TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI HÀM SỐ BẬC HAI VÀ ĐỒ THỊ

Câu 1: Cho hàm số $y = x - 1 + \sqrt{4 - x}$. Có tập xác định D

a) Tập xác định hàm số là $D = -\infty; 4$

b) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;1)$

c) Có 5 giá trị nguyên thuộc tập $D \cap [-2;10]$

d) S là tập hợp các giá trị m nguyên, hàm số $y = \dfrac{\sqrt{m^2 - 5 - x}}{2024}$ xác định trên tập D số phần tử tập S là 7

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

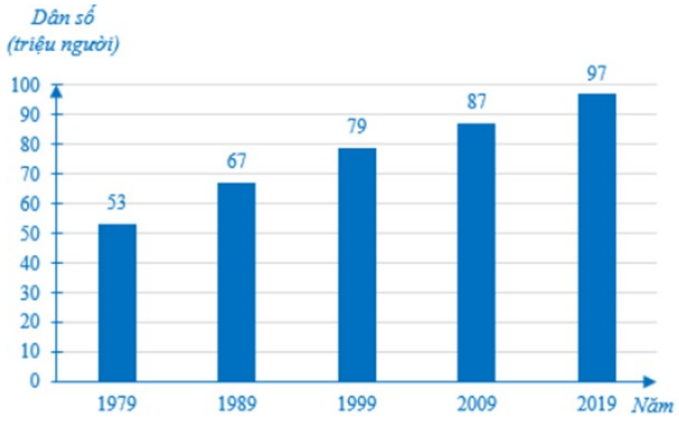
a) Hàm số xác định khi và chỉ khi $4 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 4$.

b) với $x = 0 \Rightarrow y = 1$

c) $-\infty; 4 \cap [-2;10] \cap \mathbb{Z} = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

d) $m^2 - 5 \leq 4 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3$. Có 7 giá trị m nguyên.

Câu 2: Cho biểu đồ ước tính dân số Việt Nam qua một số thập niên như sau



Nếu coi x là năm và y là số dân Việt Nam thì x là biến số và y là hàm số của x. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tập xác định của hàm số là $D = \{1979; 1989; 1999; 2009; 2019\}$.

b) Tập giá trị của hàm số là $T = \{10; 20; ...; 100\}$.

c) Hàm số đồng biến trên tập xác định.

d) Trong khoảng thời gian từ 1989 đến 1999 dân số Việt Nam tăng nhanh nhất.

Lời giải

a) Đúng.

Tập xác định của hàm số là $D=\{1979;1989;1999;2009;2019\}$.

b) Sai.

Tập giá trị của hàm số là $T=\{53;67;79;87;97\}$.

c) Đúng.

Quan sát biểu đồ ta thấy khi x tăng thì giá trị y tăng nên hàm số đồng biến trên tập xác định.

d) Sai.

Trong khoảng thời gian từ 1979 đến 1989 dân số Việt Nam $67-53=14$.

Trong khoảng thời gian từ 1989 đến 1999 dân số Việt Nam $79-67=12$.

Trong khoảng thời gian từ 1999 đến 2009 dân số Việt Nam $87-79=8$.

Trong khoảng thời gian từ 2009 đến 2019 dân số Việt Nam $97-87=10$.

Vậy trong khoảng thời gian từ 1979 đến 1989 dân số Việt Nam tăng nhanh nhất.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2-4x}$ có tập xác định là D_f

a) Hàm số $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow x^2-4x=0$.

b) Hàm số xác định tại $x=1$

c) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D_f=\mathbb{R}\setminus\{4\}$

d) Gọi D_g là tập xác định của hàm số $g(x)=\sqrt{2x-m}$. Có 2 giá trị nguyên của $m\in[-10;10]$ để $D_g\subset D_f$

Lời giải

a). SAI

Hàm số $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow x^2-4x\neq 0$.

b). ĐÚNG

c). SAI

Hàm số $f(x)$ xác định $\Leftrightarrow x^2-4x\neq 0\Leftrightarrow \begin{cases}x\neq 0\\ x\neq 4\end{cases}$.

$D_f=\mathbb{R}\setminus\{0;4\}$

d). ĐÚNG

Hàm số $g(x)$ xác định $\Leftrightarrow 2x-m\geq 0\Leftrightarrow x\geq \dfrac{m}{2}$.

$D_g=\left[\dfrac{m}{2};+\infty\right)$

Để $D_g \subset D_f \Leftrightarrow \frac{m}{2} > 4 \Leftrightarrow m > 8$

$m \in [-10;10] \Rightarrow m \in \{9,10\}$

Vậy có 2 giá trị nguyên của $m \in [-10;10]$ để $D_g \subset D_f$.

Câu 4:

Xét đồ thị của hàm số $y = 2x^2 + 4x + 1$. Khi đó đồ thị hàm số có:

a) tọa độ đỉnh $I(-1;-1)$

b) trục đối xứng là $x=1$.

c) Giao điểm của đồ thị với trục tung là $M(0;1)$.

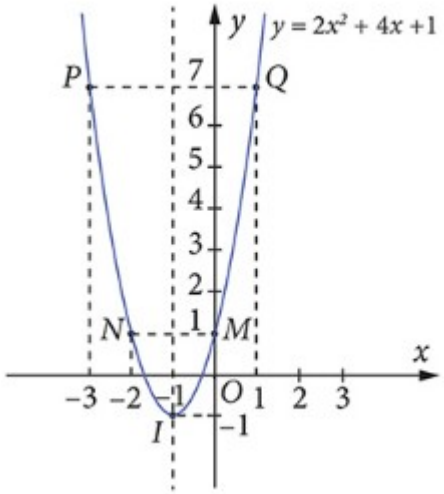
d) Đồ thị đi qua các điểm $Q(1;6)$ và $P(-3;6)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

Ta có $a = 2 > 0$ nên parabol quay bề lõm lên trên, có tọa độ đỉnh $I(-1;-1)$ và trục đối xứng là $x = -1$.

Giao điểm của đồ thị với trục tung là $M(0;1)$. Điểm đối xứng với M qua trục đối xứng là $N(-2;1)$. Đồ thị đi qua các điểm $Q(1;7)$ và. $P(-3;7)$



Câu 5: Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe hon đa Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 28 và bán ra với giá là 32 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách hàng sẽ mua trong một năm là 650 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm là sẽ tăng thêm 200 chiếc.

Gọi x đồng là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá và T là lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm. Khi đó:

a) Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là $4-x$.

b) Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $650-200x$.

c) Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là $T=-200x^2+200x+2600.$

d) Giá mới của chiếc xe là $31,5$ triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai

Gọi x đồng là số tiền mà doanh nghiệp A dự định giảm giá; $(0\le x\le 4)$.

Khi đó:

Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là $32-x-28=4-x$.

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là $650+200x$.

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là

$$T=(4-x)(650+200x)=-200x^2+150x+2600.$$

Xét hàm số $f(x)=-200x^2+150x+2600$ trên đoạn $[0;4]$ có bảng biến thiên như sau:

x	0 $\quad$ $\frac{3}{8}$ $\quad$ 4
$f(x)$	$2628,125$ ↗ ↘ 2600 $\quad$ 0

Vậy $\max\limits_{[0;4]} f(x)=2628,125\Leftrightarrow x=\frac{3}{8}$.

Vậy giá mới của chiếc xe là $31,625$ triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 6: Cho Parabol $y=x^2-4x+3$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a) Trục đối xứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=2$.

b) Tọa độ đỉnh của Parabol là $I(2;-3)$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số là -2.

d) Parabol cắt trục Ox tại hai điểm A,B. Khi đó diện tích tam giác IAB bằng 1.

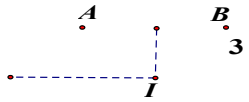
Lời giải

a) Đúng. Trục đối xứng của đồ thị là đường thẳng $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{2.1}=2$.

b) Sai. Ta có $x=2\Rightarrow y(2)=-1$. Do đó $I(2;-1)$.

c) Sai. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y(2)=-1$.

d) Đúng. $x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow A(1;0)\\x=3\Rightarrow B(3;0)\end{array}\right.$.



Ta có $S_{\Delta IAB}=\frac{1}{2}d(I,AB).AB=\frac{1}{2}d(I,Ox).AB=\frac{1}{2}.1.2=1$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)=x^2-2(m+1)x-3$ với m là tham số.

a) Với $m=0$ hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$

b) Với $m=0$ thì $f(-5)<f(-1)$

c) Hàm số đã cho luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ với mọi $m\in\mathrm{R}$

d) Có 3 giá trị nguyên dương của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(4;2024)$

Lời giải

a	b	c	d
Đúng	**Sai**	**Sai**	**Đúng**

a) MĐ đúng

Với $m=0$, hàm số có dạng $f(x)=x^2-2x-3$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

b) **MĐ sai** vì Với $m=0$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\Rightarrow f(-5)>f(-1)$

c) **MĐ sai**

Hàm số đã cho có $a=1>0;-\dfrac{b}{2a}=m+1$ nên hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty;m+1)$ và đồng biến trên khoảng $(m+1;+\infty)$, với mọi $m\in\mathbb{R}$.

d) MĐ đúng

Hàm số đã cho luôn đồng biến trên khoảng $(m+1;+\infty)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(4;2024)\Leftrightarrow(4;2024)\subset(m+1;+\infty)\Leftrightarrow m+1\le 4\Leftrightarrow m\le 3$. Vậy có 3 giá trị nguyên dương của m. thỏa mãn.

Câu 8: Bảng dưới đây cho biết chỉ số ở thành phố Hà Nội từ tháng 1 đến tháng 12 của năm 2019.

	Trung bình năm 2019	Tháng											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$PM_{2,5}$ ($\mu g/m^3$)	46,9	59,3	36,0	50,2	40,3	45,8	36,5	30,4	33,1	48,3	43,2	66,3	72,7

(Nguồn: Báo cáo chất lượng không khí thế giới 2019)

a) Chỉ số $PM_{2,5}$ trong tháng 1 là là $59,3\left(\mu g/m^3\right)$.

b) Chỉ số $PM_{2,5}$ trong tháng 2 lớn hơn chỉ số $PM_{2,5}$ trong tháng 6.

c) Chỉ số $PM_{2,5}$ là hàm số của tháng.

d) Tập giá trị của hàm số của tháng có 13 phần tử

Lời giải

a) Đúng	b) sai	c) đúng	d) sai

a) Từ bảng ta thấy:

Tháng 1: chí số $PM_{2,5}$ là 59,3 $\left(\mu g/m^3\right)$.

b) Chỉ số $PM_{2,5}$ trong tháng 2 là 36,0 và chỉ số $PM_{2,5}$ trong tháng 6 là 36,5

Vậy chỉ số $PM_{2,5}$ trong tháng 2 nhỏ hơn chỉ số $PM_{2,5}$ trong tháng 6.

c) Mỗi tháng chỉ tương ứng với đúng một chỉ số nên chỉ số $PM_{2,5}$ là hàm số của tháng.

d) Tập giá trị $T=\{59,3;36,0;50,2;40,3;45,8;36,5;30,4;33,1;48,3;43,2;66,3;72,7\}$

Vậy có 12 phần tử.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)=\sqrt{x+1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số có tập xác định là $D=-1;+\infty)$.

b) Điểm $M(0;1)$ thuộc đồ thị hàm số.

c) $f(1)+f(3)=5$.

d) Hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Đúng. Hàm số xác định $\Leftrightarrow x+1\ge 0\Leftrightarrow x\ge -1$. Vậy tập xác định $D=-1;+\infty)$.

b) Đúng. Vì $0\in D$ và $1=\sqrt{0+1}$ nên $M(0;1)$ thuộc đồ thị hàm số.

c) Sai. Vì $f(1)+f(3)=\sqrt{2}+2\ne 5$.

d) Sai.

Xét hàm số $y=f(x)=\sqrt{x+1}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

$\forall x_1,x_2\in(0;+\infty)$,

$x_1<x_2$, ta có:

$$f(x_1)-f(x_2)=\sqrt{x_1+1}-\sqrt{x_2+1}=\frac{x_1+1-(x_2+1)}{\sqrt{x_1+1}+\sqrt{x_2+1}}=\frac{x_1-x_2}{\sqrt{x_1+1}+\sqrt{x_2+1}}<0.$$

Suy ra $f(x_1)<f(x_2)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)=\frac{x}{x-1}$.

a) Hàm số có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

d) Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên nửa khoảng $0;1$ với mọi giá trị của tham số m.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Hàm số có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

b) TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Với mọi $x_1,x_2\in D$, $x_1\neq x_2$, ta có: $f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{x_1}{x_1-1}-\dfrac{x_2}{x_2-1}=\dfrac{x_2-x_1}{(x_1-1)(x_2-1)}$.

Với mọi $x_1,x_2\in(-\infty;1)$ và $x_1<x_2$ ta có $x_2-x_1>0$ và $x_1<1$, $x_2<1$.

Suy ra $f(x_1)-f(x_2)>0$ hay $f(x_1)>f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Với mọi $x_1,x_2\in(1;+\infty)$ và $x_1<x_2$ suy ra $f(x_1)-f(x_2)>0$ hay $f(x_1)>f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

c) Theo câu b ta có hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

d) Hàm số xác định khi $x-2m+1\neq 0\Leftrightarrow x\neq 2m-1$.

Hàm số xác định trên $0;1\Leftrightarrow 2m-1\notin 0;1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2m-1\leq 0\\2m-1>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\leq\dfrac{1}{2}\\m>1\end{array}\right.$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-1}x>2\\ cx=2\\ 1-x^2x<2\end{cases}$

a) $f(0)=1$.

b) Hàm số có tập xác định là $D=[1;+\infty)$.

c) Biết $f(2)+f(1)=0$, khi đó $c=1$.

d) Với $t=x+1$ thì với $t<3, f(t)=-t^2+2t$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Vì $x=0<2$ nên $f(0)=1-0^2=1$

b) Với $x>2$, ta có điều kiện hàm $y=\sqrt{x-1}$ là $x\ge 1$.

Điều này luôn được thỏa mãn với mọi $x>2$.

Nên tập xác định trong trường hợp này là R

c) $f(2)+f(1)=1\Leftrightarrow c+0=1\Leftrightarrow c=1$. Khi đó ta có hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-1}x>2\\ 1x=2\\ 1-x^2x<2\end{cases}$

d) Ta có $t=x+1\Rightarrow x=t-1$.

Khi $x<2\Rightarrow t=x+1<3$. Vậy $t<3$ nên ta có $f(t)=1-(t-1)^2=-t^2+2t$.

