sqrt{4 + \sqrt{4}}} < \sqrt{4 + 3} < 3 \Rightarrow A < \sqrt{4 + 3} < 3$$

Bài 27: Tìm x thỏa mãn

$$\sqrt{x+3} \geq 5$$

b) $\sqrt{3x-1} < 2$

a.

c. $\sqrt{2x-1} \geq \sqrt{x+1}$

d) $\sqrt{2x} \leq \sqrt{x^2}$

Lời giải

b) Điều kiện: $x \leq \frac{1}{2}$, bình phương hai vế ta được: $x \geq 2$ (thỏa mãn)

d) Điều kiện $x \geq 0$, bình phương hai vế ta có:

$$2x \leq x^2 \Leftrightarrow x(x-2) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

Bài 28: Cho biểu thức $P = \sqrt{b^2 - 4ac}$. Tính giá trị của P khi

a) $a = 3, b = 10, c = 3$

b) $a = 2, b = 6, c = 5$

Lời giải

a) Với $a = 3, b = 10, c = 3$ ta có $b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 100 - 36 = 64$

Khi đó $P = \sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8$.

b) Với $a = 2, b = 6, c = 5$ ta có $b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 36 - 40 = -4$

Vì $-4 < 0$ nên biểu thức P không xác định tại $a = 2, b = 6, c = 5$.

Bài 29: Cho biểu thức $P = \sqrt{a^2 - b^2}$. Tính giá trị của P khi

a) $a = 5, b = 0$

b) $a = 5, b = -5$

c) $a = 2, b = -4$

Lời giải

a) Với $a = 5, b = 0$ ta có $P = \sqrt{5^2 - 0^2} = \sqrt{5^2} = 5$

b) Với $a = 5, b = -5$ ta có $P = \sqrt{5^2 - (-5)^2} = \sqrt{0} = 0$

c) Với $a = 2, b = -4$ ta có $2^2 - (-4)^2 = -12 < 0$ nên biểu thức A không xác định tại $a = 2; b = -4$

Bài 30: Tính giá trị của $\sqrt{x^2 - 9}$ tại

a) $x = 5$

b) $x = -7$

c) $x = 10$

Lời giải

a) Thay $x = 5$ vào biểu thức, ta được: $\sqrt{5^2 - 9} = \sqrt{16} = 4$

b) Thay $x = -7$ vào biểu thức, ta được: $\sqrt{(-7)^2 - 9} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

c) Thay $x = \sqrt{10}$ vào biểu thức, ta được: $\sqrt{(\sqrt{10})^2 - 9} = \sqrt{1} = 1$

Bài 31: Tính giá trị của $\sqrt{2x^2 + 1}$ tại

a) $x = 2$

b) $x = -\sqrt{12}$

Lời giải

a) Thay $x = 2$ vào biểu thức, ta được: $\sqrt{2 \cdot 2^2 + 1} = \sqrt{2 \cdot 4 + 1} = \sqrt{9} = 3$

b) Thay $x = -\sqrt{12}$ vào biểu thức, ta được: $\sqrt{2 \cdot (-\sqrt{12})^2 + 1} = \sqrt{2 \cdot 12 + 1} = \sqrt{25} = 5$

Bài 32: Tính giá trị của mỗi căn thức bậc hai sau

a) $\sqrt{17 - x^2}$ tại $x = 1; x = -3; x = 2\sqrt{2}$

b) $\sqrt{x^2 + x + 1}$ tại $x = 0; x = -1; x = -7$

Lời giải

a) Tại $x = 1$ ta có $\sqrt{17 - 1^2} = \sqrt{16} = 4$

Tại $x = -3$ ta có $\sqrt{17 - (-3)^2} = \sqrt{17 - 9} = \sqrt{8}$

Tại $x = 2\sqrt{2}$ ta có $\sqrt{17 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{17 - 8} = \sqrt{9} = 3$

b) Tại $x = 0$ ta có $\sqrt{0^2 + 0 + 1} = \sqrt{1} = 1$

Tại $x = -1$ ta có $\sqrt{(-1)^2 + (-1) + 1} = \sqrt{1 - 1 + 1} = 1$

Tại $x = -7$ ta có $\sqrt{(-7)^2 + (-7) + 1} = \sqrt{49 - 7 + 1} = \sqrt{43}$

Bài 33: Chứng minh $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1$

Lời giải

Ta có $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$

Vậy ta có đpcm.

Bài 34: Không dùng MTCT, chứng tỏ biểu thức A có giá trị là số nguyên.

$$A = \sqrt{(1+2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(1-2\sqrt{2})^2}$$

Lời giải

Ta có $A = \sqrt{(1+2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(1-2\sqrt{2})^2}$

$$= |1+2\sqrt{2}| - |1-2\sqrt{2}|$$

$$= 1+2\sqrt{2} - 1-2\sqrt{2}$$

$$= 2.$$

Vậy biểu thức A có giá trị nguyên.

