

☞ Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Góc $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ bằng bao nhiêu?
 A. 72° . B. 72 . C. 144° . D. 144 .

Câu 2: Tính $\cos \alpha$ biết $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\sin \alpha = \frac{1}{4}$.
 A. $\cos \alpha = \frac{15}{16}$. B. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$. D. $\cos \alpha = \frac{3}{4}$.

Câu 3: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.
 B. $\cos(a+b) = \cos a \sin b - \sin a \cos b$. C. $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.
 D. $\cos(a+b) = \cos a \sin b + \sin a \cos b$.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là

- A. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). C. $x = -\frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).
 D. $x = -\pi + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 5: Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là dãy số giảm?

- A. $u_n = n^2$. B. $u_n = \frac{1}{n^2}$. C. $u_n = 2n-1$. D. $u_n = n^3 - 3$.

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và công bội $q = 3$. Số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là

- A. $u_n = 3^{n-1}$. B. $u_n = 3 \cdot 3^n$. C. $u_n = 3^n$. D. $u_n = 3^{n+1}$.

Câu 7: Dựa trên bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây.

Chiều cao (cm)	[150;153)	[153;156)	[156;159)	[159;162)	[162;165)	[165;168)
Số học sinh	10	15	28	22	14	11

Giá trị đại diện cho nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. $154,5$. B. $157,5$. C. $158,5$. D. $160,5$.

Câu 8: Khảo sát thời gian sử dụng điện thoại di động trong 1 ngày của một số học sinh khối 10 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80;100)
Số học sinh	3	5	14	15	5

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A. $[20; 40)$. B. $[40; 60)$. C. $[60; 80)$. D. $[80; 100)$.

Câu 9: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng không có điểm chung.
 B. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau. C. Hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không có điểm chung.
 D. Hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng có điểm chung duy nhất.

Câu 10: Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng a, b . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Nếu $a // (P)$ và $b \subset (P)$ thì $a // b$.
 B. Nếu $a // b$ và $b \subset (P)$ thì $a // (P)$. C. Nếu $a // b$ và $\begin{cases} b \subset (P) \\ a \not\subset (P) \end{cases}$ thì $a // (P)$.
 D. Nếu $a // (P)$ và $b // (P)$ thì $a // b$.

Câu 11: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9} = \frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b$.

- A. 5 . B. 7 . C. 6 . D. 0 .

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(A'BD)$ song song với mặt phẳng

- A. $(BDD'B')$. B. $(B'C'D')$. C. $(DCC'D')$. D. $(CB'D')$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \cos x$ và $g(x) = \sin x$.

- a) Hàm số $g(x)$ là hàm số chẵn.
 b) Trong khoảng $(0; 2\pi)$ đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại hai điểm.
 c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) + g(x)$ bằng 2.
 d) Hàm số $y = f(x) + g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) .

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội nguyên và các số hạng thoả mãn $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$.

- a) Số hạng đầu của cấp số nhân bằng 9 .

b) Tổng của 9 số hạng đầu tiên bằng 4599.

c) Số 576 là số hạng thứ 6 của cấp số nhân.

d) Gọi dãy số $(v_n): v_n = u_{3n}$, với $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó tổng $v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{10} = 12(4^{10} - 1)$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của SAD, SCD các tam giác.

a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ là đường thẳng AB .

b) Đường thẳng GK và AC có một điểm chung.

c) Đường thẳng GK song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

d) Mặt phẳng chứa đường thẳng GK và song song với mặt phẳng $(ABCD)$ cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, E, F . Khi đó, tứ giác $MNEF$ là hình bình hành.

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + mx + n & \text{khi } x < -5 \\ x + 17 & \text{khi } -5 \leq x \leq 10 \\ mx + n + 10 & \text{khi } x > 10 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbf{R}$. Khi đó

a) $f(-5) = 12$; $f(10) = 27$.

b) $m > 0, n > 0$.

c) $2m + n$ là số nguyên tố.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = m \cdot \sin x + n \cdot \cos x$ là $\sqrt{12}$.

☞ **Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22**

Câu 17: Nếu anh Nam nhận được lời mời làm việc cho một công ty nước ngoài với mức lương khởi điểm là 35000 đô la mỗi năm và được tăng thêm 1400 đô la lương mỗi năm, thì sẽ mất bao nhiêu năm làm việc để tổng lương mà anh Nam nhận được là 319200 đô la?