Câu 12: Cho parabol (P) có phương trình $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$. Khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $(P)_{\text{đi qua ba điểm }}A(0;1),B(1;-1),C(-1;1)$ khi đó $(P)_{\text{có phương trình}}$

$$y=-x^2-x+1$$

b) $(P)_{\text{đi qua điểm }}D(3;0)$ và có đỉnh $I(1;4)_{\text{khi đó }}(P)$ có phương trình $y=-x^2+2x+2$.

c) $(P)_{\text{đi qua hai điểm }}M(2;-7),N(-5;0)$ và có trục đối xứng là $x=-2$ khi đó

$(P)_{\text{có phương trình }y=-x^2-2x+5}$ d) $(P)_{\text{đi qua }}E(1;4)$, có trục đối xứng $x=-2$ và có đỉnh thuộc đường thẳng

$d:y=2x-1_{\text{khi đó }}(P))_{\text{có phương trình }}y=x^2+4x-1$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Vì (P) đi qua điểm $A(0;1)$ nên suy ra $C=1$.

vì (P) đi qua điểm $B(1;-1)$ và $C(-1;1)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}a+b+1=-1\\ a-b+1=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=-2\\ a-b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\ b=-1\end{cases}$$

Vậy parabol (P) có phương trình $y=-x^2-x+1$.

b) Vì (P) đi qua hai điểm $D(3;0)$ và $I(1;4)$ nên ta có: $9a+3b+c=0$ (1); $a+b+c=4$ (2)

Trừ theo từng vế của cho ta có: $8a+2b=-4$

Vì (P) có đỉnh $I(1;4)$ và từ ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{-b}{2a}=1 \\ 8a+2b=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=0 \\ 4a+b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2. \end{cases}$

Vậy parabol (P) có phương trình $y=-x^2+2x+3$.

c) Vì $(P)_{\text{đi qua hai điểm}} M(2;-7)_{\text{và}} N(-5;0)$ nên ta có:

$4a+2b+c=-7(1);25a-5b+c=0$ (2)

Trừ theo từng vế cho ta có: $21a-7b=7$

$$V_i(P)_{\text{có trục đối xứng là}} x=-2_{\text{và từ}}(3)_{\text{ta có hệ phương trình}}$$

Vì (p) có trục đối xứng là x = - 2 và từ (3) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \dfrac{-b}{2a}=-2 \\ 21a-7b=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a-b=0 \\ 3a-b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-4 \end{cases}$$

Thay $^{a}=-1_{\text{và}} b=-4_{\text{và suy ra}} c=5$

Vậy parabol (P) có phương trình $y=-x^2-4x+5$

d) Do (p) có trục đối xứng là $x=-2$ và có đỉnh thuộc đường thẳng $d: y=2x-1$ nến đíinh của $(P)_{\text{là điểm}} I(-2;-5)$.

Vì (P) đi qua hai điểm $E(1;4)$ và $I(-2;-5)$ nên ta có: $a+b+c=4(1);4a-2b+\ c=-5(2)$

Trừ theo từng vế của cho ta có: $3a-3b=-9$

Vì (P) có trục đối xứng là $x=-2$ và từ (3) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \dfrac{-b}{2a}=-2 \\ 3a-3b=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a-b=0 \\ a-b=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=4. \end{cases}$$

Thay a = 1 và b = 4 vào suy ra c = -1.

Vậy parabol (P) có phương trình $y=x^2+4x-1$.

Câu 13: Cho hàm số $y=x^2+5x+2m$ có đồ thị là một parabol (P).

a) (P) luôn cắt trục tung với mọi giá trị thực của m.

b) Với $m=0$ (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

c) Với $m<4$, tổng số giao điểm của (P) và trục hoành và trục tung là 3.

d) Đồ thị hàm số $y=x^2+5x+2m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA=4OB$ khi và chỉ khi $m=2$

Lời giải

a) đúng, giao điểm là $A(0;2m)$.

b) đúng, giao điểm là $B(0;0), C(-5;0)$.

c) sai, $x^2+5x+2m=0$ có $\Delta=25-8m>0\Leftrightarrow m<\frac{25}{8}$.

d) sai, đồ thị hàm số $y=x^2+5x+2m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $x^2+5x+2m=0$ có hai nghiệm phân biệt, tức $\Delta>0\Leftrightarrow 25-8m>0\Leftrightarrow m<\frac{25}{8}$.

Gọi $A(x_1,0)$, $B(x_2,0)$. Theo yêu cầu đề bài ta có:

$OA=4OB\Leftrightarrow |x_1|=4|x_2|\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=4x_2 \\ x_1=-4x_2 \end{array}\right.$.

Với $x_1=4x_2\Rightarrow x_1+x_2=5x_2=-5\Leftrightarrow x_2=-1\Rightarrow x_1=-4$.

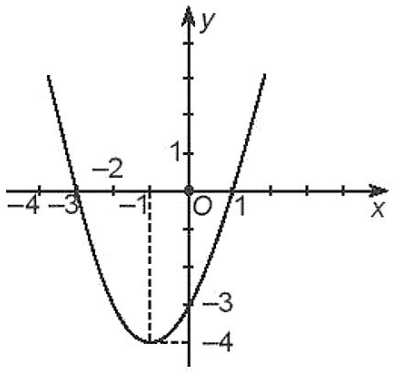
Thay $x_1=-4, x_2=-1$ vào $P=x_1.x_2=2m=4\Leftrightarrow m=2$.

Với $x_1=-4x_2\Rightarrow x_1+x_2=-3x_2=-5\Leftrightarrow x_2=\frac{5}{3}\Rightarrow x_1=-\frac{20}{3}$.

Thay $x_1=-\frac{20}{3}, x_2=\frac{5}{3}$ vào $P=x_1.x_2=-\frac{100}{9}=2m\Leftrightarrow m=-\frac{50}{9}$.

Vậy có hai giá trị m thỏa mãn là: $m=2$, $m=-\frac{50}{9}$.

Câu 14: Cho hàm số bậc hai $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.



a) Hệ số $a>0$.

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên tập xác định là -4.

c) Ta có $b=2a$.

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

Lời giải

Câu	a	b	c	d
Đáp án	Đúng	Đúng	Đúng	Sai

a) Dựa vào hình dáng của đồ thị hàm số bậc hai có bề lõm quay lên ta kết luận $a>0$.

b) Quan sát đồ thị hàm số bậc hai ta thấy $f(x)\geq -4, \forall x\in \mathbb{R}$ và $f(-1)=-4$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số trên tập xác định là -4 đạt tại $x=-1$.

c) Quan sát hình dáng đồ thị ta thấy trục đối xứng là đường thẳng có phương trình $x=-\dfrac{b}{2a}=-1$. Suy ra $b=2a$.

d) Vì đồ thị là của hàm số bậc hai nên từ đồ thị ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$, do đó hàm số cũng nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

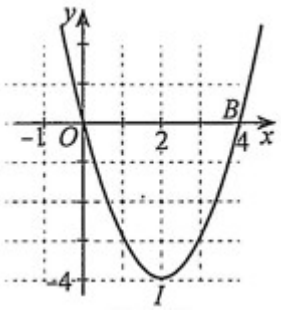
Câu 15: Cho hàm số $y=x^2+2x-3$. Khi đó:

a) Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

b) Đồ thị của hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x=2$.

c) Đồ thị của hàm số có đỉnh $I(2;-4)$.

d) Ta có đồ thị như Hình



Lời giải

Câu	a)	b)	c)	d)
Đáp án	**Đúng**	**Sai**	**Sai**	**Sai**

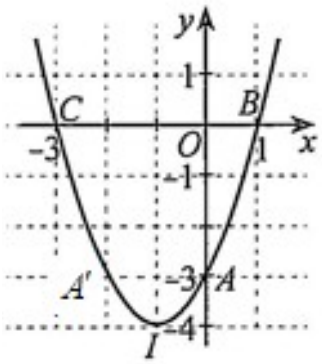
a) Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

b) Trục đối xứng là đường thẳng $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{2}{2.1}=-1$.

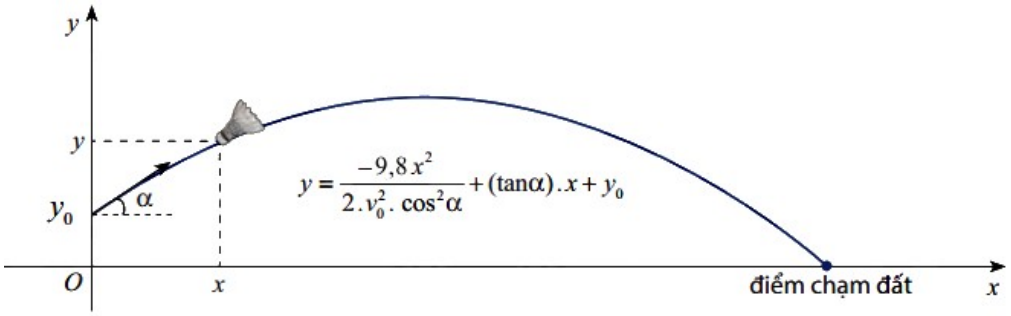
c) Tọa độ đỉnh $I(-1;-4)$.

d) Giao điểm với trục Oy là $A(0;-3)$, giao điểm với trục Ox là $B(1;0), C(-3;0)$, điểm đối xứng với điểm $A(0;-3)$ qua trục đối xứng $x=-1$ là $A'(-2;-3)$.

Ta có đồ thị như Hình.



Câu 16: Trong môn cầu lông, khi phát cầu, người chơi cần đánh cầu qua khỏi lưới sang sân đối phương và không được để cho cầu rơi ngoài biên. Trong mặt phẳng Oxy mỗi đơn vị tương ứng 1m, chọn điểm có tọa độ $(0;y_0)$ là điểm phát cầu thì phương trình quỹ đạo của quả cầu khi rời khỏi mặt vợt là: $y=\frac{-9,8x^2}{2.v_0^2.\cos^2\alpha}+(\tan\alpha).x+y_0$, trong đó α là góc phát cầu ; v_0 là vận tốc ban đầu của cầu ; y_0 là khoảng cách từ vị trí phát cầu đến mặt đất . Giả sử trong một đợt phát cầu có góc phát cầu là $45°$, vận tốc ban đầu bằng 8 m/s và khoảng cách từ vị trí phát cầu đến mặt đất bằng $0,5$ m



a) Phương trình quỹ đạo của quả cầu khi rời khỏi mặt vợt là: $y=\frac{-4,9x^2}{32}+x+0,5$.

b) Tầm bay cao của quả cầu là $2,13$ m.

c) Tầm bay xa của quả cầu là $7,15$ m.

d) Nếu vị trí đứng phát cầu cách xa lưới 5 m thì đợt phát cầu này là một đợt phát cầu tốt, biết mép trên của lưới cách mặt sân là $1,524$ m.

Lời giải

a) Đ

Với $v_0 = 8$ m/s, $\alpha = 45°$, $y_0 = 0,5$ m ta có phương trình quỹ đạo ban đầu của quả cầu khi rời khỏi mặt vợt là: $y = \frac{-9,8x^2}{2.8^2.\cos^2 45°} + \tan 45°.x + 0,5 \Leftrightarrow y = \frac{-4,9x^2}{32} + x + 0,5$

b) Đ

Quả cầu chuyển động theo quỹ đạo là đường parabol, đạt vị trí cao nhất tại đỉnh $\left(\frac{160}{49}; \frac{208}{98}\right)$ của parabol.

Do đó, tầm bay cao của quả cầu là: $\frac{208}{98} \approx 2,13$ m.

c) s

Quả cầu chạm đất khi $y = 0 \Leftrightarrow \frac{-4,9x^2}{32} + x + 0,5 = 0 \Leftrightarrow x \approx 7,00$ m

Do đó, tầm bay xa của quả cầu là $7,00$ m.

d) Đ

Với $x = 5$ m, ta có độ cao của quả cầu là $y = \frac{-4,9.5^2}{32} + 5 + 0,5 \approx 1,672$ m

Ta thấy $1,672 > 1,524$ nên khi cầu bay tới vị trí lưới phân cách, điểm trên quỹ đạo của cầu cao hơn mép trên của lưới. Do đó, đây là một đợt phát cầu tốt.

Câu 17: Một cầu thủ bóng chuyền đón bóng bước 1, quả bóng nảy lên và chuyển động với vận tốc ban đầu $v_0 (m/s)$ theo quỹ đạo là một đường Parabol. Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho tọa độ quả bóng ở thời điểm quả bóng bắt đầu nảy lên khỏi cánh tay của cầu thủ là $(0; y_o)$, y_0 là độ cao của quả bóng so với mặt sân. Gọi α là góc hợp bởi hướng nảy lên của quả bóng so với phương ngang thì quỹ đạo chuyển động của quả bóng có phương trình là $y = \frac{-4,9x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + \tan \alpha \cdot x + y_0$.

Giả sử quả bóng nảy lên với vận tốc ban đầu $v_0 = 7(m/s)$ ở độ cao $y_0 = 0,8(m)$.

a) Quỹ đạo chuyển động của quả bóng là $y = \frac{-0,1}{\cos^2 \alpha}.x^2 + \tan\alpha.x + 0,8$.

b) Nếu $\alpha = 30^\circ$, sau 2 giây quả bóng ở độ cao trên $1,7(m)$.

c) Nếu $\alpha = 60^\circ$, quả bóng sẽ đạt độ cao tối đa là $3(m)$.

d) Nếu $\alpha = 60^\circ$ và không có cầu thủ nào đón bóng bước 2 thì quả bóng sẽ chạm mặt sân cách vị trí tiếp xúc với cánh tay cầu thủ đón bóng bước 1 là $4,818(m)$.

Lời giải

a) Đ

Thay $v = 7, y_0 = 0,8$ vào công thức $y = \frac{-4,9x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + \tan\alpha \cdot x + y_0$ ta được $y = \frac{-0,1}{\cos^2 \alpha}.x^2 + \tan\alpha.x + 0,8$.

b) S

Với $\alpha = 30^\circ$, ta có $y = \frac{-0,4}{3}.x^2 + \frac{\sqrt{3}}{3}.x + 0,8$.

Thay $x = 2$ vào ta được $y \approx 1,42(m)$.c) S

Với $\alpha = 60^\circ$, ta có $y = -0,4.x^2 + \sqrt{3}.x + 0,8$.

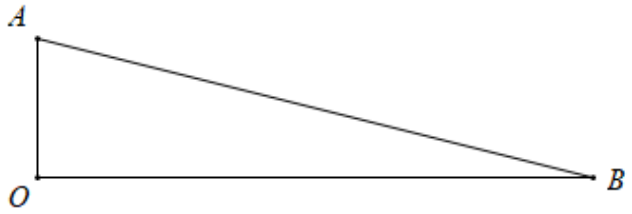
Suy ra $y_{max} = \frac{107}{40} = 2,675(m)$ khi $x = \frac{5\sqrt{3}}{4}$.

d) Đ

Với $\alpha = 60^\circ$, ta có $y = -0,4.x^2 + \sqrt{3}.x + 0,8$.

$$-0,4x^2+\sqrt{3}x+0,8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\sqrt{107}+5\sqrt{3}}{4} \\ x=\dfrac{-\sqrt{107}+5\sqrt{3}}{4}(loai) \end{array}\right.$$

Quả bóng chạm đất thì



Gọi A,B lần lượt là vị trí bóng tiếp xúc với tay cầu thủ và vị trí bóng chạm mặt sân.

