

DAO ĐỘNG VÀ SÓNG ĐIỆN TỪ

I. BÀI TOÁN ĐẠI CƯƠNG VỀ DAO ĐỘNG VÀ SÓNG ĐIỆN TỪ

1. Phương pháp

- Sử dụng các công thức về tần số góc, chu kì, tần số, bước sóng của mạch dao động.

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}; T = 2\pi\sqrt{LC}; f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

- Bước sóng của sóng điện từ trong chân không:

$$\lambda = \frac{c}{f} = cT$$

- Bước sóng của sóng điện từ trong môi trường có chiết suất n:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf}$$

- Máy phát hoặc máy thu sóng điện từ sử dụng mạch dao động LC thì tần số sóng điện từ phát hoặc thu được bằng tần số riêng của mạch. Mạch chọn sóng của máy thu vô tuyến thu được sóng điện từ có bước sóng:

$$\lambda = \frac{c}{f} = cT = 2\pi c\sqrt{LC}$$

- Nếu mạch chọn sóng có cả L và C biến đổi thì bước sóng mà máy thu vô tuyến thu được sẽ thay đổi trong giới hạn:

$$2\pi\sqrt{L_{\min} C_{\min}} = \lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max} = 2\pi\sqrt{L_{\max} C_{\max}}$$

- Ghép cuộn cảm:

+ Giả sử ta có hai cuộn cảm có độ tự cảm lần lượt là L_1 và L_2 được ghép thành bộ có độ tự cảm L_b

+ Nếu hai cuộn cảm ghép song song thì L_b giảm, cảm kháng giảm.

$$\frac{1}{L_{//}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$
$$\frac{1}{Z_{L_b}} = \frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}}$$

+ Nếu hai cuộn cảm ghép nối tiếp thì L_b tăng, cảm kháng tăng.

$$L_{nt} = L_1 + L_2$$
$$Z_{L_b} = Z_{L_1} + Z_{L_2}$$

- Ghép tụ điện:

+ Giả sử có hai tụ điện có điện dung lần lượt là C_1 và C_2 được ghép thành bộ tụ có điện dung $C_{b0} = C_b$.

+ Nếu 2 tụ được ghép song song thì điện dung C_b tăng, dung kháng giảm

$$\begin{cases} C_{//} = C_1 + C_2 \\ \frac{1}{Z_{C_b}} = \frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}} \end{cases}$$

+ Nếu 2 tụ được ghép nối tiếp thì điện dung C_b giảm, dung kháng tăng.

$$\begin{cases} \frac{1}{C_{nt}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \\ Z_{C_b} = Z_{C_1} + Z_{C_2} \end{cases}$$

2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Một mạch dao động gồm có một cuộn cảm có độ tự cảm $L = 10^{-3} \text{H}$ và một tụ điện có điện dung điều chỉnh được trong khoảng từ 4 pF đến 400 pF ($1 \text{pF} = 10^{-12} \text{F}$). Mạch này có tần số biến thiên trong khoảng nào?

Lời giải

Vì $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ nên tần số tỉ lệ nghịch với căn bậc hai của điện dung C .

Do đó $f_{\max}$ ứng với $C_{\min}$ và $f_{\min}$ ứng với $C_{\max}$

$$\text{Ta có } \begin{cases} f_{\min} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{\max}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-3} \cdot 400 \cdot 10^{-12}}} = 2,52 \cdot 10^5 \text{ Hz} \\ f_{\max} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{\min}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-12}}} = 2,52 \cdot 10^6 \text{ Hz} \end{cases}$$

Vậy tần số biến đổi $2,52 \cdot 10^5 \text{ Hz}$ đến $2,52 \cdot 10^6 \text{ Hz}$

Ví dụ 2: Một mạch dao động điện từ LC gồm cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm $L = 2 \text{mH}$ và tụ điện có điện dung $C = 0,2 \mu\text{F}$. Biết dây dẫn có điện trở thuần không đáng kể và trong mạch có dao động điện từ riêng. Xác định chu kì và tần số riêng của mạch.