Câu 18: Phương trình lượng giác $\tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -1$ có nghiệm là $x = -\frac{a\pi}{b} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$; $(a, b) = 1$. Giá trị của biểu thức $T = a^2 - b$ là bao nhiêu?

Câu 19: Biết rằng hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$ (với m là tham số). Giá trị của m là?

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 10. N là điểm trên cạnh SB sao cho $3SN = 2SB$. Một mặt phẳng (α) đi qua N , song song với AB và AD , cắt hình chóp theo một tứ giác. Gọi S là diện tích tứ giác thiết diện và $\frac{4a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a; b \in \mathbb{N}^*$. Tính $P = a + b + 1$

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , các cạnh bên và cạnh đáy của hình chóp đều bằng a . E là trung điểm SB . Lấy I trên đoạn OD với $DI = x$ (α). Gọi (α) là mặt phẳng qua I và song song mp (EAC) . Giá trị x sao cho thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (α) có diện tích lớn nhất là $\frac{m}{n}a\sqrt{2}$ với $m, n \in \mathbb{N}^*$ ($(m, n) = 1$). Khi đó $m + n$ bằng

Câu 22: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Góc $\frac{2\pi}{5}$ đổi sang độ bằng bao nhiêu?

- A. 72° . B. 72 . C. 144° . D. 144 .

Lời giải

Ta có: $\frac{2\pi}{5} = \frac{2\pi}{5} \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ = 72^\circ$.

Câu 2: Tính $\cos \alpha$ biết $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\sin \alpha = \frac{1}{4}$.

- A. $\cos \alpha = \frac{15}{16}$. B. $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$. D. $\cos \alpha = \frac{3}{4}$.

Lời giải

Ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{4} \right)^2 = \frac{15}{16}$.

Mà $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos \alpha > 0$. Vậy $\cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

Câu 3: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.
 B. $\cos(a+b) = \cos a \sin b - \sin a \cos b$. C. $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.
 D. $\cos(a+b) = \cos a \sin b + \sin a \cos b$.

Lời giải

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

Theo công thức cộng

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là

- A. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. C. $x = -\frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}$.
 D. $x = -\pi + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

$$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có:

Câu 5: Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = n^2$

B. $u_n = \frac{1}{n^2}$

C. $u_n = 2n - 1$

D. $u_n = n^3 - 3$

Lời giải

Xét phương án A, ta có $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - n^2 = 2n+1 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy này là dãy số tăng.

Xét phương án B, ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{-2n-1}{n^2(n+1)^2} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy này là dãy số giảm.

Xét phương án C, ta có $u_{n+1} - u_n = 2n+1 - (2n-1) = 2 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy này là dãy số tăng.

Xét phương án D, ta có $u_{n+1} - u_n = (n+1)^3 - 3 - (n^3 - 3) = 3n^2 + 3n + 1 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy này là dãy số tăng.

Vậy dãy số $u_n = \frac{1}{n^2}$ là dãy số giảm.

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và công bội $q = 3$. Số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là

A. $u_n = 3^{n-1}$

B. $u_n = 3 \cdot 3^n$

C. $u_n = 3^n$

D. $u_n = 3^{n+1}$

Lời giải

Số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là $u_n = u_1 q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$.

Câu 7: Dựa trên bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây.

Chiều cao (cm)	[150;153)	[153;156)	[156;159)	[159;162)	[162;165)	[165;168)
Số học sinh	10	15	28	22	14	11

Giá trị đại diện cho nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 154,5

B. 157,5

C. 158,5

D. 160,5

Lời giải

[156;159)

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

157,5

Giá trị đại diện cho nhóm là

Câu 8: Khảo sát thời gian sử dụng điện thoại di động trong 1 ngày của một số học sinh khối 10 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	3	5	14	15	5

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A. $[20; 40)$ B. $[40; 60)$ C. $[60; 80)$ D. $[80; 100)$

Lời giải

$$3 + 5 + 14 + 15 + 5 = 42$$

Mẫu số liệu trên có (học sinh).

$$x_{11} \in [40; 60)$$

Tứ phân vị thứ nhất là .

$$[40; 60)$$

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là: .