Ta có $OA=y_0=0,8$; $OB=\dfrac{\sqrt{107}+5\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra vị trí quả bóng rơi xuống sân cách vị trí tiếp xúc với cánh tay cầu thủ đón bóng bước 1 là: $AB=\sqrt{OA^2+OB^2}\approx 4,818(m)$.

Câu 18: Cho bảng mô tả thu nhập bình quân đầu người của nước ta từ năm 1995 đến 2004

Năm	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2004
TNBQĐN (tính theo USD)	200	282	295	311	339	363	375	394	564

a) Thu nhập bình quân đầu người của nước ta từ năm 1995 đến 2004 là một hàm số

b) Tập hợp các năm là $D=\{1995,1996,1997,1998,1999,2000,2001,2002,2003,2004\}$

c) Thu nhập bình quân đầu người của nước ta từ năm 2000 là 363.

d) Thu nhập bình quân đầu người của nước ta từ năm 1995 đến 2004 là hàm số tăng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng

a) Mỗi năm chỉ tương ứng với đúng một giá trị thu nhập bình quân đầu người nên tương ứng đó xác định một hàm số.

b) Tập hợp các năm là $D=\{1995,1996,1997,1998,1999,2000,2001,2002,2004\}$

c) Thu nhập bình quân đầu người của nước ta từ năm 2000 là 363.

d) Nhận xét thu nhập bình quân đầu người của nước ta từ năm 1995 đến 2004 có các giá trị từ trái sang phải tăng dần nên hàm số trên hàm số tăng.

Câu 19: Cho hàm số $y=\sqrt{6-3x}$.

a) Tập xác định D của hàm số là $D=(-\infty;2)$.

b) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1;3)$.

c) Tập giá trị của hàm số là $[2;+\infty]$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-5;0)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) ĐKXĐ: $6-3x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$ nên tập xác định $D=-\infty;2$.

b) Thay $x=-1 \Rightarrow y=\sqrt{6-3.(-1)}=3 \Rightarrow$ Điểm $A(-1;3)$ thuộc đồ thị hàm số.

c) Vì $y=\sqrt{6-3x} \geq 0 \forall x \in -\infty;2$ nên tập giá trị của hàm số là $[0;+\infty]$.

d) $\forall x_1;x_2 \in (-5;0)$ sao cho $x_1 < x_2$, ta có:

$$-5\langle x_1 \langle x_2 \langle 0 \Rightarrow -3x_1 \rangle -3x_2 \rangle 0 \Rightarrow 6-3x_1 \rangle 6-3x_2 > 6 \Rightarrow \sqrt{6-3x_1} > \sqrt{6-3x_2} \Rightarrow y_1 > y_2$$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-5;0)$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+2}$.

a) Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

b) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại $x=a$ và $y=b$. Tổng $a+b=\dfrac{1}{2}$.

c) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

d) Trên khoảng $(1;+\infty)$, đồ thị hàm số $y=f(x)$ luôn nằm phía dưới đường thẳng $y=\dfrac{-1+\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Tập xác định của hàm số $y=f(x)$ là $\mathbb{R}$.

b) Ta có $f(0)=-\dfrac{1}{2}$ và $f(x)=0 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1$. Vậy nên đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại $x=1$ và $y=-\dfrac{1}{2}$ hay $a=1$ và $b=-\dfrac{1}{2}$. Tổng $a+b=\dfrac{1}{2}$.

c) $\forall x_1,x_2 \in (1;3), x_1 < x_2$, ta có:

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{x_1-1}{x_1^2+2}-\frac{x_2-1}{x_2^2+2}=\frac{(x_2^2+2)(x_1-1)-(x_1^2+2)(x_2-1)}{(x_1^2+2)(x_2^2+2)}$$

$$=\frac{x_2^2x_1-x_2^2+2x_1-x_1^2x_2+x_1^2-2x_2}{(x_1^2+2)(x_2^2+2)}=\frac{x_1x_2(x_1-x_2)+(x_1^2-x_2^2)+2(x_1-x_2)}{(x_1^2+2)(x_2^2+2)}.$$

Rõ ràng $\forall x_1,x_2\in(1;3),x_1<x_2$ thì $\begin{cases}x_1x_2>0\\x_1-x_2<0\\x_1^2-x_2^2<0\\(x_1^2+2)(x_2^2+2)>0\end{cases}$ nên $f(x_1)-f(x_2)<0.$

Vậy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;3).$

d) Xét $\frac{x^2+2}{x-1}=x-1+\frac{3}{x-1}+2\ge 2\sqrt{3}+2,\forall x>1.$

Từ đó suy ra $f(x)=\frac{x-1}{x^2+2}\le\frac{1}{2\sqrt{3}+2}=\frac{-1+\sqrt{3}}{4},$ dấu bằng xảy ra khi:

$$x-1=\frac{3}{x-1}\Leftrightarrow(x-1)^2=3\Leftrightarrow x=1+\sqrt{3}.$$

Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại $x=1+\sqrt{3}$ chạm tiếp xúc với đường thẳng $y=\frac{-1+\sqrt{3}}{4}$ nên không phải luôn nằm phía dưới đường thẳng $y=\frac{-1+\sqrt{3}}{4}.$

Câu 21: Cho hàm số

$$y=f(x)=\begin{cases}x+2khix<-1\\x^2khi-1\le x\le 3\end{cases}$$

a) $f(0)=2$.

b) Tập xác định của hàm số là $D=-\infty;3$.

c) Hàm số đồng biến trong khoảng $(-2;0)$.

d) Tổng các hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{1}{4}$ là $-\frac{7}{4}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Vì $-1<0<3$ nên $f(0)=0^2=0$.

b) Tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;-1)\cup[-1;3]=-\infty;3$.

c) Trên $(-2;-1)$, $f(x)=x+2$. Do đó, hàm số đồng biến trên $(-2;-1)$.

Trên $-1;0)$, $f(x)=x^2$. Do đó, hàm số nghịch biến trên $-1;0)$.

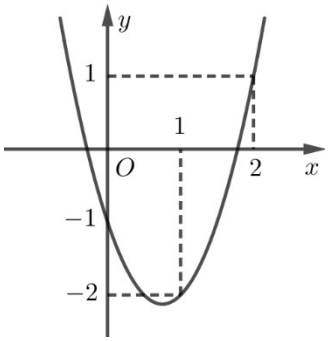
d) Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{1}{4}$ là nghiệm của phương trình $f(x)=\frac{1}{4}(1)$.

Với $x<-1$, phương trình (1) trở thành: $x+2=\frac{1}{4}\Leftrightarrow x=-\frac{7}{4}$.

Với $-1\le x\le 3$, phương trình (1) trở thành: $x^2=\frac{1}{4}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}\\x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Do đó, tổng các hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{1}{4}$ là $-\frac{7}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=-\frac{7}{4}$.

Câu 22: Cho hàm số bậc hai $y=ax^2+bx+c(P)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



a) $a>0$.

b) $c>0$.

c) $a-2b+c=9$.

d) Đường thẳng $(d):y=x+5$ luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Vì bề lõm của parabol quay lên nên $a>0\Rightarrow$ Câu a đúng.

b) Khi $x=0$ thì $y=-1\Rightarrow c=-1\Rightarrow$ Câu b sai.

c) Khi $x=1$ thì $y=-2\Rightarrow a+b+c=-2$.

Khi $x=2$ thì $y=1\Rightarrow 4a+2b+c=1$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} c=-1 \\ a+b+c=-2 \\ 4a+2b+c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \\ c=-1 \end{cases}$.

Suy ra: $a-2b+c=7$. Do đó câu c sai.

d) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$2x^2-3x-1=x+5\Leftrightarrow 2x^2-4x-6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$$

Suy ra câu d đúng.

Câu 23: Trong môn cầu lông, khi phát cầu, người chơi đánh cầu qua khỏi lưới sang phía sân đối phương và không để cho cầu rơi ngoài biên. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, chọn điểm có tọa độ $(0;y_o)$ là điểm xuất phát thì phương trình quỹ đạo của cầu khi rời khỏi mặt vợt là: $y=\dfrac{-gx^2}{2v_0^2.\cos^2\alpha}+x\tan\alpha+y_0$. Trong đó:

g là gia tốc trọng trường;

α là góc phát cầu;

v_0 là vận tốc ban đầu của cầu;

y_0 là khoảng cách từ vị trí phát cầu đến mặt đất.

Biết $y_0=0,5m$; $\alpha=43^0$, các kết quả đều làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai .

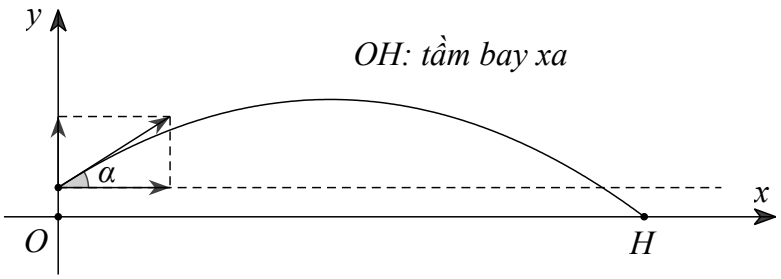
a) Parabol $y=\dfrac{-gx^2}{2v_0^2.\cos^2\alpha}+x\tan\alpha+y_0$ có hệ số $a=\dfrac{g}{2v_0^2.\cos^2\alpha}$.

b) Parabol $y=\dfrac{-gx^2}{2v_0^2.\cos^2\alpha}+x\tan\alpha+y_0$ có trục đối xứng $x=\dfrac{(\tan\alpha).2v_0^2.\cos^2\alpha}{g}$.

c) Với $v_0=22m/s^2$, cầu đạt độ cao nhất là $y\approx 11,76m$.

d) Với tầm bay xa là $13m$, vận tốc ban đầu của cầu là $v_0\approx 11,19m/s$.

Lời giải



a) s

Từ giả thiết ta có phương trình chuyển động của cầu khi rời khỏi mặt vợt là:

$y = \frac{-10x^2}{2v_0^2.\cos^2 43^0} + x.\tan 43^0 + 0,5$ là Parabol với các hệ số

$$a = \frac{-g}{2v_0^2.\cos^2\alpha}; b = \tan\alpha; c = y_0$$

b) s

Có trục đối xứng $x = \frac{(\tan\alpha).v_0^2.\cos^2\alpha}{g}$

c) Đ

Với $v_0 = 22m/s^2$ ta có $y \approx 11,76m$

d) Đ

Vì cầu đạt độ xa $13m$ nên điểm $H(13;0)$ thuộc đồ thị hàm số trên.

Suy ra $0 = \frac{-10.13^2}{2v_0^2.\cos^2 43^0} + 13.\tan 43^0 + 0,5 \Rightarrow v_0^2 = \frac{-10.13^2}{2\cos^2 43^0.(-13.\tan 43^0 - 0,5)}$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{-10.13^2}{2\cos^2 43^0.(-13.\tan 43^0 - 0,5)}} \approx 11,19m/s$$

Câu 24: Trong môn cầu lông, khi phát cầu, người chơi cần đánh cầu qua khỏi lưới sang phía sân đối phương và điểm rơi phải nằm giữa đường biên trong và đường biên ngoài.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, chọn điểm có tọa độ $(O;y_0)$ là điểm xuất phát thì phương trình quỹ đạo của cầu lông khi rời khỏi mặt vợt là: $y = \frac{-g.x^2}{2.v_0^2.\cos^2\alpha} + \tan\alpha.x + y_0$; trong đó:

g là gia tốc trọng trường ;

α là góc phát cầu ;

v_0 là vận tốc ban đầu của cầu;

y_0 là khoảng cách từ vị trí phát cầu đến mặt đất.

Đây là một hàm số bậc hai nên quỹ đạo chuyển động của cầu lông là một parabol.

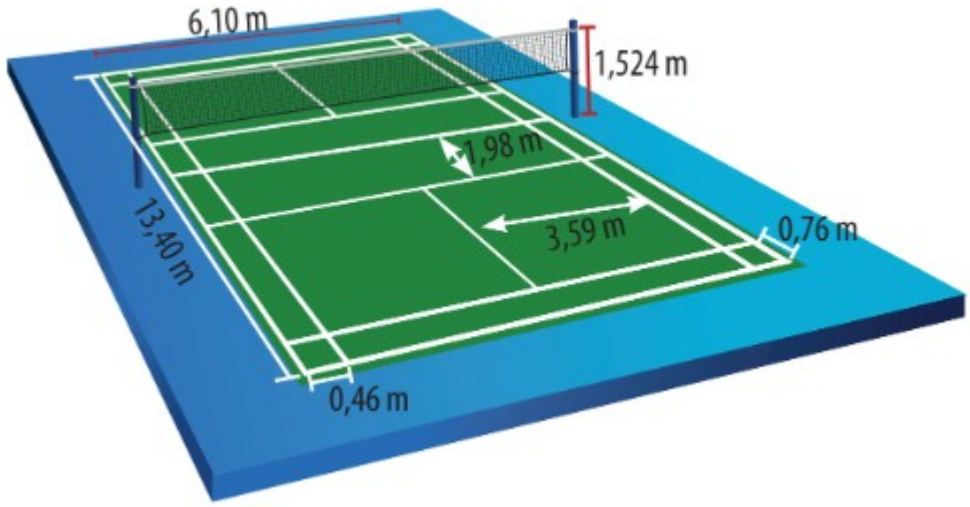
Biết cầu rời mặt vợt ở độ cao $0,7m$ so với mặt đất, vị trí của người chơi đến lưới là $2m$ và vận tốc xuất phát của cầu là $6m/s$, bỏ qua sức cản của gió và xem quỹ đạo của cầu luôn nằm trong mặt phẳng phẳng đứng).

a) Với góc phát cầu là 45° thì độ cao lớn nhất cầu đạt được là $1,618m$.

b) Với góc phát cầu là 45° thì vị trí của người chơi đến vị trí cầu rơi chạm đất là $4,275m$

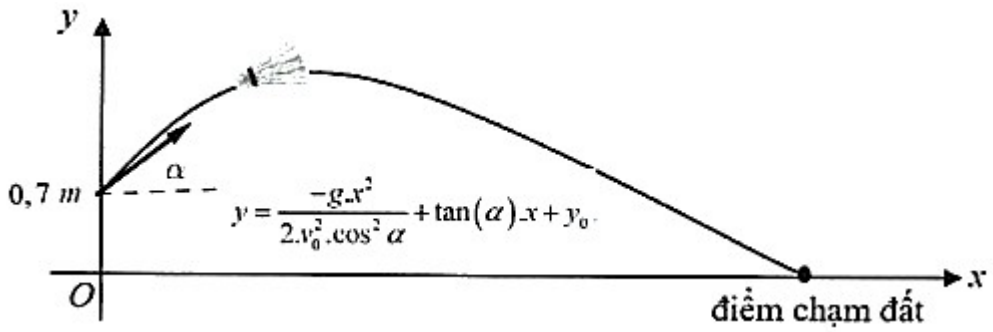
c) Với góc phát cầu là 45° thì lần phát cầu này đã bị hỏng.

d) Để khoảng cách từ vị trí người chơi đến vị trí cầu rơi chạm đất là $4m$ thì người chơi có 2 góc phát cầu không bị hỏng.



Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai



a) Với $g=9,8m/s^2$, vận tốc ban đầu $v_0=6m/s$, góc phát cầu $\alpha=45^\circ$ phương trình quỹ đạo của cầu:

$$y=\frac{-9,8.x^2}{2.6^2.\cos^2(45^\circ)}+\tan(45^\circ).x+0,7=-\frac{49}{180}x^2+x+0,7$$

Vì hệ số $a=-\frac{49}{180}<0$, do đó hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng tung độ đỉnh của parabol và giá trị lớn nhất này đạt được tại hoành độ đỉnh của parabol là $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{1}{2.\left(-\frac{49}{180}\right)}=\frac{90}{49}$.

Khi đó tung độ đỉnh $y=-\frac{49}{180}.\left(\frac{90}{49}\right)^2+\frac{90}{49}+0,7=1,618.$

Vậy độ cao cực đại của cầu đạt được là $1,618m$.

b)

Vị trí cầu rơi chạm đất là giao điểm của parabol và trục hoành nên giải phương trình:

$$-\frac{49}{180}x^2+x+0,7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1\approx 4,275\\x_2\approx -0,601\end{array}\right.$$

Giá trị nghiệm dương cho ta khoảng cách từ vị trí người chơi đến vị trí cầu rơi chạm đất là $4,275m$.

c)

Ta cần so sánh tung độ của điểm trên quỹ đạo với chiều cao mép trên của lưới.

Khi $x=2$, ta có: $y=-\frac{49}{180}.2^2+2+0,7=1,611m$. Vậy $y=1,611>1,524$.

Khoảng cách từ vị trí người chơi đến vị trí cầu rơi chạm đất là $4,275m$.

Tiếp theo ta kiểm tra vị trí cầu rơi có nằm giữa đường biên trong và đường biên ngoài hay không.

Độ dài của khu vực hợp lệ là: $\frac{13,4}{2}-1,98-0,76=3,96m$.

Do đó lần phát hợp lệ nếu khoảng cách từ vị trí phát đến điểm rơi thuộc khoảng $2+1,98=3,98m$ và $2+1,98+3,96=7,94m$ và $3,98<4,275<7,94$.

Như vậy vị trí quả cầu trên mặt đất nằm giữa đường biên trong và đường biên ngoài.

Vậy lần phát cầu này không bị hỏng.

d)

Với $g=9,8m/s^2$, vận tốc ban đầu $v_0=6m/s$, tầm bay xa $x=4m$ phương trình quỹ đạo của cầu:

$$y=\frac{-9,8.x^2}{2.6^2.\cos^2(\alpha)}+\tan(a).x+0,7$$

$$\Leftrightarrow y=\frac{-9,8.4^2}{2.6^2}\left(1+\tan^2\alpha\right)+\tan(a).4+0,7$$

$$\Leftrightarrow y=-\frac{98}{45}\tan^2\alpha+4\tan\alpha-\frac{133}{90}$$

Vị trí cầu rơi chạm đất là giao điểm của parabol và trục hoành nên giải phương trình:

$$-\frac{98}{45}\tan^2\alpha+4\tan\alpha-\frac{133}{90}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan\alpha=1,324\\\tan\alpha=0,512\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\alpha\approx53^\circ\\\alpha=27^\circ\end{array}\right.$$

Với $\alpha\approx53^\circ, x=2\Rightarrow y=\frac{-9,8.2^2}{2.6^2.\cos^2\left(53^\circ\right)}+\tan\left(53^\circ\right).2+0,7\approx1,85>1,524(N)$

Với $\alpha\approx27^\circ, x=2\Rightarrow y=\frac{-9,8.2^2}{2.6^2.\cos^2\left(27^\circ\right)}+\tan\left(27^\circ\right).2+0,7\approx1,033<1,524(L)$

Vậy $\alpha\approx53^\circ\Rightarrow$ có 1 góc phát cầu không bị hỏng.

Câu 25: Cho hàm số $y=x^2-4x+3$.

a) Đồ thị hàm số đã cho có đỉnh $I(2;-1)$.

b) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ âm.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

d) Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung. Tam giác AOI có diện tích bằng 3.

Lời giải

a) Đ

Ta có: $-\frac{b}{2a}=2$ và $f(2)=-1$ nên toạ độ đỉnh của parabol là $I(2;-1)$

b) s

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là nghiệm của phương trình

$$x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3>0\\x=1>0\end{array}\right.$$

nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ dương.

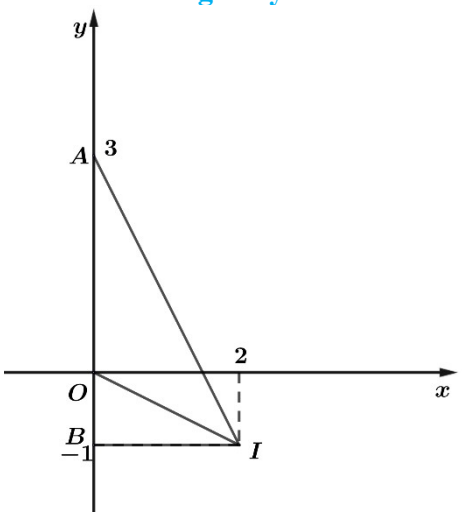
c) s

Hệ số $a=1>0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$ và đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

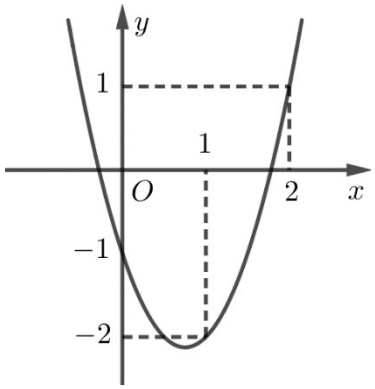
d) Đ

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có toạ độ là $A(0;3)$

Gọi $B(0;-1)$. Khi đó, $S_{\Delta AOI}=S_{\Delta ABI}-S_{\Delta OBI}=\frac{1}{2}4.2-\frac{1}{2}1.2=3$.



Câu 26: Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1;2)$

b) Hệ số $a > 0$.

c) Hệ số $c > 0$.

d) $a - 2b + c = 7$.

Lời giải

a). SAI

Đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(2;1)$.

b). ĐÚNG

Vì bề lõm của parabol quay lên nên $a > 0 \Rightarrow$ Câu b đúng

c). SAI

Cách 1. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm nằm dưới trục Ox nên $c < 0$

Cách 2. Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(0;-1)$ nên: Khi $x = 0$ thì $y = -1 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow$ Câu c sai.

d). ĐÚNG

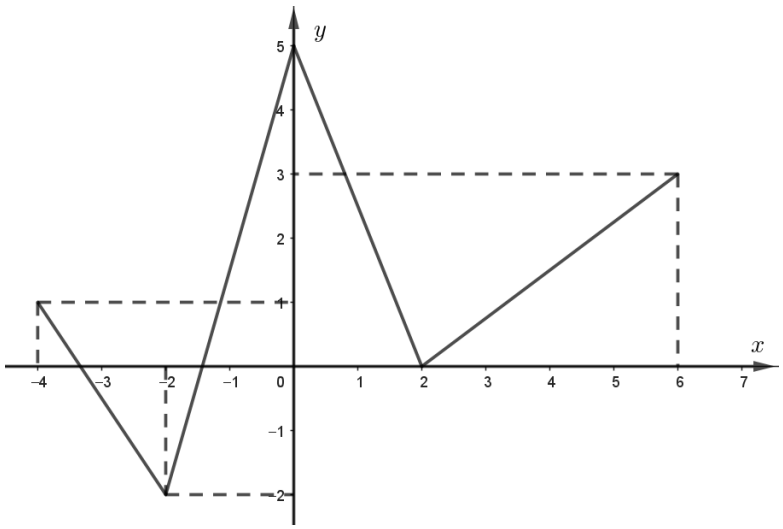
Khi $x=1$ thì $y=-2\Rightarrow a+b+c=-2$

Khi $x=2$ thì $y=1\Rightarrow 4a+2b+c=1$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} c=-1 \\ a+b+c=-2 \\ 4a+2b+c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \\ c=-1 \end{cases}$

Suy ra: $a-2b+c=7$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $f(6)=3$.

b) Tập giá trị của hàm số là $[-4;6]$.

c) $f(4)-f(5)+2f(2)>0$.

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

Lời giải

a) ĐÚNG

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(6)=3$.

b) SAI

Dựa vào đồ thị ta thấy $-2\le f(x)\le 5$ nên tập giá trị của hàm số là $[-2;5]$.

c) SAI

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(2;6)$ nên $f(4)<f(5)$ nên $f(4)-f(5)<0$.

Lại có $f(2)=0$.

Do đó $f(4)-f(5)+2f(2)<0$.

d) SAI

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)=(m^2-1)x^2+2(m+1)x+3$.

a) Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$

b) Khi $m=-1$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

c) Khi $m=2$ hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$

d) Có duy nhất một giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$

Lời giải

a) Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$ suy ra a. đúng

b) Khi $m=-1$ ta có $f(x)=3$ hàm số không đổi suy ra b. sai

c) Khi $m=2$ ta có $f(x)=3x^2+6x+3$ hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$

suy ra sai

d) Xét $a=m^2-1=0\Leftrightarrow m=\pm 1$.

Nếu $m=-1$ thì $f(x)=3$

Nếu $m=1$ thì $f(x)=4x+3$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$

Xét $a=m^2-1\neq 0\Leftrightarrow m\neq\pm 1$.

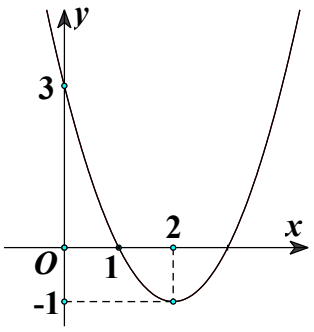
Nếu $a=m^2-1<0\Leftrightarrow m\in(-1;1)$ thì hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;\dfrac{-1}{m-1}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{-1}{m-1};+\infty\right)$

Nếu $(m^2-1)>0\Leftrightarrow m\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$ thì hàm số đồng biến trên $\left(\dfrac{-1}{m-1};+\infty\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{-1}{m-1}\right)$ suy ra để hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$ ta cần có điều kiện là

$$(-2;+\infty)\subset\left(\frac{-1}{m-1};+\infty\right)\Leftrightarrow\frac{-1}{m-1}\leq -2\Leftrightarrow\frac{1}{m-1}\geq 2\Leftrightarrow 1<m\leq\frac{3}{2}$$

Kết luận: Có duy nhất một giá trị nguyên $m=1$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) có đỉnh $I(2;-1)$

b) Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;3)$ và cắt trục hoành tại điểm có tọa đô $\left(\frac{5}{2};0\right)$

c) có trục đối xứng $x=2$

d) Phương trình của đồ thị là $y=f(x)=x^2-4x+3$

Lời giải

a) Đúng

b) Sai vì theo tính chất đối xứng của đồ thị cắt trục hoành tại 2 điểm có hoành độ $x=1$ và $x=3$

c) Đúng

d) Đúng. Từ đồ thị ta có hệ $\begin{cases} a+b+3=0 \\ 4a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-4 \end{cases}$.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases} 3x-2 khi x\geq 2 \\ 4-\left(m^2-1\right)x khi 0<x<2 \\ \frac{x-3}{x-1} khi x\leq 0 \end{cases}$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số đã cho luôn đồng biến trên $(2;+\infty)$.

b) Hàm số đã cho nghịch biến trên $(0;3)$

c) Có 3 giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên $(0;2)$

d) Khi $m\in[-3;-1]$ thì $f(m)<f(m+2)$

Lời giải

a) Đúng. Với $m \in (2;+\infty)$ thì $f(x)=3x-2$ có hệ số $a>0$ nên hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.

b) Sai. Với $0<m<2$ thì $f(x)=4-x$ nghịch biến, với $2<m<3$ thì $f(x)=3x-2$ đồng biến nên hàm số đã cho không nghịch biến trên $(0;3)$.

c) Sai. Hàm số nghịch biến trên $(0;2)$ khi $m^2-1>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-1 \end{array}\right.$ nên có vô số giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu.

d) Sai. Khi $m<0$ thì $f(x)=\dfrac{x-3}{x-1}$ là hàm số đồng biến. Tuy nhiên $m \in [-3;-1]$ thì $m+2 \in [-1;1]$ nên $f(m)<f(m+2)$ sai.

Câu 31: Cho hàm số $y=\sqrt{x^2+2}$.

a) Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

b) Điểm $M(\sqrt{7};3)$ thuộc đồ thị hàm số $y=f(x)$.

c) Hàm số cắt trục tung tại $I(0;\sqrt{2})$.

d) Hàm nghịch biến trên khoảng $\mathbb{R}$.

Lời giải

a) Đúng.

Điều kiện: $x^2+2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

b) Đúng.

Ta có $f(\sqrt{7})=\sqrt{7+2}=3$ nên điểm $M(\sqrt{7};3)$ thuộc đồ thị hàm số $y=f(x)$.

c) Đúng.

Ta có $f(0)=\sqrt{0^2+2}=\sqrt{2} \Rightarrow$ Hàm số cắt trục hoành tại $I(0;\sqrt{2})$.

d) Sai.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Với mọi $x_1, x_2 \in D$ và $x_1<x_2$.

Ta có $f(x_1)-f(x_2)=\sqrt{x_1^2+2}-\sqrt{x_2^2+2}=\dfrac{x_1^2-x_2^2}{\sqrt{x_1^2+2}+\sqrt{x_2^2+2}}$.

Suy ra $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{x_1+x_2}{\sqrt{x_1^2+2}+\sqrt{x_2^2+2}}$.

Nếu $x_1<x_2<0$ thì $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{x_1+x_2}{\sqrt{x_1^2+2}+\sqrt{x_2^2+2}}<0$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

Nếu $0<x_1<x_2$ thì $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{x_1+x_2}{\sqrt{x_1^2+2}+\sqrt{x_2^2+2}}>0$

Vậy hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 32: Cho hàm số bậc hai $y=-x^2+4x+1-4m$ có đồ thị là Parabol (P_m).

a) Hàm số có trục đối xứng $x=2$.

b) Khi $m=1$ hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

c) Đường thẳng $d:y=2x$ cắt đồ thị (P_m) tại hai điểm phân biệt khi $m<\frac{1}{2}$.

d) Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-3;-1]$, $M=8$ khi $m=-3$.