A. $6 \cdot 10^3 \text{ Hz}$

B. $7 \cdot 10^3 \text{ Hz}$

C. $8 \cdot 10^3 \text{ Hz}$

D. $5,5 \cdot 10^3 \text{ Hz}$

Lời giải

Chu kì của mạch dao động LC là: $T = 2\pi\sqrt{LC} = 4\pi \cdot 10^{-5} = 12,57 \cdot 10^{-5} \text{ s}$.

Tần số $f = \frac{1}{T} = 8.10^3 \text{ Hz.}$

Đáp án C

Ví dụ 3: Cho mạch dao động LC. Khi thay $C = C_1$ thì tần số và chu kì dao động trong mạch là f_1 và T_1 . Khi thay $C = C_2$ thì tần số và chu kì dao động trong mạch là f_2 và T_2 . Hỏi khi thay C bằng một bộ C_1 và C_2 nối tiếp thì tần số và chu kì dao động trong mạch là bao nhiêu?

Lời giải

Khi thay $C = C_1$ thì tần số và chu kì dao động trong mạch là

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{LC_1} \\ f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 = \frac{1}{LC_1} \\ f_1^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC_1} \end{cases} \text{ (I)}$$

Khi thay $C = C_2$ thì tần số và chu kì dao động trong mạch là

$$\begin{cases} T_2 = 2\pi\sqrt{LC_2} \\ f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{2\pi}{T_2}\right)^2 = \frac{1}{LC_2} \\ f_2^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC_2} \end{cases} \text{ (II)}$$

Khi thay C bằng một bộ C_1 và C_2 nối tiếp, ta có điện dung của bộ là

$$\frac{1}{C_b} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Cộng vế theo vế các phương trình của hệ (I) và (II) ta có

$$\begin{cases} \left(\frac{2\pi}{T_1}\right)^2 + \left(\frac{2\pi}{T_2}\right)^2 = \frac{1}{LC_1} + \frac{1}{LC_2} = \frac{1}{L} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{1}{LC_b} = \left(\frac{2\pi}{T_b}\right)^2 \\ f_1^2 + f_2^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC_1} + \frac{1}{4\pi^2 LC_2} = \frac{1}{4\pi^2 L} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{1}{4\pi^2 LC_b} = f_b^2 \end{cases}$$

Từ đó ta có:

$$\begin{cases} \frac{1}{T_b^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} \\ f_b^2 = f_1^2 + f_2^2 \end{cases}$$

Ví dụ 4: Cho mạch dao động LC. Khi thay $L = L_1$ thì tần số và chu kì dao động trong mạch là f_1 và T_1 . Khi thay $L = L_2$ thì tần số và chu kì dao động trong mạch là f_2 và T_2 . Hỏi khi thay C bằng một bộ L_1 và L_2 mắc nối tiếp thì tần số và chu kì dao động trong mạch là bao nhiêu?

Lời giải

Khi thay $L = L_1$ thì tần số và chu kì dao động trong mạch là

$$\begin{cases} T_1 = 2\pi\sqrt{L_1 C} \\ f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1^2 = 4\pi L_1 C \\ \frac{1}{f_1^2} = 4\pi^2 L_1 C \end{cases} \quad (I)$$

Khi thay $L = L_2$ thì tần số và chu kì dao động trong mạch là

$$\begin{cases} T_2 = 2\pi\sqrt{L_2 C} \\ f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_2^2 = 4\pi L_2 C \\ \frac{1}{f_2^2} = 4\pi^2 L_2 C \end{cases} \quad (II)$$

Khi thay C bằng một bộ L_1 và L_2 mắc nối tiếp, ta có độ tự cảm của bộ là $L_b = L_1 + L_2$. Cộng vế theo vế các phương trình của hệ (I) và (II) ta có

$$\begin{cases} T_1^2 + T_2^2 = 4\pi^2 C (L_1 + L_2) = T_b^2 \\ \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} = 4\pi^2 C (L_1 + L_2) = \frac{1}{f_b^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_b = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} \\ f_b = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}}} \end{cases}$$

Ví dụ 5: Mạch dao động LC có tụ phẳng không khí hình tròn có bán kính $R = 48\text{cm}$, hai bản tụ cách nhau $d = 4\text{cm}$ phát ra sóng điện từ có bước sóng 100m . Nếu đưa tấm điện môi cùng kích thước với bản tụ nằm sát 1 bản và có hằng số điện môi là 7, dày 2 cm thì mạch sẽ phát ra sóng điện từ có bước sóng là