Câu 9: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng không có điểm chung.
 B. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
 C. Hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không có điểm chung.
 D. Hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng có điểm chung duy nhất.

Lời giải

Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng cùng nằm trên 1 mặt phẳng và không có điểm chung.

Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không cùng nằm trên 1 mặt phẳng (hai đường thẳng không có điểm chung thì chúng có thể song song hoặc chéo nhau).

Hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng có điểm chung duy nhất.

Câu 10: Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng a, b . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Nếu $a // (P)$ và $b \subset (P)$ thì $a // b$.

- B. Nếu $a // b$ và $b \subset (P)$ thì $a // (P)$.
 C. Nếu $a // b$ và $\begin{cases} b \subset (P) \\ a \not\subset (P) \end{cases}$ thì $a // (P)$.

- D. Nếu $a // (P)$ và $b // (P)$ thì $a // b$.

Lời giải

➤ Xét phương án A. Nếu $\begin{cases} a // (P) \\ b \subset (P) \end{cases}$ thì $a // b$ hoặc a chéo b , vậy phương án A sai.

➤ Xét phương án B . Nếu $\left. \begin{matrix} a // b \\ b \subset (P) \end{matrix} \right\}$ thì $a // (P)$ hoặc $a \subset (P)$, vậy phương án B sai.

➤ Xét phương án C . Nếu $\left. \begin{matrix} a // b \\ b \subset (P) \\ a \not\subset (P) \end{matrix} \right\} \Rightarrow a // (P)$, vậy phương án C đúng.

➤ Xét phương án D . Nếu $\left. \begin{matrix} a // (P) \\ b // (P) \end{matrix} \right\}$ thì $a // b$ hoặc a chéo b hoặc a cắt b , vậy phương án D sai.

Câu 11: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9} = \frac{a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b$.

A. 5. B. 7. C. 6. D. 0.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-2}{x+3} = \frac{1}{6} = \frac{a}{b} \Rightarrow a = 1, b = 6$$

Ta có:

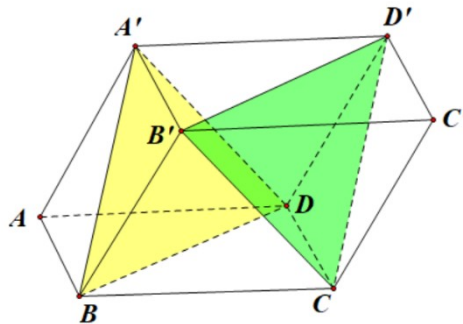
$$a + b = 7$$

Vậy:

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(A'BD)$ song song với mặt phẳng

A. $(BDD'B')$ B. $(B'C'D')$ C. $(DCC'D')$ D. $(CB'D')$

Lời giải



Vì $BCD'A'$ là hình bình hành, ta có $BA' // CD'$ (1)

Vì $BDD'B'$ là hình bình hành, ta có $BD // B'D'$ (2)

Mặt khác: $BA' \cap BD = B$, $CD' \cap B'D' = D'$ (3)

Từ $(1), (2), (3) \Rightarrow (A'BD) // (CB'D')$, suy ra phương án D đúng.

☞ **Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \cos x$ và $g(x) = \sin x$.

- a) Hàm số $g(x)$ là hàm số chẵn.
- b) Trong khoảng $(0; 2\pi)$ đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại hai điểm.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) + g(x)$ bằng 2.
- d) Hàm số $y = f(x) + g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

a) Sai

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Do đó $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $\forall x \in D : g(-x) = \sin(-x) = -\sin(x) = -g(x) \Rightarrow g(x)$ là hàm số lẻ.

b) Đúng

Phương trình $\sin x = \cos x$ trong khoảng $(0; 2\pi)$ có hai nghiệm $x = \frac{\pi}{4}$ và $x = \frac{5\pi}{4}$

c) Sai

Ta có: $y = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$,

mà $\forall x : -1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$ bằng $\sqrt{2}$, khi $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$.

d) Đúng

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin x + \cos x$ bằng $-\sqrt{2}$, khi $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$

$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội nguyên và các số hạng thoả mãn $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$.