Lời giải

a) Đúng.

Ta có $-\frac{b}{2a}=2\Rightarrow x=2$ là trục đối xứng của hàm số bậc hai.

b) Sai.

Với $m=1$ ta có $y=-x^2+4x-3$

Tập xác định $D=R$

$$-\frac{b}{2a}=2;-\frac{\Delta}{4a}=1$$

Vì $a=-1<0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$

c) Đúng.

Hoành độ giao điểm của đường thẳng $d:y=2x$ và đồ thị (P_m) là nghiệm của phương trình: $-x^2+4x+1-4m=2x\Leftrightarrow x^2-2x+4m-1=0$

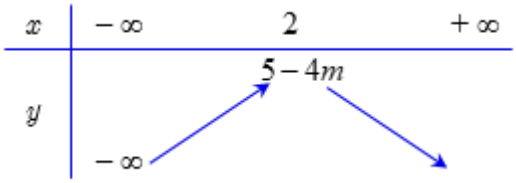
Đường thẳng $d:y=2x$ cắt đồ thị (P_m) tại hai điểm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' = 2 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$.

d) Đúng.

Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta thấy

$M = \max\limits_{[-3;-1]} y = y(-1) = -4 - 4m = 8 \Leftrightarrow m = -3$.

Câu 33: Bảng giá cước gọi quốc tế của công ty viễn thông A được cho bởi bảng sau

Thời gian gọi (phút)	Giá cước điện thoại (đồng/phút)
Không quá 8 phút	6500
Từ phút thứ 9 đến phút thứ 15	6000
Từ phút thứ 16 đến phút thứ 25	5500
Từ phút 26 trở đi	5000

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Bảng giá cước trên là một hàm số với tập xác định R.

b) Số tiền cước phải trả khi thực hiện cuộc gọi quốc tế 7 phút là 6 500 đồng.

c) Số tiền cước phải trả khi thực hiện cuộc gọi quốc tế 9 phút là 12 500 đồng.

d) Số tiền cước phải trả khi thực hiện cuộc gọi quốc tế 12 phút là 76 000 đồng.

Lời giải

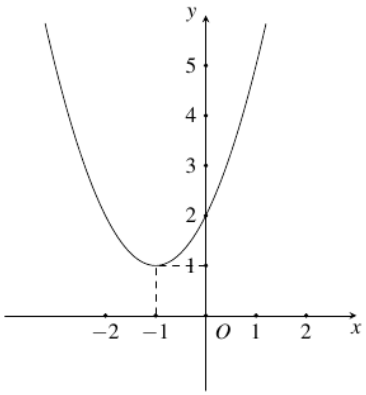
a) Sai. Vì tập xác định của hàm số là $(0;+\infty)$.

b) Sai. Vì số tiền cước phải trả khi thực hiện cuộc gọi quốc tế 7 phút là $7.6500 = 45500$ đồng.

c) Sai. Vì số tiền cước phải trả khi thực hiện cuộc gọi quốc tế 9 phút là $8.6500 + 6000 = 58000$ đồng.

d) Đúng. Vì số tiền cước phải trả khi thực hiện cuộc gọi quốc tế 12 phút là $8.6500 + 4.6000 = 76000$ đồng.

Câu 34: Cho hàm số bậc hai có đồ thị (P) như hình bên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Tọa độ đỉnh (P) là $(-1;1)$.

b) Trục đối xứng của (P) là $x=-1$.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

d) Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;8)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta có

a) Đúng. Tọa độ đỉnh (P) là $(-1;1)$.

b) Đúng. Trục đối xứng của (P) là $x=-1$.

c) Sai. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

d) Sai. Do (P) có đỉnh $(-1;1)$ nên hàm số có dạng $y=a(x+1)^2+1$.

Đồ thị đi qua điểm $(0;2)$ nên $a(0+1)^2+1=2\Rightarrow a=1$.

Suy ra hàm số $y=x^2+2x+2$. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;10)$.

Câu 35: Cho hàm số $y=x^2-6x+5$.

a) Đồ thị của hàm số đã cho có toạ độ đỉnh $I(3;4)$.

b) Đồ thị của hàm số đã cho có trục đối xứng là $x=3$.

c) Giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là $A(2;0)$ và $B(4;0)$.

d) Giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0;5)$.

Lời giải

a) Gọi I là đỉnh của đồ thị hàm số đã cho thì $x_I=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{-6}{2.1}=3$ và $y_I=-\dfrac{\Delta}{4a}=-4$ nên a) là mệnh đề sai.

b) Trục đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-6}{2.1}=3$ nên b) là mệnh đề đúng.

c) Xét $x^2-6x+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=5\\x=1\end{array}\right.$ nên đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại hai điểm $A(5;0)$ và $B(1;0)$ nên c) là mệnh đề sai.

d) Khi $x=0$ thì $y=5$ nên giao điểm của đồ thị với trục tung là $C(0;5)$; d) là mệnh đề đúng.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)=\frac{x^2+2x-1}{x+1}$ với $x\neq -1$. Khi đó:

a) $f(2)=\frac{7}{3}$.

b) Đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm $I(0;-1)$.

c) $f(x)=-1$ khi $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Lời giải

a) Đúng

Ta có: $f(2)=\frac{7}{3}$.

b) Đúng

Vì đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung nên $x=0\Rightarrow y=-1$.

c) Sai

$$f(x)=-1\Rightarrow\frac{x^2+2x-1}{x+1}=-1\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x\neq -1\\x^2+2x-1=-x-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x\neq -1\\x^2+3x=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-3\end{array}\right.$$

d) Sai

Xét hàm số $y=f(x)=\frac{x^2+2x-1}{x+1}=x+1-\frac{2}{x+1}$ trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Lấy $x_1,x_2\in(-1;+\infty)$, sao cho $x_1<x_2$,

Ta có: $T=f(x_2)-f(x_1)=x_2+1-\frac{2}{x_2+1}-\left(x_1+1-\frac{2}{x_1+1}\right)=(x_2-x_1)+\frac{2(x_2-x_1)}{(x_1+1)(x_2+1)}$

Ta có $x_2-x_1>0;x_1+1>0;x_2+1>0$ do đó $T>0$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 37: Cho hàm số $y=-x^2+6x-5$.

a) Giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung tại điểm có tung độ bằng -5.

b) Đỉnh của đồ thị hàm số đã cho là $I(2;3)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3.

d) Đường thẳng $d: y=4x-m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại 2 điểm phân biệt khi $m>4$

Lời giải

a) Đúng

Toạ độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung tại điểm $A(0;-5)$.

b) Sai

Đỉnh của đồ thị hàm số là điểm $I\left(\frac{-b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)=I(3;4)$.

c) Sai

Xét hàm số $y=f(x)=-x^2+6x-5$, có $a<0$ nên giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^2+6x-5$ là $y=f\left(-\frac{b}{2a}\right)=f(3)=4$.

d) Đúng

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị (P) là:

$-x^2+6x-5=4x-m \Leftrightarrow x^2-2x+5-m=0 \quad (1)$

Vậy đường thẳng $d: y=4x-m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (1) \Leftrightarrow \Delta'=1-5+m>0 \Leftrightarrow m>4$.

Câu 38: Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị (C).

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mệnh đề 1 Điểm $M(0;1)$ thuộc đồ thị hàm số

b) Mệnh đề 2 Tập xác định là R

c) Mệnh đề 3 Tập xác định là $(-\infty;+\infty)$

d) Mệnh đề 4 Hàm số đi qua điểm $N(1;-2)$

Lời giải

a) Sai vì $y(0)=0$

b) Đúng

c) Đúng.

d) Đúng vì $y(1)=-2$

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x-1}{x-2}$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mệnh đề 1 Tập xác định là $\mathbb{R}$

b) Mệnh đề 2 Tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{2\}$

c) Mệnh đề 3 Tập xác định là $D=(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$

d) Mệnh đề 4 Tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

Lời giải

Điều kiện: $x-2\neq 0\Leftrightarrow x\neq 2$

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ hoặc $D=(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Sai

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-1}+2 khi x\geq 1\\ \dfrac{x^2-4}{x+1} khi x<1\end{cases}$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mệnh đề 1 Hàm số xác định tại giá trị $x=2$

b) Mệnh đề 2 Điểm $A\left(1;-\dfrac{3}{2}\right)$ thuộc đồ thị hàm số

c) Mệnh đề 3 Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$

d) Mệnh đề 4 Giá trị biểu thức $f(0)+f(2)=-1$

Lời giải

a) Đúng. Với $x\geq 1$ thì hàm số $f(x)=\sqrt{x-1}+2$ xác định nên hàm số xác định tại $x=2$.

b) Sai. Ta có $f(1)=\sqrt{1-1}+2=2$ nên điểm $A\left(1;-\dfrac{3}{2}\right)$ không thuộc đồ thị hàm số.

c) Sai. Với $x<1$ hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-4}{x+1}$ không xác định tại $x=-1$.

d) Đúng. $f(0)=\dfrac{0-4}{0+1}=-4, f(2)=\sqrt{2-1}+2=3$. Do đó $f(0)+f(2)=-1$.

Câu 41: Cho Cho hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{2}{x-1}, x\in(-\infty;0)\\ \sqrt{x+1}, x\in[0;2]\\ x^2-1, x\in 2;5\end{cases}$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mệnh đề 1 Tập xác định của hàm số là R

b) Mệnh đề 2 Điểm $A(0;2)$ thuộc đồ thị hàm số

c) Mệnh đề 3 Giá trị $f(4)=15$

d) Mệnh đề 4 Giá trị $f(0)+f(-1)=0$

Lời giải

a) Sai: Tập xác định của hàm số là $-\infty;5$.

b) Sai: Vì khi $x=0\Rightarrow f(0)=\sqrt{0+1}=1$.

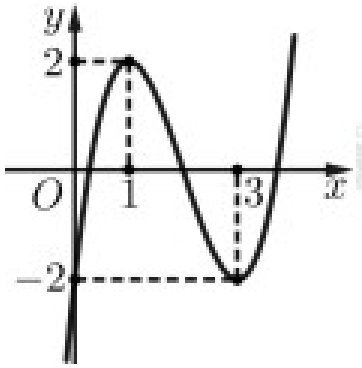
c) Đúng: Vì khi $x=4\Rightarrow f(4)=4^2-1=15$.

d) Đúng: Với $x=0$ ta có $f(0)=\sqrt{0+1}=1$

Với $x=-1$ ta có $f(-1)=-1$

Vậy $f(0)+f(-1)=0$.

Câu 42: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;0)$

b) Đồ thị hàm số đi qua điểm $B(3;-2)$

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $C(2;-2)$

d) Đồ thị hàm số đi qua điểm $D(1;2)$

Lời giải

a) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;0)$ là mệnh đề sai.

b) Đồ thị hàm số đi qua điểm $B(3;-2)$ là mệnh đề đúng.

c) Đồ thị hàm số đi qua điểm $C(2;-2)$ là mệnh đề sai.

d) Đồ thị hàm số đi qua điểm $D(1;2)$ là mệnh đề đúng.

Câu 43: Cho hàm số $y=\frac{-1}{2}x+3$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điểm $A(2;2)$ thuộc đồ thị hàm số.

b) Điểm $B(2024;-1009)$ thuộc đồ thị hàm số.

c) Hàm số đi qua điểm $C(0;-3)$.

d) Hàm số đi qua điểm $D(6;0)$.

Lời giải

a) Thay điểm $A(2;2)$ vào hàm số ta được: $2=\frac{-1}{2}.2+3$

Do đó điểm $A(2;2)$ thuộc đồ thị hàm số.

Vậy mệnh đề này đúng.

b) Thay điểm $B(2024;-1009)$ vào hàm số ta được: $-1009=\frac{-1}{2}.(2024)+3$

Do đó điểm $B(2024;-1009)$ thuộc đồ thị hàm số.

Vậy mệnh đề này đúng.

c) Thay điểm $C(0;-3)$ vào hàm số ta được: $-3=\frac{-1}{2}.0+3$

Do đó điểm $C(0;-3)$ không thuộc đồ thị hàm số.

Vậy mệnh đề hàm số đi qua điểm $C(0;-3)$ là mệnh đề sai.

d) Thay điểm $D(6;0)$ vào hàm số ta được: $0=\frac{-1}{2}.6+3$

Do đó điểm $D(6;0)$ thuộc đồ thị hàm số.

Vậy mệnh đề hàm số đi qua điểm $D(6;0)$ là mệnh đề đúng.

Câu 44: Cho hàm số $y=-2x+1$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mệnh đề 1 Hàm số đã cho đồng biến trên trên $(0;+\infty)$

b) Mệnh đề 2 Hàm số đã cho nghịch biến trên R.

c) Mệnh đề 3 Đồ thị của hàm số là 1 đường thẳng đi lên theo hướng từ trái sang phải.

d) Mệnh đề 4 Đồ thị hàm số luôn cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;1)$

Lời giải

Hàm số $y=-2x+1$ có hệ số $a=-2<0$ nên nghịch biến trên R, đồ thị của nó là một đường thẳng hướng xuống từ trái sang phải, đồ thị luôn cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;1)$, nên

a. Mệnh đề 1: sai

b. Mệnh đề 2: đúng

c. Mệnh đề 3: đúng

d. Mệnh đề 4: đúng.

Câu 45: Cho hàm số $y=1+2x$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mệnh đề 1 Đồ thị hàm số không cắt trục hoành

b) Mệnh đề 2 Đồ thị hàm số cắt trục tung tại một điểm

c) Mệnh đề 3 Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là một giá trị dương

d) Mệnh đề 4 Đồ thị hàm số giao với trục tung tại điểm có tung độ bé hơn 1.

Lời giải

Ta có đồ thị hàm số $y=1+2x$ cắt trục hoành tại điểm có tọa độ là $\left(-\frac{1}{2};0\right)$ và cắt trục tung tại điểm có tọa độ là $(0;1)$ suy ra

Mệnh đề 1 sai

Mệnh đề 2 đúng

Mệnh đề 3 sai

Mệnh đề 4 sai

Câu 46: Cho hàm số $y=-x^2+2x+3$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tập xác định của hàm số là D = $\mathbb{R}$.

b) Tọa độ đỉnh $I(1;2)$

c) Đồ thị hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x=2$

d) Đồ thị hàm số là Parabol có bề lõm hướng xuống dưới

Lời giải

Hàm số: $y=-x^2+2x+3;(a=-1,b=2,c=3)$;

a: Đúng. Tập xác định của hàm số là D = $\mathbb{R}$.

b: Sai vì: Tọa độ đỉnh $x_I=-\dfrac{b}{2a}=1; y_I=-1^2+2.1+3=4\Rightarrow I(1;4)$

c: Sai vì: Đồ thị hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x=1$.

d: Đúng vì $a=-1<0$ nên đồ thị hàm số là Parabol có bề lõm hướng xuống dưới

Câu 47: Cho hàm số bậc hai $y=2x^2-4x+c$ có đồ thị là một parabol (P). Biết (P) đi qua điểm $M(0;1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trục đối xứng là đường thẳng $x=-1$.

b) $c>0$.

c) (P) đi qua $A(1;-1)$.

d) (P) có bề lõm quay xuống dưới.