A. 100 m

B. 132,29 m

C. 125 m

D. 175 m

Lời giải

Ban đầu khi chưa thay đổi, ta có tụ phẳng không khí với ε và

$$\begin{cases} \lambda = 2\pi.c.\sqrt{LC} \\ C = \frac{1.S}{k.4\pi.d} \end{cases}$$

Khi thêm bản mỏng, tụ lúc này coi như 1 tụ không khí nối tiếp với tụ có hằng số điện môi là 7.

Ta có

$$\begin{cases} \lambda_{nt} = 2\pi \cdot c \cdot \sqrt{LC_{nt}} \\ C_{nt} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \\ C_1 = \frac{7.S}{k \cdot 4\pi \cdot \frac{d}{2}} = 14C \Rightarrow \begin{cases} \lambda_{nt} = 2\pi \cdot c \cdot \sqrt{LC_{nt}} \\ C_{nt} = 1,75C \end{cases} \\ C_1 = \frac{1.S}{k \cdot 4\pi \cdot \frac{d}{2}} = 2C \end{cases}$$

Từ đó ta có bước sóng mạch phát ra là

$$\frac{\lambda_{nt}}{\lambda} = \sqrt{\frac{C_{nt}}{C}} \approx 1,33 \Rightarrow \lambda_{nt} = 1,3229 \cdot \lambda = 132,29 \text{ m}$$

Đáp án B

Ví dụ 6: Một mạch dao động LC lý tưởng gồm cuộn thuần cảm có độ tự cảm không thay đổi và 1 tụ điện có hai bản tụ phẳng đặt song song và cách nhau 1 khoảng cố định. Để phát ra sóng điện từ có tần số dao động tăng gấp 2 lần thì diện tích đối diện của bản tụ phải:

- A.** tăng 4 lần **B.** giảm 2 lần **C.** giảm 4 lần **D.** tăng 2 lần

Lời giải

Ta có
$$\begin{cases} f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}}; C_1 = \frac{\epsilon S_1}{k4\pi d} \\ f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}} = 2; C_2 = \frac{\epsilon S_2}{k4\pi d} \end{cases} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{S_2}{S_1}} \Rightarrow S_2 = \frac{S_1}{4}$$

Đáp án C

Ví dụ 7: Một mạch dao động gồm cuộn dây thuần cảm L và tụ điện C. Nếu gọi $I_{\max}$ là dòng điện cực đại trong mạch thì hệ thức liên hệ điện tích cực đại trên bản tụ $Q_{\max}$ và $I_{\max}$ là

- A.** $Q_{\max} = \frac{\sqrt{C}}{\pi L} I_{\max}$ **B.** $Q_{\max} = \frac{\sqrt{LC}}{\pi} I_{\max}$ **C.** $Q_{\max} = \sqrt{LC} \cdot I_{\max}$ **D.**

$$Q_{\max} = \frac{1}{\sqrt{LC}} I_{\max}$$

Lời giải

Ta có
$$I_{\max} = \omega Q_{\max} = \frac{1}{\sqrt{LC}} Q_{\max} \Rightarrow Q_{\max} = I_{\max} \cdot \sqrt{LC}$$

Đáp án C

Ví dụ 8: Hai mạch dao động điện từ lý tưởng đang có dao động điện từ tự do. Điện tích của tụ điện trong mạch dao động thứ nhất và thứ hai lần lượt là q_1 và q_2 với $4q_1^2 + q_2^2 = 1,3 \cdot 10^{-17}$ tính bằng C. Ở thời điểm t , điện tích của tụ điện và cường độ dòng điện trong mạch dao động thứ nhất lần lượt là 10^{-9} C và 6 mA, cường độ dòng điện trong mạch dao động thứ hai có độ lớn bằng:

- A. 10 mA B. 6 mA C. 4 mA D. 8 mA

Lời giải

Thay $q_1 = 10^{-9}$ C vào $4q_1^2 + q_2^2 = 1,3 \cdot 10^{-17} \Rightarrow q_2 = 3 \cdot 10^{-9}$ (C)

Lấy đạo hàm hai vế thời gian phương trình $4q_1^2 + q_2^2 = 1,3 \cdot 10^{-17}$ thu được

$$8q_1 i_1 + 2q_2 i_2 = 0$$

Từ đó tính được $|i_2| = 8 \text{ mA}$.