- a) Số hạng đầu của cấp số nhân bằng 9 .
- b) Tổng của 9 số hạng đầu tiên bằng 4599.
- c) Số 576 là số hạng thứ 6 của cấp số nhân.

d) Gọi dãy số $(v_n): v_n = u_{3n}$, với $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó tổng $v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{10} = 12(4^{10} - 1)$.

Lời giải

a) Đúng

$$\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 - u_1 q = 54 \\ u_1 q^4 - u_1 q^2 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q (q^2 - 1) = 54 \\ u_1 q^2 (q^2 - 1) = 108 \end{cases}$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{54}{q(q^2 - 1)} \\ \frac{1}{q} = \frac{54}{108} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{54}{2(2^2 - 1)} \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 2 \end{cases}$$

b) Đúng.

$$S_9 = \frac{u_1 \cdot (1 - q^9)}{1 - q} = \frac{9 \cdot (1 - 2^9)}{1 - 2} = 4599$$

Ta có:

Vậy tổng của 9 số hạng đầu tiên bằng 4599 nên mệnh đề đúng.

c) Sai.

$$u_k = 576 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^{k-1} = 576 \Leftrightarrow 9 \cdot 2^{k-1} = 576 \Leftrightarrow 2^{k-1} = 64 \Leftrightarrow k-1 = 6 \Leftrightarrow k = 7$$

Ta có:

Vậy số 576 là số hạng thứ 7 của cấp số nhân nên mệnh đề sai.

d) Sai.

Ta có $v_n = u_{3n}$, nên (v_n) là cấp số nhân với $\Rightarrow v_1 = u_3 = 36$ và công bội $q = \frac{v_2}{v_1} = \frac{u_6}{u_3} = \frac{9 \cdot 2^5}{9 \cdot 2^2} = 8$.

Nên $S_{10} = 36 \cdot \frac{8^{10} - 1}{7}$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAD, SCD .

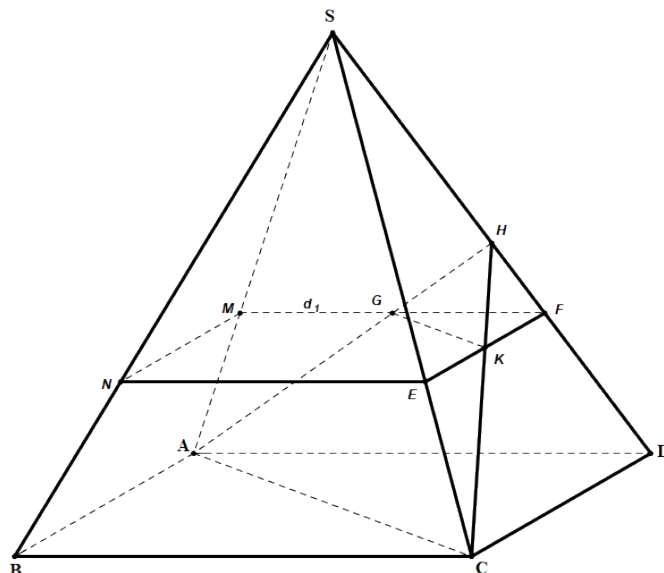
a) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ là đường thẳng AB .

b) Đường thẳng GK và AC có một điểm chung.

c) Đường thẳng GK song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

d) Mặt phẳng chứa đường thẳng GK và song song với mặt phẳng $(ABCD)$ cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, E, F . Khi đó, tứ giác $MNEF$ là hình bình hành.

Lời giải



a) Đúng.

Hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ có hai điểm chung là A và B nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ là đường thẳng AB .

b) Sai.

Gọi H là trung điểm của SD . Ta có:

Trong tam giác SAD , có AH là đường trung tuyến và G là trọng tâm, nên $\frac{HG}{HA} = \frac{1}{3}$ (1).

Trong tam giác SCD , có CH là đường trung tuyến và K là trọng tâm, nên $\frac{HK}{HC} = \frac{1}{3}$ (2).

Trong tam giác HAC và từ (1) (2), ta có $\frac{HG}{HA} = \frac{HK}{HC} = \frac{1}{3}$, suy ra $GK \parallel AC$.

c) Đúng.

Mặt phẳng $(ABCD)$ không chứa đường thẳng GK và theo kết quả câu **b)** ta có $GK \parallel AC$. Mà AC nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Nên đường thẳng GK song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

d) Đúng.