Bài 35: Tính giá trị của các biểu thức sau khi $x=16$; $y=9$

a) $\sqrt{x} + \sqrt{y}$

b) $\sqrt{x+y}$

c) $\frac{1}{2}\sqrt{xy}$

d) $\frac{1}{6}x\sqrt{y}$

Lời giải

a) Với $x=16$; $y=9$ suy ra $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$

b) Với $x=16$; $y=9$ suy ra $\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

c) Với $x=16$; $y=9$ suy ra $\frac{1}{2}\sqrt{9 \cdot 16} = \frac{1}{2}\sqrt{12^2} = 6$

d) Với $x=16$; $y=9$ suy ra $\frac{1}{6} \cdot 16\sqrt{9} = \frac{1}{6} \cdot 16 \cdot 3 = 8$.

Bài 36: Cho biểu thức $P = \sqrt{x^2 - xy + 1}$. Tính giá trị của P khi

a) $x=3$; $y=-2$

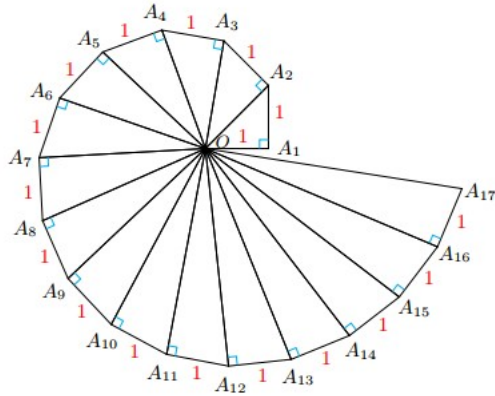
b) $x=1$; $y=4$

Lời giải

a) Với $x=3$; $y=-2$ suy ra $P = \sqrt{3^2 - 3 \cdot (-2) + 1} = \sqrt{16} = 4$

b) Với $x=1$; $y=4$ suy ra $P = \sqrt{1^2 - 1 \cdot 4} = \sqrt{-2}$. Vì $-2 < 0$ nên P không xác định tại $x=1$; $y=4$.

Bài 37: Tính độ dài cạnh huyền của mỗi tam giác vuông trong hình vẽ sau

**Lời giải**

+ Xét $\triangle OA_1A_2$ có $OA_2 = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

+ Xét $\triangle OA_2A_3$ có $OA_3 = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1^2} = \sqrt{3}$

+ Xét $\triangle OA_3A_4$ có $OA_4 = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{4} = 2$

+.....

+ Xét $\triangle OA_{16}A_{17}$ có $OA_{17} = \sqrt{(\sqrt{16})^2 + 1^2} = \sqrt{17}$.

Bài 38: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$

b) $3\sqrt{x^2} - x + 1$ (với $x < 0$)

c) $\sqrt{x^2 - 4x + 4}$ (với $x < 2$)

Lời giải

a) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}| = \sqrt{5} - 2$

b) $3\sqrt{x^2} - x + 1 = 3|x| - x + 1 = -3x - x + 1 = -4x + 1$ (vì $x < 0$)

c) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2| = 2-x$ (vì $x < 2$).

Bài 39: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{(3-\sqrt{10})^2}$

b) $2\sqrt{a^2} + 4a$ (với $a > 0$)

c) $\sqrt{a^2} + \sqrt{(3-a)^2}$ (với $0 < a < 3$)

Lời giải

a) $\sqrt{(3-\sqrt{10})^2} = |3-\sqrt{10}| = \sqrt{10} - 3$ (vì $3-\sqrt{10} < 0$)

b) $2\sqrt{a^2} + 4a = 2|a| + 4a = 2a + 4a = 6a$ (vì $a > 0$)

c) $\sqrt{a^2} + \sqrt{(3-a)^2} = |a| + |3-a| = a + 3 - a = 3$ (vì $0 < a < 3$).

Bài 40: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$

b) $3x - \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

Lời giải

a) $\sqrt{9-4\sqrt{5}} = \sqrt{5-2 \cdot 2 \cdot \sqrt{5}+4} = \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}$
 $= |\sqrt{5}-2| = \sqrt{5}-2$ (vì $\sqrt{5}-2 > 0$)

b) $3x - \sqrt{x^2 - 2x + 1} = 3x - \sqrt{(x-1)^2} = 3x - |x-1|$

+ Nếu $x \geq 1$ thì $|x-1| = x-1$, khi đó $3x - |x-1| = 3x - x + 1 = 2x + 1$.

+ Nếu $x < 1$ thì $|x-1| = 1-x$, khi đó $3x - |x-1| = 3x + x - 1 = 4x - 1$.

Bài 41: Để chuẩn bị trồng cây trên vỉa hè, người ta để lại những ô đất hình tròn có diện tích khoảng 2 m^2 . Em hãy ước lượng (với độ chính xác $0,005$) đường kính của các ô đất đó khoảng bao nhiêu mét?

Lời giải

Ta có diện tích ô đất hình tròn là $S = \pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \approx 0,7978845608$.

Suy ra $d = 1,595769122$ với độ chính xác $0,005$

Suy ra $d \approx 1,6\text{ m}$.