Lời giải

Mệnh đề 1 sai vì trục đối xứng là đường thẳng $x=1$.

Mệnh đề 2 đúng vì (P) đi qua điểm $M(0;1)$ nên $c=1$.

Mệnh đề 3 đúng vì (P) là đồ thị hàm số $y=2x^2-4x+1$ nên đi qua điểm $A(1;-1)$.

Mệnh đề 4 sai vì $a=2>0$ nên (P) có bề lõm quay lên trên.

Câu 48: Cho hàm số $y=x^2-4x+3$. Xác định tính đúng sai của các khẳng định sau

a) Trên khoảng $(-\infty;1)$ hàm số đồng biến.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

c) Trên khoảng $(3;+\infty)$ hàm số nghịch biến.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4;+\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty;4)$.

Lời giải

Hàm số $y=x^2-4x+3$ có $a=1>0$ Khi $a>0$, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a};+\infty\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{b}{2a}\right)$.

Vì vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$

a),c),d) sai

b)đúng

Câu 49: Trong mặt phẳng tọa độ cho đồ thị $(P):y=2x^2-3x+2$ và $(d):y=x+2$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mệnh đề 1 Parabol (P) và đường thẳng (d) không giao nhau.

b) Mệnh đề 2 Số giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) là 2.

c) Mệnh đề 3 Hoành độ giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) lần lượt là $x=2$ và $x=0$.

d) Mệnh đề 4 Tọa độ giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d) lần lượt là $A(0;2)$ và $B(2;0)$.

Lời giải

Ta có: Phương trình hoành độ giao điểm của Parabol $(P):y=2x^2-3x+2$ và đường thẳng $(d):y=x+2$ là:

$2x^2-3x+2=x+2\Leftrightarrow 2x^2-4x=0$ có hai nghiệm phân biệt $x=2$ hay $x=0$.

Suy ra: Parabol (P) và đường thẳng (d) giao nhau tại hai điểm phân biệt có toạ độ lần lượt là $A(0;2)$ và $B(2;4)$

Do đó ta có:

Mệnh đề 1 sai.

Mệnh đề 2 đúng.

Mệnh đề 3 đúng.

Mệnh đề 4 sai.

Câu 50: Cho hàm số $y=\sqrt{3-2x}$ có tập xác định là D.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mệnh đề 1 $D=\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$

b) Mệnh đề 2 $x_0 = 1 \in D$

c) Mệnh đề 3 $(-3;0) \subset D$

d) Mệnh đề 4 $\left(\frac{3}{2};3\right) \cap D = \left\{\frac{3}{2}\right\}$

Lời giải

Mệnh đề 1: Sai vì ta có $3 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{3}{2}$. Suy ra $D = -\infty;\frac{3}{2}$.

Mệnh đề 2: Đúng vì $D = -\infty;\frac{3}{2}$ nên $x_0 = 1 \in D$.

Mệnh đề 3: Đúng vì $(-3;0) \subset -\infty;\frac{3}{2}$.

Mệnh đề 4: Sai vì $\left(\frac{3}{2};3\right) \cap D = \varnothing$.

Câu 51: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x-1}{x^2-6x+5} khi x < 5 \\ \sqrt{x+2} khi x \geq 5 \end{cases}$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mệnh đề 1 Hàm số xác định tại $x = 1$

b) Mệnh đề 2 Hàm số không xác định tại $x = 5$

c) Mệnh đề 3 Hàm số xác định trong nửa khoảng $-2;+\infty)$

d) Mệnh đề 4 Hàm số xác định trong khoảng $(1;3)$

Lời giải

Hàm số có TXĐ: $\mathrm{R} \setminus \{1\}$

a) Mệnh đề 1: Hàm số xác định tại $x = 1$ sai.

b) Mệnh đề 2: Hàm số không xác định tại $x = 5$ sai.

c) Mệnh đề 3: Hàm số xác định trong nửa khoảng $-2;+\infty)$ sai

d) Mệnh đề 4: Hàm số xác định trong khoảng $(1;3)$ đúng.

Câu 52: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{3x+1} - 1 \text{ khi } x \geq 5 \\ 2x - 7 \text{ khi } -2 \leq x < 5 \end{cases}$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mệnh đề 1 $f(8) = 4$

b) Mệnh đề 2 $f(-3)=-13$

c) Mệnh đề 3 Có một giá trị của x để $f(x)=1$

d) Mệnh đề 4 $3f(5)+f(0)=15$

Lời giải

Mệnh đề 1: Đúng vì thay vào biểu thức thứ nhất ta có $f(8)=\sqrt{3.8+1}-1=4$

Mệnh đề 2: Sai vì -3 không thuộc tập xác định của hàm số nên không tồn tại $f(-3)$

Mệnh đề 3: Đúng vì $$f(x)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}x\geq 5\\ \sqrt{3x+1}-1=1\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}-2\leq x<5\\ 2x-7=1\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}x\geq 5\\ x=1\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}-2\leq x<5\\ x=4\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow x=4$$

Mệnh đề 4: Sai vì $3f(5)+f(0)=3\left(\sqrt{3.5+1}-1\right)+(2.0-7)=2$

Câu 53: Cho hàm số $y=f(x)=x^2$ có đồ thị (C) và hàm số $y=g(x)=-2x+3$ có đồ thị là đường thẳng (d).

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điểm $M(-1;1)$ thuộc đồ thị (C).

b) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(1;5)$.

c) Đồ thị hàm số (C) đi qua giao điểm của đường thẳng (d) với trục tung.

d) Điểm $A(1;1)$ và $B(-3;9)$ là hai giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d).

Lời giải

a) Ta có $f(-1)=1$ nên $M(-1;1)\in(C)$.

Vậy mệnh đề đúng.

b) Ta có hàm số $y=f(x)=x^2$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

Lại có $(1;5)\subset(0;+\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $(1;5)$.

Vậy mệnh đề sai.

c) Đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm $N(0;3)$.

Ta có $f(0)=0\Rightarrow N\notin(C)$.

Vậy mệnh đề sai.

d) Ta thấy $A,B\in(C)$ và $A,B\in d$ nên A,B là hai giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d).

Vậy mệnh đề đúng.

Câu 54: Cho hàm số $y=\frac{2}{3}x-3$ có đồ thị là đường thẳng d.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;-1)$.

b) Đường thẳng d đi qua điểm $A(5;y_0)$ thì y_0 là một số nguyên.

c) Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0;y_0)$ thì $2x_0-3y_0=9$.

d) Đường thẳng d đi qua điểm M là giao điểm của đường thẳng $y=2x-3$ với trục tung.

Lời giải

a) Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;-1)\Leftrightarrow -1=\frac{2}{3}.1-3\Leftrightarrow -1=-\frac{7}{3}$.

Vậy mệnh đề a sai.

b) Đường thẳng d có đi qua điểm có hoành độ bằng 5 $\Rightarrow y=\frac{2}{3}.5-3=\frac{1}{3}\notin Z$.

Vậy mệnh đề b sai.

c) Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0;y_0)$ thì $y_0=\frac{2}{3}x_0-3\Leftrightarrow 2x_0-3y_0=9$.

Vậy mệnh đề c đúng.

d) Giao điểm của đường thẳng $y=2x-3$ với trục tung là $B(0;-3)$.

Ta có $B(0;-3)\in d$. Vậy khẳng định d đúng.

Câu 65: Cho hàm số $y=(m^2-1)x+(m-1)$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Với $m=3$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Với $m=-2$ đồ thị hàm số là đường thẳng đi lên từ trái qua phải.

c) Có ba giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

d) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $m\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$

Lời giải

a. Khi $m=3$ hàm số trở thành $y=8x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Suy ra mệnh đề **đúng.**

b. Khi $m=-2$ hàm số trở thành $y=3x-3$ đồng biến trên R nên đồ thị hàm số là đường đi lên từ trái qua phải. Suy ra mệnh đề **đúng.**

c. Hàm số nghịch biến trên R khi $m^2-1<0\Leftrightarrow -1<m<1$ mà m nhận giá trị nguyên nên chỉ có 1 giá trị $m=0$. Suy ra mệnh đề **sai.**

d. Hàm số đồng biến trên R khi $m^2-1>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>1 \end{array}\right. \Leftrightarrow m\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. Suy ra mệnh đề **đúng.**

Câu 56: Cho hàm số $y=-x+3$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mệnh đề 1 Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(-3;0)$.

b) Mệnh đề 2 Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $B(0;3)$.

c) Mệnh đề 3 Đồ thị hàm số cùng với hai trục toạ độ tạo thành tam giác vuông cân.

d) Mệnh đề 4 Đồ thị hàm số cùng với hai trục toạ độ tạo thành tam giác có diện tích bằng 9.

Lời giải

a. Thay $A(-3;0)$ vào hàm số $y=-x+3$ ta được: $0=6$. Suy ra mệnh đề **sai**.

b. Thay $B(0;3)$ vào hàm số $y=-x+3$ ta được: $3=3$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c. Đồ thị hàm số cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại điểm điểm $M(3;0)$ và $B(0;3)$ nên $OM=OB=3$ .Vậy ΔMOB vuông cân tại O. Suy ra mệnh đề **đúng**.

d. Diện tích tam giác MOB là: $S=\frac{1}{2}.OM.OB=\frac{1}{2}.3.3=\frac{9}{2}$. Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 57: Cho hàm số $f(x)=-3x^2+x+2.$ Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số luôn nghịch biến trên R

b) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;-8)$

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$

d) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\frac{25}{12}$

Lời giải

a. Mệnh đề **Sai** vì hàm số bậc hai không thể đồng biến hoặc nghịch biến trên R.

b.Mệnh đề **Đúng** vì $f(2)=-3.2^2+2+2=-8.$

c. Mệnh đề **Sai** vì hàm số $f(x)=-3x^2+x+2$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{6}\right)$ mà $(0;2)\not\subset\left(-\infty;\frac{1}{6}\right)$.

. Mệnh đề **Đúng** vì hàm số $f(x)=-3x^2+x+2$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=\frac{1}{6}$ và d

$f\left(\frac{1}{6}\right)=-3\left(\frac{1}{6}\right)^2+\frac{1}{6}+2=\frac{25}{12}$ nên giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\frac{25}{12}$.

Câu 58: Cho hàm số bậc hai $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị là (P). Biết (P) đi qua $A(-1;1)$ và có đỉnh $I(1;-3)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $a+b+c=-3$

b) $b=2a$

c) $a-2b+3c=-1$

d) (P) đi qua điểm $B(4;6)$

Lời giải

Vì (P) có đỉnh $I(1;-3)$ nên ta có: $\begin{cases}a+b+c=-3\\-\frac{b}{2a}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c=-3\\b=-2a\end{cases}$

Suy ra câu a đúng và câu b sai.

Vì (P) đi qua $A(-1;1)$ nên ta có: $a-b+c=1$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases}a+b+c=-1\\2a+b=0\\a-b+c=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-2\\c=-2\end{cases}$

$\Rightarrow a-2b+3c=-1\Rightarrow$ Câu c đúng

Ta có: $(P):y=x^2-2x-2$

Ta thấy: $B\in(P)$.

Do đó, câu d đúng.

Câu 59: Cho hàm số $y=(m-7)x+2$ có đồ thị là (d) (m là tham số thực). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số đã cho là hàm số nhất $\Leftrightarrow m\neq 7$

b) (d) luôn đi qua điểm $A(0;2)$ với mọi m.

c) Khi $m=6$ thì (d) tạo với hai trục tọa độ Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4.

d) Chỉ có đúng 6 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số đã cho là hàm số nghịch biến.

Lời giải

Hàm số đã cho là hàm số bậc nhất $\Leftrightarrow m-7\neq 0\Leftrightarrow m\neq 7$

Suy ra câu a đúng.

Giả sử $A\in(d)\Leftrightarrow 2=(m-7).0+2$

Suy ra câu b đúng.

Khi $m=6\Rightarrow (d):y=-x+2$

Gọi A,B lần lượt là giao điểm của (d) và $Ox,Oy\Rightarrow A(2;0),B(0;2)$

Nhận xét: ΔOAB vuông tại O $\Rightarrow S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}OA.OB=2$.

Suy ra câu c sai.

Hàm số đã cho là hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow m-7<0\Leftrightarrow m<7$

Mà m là số nguyên dương nên $m\in\{1;2;3;4;5;6\}$.

Suy ra câu d đúng.

Câu 60: Cho hàm số bậc hai $y=f(x)=-(x-a)(x-b)$ có đồ thị là (P) $(a<b)$. Biết (P) có đỉnh $I(1;4)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $a+2b=1$.

b) Đường thẳng $(d):y=x+1$ luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

c) $f(x)>0\forall x\in(-1;2)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $\left[-\dfrac{1}{2};2\right]$ là $\dfrac{7}{4}$.

Lời giải

Ta có: $(P):y=-x^2+(a+b)x-ab$

Vì (P) có đỉnh $I(1;4)$ nên ta có: $\begin{cases}4=-1+(a+b)-ab\\ \dfrac{a+b}{2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}ab=-3\\ a+b=2\end{cases}$

$$\Rightarrow a(2-a)=-3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1 \Rightarrow b=3\,(N) \\ a=3 \Rightarrow b=-1\,(L) \end{array}\right.$$

$\Rightarrow a+2b=5$

Suy ra câu a sai.

+ Ta có: $(P): y=-(x+1)(x-3)=-x^2+2x+3$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$-x^2+2x+3=x+1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$$

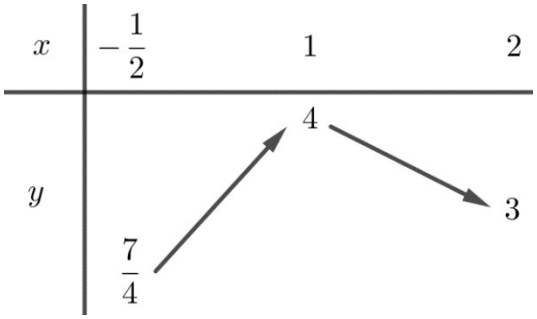
Suy ra câu b đúng.