Gọi mặt phẳng (P) chứa đường thẳng GK và song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

Nên mặt phẳng (P) cắt mặt phẳng (SAD) theo một giao tuyến d_1 song song với AD .

Mà mặt phẳng (P) và mặt phẳng (SAD) có một điểm chung là G , nên đường thẳng d_1 đi qua G và song song với AD .

Theo giả thiết, mặt phẳng (P) cắt SA, SD lần lượt tại M, F nên đường thẳng d_1 cắt SA, SD lần lượt tại M, F . Hay $MF \parallel AD$.

Tương tự, ta có $FE \parallel CD$, $EN \parallel BC$, $NM \parallel AB$.

Do đó, tứ giác $MNEF$ có $FE \parallel MN$ (vì cùng song song với AB, CD) và $EN \parallel MF$ (vì cùng song song với AD, BC).
với AD, BC).

Vậy tứ giác $MNEF$ là hình bình hành.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + mx + n & \text{khi } x < -5 \\ x + 17 & \text{khi } -5 \leq x \leq 10 \\ mx + n + 10 & \text{khi } x > 10 \end{cases}$$

Câu 16: Cho hàm số liên tục trên $\mathbf{R}$. Khi đó

$$f(-5) = 12 \quad f(10) = 27$$

a) ;

$$m > 0, n > 0$$

b) .

c) $2m + n$ là số nguyên tố.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = m \sin x + n \cos x$ là $\sqrt{12}$.

Lời giải

a) Đúng.

$$f(-5) = -5 + 17 = 12 \quad f(10) = 10 + 17 = 27$$

Ta có : , (mệnh đề a) đúng)

b) Sai.

Với $x < -5$ ta có $f(x) = x^2 + mx + n$ $(-\infty; -5)$, là hàm đa thức nên liên tục trên .

Với $-5 < x < 10$ ta có $f(x) = x + 17$ $(-5; 10)$, là hàm đa thức nên liên tục trên .

Với $x > 10$ ta có $f(x) = mx + n + 10$ $(10; +\infty)$, là hàm đa thức nên liên tục trên .

Để hàm số liên tục trên **R** thì hàm số phải liên tục tại $x = -5$ và $x = 10$.

Ta có:

$$f(-5) = 12 \quad f(10) = 27$$

$$\lim_{x \rightarrow -5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -5^-} (x^2 + mx + n) = -5m + n + 25$$

$$\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -5^+} (x + 17) = 12$$

$$\lim_{x \rightarrow 10^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 10^-} (x + 17) = 27$$

$$\lim_{x \rightarrow 10^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 10^+} (mx + n + 10) = 10m + n + 10$$

Hàm số liên tục tại $x = -5$ và $x = 10$ khi

$$\begin{cases} -5m + n + 25 = 12 \\ 10m + n + 10 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5m + n = -13 \\ 10m + n = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = -3 \end{cases}$$

(mệnh đề b) sai).

c) Sai.

Ta có $2m + n = 1$ không phải số nguyên tố (mệnh đề c) sai).

d) Sai.

$$y = m \cdot \sin x + n \cdot \cos x \Rightarrow y = 2 \sin x - 3 \cos x$$

Ta có:

Xét phương trình ẩn x :

$$2 \sin x - 3 \cos x = y$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot \frac{2}{\sqrt{13}} - \cos x \cdot \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{y}{\sqrt{13}}$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot \cos \alpha - \cos x \cdot \sin \alpha = \frac{y}{\sqrt{13}} \quad \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}, \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

, với

$$\Leftrightarrow \sin(x - \alpha) = \frac{y}{\sqrt{13}}$$

Ta có

$$|\sin(x - \alpha)| \leq 1$$

$$\Rightarrow \left| \frac{y}{\sqrt{13}} \right| \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{13} \leq y \leq \sqrt{13}$$

Suy ra GTLN của y bằng $\sqrt{13}$ khi $\sin(x - \alpha) = 1$ hay $x = \alpha + \frac{\pi}{2} + k2\pi$, với $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}}, \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{13}}$

Vậy khẳng định d) sai.