Bài 42: Đại Kim tự tháp Ai Cập lớn nhất và là lăng mộ của Vương triều thứ Tư của Pharaoh Khufu. Nền kim tự tháp có dạng hình vuông với diện tích khoảng 53052 m^2 . Hỏi độ dài cạnh nền của kim tự tháp đó là bao nhiêu mét (làm tròn đến kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải

Gọi cạnh hình vuông (nền kim tự tháp) là x , điều kiện $x > 0$, đơn vị m.

Diện tích hình vuông $x^2 = 53052 \Rightarrow x = \sqrt{53052} \approx 230,3\text{ m}$.

Vậy độ dài cạnh nền của kim tự tháp đó xấp xỉ $230,3\text{ m}$.

Bài 43: Giông bão thổi mạnh, một cây bị gãy gập xuống làm ngọn cây chạm đất và tạo với phương nằm ngang một góc 45° (hình vẽ). Người ta đo được khoảng cách từ chỗ ngọn cây chạm đất đến gốc cây là $4,5\text{ m}$. Giả sử cây mọc vuông góc với mặt đất, hãy tính chiều cao của cây đó theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Xem đoạn bị gãy là CB ; đoạn còn lại (thẳng đứng) là AC

Như vậy, độ dài của cây khi chưa bị gãy là $AC + BC$

Do $\triangle ABC$ vuông tại A nên $\angle ABC = 45^\circ$, suy ra $\triangle ABC$ vuông cân tại A .

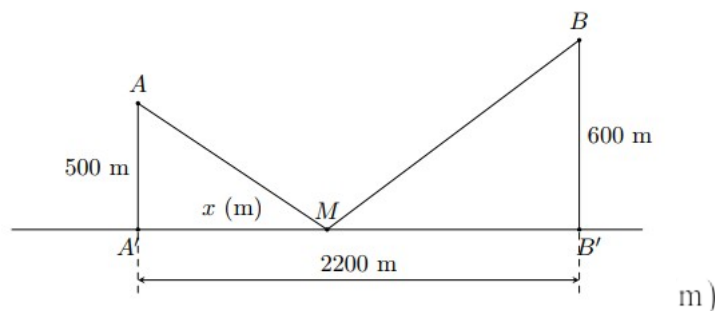
Suy ra $AC = AB = 4,5\text{ m}$

Áp dụng định lý Pythagore trong $\triangle ABC$ vuông tại A , ta được:

$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC = \sqrt{2 \cdot (4,5)^2} = \sqrt{40,5}\text{ m}$

Chiều cao cây trước khi gãy là $4,5 + \sqrt{40,5} \approx 10,9\text{ m}$.

Bài 44: Có hai xã A, B cùng ở bên bờ sông Lam, khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500\text{m}$, $BB' = 600\text{m}$ và người ta đo được $A'B' = 2200\text{m}$. Các kĩ sư muốn xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông Lam cho người dân hai xã. Giả sử vị trí của trạm cung cấp nước sạch đó là điểm M trên đoạn $A'B'$ với $MA' = x(\text{m})$, $0 < x < 2200$



Lời giải

a) Xét $\triangle AA'M$ vuông tại A' có

Xét $\triangle BB'M$ vuông tại B' có $MB = \sqrt{BB'^2 + B'M^2} = \sqrt{600^2 + (200 - x)^2} (\text{m})$

Khi đó $MA + MB = \sqrt{500^2 + x^2} + \sqrt{600^2 + (2200 - x)^2} (\text{m})$

b) Khi $x = 1200$, ta có:

$$MA + MB = \sqrt{500^2 + 1200^2} + \sqrt{600^2 + (2200 - 1200)^2} (\text{m})$$

$$\approx 2466 (\text{m})$$

Bài 45: Trên căn trục ở hình vẽ 5, hai trụ a và b đứng cách nhau 20m , hai xà ngang c và d lần lượt có độ cao 20m và 45m so với mặt đất. Xà chéo x có độ dài bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Theo định lí pythagore ta có: $x = \sqrt{c^2 + b^2}$

Theo đề ta có $b = 45 - 20 = 25$ và $c = 20$

Suy ra $x = \sqrt{25^2 + 20^2} = \sqrt{1025} \approx 32$

Vậy xà chéo x có độ dài khoảng 32m .

Bài 46: Hệ quả của hiện tượng nóng lên toàn cầu là băng của một số sông băng đang tan chảy. Mười hai năm sau khi băng biến mất, những loài thực vật nhỏ bé, được gọi là địa y, bắt đầu mọc trên đá. Mỗi nhóm địa y phát triển ở dạng (gần như) một hình tròn. Đường kính $d(\text{mm})$ của hình tròn này và tuổi của địa y có thể được tính gần đúng bằng công thức $d = 7\sqrt{t-12}$ với t là số năm tính từ khi băng biến mất ($t \geq 12$). Tính đường kính của hình tròn do địa y tạo nên sau khi băng biến mất 13 năm; 16 năm.

Lời giải

Đường kính của hình tròn do địa y tạo nên sau khi băng biến mất 13 năm

$$7\sqrt{13-12} = 7 (\text{mm})$$

Đường kính của hình tròn do địa y tạo nên sau khi băng biến mất 16 năm

$$7\sqrt{16-12} = 14 (\text{mm})$$