+ Ta có: $f(x)>0 \Leftrightarrow -(x+1)(x-3)>0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3)<0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x+1>0 \\ x-3<0 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x+1<0 \\ x-3>0 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x>-1 \\ x<3 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x<-1 \\ x>3 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow -1<x<3$$

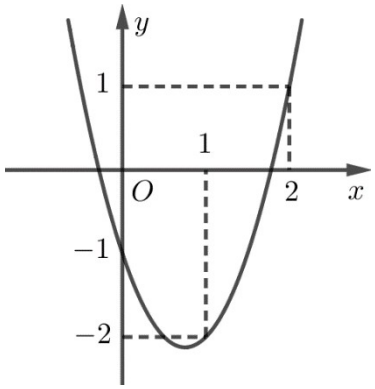
Suy ra câu c đúng.

+ Vì $(P): y=-x^2+2x+3$ có đỉnh $I(1;4)$ và bề lõm quay xuống nên ta có bảng biến thiên sau:



Dựa vào bảng biến thiên suy ra câu d đúng.

Câu 61: Cho hàm số bậc hai $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $a>0$

b) $c > 0$

c) $a - 2b + c = 7$

d) $a - b^2 + c^3 = 10$

Lời giải

Vì bề lõm của parabol quay lên nên $a > 0 \Rightarrow$ Câu a đúng.

Khi $x = 0$ thì $y = -1 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow$ Câu b sai.

Khi $x = 1$ thì $y = -2 \Rightarrow a + b + c = -2$

Khi $x = 2$ thì $y = 1 \Rightarrow 4a + 2b + c = 1$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} c = -1 \\ a + b + c = -2 \\ 4a + 2b + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = -1 \end{cases}$

Suy ra: $a - 2b + c = 7$ và $a - b^2 + c^3 = -8$

Do đó, câu c đúng và câu d sai.

Câu 62: Cho hàm số $y = -x^2 + 2mx + 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mệnh đề 1 Với $m = 1$ hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$

b) Mệnh đề 2 Với $m = -2$ hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$

c) Mệnh đề 3 Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 3)$ khi và chỉ khi $m = 3$.

d) Mệnh đề 4 Có 4 giá trị nguyên dương của m để hàm số nghịch biến $(5; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $a = -1 < 0; -\dfrac{b}{2a} = m$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; m)$, nghịch biến trên khoảng $(m; +\infty)$.

a) Với $m = 1$ hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ nên a đúng.

b) Với $m = -2$ hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ b sai.

c) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 3)$ khi và chỉ khi $(-\infty; 3) \subset (-\infty; m) \Leftrightarrow m \geq 3$ nên c sai.

d) Hàm số nghịch biến $(5; +\infty)$ khi và chỉ khi $(5; +\infty) \subset (m; +\infty) \Leftrightarrow m \leq 5$ mà do m nguyên dương nên $m \in \{1,; 2; 3; 4; 5\}$ nên có 5 giá trị m thỏa mãn nên d sai.

Câu 63: Cho hàm số $y = x^2 + 2mx + 4$ có đồ thị (P).

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mệnh đề 1 Với $m = 1$ đồ thị (P) không cắt trục hoành.

b) Mệnh đề 2 Với $m = -2$ đồ thị (P) tiếp xúc trục hoành.

c) Mệnh đề 3 Với $m = \frac{7}{2}$ đồ thị (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

d) Mệnh đề 4 Với $m = -\frac{5}{2}$ đồ thị (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B. Khi đó độ dài đoạn thẳng $AB = 4$.

Lời giải

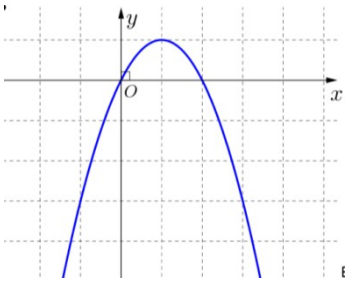
a) Với $m = 1 \Rightarrow y = x^2 + 2x + 4$ ta có đồ thị $(P): y = x^2 + 2x + 4$ không cắt trục hoành vì phương trình $y = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 4 = 0$ vô nghiệm do $\Delta' = -3 < 0$. Mệnh đề đúng.

b) Với $m = -2 \Rightarrow y = x^2 - 4x + 4$ ta có đồ thị $(P): y = x^2 - 4x + 4$ tiếp xúc trục hoành vì phương trình $y = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0$ có nghiệm kép $x = 2$. Mệnh đề đúng.

c) Với $m = \frac{7}{2} \Rightarrow y = x^2 + 7x + 4$ ta có đồ thị $(P): y = x^2 + 7x + 4$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt vì phương trình $y = 0 \Leftrightarrow x^2 + 7x + 4 = 0$ có hai nghiệm do $\Delta = 33 > 0$. Mệnh đề đúng.

d) Với $m = -\frac{5}{2} \Rightarrow y = x^2 - 5x + 4$ ta có phương trình $y = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 4 \end{array}\right.$ có hai nghiệm phân biệt nên đồ thị $(P): y = x^2 - 5x + 4$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt $A(1;0)$ và $B(4;0)$. Khi đó độ dài đoạn thẳng $AB = \sqrt{(4-1)^2} = 3$. Mệnh đề sai.

Câu 64: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị dạng parabol như hình bên dưới.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Parabol trên là đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 2x$.

b) Khoảng nghịch biến của hàm số $f(x)$ là $(-\infty;2)$

c) Tập nghiệm của bất phương trình $f(x)\ge 0$ là $S=(0;2)$.

d) $f(x)<0,\forall x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$

Lời giải

Giả sử $y=f(x)=ax^2+bx+c(a\ne 0)$.

Dựa vào đồ thị đề bài cho suy ra $\begin{cases} c=0 \\ a+b+c=1 \\ 4a+2b+c=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=0. \end{cases}$

Do đó $y=-x^2+2x$. Vậy mệnh đề a) đúng

Dựa vào đồ thị ta thấy trên $(-\infty;1)$ đồ thị lên từ trái sang phải nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$, trên $(1;+\infty)$ đồ thị xuống từ trái sang phải nên hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Vậy mệnh đề b) sai

Dựa vào đồ thị suy ra tập nghiệm của bất phương trình $f(x)\ge 0$ là $S=[0;2]$.

Vậy mệnh đề c) sai

Trên khoảng $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$, đồ thị hàm số $f(x)$ nằm phía dưới trục Ox nên $f(x)<0$.

Vậy mệnh đề d) đúng

Câu 65: Cho hàm số $y=(m+5)x+2m-10$.

a) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;3)$ khi và chỉ khi $m=\dfrac{3}{4}$.

b) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 9 khi và chỉ khi $m=3$.

c) Có 2 giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 4.

d) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $M(-2;-20)$ với mọi giá trị của m.

Lời giải

a) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;3)\Rightarrow 3=2(m+5)+2m-10\Leftrightarrow m=\dfrac{3}{4}$. Vậy **a) ĐÚNG**

b) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 9 $\Rightarrow 9=2m-10\Leftrightarrow m=\dfrac{19}{2}$. Vậy **b) SAI**

c) TH1: $m=-5$. Khi đó hàm số trở thành $y=-20$ là đường thẳng song song với trục Ox nên không tạo thành tam giác.

TH2: $m\neq -5$. Khi đó đồ thị hàm số cắt trục Ox tại $A\left(\frac{10-2m}{m+5};0\right)$, cắt trục Oy tại $B(0;2m-10)$.

Tam giác OAB vuông tại O $\Rightarrow S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}.OA.OB\Rightarrow \frac{1}{2}.\left|\frac{10-2m}{m+5}\right|.|2m-10|=4$

$\Leftrightarrow (2m-10)^2=8|m+5|\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4m^2-40m+100=8m+40\\4m^2-40m+100=-8m-40\end{array}\right.\Leftrightarrow m=6\pm\sqrt{21}$.

Vậy **c) SAI**

d) Ta có: $y=(m+5)x+2m-10\Leftrightarrow m(x+2)+(5x-y-10)=0$.

Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm cố định với mọi m $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x+2=0\\5x-y-10=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x=-2\\y=-20\end{array}\right.$.

Vậy điểm cố định có tọa độ là $M(-2;-20)$. Vậy **d) ĐÚNG**

Câu 66: Cho hàm số $y=\frac{m-2}{m+1}x+2m-1$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Với $m>2$, thì hàm số đồng biến trên R

b) Với $m<1$, thì hàm số nghịch biến trên R

c) Có 2 giá trị nguyên của tham số m để hàm số đã cho nghịch biến trên R

d) Có 4 giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2;3]$ bằng 5

Lời giải

a,b. Ta có $\left[\begin{array}{l}m>2\\m<-1\end{array}\right.$ thì $\frac{m-2}{m+1}>0$ nên hàm số đã cho đồng biến trên R. Vậy mệnh đề **a** đúng, mệnh đề **b** sai.

c. Với $-1<m<2$ thì hàm số đã cho nghịch biến trên R, có 2 giá trị nguyên của m là $m=0$ hoặc $m=1$ để hàm số đã cho nghịch biến trên R nên mệnh đề c đúng.

d. Với $\frac{m-2}{m+1}>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>2\\m<-1\end{array}\right.$ thì hàm số đã cho đồng biến trên R

$\underset{\max[-2;3]}{\Rightarrow} y=y(3)=\frac{3(m-2)}{m+1}+2m-1=5\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-1+\sqrt{7}\,(l)\\m=-1-\sqrt{7}\,(tm)\end{array}\right.$

Với $\frac{m-2}{m+1}<0\Leftrightarrow -1<m<2$ thì hàm số đã cho nghịch biến trên R

$\Rightarrow \underset{[-2;3]}{max}\, y=y(-2)=-2\frac{m-2}{m+1}+2m-1=5\Leftrightarrow m=\frac{1\pm\sqrt{17}}{2}(tm)$.

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu nên mệnh đề **d** sai.

Câu 67: Cho hàm số bậc nhất $y=ax+b(a\neq 0)$, có đồ thị là đường thẳng (d). Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

a) Với $a=2,b=1;$ (d) cắt các trục Ox,Oy lần lượt tại $A,B.$ Khi đó diện tích của tam giác OAB bằng $\frac{1}{2}.$

b) Biết (d) đi qua điểm $K(1;-2)$ và cắt đường thẳng $y=2x+1$ tại điểm có hoành độ bằng $6.$ Khi đó tổng $S=a+3b=-12.$

c) Biết (d) đi qua điểm $A(1;3)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $2.$ Khi đó tổng $S=a^2+b=4.$

d) Với $a=1;$ (d) cắt các trục Ox,Oy lần lượt tại $P,Q.$ Khi đó, để diện tích tam giác OPQ bằng 2 thì $b\in\{-2;2\}.$

Lời giải

a) Với $a=2,b=1;$ ta có $d:y=2x+1.$

Khi đó $\begin{cases} d\cap Ox=A\left(-\frac{1}{2};0\right) \\ d\cap Oy=B(0;1)\end{cases}\Rightarrow S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.1=\frac{1}{4}.$ Mệnh đề **sai**.

b) Điểm thuộc đường thẳng $y=2x+1$ có hoành độ bằng 6 là $I(6;13).$

Gọi $d:y=ax+b.$ Ta có $\begin{cases} K(1;-2)\in d \\ I(6;13)\in d\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a+b=-2 \\ 6a+b=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=3 \\ b=-5\end{cases}.$

Vậy $S=a+3b=-12.$ Mệnh đề **đúng**.

c) Đồ thị hàm cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 suy ra đồ thị hàm số đi qua điểm $B(0;2).$

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(1;3)$ và $B(0;2)$ nên ta có

$\begin{cases} 3=a.1+b \\ 2=a.0+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=1 \\ b=2\end{cases}.$ Nên $S=a^2+b=3.$ Mệnh đề **sai**.

d) Với $a=1,$ ta có $d:y=x+b.$

Ta có $\begin{cases} d \cap Ox = P(-b;0), OP = |b| \\ d \cap Oy = Q(0;b), OQ = |b| \end{cases} \Rightarrow S_{\Delta OPQ} = \frac{1}{2} OP.OQ = \frac{1}{2} b^2, b \neq 0.$

$S_{\Delta OPQ} = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} b^2 = 2 \Leftrightarrow b = \pm 2.$ Mệnh đề **đúng**.

Câu 68: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + 2$ với $a \neq 0$, có đồ thị là (P). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Biết (P) đi qua hai điểm $M(1;0)$ và $N(-1;0)$. Khi đó $a + 2024b = -2$;

b) Biết (P) đi qua điểm $E(-1;5)$ và có trục đối xứng là $x = 1$. Khi đó $2a + b = 1$;

c) Biết (P) đi qua điểm $F(-1;6)$ và có tung độ đỉnh bằng $-\frac{1}{4}$. Khi đó $ab = -36$;

d) Biết (P) có đỉnh là điểm $S\left(-1;-\frac{3}{2}\right)$. Khi đó $(2a+b):14$.

Lời giải

a) (P) đi qua hai điểm $M(1;0)$ và $N(-1;0)$ nên ta được

$\begin{cases} a+b+2=0 \\ a-b+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=0 \end{cases} \Rightarrow a + 2024b = -2$. Chọn Đúng.

b) (P) có trục đối xứng là $x = 1 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow 2a + b = 0 \,(1)$

Mặt khác (P) đi qua điểm $E(-1;5)$ nên $a - b + 2 = 5 \Leftrightarrow a - b = 3 \,(2)$

Từ $(1),(2)$ suy ra $a = 1, b = -2$. Do đó $2a + b = 0$. Chọn Sai.

c) (P) đi qua điểm $F(-1;6)$ nên $a - b + 2 = 6 \Leftrightarrow a - b = 4 \Leftrightarrow a = b + 4 \,(3)$

Lại có (P) có tung độ đỉnh bằng $-\frac{1}{4}$ nên

$-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{b^2 - 4ac}{4a} = \frac{1}{4} \Rightarrow b^2 - 8a = a \Rightarrow b^2 - 9a = 0 \,(4)$

Thay (3) vào (4) được $b^2 - 9(b+4) = 0 \Leftrightarrow b^2 - 9b - 36 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = -3 \Rightarrow a = 1 \\ b = 12 \Rightarrow a = 16 \end{array}\right.$

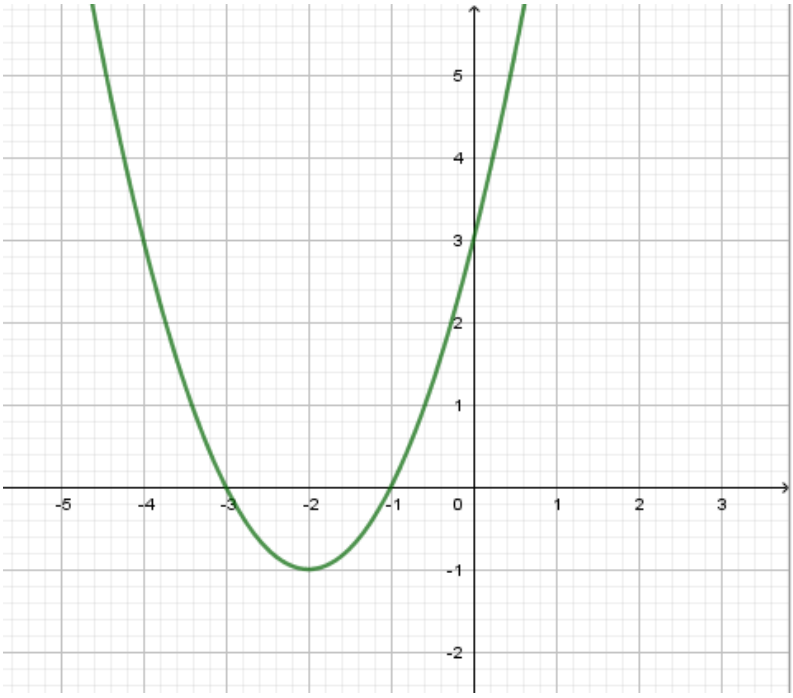
Suy ra $ab = -3$ hoặc $ab = 192$. Chọn Sai.

d) Vì (P) có đỉnh là điểm $S\left(-1;-\frac{3}{2}\right)$ nên hoành độ đỉnh $x = -1 = -\frac{b}{2a} \Rightarrow 2a - b = 0 \,(5)$

Lại có (P) đi qua $S\left(-1;-\frac{3}{2}\right)$ nên $a - b + 2 = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow a - b = -\frac{7}{2} \,(6)$

Từ $(5),(6)$ ta được $a=\frac{7}{2}, b=7 \Rightarrow 2a+b=14$. Chọn Đúng.