☞ Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Nếu anh Nam nhận được lời mời làm việc cho một công ty nước ngoài với mức lương khởi điểm là 35000 đô la mỗi năm và được tăng thêm 1400 đô la lương mỗi năm, thì sẽ mất bao nhiêu năm làm việc để tổng lương mà anh Nam nhận được là 319200 đô la?

Lời giải

Trả lời: 8

Gọi u_n là tiền lương anh Nam nhận được vào năm thứ n .

Tại năm đầu tiên, lương anh Nam nhận được là $u_1 = 35000$.

Vì mỗi năm, anh Nam được tăng lương thêm 1400 đô, nên ta có $u_n = u_{n-1} + 1400$

Do đó (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = 35000, d = 1400$.

Tổng lương mà anh Nam nhận được là 319200 đô, áp dụng công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng:

$$S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} \Leftrightarrow 319200 = \frac{[2.35000 + (n-1).1400]n}{2} \Rightarrow n = 8$$

Vậy anh Nam mất 8 năm làm việc để được tổng lương là 319200.

Câu 18: Phương trình lượng giác $\tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -1$ có nghiệm là $x = -\frac{a\pi}{b} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$; $(a, b) = 1$. Giá trị của biểu thức $T = a^2 - b$ là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 25

Ta có:

$$\begin{aligned} \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -1 &\Leftrightarrow \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ &\Leftrightarrow 2x = -\frac{7\pi}{12} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}) \end{aligned}$$

Vậy phương trình có họ nghiệm là: $x = -\frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Do đó $a = 7, b = 24 \Rightarrow T = a^2 - b = 7^2 - 24 = 25$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

Câu 19: Biết rằng hàm số liên tục trên đoạn $[0; 2]$ (với m là tham số). Giá trị của m là?

Lời giải

Trả lời: 4

Hàm số xác định trên $[0; 2]$ và liên tục trên $[0; 1)$ và $(1; 2]$.

Khi đó để $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$ thì hàm số liên tục tại $x = 1$.

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} [(x+1)(\sqrt{x}+1)] = 4$$

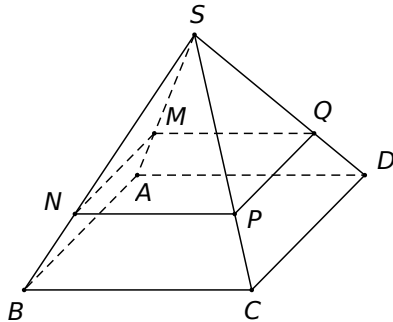
Ta có: $f(1) = m$

Để hàm số liên tục tại $x = 1$ thì $m = 4$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 10. N là điểm trên cạnh SB sao cho $3SN = 2SB$. Một mặt phẳng (α) đi qua N , song song với AB và AD , cắt hình chóp theo một tứ giác. Gọi S là diện tích tứ giác thiết diện và $\frac{4a}{b}$, với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a; b \in \mathbb{N}$. Tính $P = a + b + 1$

Lời giải

Trả lời: 110



$$MN \parallel AB (M \in SA) \quad NP \parallel BC (P \in SC) \quad MQ \parallel BC \parallel AD (Q \in SD) \quad (\alpha)$$

Ta kẻ , , . Vì mặt phẳng đi qua

N , song song với AB và AD nên M, P, Q đều thuộc và thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt

phẳng (α) là tứ giác $MNPQ$.

Khi đó $MN \parallel AB \Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{MN}{AB} = \frac{2}{3}$.

$$\frac{NP}{BC} = \frac{PQ}{CD} = \frac{QM}{DA} = \frac{2}{3}$$

Tương tự, ta có được .

Suy ra $MN = NP = PQ = QM = \frac{2}{3}AB = \frac{20}{3}$ và $MNPQ$ là hình vuông.

$$S_{MNPQ} = \left(\frac{20}{3}\right)^2 = \frac{400}{9}.$$

Suy ra

$$a = 100, b = 9$$

Khi đó

$$P = a + b + 1 = 110.$$

Vậy

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , các cạnh bên và cạnh đáy của