Đáp án D

Ví dụ 9: Một mạch dao động LC lý tưởng đang có dao động điện từ tự do. Biết điện tích cực đại của tụ điện là q_0 và cường độ dòng điện cực đại trong mạch là I_0 . Tại thời điểm cường độ dòng điện trong mạch bằng $0,5I_0$ thì điện tích của tụ điện có độ lớn

- A. $\frac{q_0 \sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{q_0 \sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{q_0}{2}$ D. $\frac{q_0 \sqrt{5}}{2}$

Lời giải

$$q_0^2 = q^2 + \frac{i^2}{\omega^2} \Rightarrow |q| = \sqrt{q_0^2 - \frac{i^2}{\omega^2}} = \sqrt{q_0^2 - \frac{(0,5I_0)^2}{\left(\frac{I_0}{q_0}\right)^2}} = \frac{q_0 \sqrt{3}}{2}$$

Ta có hệ thức liên hệ:

Đáp án B

Ví dụ 10: Một tụ điện có điện dung C tích điện Q_0 . Nếu nối tụ điện với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L_1 hoặc với cuộn cảm thuần có độ tự cảm L_2 thì trong mạch có dao động điện từ tự do với cường độ cực đại 20 mA hoặc 10 mA. Nếu nối tụ điện với cuộn cảm thuần có độ tự cảm $L_3 = (9L_1 + 4L_2)$ thì trong mạch có dao động điện từ tự do với cường độ dòng điện cực đại là

- A. 9 mA B. 4 mA C. 10 mA D. 5 mA

Lời giải

Ta có $I_0 = \omega Q_0 = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}}$ suy ra $L = \frac{Q_0^2}{C} \cdot \frac{1}{I_0^2}$, tức là L tỉ lệ với $\frac{1}{I_0^2}$.

$$\text{Do đó } \frac{1}{I_{03}^2} = 9 \frac{1}{I_{01}^2} + 4 \frac{1}{I_{02}^2}$$

Từ phương trình trên suy ra $I_{03} = 4\text{mA}$

Đáp án B

Ví dụ 11: Hai mạch dao động điện từ lí tưởng đang có dao động điện từ tự do với cùng cường độ dòng điện cực đại I_0 . Chu kì dao động riêng của mạch thứ nhất là T_1 , của mạch thứ hai là $T_2 = 2T_1$. Khi cường độ dòng điện trong hai mạch có cùng độ lớn và nhỏ hơn I_0 thì độ lớn điện tích trên một bản tụ của mạch dao động thứ nhất là q_1 và của mạch dao động thứ hai là q_2 . Tỉ số $\frac{q_1}{q_2}$ là

A. 2

B. 1,5

C. 0,5

D. 2,5

Lời giải

Ta có i và q vuông pha nhau, nên ta có $q^2 + \left(\frac{i}{\omega}\right)^2 = Q_0^2$, suy ra

$$\begin{cases} q_1^2 + \left(\frac{i_1}{\omega_1}\right)^2 = Q_{01}^2 \\ q_2^2 + \left(\frac{i_2}{\omega_2}\right)^2 = Q_{02}^2 \end{cases} \xrightarrow{i_1 = i_2 = i} \begin{cases} q_1^2 = \left(\frac{I_0}{\omega_1}\right)^2 - \left(\frac{i_1}{\omega_1}\right)^2 = \frac{1}{\omega_1^2} (I_0^2 - i^2) \\ q_2^2 = \left(\frac{I_0}{\omega_2}\right)^2 - \left(\frac{i_2}{\omega_2}\right)^2 = \frac{1}{\omega_2^2} (I_0^2 - i^2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{T_1}{T_2} = 0,5$$

Đáp án C

II. BÀI TOÁN VIẾT BIỂU THỨC q, i, u

1. Phương pháp

- Giả sử phương trình điện tích có dạng

$$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

- Cường độ dòng điện tức thời trong mạch là

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega q_0 \sin(\omega t + \varphi_0) = \omega q_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), I_0 = \omega q_0$$