Câu 69: Cho hàm số $y=f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ sau đây:



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mệnh đề 1 Với $x \in (-3;-1)$ thì $f(x)<0$.

b) Mệnh đề 2 Ta có $a>0; b>0; c>0$.

c) Mệnh đề 3 Phương trình $|f(x)|=m$ có 4 nghiệm phân biệt với mọi $m>0$.

d) Mệnh đề 4 Phương trình $a.f(x)^2+b.f(x)+c=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Lời giải

a) $f(x)<0$ tương ứng với phần đồ thị hàm số nằm phía dưới trục hoành, tức là $x \in (-3;-1)$. ***Mệnh đề a đúng.***

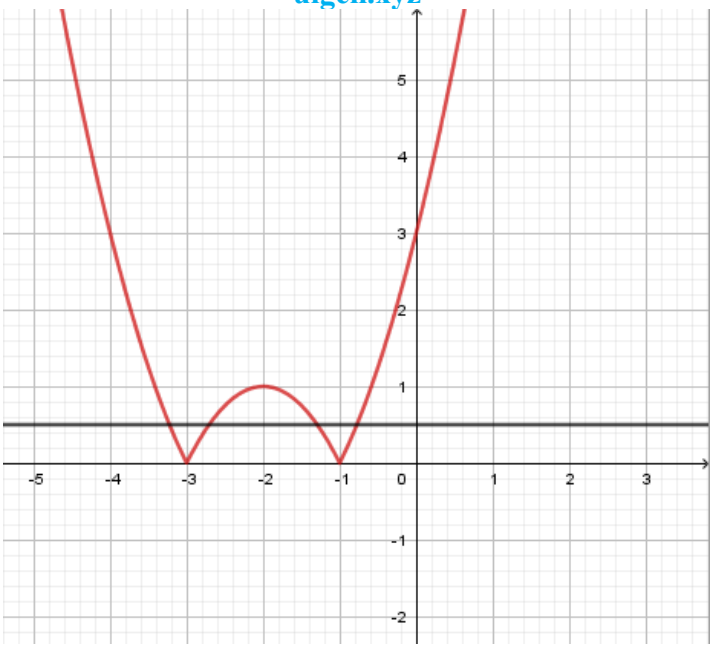
b) Đồ thị của hàm số có bề lõm hướng lên trên, suy ra $a>0$.

Đồ thị của hàm số có trục đối xứng $x=\frac{-b}{2a} \langle 0 \Rightarrow b \rangle 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0;c)$ có tung độ dương, suy ra $c>0$.

Mệnh đề b đúng.

c) Từ đồ thị hàm số $y=f(x) \Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ như sau:



Số nghiệm của phương trình $|f(x)|=m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$.

Căn cứ vào hình vẽ suy ra để phương trình $|f(x)|=m$ có 4 nghiệm phân biệt khi $0<m<1$.

Mệnh đề c sai.

d) $a.f(x)^2+b.f(x)+c=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=-3 \\ f(x)=-1 \end{array}\right.$

Căn cứ vào đồ thị hàm số $y=f(x) \Rightarrow$ phương trình $f(x)=-3$ vô nghiệm, phương trình $f(x)=-1$ có nghiệm duy nhất, suy ra phương trình $a.f(x)^2+b.f(x)+c=0$ có đúng 1 nghiệm.

Mệnh đề d sai.

Câu 70: Cho hàm số $f(x)=|x+m|$. Các mệnh đề sau đúng hay sai

a) Khi $m=-1$, hàm số $g(x)=f(x)+|x+3|$ nghịch biến trên $(-2025;-5)$.

b) Khi $m=-1$, gọi T là tập hợp các giá trị nguyên của x để hàm số $g(x)=f(x)+|x+3|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số phần tử của T là 3.

c) Khi $m=-1$, miền giá trị của hàm số $h(x)=f(x)+2$ trên $[-1;3]$ là $T=[a;b]$, với $a+b=6$.

d) Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=|x+m|$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0;2]$ bằng 3. Tổng tất cả các phần tử của S là 8.

Lời giải

a. Khi $m=-1$, hàm số $g(x)=|x-1|+|x+3|$ trên $(-2025;-5)$ có dạng: $g(x)=-x+1-x-3=-2x-2$ nên hàm số nghịch biến.

Mệnh đề đúng.

b. Khi $m=-1$, hàm số $g(x)=|x-1|+|x+3|=\begin{cases}-2x-2, x<-3\\ 4, -3\le x\le 1\\ 2x+2, x>1\end{cases}$ đạt giá trị nhỏ nhất là 4, khi $x\in[-3;1]$.

Vì nguyên nên có 5 giá trị của x là $-3;-2;-1;0;1$.

Mệnh đề sai.

c. Khi $m=-1$, $f(x)=|x-1|$.

$-2\le x-1\le 2\forall x\in[-1;3]\Leftrightarrow 0\le|x-1|\le 2\forall x\in[-3;1]\Leftrightarrow 2\le|x-1|+2\le 4\forall x\in[-3;1]$. Vậy miền giá trị của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ là $T=[2;4]$. Suy ra $a+b=6$

Mệnh đề đúng.

d. Với $\forall x\in[0;2]$ ta có $m\le x+m\le 2+m$.

Do đó nếu $-m\in[0;2]$ thì $|x+m|$ đạt giá trị nhỏ nhất là 0; nếu $-m\notin[0;2]$ thì $|x+m|$ đạt giá trị nhỏ nhất là $min\{|m|;|2+m|\}$.

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m sao cho $\min\{|m|;|2+m|\}=3$.

Trường hợp 1: $\begin{cases}|m|=3\\ |2+m|\ge 3\end{cases}\Leftrightarrow m=3$.

Trường hợp 2: $\begin{cases}|m|\ge 3\\ |2+m|=3\end{cases}\Leftrightarrow m=-5$.

Do đó giá trị m thỏa mãn bài toán là $m=3$ và $m=-5$. Vậy tổng các giá trị của m là $3-5=-2$.

Mệnh đề sai.

Câu 71: Xác định tính **đúng, sai** của các khẳng định sau

a) Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=mx^2+2(m-1)x+2m+1$ nghịch biến trên $(-1;2)$ là $m\le\frac{1}{6}$.

b) Cho đa thức $f(x)$ hệ số thực và thỏa điều kiện $2f(x)+f(1-x)=x^2,\forall x\in R.$ Hàm số $y=3f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

c) Số giá trị của tham số m sao cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB$ là 2.

d) Cho parabol (P): $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ biết: (P) đi qua $M(4;3)$, (P) cắt Ox tại $N(3;0)$ và Q sao cho ΔINQ có diện tích bằng 1 đồng thời hoành độ điểm Q nhỏ hơn 3. Khi đó hàm số $f(2x-1)$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Ta có $a = m$, $-\frac{b}{2a} = \frac{1-m}{m}$ với $m \neq 0$.

+ Trường hợp $m = 0$: Hàm số đã cho trở thành $y = -2x + 1$, là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên cũng nghịch biến trên $(-1;2)$. Tức $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

+ Trường hợp $m < 0$: Ta có $a = m < 0$ nên hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{1-m}{m}; +\infty\right)$

Do vậy yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \frac{1-m}{m} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{1}{m} \leq 0$, đúng với $m < 0$.

+ Trường hợp $m > 0$: Ta có $a = m > 0$ nên hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; \frac{1-m}{m}\right)$.

Do vậy yêu cầu của bài toán $\frac{1-m}{m} \geq 2 \frac{1-3m}{m} \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{3}$.

Tóm lại: $m \leq \frac{1}{3}$.

b) Từ giả thiết, thay x bởi $x-1$ ta được $2f(1-x) + f(x) = (x-1)^2$.

Khi đó ta có $\begin{cases} 2f(x) + f(1-x) = x^2 \\ 2f(1-x) + f(x) = x^2 - 2x + 1 \end{cases} \rightarrow 3f(x) = x^2 + 2x - 1.$

Vậy hàm số $y = 3f(x)$ đồng biến trên $(-1; +\infty)$.

c) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và Ox là: $x^2 - 4x + m = 0.$

(P) cắt Ox tại hai điểm phân biệt A, B $\Leftrightarrow$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4.$

Gọi x_A, x_B là hai nghiệm của . Ta có $OA = 3OB \Rightarrow |x_A| = 3|x_B| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_A = 3x_B \\ x_A = -3x_B \end{array}\right.$.

TH1: $x_A = 3x_B \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x_A = 3x_B \\ x_A + x_B = 4 \\ x_A.x_B = m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x_A = 3 \\ x_B = 1 \\ x_A.x_B = m \end{array}\right. \Rightarrow m = x_A.x_B = 3 < 4.$

TH2: $x_A = -3x_B \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x_A = -3x_B \\ x_A + x_B = 4 \\ x_A.x_B = m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x_A = 6 \\ x_B = -2 \\ x_A.x_B = m \end{array}\right. \Rightarrow m = x_A.x_B = -12 < 4$.

Vậy $m \in \{-12; 3\}$.

d) Vì (P) đi qua $M(4;3)$ nên $3 = 16a + 4b + c$

Mặt khác (P) cắt Ox tại $N(3;0)$ suy ra $0 = 9a + 3b + c$, (P) cắt Ox tại Q nên $Q(t;0), t < 3$

Theo định lý Viét ta có $\left\{\begin{array}{l} t + 3 = -\dfrac{b}{a} \\ 3t = \dfrac{c}{a} \end{array}\right.$

Ta có $S_{\Delta INQ} = \dfrac{1}{2} IH.NQ$ với H là hình chiếu của $I\left(-\dfrac{b}{2a}; -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$ lên trục hoành

Do $IH = \left|-\dfrac{\Delta}{4a}\right|$, $NQ = 3 - t$ nên $S_{\Delta INQ} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\left|-\dfrac{\Delta}{4a}\right|.(3-t) = 1$

$\Leftrightarrow (3-t)\left|\left(\dfrac{b}{2a}\right)^2 - \dfrac{c}{a}\right| = \left|\dfrac{2}{a}\right| \Leftrightarrow (3-t)\left|\dfrac{(t+3)^2}{4} - 3t\right| = \left|\dfrac{2}{a}\right| \Leftrightarrow (3-t)^3 = \dfrac{8}{|a|}$

Từ và ta có $7a + b = 3 \Leftrightarrow b = 3 - 7a$ suy ra $t + 3 = -\dfrac{3 - 7a}{a} \Leftrightarrow \dfrac{1}{a} = \dfrac{4 - t}{3}$

Thay vào ta có $(3-t)^3 = \dfrac{8(4-t)}{3} \Leftrightarrow 3t^3 - 27t^2 + 73t - 49 = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Suy ra $a = 1 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow c = 3$.

Vậy (P) cần tìm là $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$.

Khi đó $f(2x-1) = (2x-1)^2 - 4(2x-1) + 3 = 4x^2 - 12x + 8$

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 72: Cho hàm số: $f(x) = -2x^2 + (m-1)x - 2$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mệnh đề 1: Tập tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=f(x)$ nằm hoàn toàn phía dưới trục hoành là $(-\infty;-3\cup 5;+\infty)$.

b) Mệnh đề 2: Tổng các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=x-1$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ $x_1,x_2 : x_1^2+x_2^2=4$ bằng 4.

c) Mệnh đề 3: Tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$ là $\{5\}$.

d) Mệnh đề 4: Tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên $(2;+\infty)$ là $[3;5]\cup 6;9)$.

Lời giải

a. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ nằm hoàn toàn phía dưới trục hoành

$\Leftrightarrow -2x^2+(m-1)x-2<0, \forall x\in \mathrm{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-2<0 \\ \Delta=(m-1)^2-16<0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -3<m<5$.

Vậy mệnh đề sai.

b. Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=x-1$ là:

$-2x^2+(m-1)x-2=x-1 \Leftrightarrow 2x^2-(m-2)x+1=0$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=(m-2)^2-8>0 \\ (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=(m-2)^2>8 \\ \dfrac{(m-2)^2}{4}-2.\dfrac{1}{2}=4\,(Viet) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=(m-2)^2>8\ (1) \\ (m-2)^2=20\ (TM\ (1)) \end{cases}$

$\Leftrightarrow m^2-4m-16=0$.

Tổng các giá trị thực của tham số m thoả mãn bằng 4.

Vậy mệnh đề đúng.

c. Hoành độ đỉnh của parabol $y=f(x)$ là $x_I=\dfrac{m-1}{4}$.

Mà $a=-2<0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty) \Leftrightarrow \frac{m-1}{4} \le 1 \Leftrightarrow m \le 5$.

Vậy mệnh đề sai.

d. Cách vẽ đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ từ đồ thị hàm số $y=f(x)$:

+ Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ ở phía trên trục hoành.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ ở phía dưới trục hoành qua trục hoành rồi xoá phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ ở phía dưới trục hoành.

Vì đồ thị hàm số $y=f(x)$ là parabol hướng bề lõm xuống dưới nên:

Hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên $(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow$ Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ và $f(x) \le 0, \forall x \in 2;+\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(2) \le 0 \\ \frac{m-1}{4} \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-12 \le 0 \\ m \le 9 \end{cases} \Leftrightarrow m \le 6.$$

Vậy $m \in -\infty;6$.

Vậy mệnh đề sai.