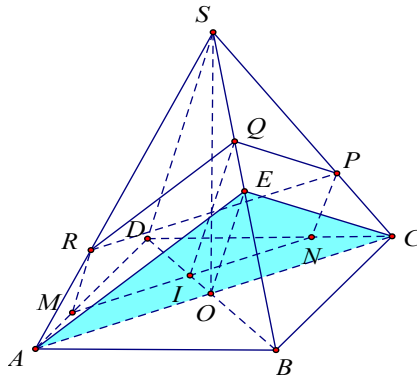
hình chóp đều bằng a , E là trung điểm SB . Lấy I trên đoạn OD với $DI = x$. Gọi (α) là mặt phẳng

qua I và song song mp (EAC) . Giá trị x sao cho thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (α) có diện tích

lớn nhất là $\frac{m}{n}a\sqrt{2}$ với $m, n \in \mathbb{N}^+$; $(m, n) = 1$. Khi đó $m + n$ bằng

Lời giải

Trả lời: 4



$$\begin{cases} I \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (\alpha) \parallel (EAC) \\ (ABCD) \cap (EAC) = AC \end{cases}$$

Ta có:

$$(\alpha) \cap (ABCD) = l_x, l_x \parallel AC, l_x \cap AD = M, l_x \cap DC = N$$

Suy ra

$$\begin{cases} EO \subset (ACE) \\ EO \parallel SD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MR \parallel SD, R \in SA \\ IQ \parallel SD, Q \in SB \\ NP \parallel SD, P \in SC \end{cases} \Rightarrow MR \parallel IQ \parallel NP \parallel EO$$

Lại có: , hạ

Vậy thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (α) là ngũ giác $MNPQR$

Ta có $\triangle EAC$ cân do $EA = EC$ (hai trung tuyến của 2 tam giác đều cạnh $a \Rightarrow OE \perp AC$)

Do đó $MR \perp MN, IQ \perp MN$ nên $RMIQ, QINP$ là hai hình thang vuông bằng nhau.

$$MN \parallel AC \Rightarrow \frac{MN}{AC} = \frac{DI}{DO} \Rightarrow MN = \frac{AC}{OD} \cdot DI = 2x \Rightarrow MI = x$$

Vì

$$\triangle AEC \text{ cân cạnh } AC = a\sqrt{2}, OE = \frac{SD}{2} = \frac{a}{2}$$

$$MI \parallel AO \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{OI}{OD}$$

Do

$$MR \parallel SD \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{MR}{SD}$$

Do

$$\frac{OI}{OD} = \frac{MR}{SD} \Rightarrow MR = \frac{OI}{OD} \cdot SD = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} - x}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} \cdot a = \frac{a\sqrt{2} - 2x}{\sqrt{2}} = a - \sqrt{2}x$$

Vậy

$$QI \parallel SD \Rightarrow \frac{IB}{DB} = \frac{QI}{SD} \Rightarrow QI = \frac{IB \cdot SD}{DB} = \frac{a\sqrt{2} - x}{a\sqrt{2}} \cdot a = \frac{a\sqrt{2} - x}{\sqrt{2}}$$

Do

$$S_{RQPNM} = 2S_{MRQI} = 2 \cdot \frac{a - \sqrt{2}x + a - \frac{x}{\sqrt{2}}}{2} \cdot x = 2ax - \frac{3}{\sqrt{2}}x^2$$

Do đó

$$= -\frac{3}{\sqrt{2}} \left[\left(x - \frac{\sqrt{2}}{3}a \right)^2 - \frac{2}{9}a^2 \right] = -\frac{3}{\sqrt{2}} \left(x - \frac{\sqrt{2}}{3}a \right)^2 + \frac{\sqrt{2}}{3}a^2 \leq \frac{\sqrt{2}}{3}a^2$$

$$\max S_{RQPMN} = \frac{\sqrt{2}}{3}a^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{3} \Rightarrow m = 1, n = 3 \Rightarrow m + n = 4$$

Do đó

Câu 22: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 11

Goi $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm.

$$x_1, x_2 \in [5; 7) \quad x_3, \dots, x_9 \in [7; 9) \quad x_{10}, \dots, x_{16} \in [9; 11) \quad x_{17}, \dots, x_{19} \in [11; 13) \quad x_{20} \in [13; 15)$$

Khi đó:

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu thuộc nhóm

$$n = 20, n_m = 7, C = 9, u_m = 9, u_{m+1} = 11$$

$$Q_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - 9}{7} (11 - 9) \approx 10,71 \approx 11$$