Vậy cường độ dòng điện tức thời trong mạch sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với điện tích

- Điện áp tức thời

$$u = \frac{q}{C} = \frac{q_0}{C} \cos(\omega t + \varphi_0) = U_0 \cos(\omega t + \varphi_0), U_0 = \frac{q_0}{C}$$

- Hệ thức độc lập thời gian đối với điện tích và cường độ dòng điện trong mạch

$$\begin{cases} q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0) \\ i = -\omega q_0 \sin(\omega t + \varphi_0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{q}{q_0}\right)^2 = \cos^2(\omega t + \varphi_0) \\ \left(\frac{i}{-\omega q_0}\right)^2 = \sin^2(\omega t + \varphi_0) \end{cases} \Rightarrow \boxed{\left(\frac{q}{q_0}\right)^2 + \left(\frac{i}{-\omega q_0}\right)^2 = 1}$$

Ta có

2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Một mạch dao động gồm một tụ điện có điện dung C , cuộn cảm L . Điện trở thuần của mạch không đáng kể. Dòng điện qua mạch có phương trình $i = 2.10^{-2} \sin(2.10^6 t) (A)$. Viết phương trình dao động của điện tích trong mạch

A. $q = 10^{-8} \sin\left(2.10^6 t - \frac{\pi}{2}\right)$

B. $q = 10^{-8} \sin\left(2.10^6 t + \frac{\pi}{2}\right)$

C. $q = 10^{-8} \sin\left(2.10^6 t - \frac{\pi}{3}\right)$

D. $q = 10^{-8} \sin\left(2.10^6 t - \frac{2\pi}{3}\right)$

Lời giải

Ta có $Q_0 = \frac{I_0}{\omega} = \frac{2.10^{-2}}{2.10^6} = 10^{-8} (C)$

Vì cường độ dòng điện tức thời trong mạch sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với điện tích, nên điện tích sẽ dao động trễ pha $\frac{\pi}{2}$ so với cường độ dòng điện.

Vậy phương trình dao động của điện tích là $q = 10^{-8} \sin\left(2.10^6 t - \frac{\pi}{2}\right)$

Đáp án A

Ví dụ 2: Một mạch dao động gồm 1 tụ điện có điện dung $C = 10 \text{ pF}$, cuộn cảm thuần có hệ số tự cảm $L = 10 \text{ mH}$. Điện trở thuần của mạch không đáng kể. Chọn gốc thời gian lúc cường độ dòng điện qua có mạch có giá trị bằng một nửa giá trị cực đại và đang giảm. Viết biểu thức điện tích dao động trong mạch? Biết cường độ dòng điện cực đại trong mạch $I_0 = 2.10^{-2} \text{ A}$

A. $q = 6,32.10^{-9} \cos\left(3,16.10^6 t + \frac{\pi}{3}\right) (C)$

B. $q = 6,32.10^{-9} \cos\left(3,16.10^6 t - \frac{\pi}{6}\right) (C)$

C. $q = 6,32.10^{-9} \cos\left(3,16.10^6 t + \frac{\pi}{6}\right) (C)$

D. $q = 6,32.10^{-9} \cos\left(3,16.10^6 t - \frac{\pi}{2}\right) (C)$

Lời giải

Tần số góc của mạch dao động: $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10.10^{-12}.10.10^{-3}}} = 3,16.10^6$

Để viết được biểu thức điện tích dao động trong mạch, ta cần có điện tích cực đại Q_0 và pha ban đầu của điện tích.

Điện tích cực đại trong mạch là $Q_0 = \frac{I_0}{\omega} = I_0 \sqrt{LC} = 2.10^{-2} \cdot \sqrt{10.10^{-12}.10.10^{-3}} = 6,32.10^{-9} (C)$

Vì góc thời gian lúc cường độ dòng điện qua mạch có giá trị bằng một nửa giá trị cực đại và

đang giảm, nên dựa vào đường tròn ta thấy pha ban đầu của dòng điện là $\frac{\pi}{3}$, suy ra pha ban đầu

của điện tích trong mạch $\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{6}$

Vậy phương trình dao động của điện tích trong mạch là

$$q = 6,32.10^{-9} \cos\left(3,16.10^6 t - \frac{\pi}{6}\right) (C)$$

Đáp án B

Ví dụ 3: Mạch dao động gồm tụ điện có điện $C = 10\mu F$ và cuộn dây thuần cảm có hệ số tự cảm $L = 10 \text{ mH}$. Tụ điện được tích điện đến hiệu điện thế cực đại 12V. Sau đó cho tụ phóng điện trong mạch. Lấy $\pi^2 = 10$ và góc thời gian là lúc tụ bắt đầu phóng điện. Biểu thức của dòng điện trong cuộn cảm là:

A. $i = 0,24 \cos\left(3,16.10^3 t + \frac{\pi}{2}\right) (A)$

B. $i = 0,38 \cos\left(3,16.10^3 t + \frac{\pi}{2}\right) (A)$

C. $i = 0,24 \cos\left(3,16.10^3 t - \frac{\pi}{2}\right) (A)$

D. $i = 0,12 \cos\left(3,16.10^3 t\right) (A)$

Lời giải

Tần số góc của mạch dao động $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10.10^{-6}.10.10^{-3}}} = 3,16.10^3 (\text{rad} / s)$

Điện tích cực đại trong mạch $q_0 = CU_0$, suy ra cường độ dòng điện cực đại trong mạch là:

$$I_0 = q_0 \omega = CU_0 \omega = 10.10^{-6} \cdot 12 \cdot 3,16.10^3 = 0,38 (A)$$

Gốc thời gian lúc tụ phóng điện, nên pha ban đầu của điện tích là 0, suy ra pha ban đầu của

cường độ dòng điện là $\frac{\pi}{2}$. Vậy biểu thức của dòng điện trong mạch đầu phóng điện. Biểu thức

của dòng điện trong cuộn cảm là
$$i = 0,38 \cos \left(3,16 \cdot 10^3 t + \frac{\pi}{2} \right) (A)$$

Đáp án B

3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Một mạch dao động gồm một tụ điện có điện dung C, cuộn cảm L. Điện trở thuần của mạch $R = 0$. Dòng điện qua mạch $i = 4 \cdot 10^{-11} \sin(2 \cdot 10^{-2} t) (A)$, điện tích của tụ điện là

- A. $Q_0 = 10^{-9} C$ B. $Q_0 = 4 \cdot 10^{-9} C$ C. $Q_0 = 2 \cdot 10^{-9} C$ D. $Q_0 = 8 \cdot 10^{-9} C$

Câu 2: Phương trình dao động của điện tích trong mạch dao động LC là $q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$. Biểu thức của dòng điện trong mạch là:

- A. $i = \omega Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$ B. $i = \omega Q_0 \cos \left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} \right)$
C. $i = \omega Q_0 \cos \left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2} \right)$ D. $i = \omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$

Câu 3: Biểu thức của cường độ dòng điện trong mạch dao động LC là $q = I_0 \cos(\omega t + \varphi)$. Biểu thức của điện tích trong mạch là:

- A. $i = \omega I_0 \cos(\omega t + \varphi)$ B. $i = \frac{I_0}{\omega} \cos \left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2} \right)$
C. $i = \omega Q_0 \cos \left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2} \right)$ D. $i = \omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$

Câu 4: Phương trình dao động của điện tích trong mạch dao động LC là $q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$. Biểu thức của hiệu điện thế trong mạch là

- A. $i = \omega Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$ B. $i = \frac{Q_0}{C} \cos(\omega t + \varphi)$
C. $i = \omega Q_0 \cos \left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2} \right)$ D. $i = \omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$

Câu 5: Mạch dao động LC gồm cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm $L = 2 \text{ mH}$ và tụ điện có điện dung $C = 5 \text{ pF}$. Tụ được tích điện đến hiệu điện thế 10 V, sau đó người ta để cho tụ phóng điện trong mạch. Nếu chọn gốc thời gian là lúc tụ bắt đầu phóng điện thì biểu thức của điện tích trên bản tụ điện là:

A. $q = 5.10^{-11} \cos(10^6 t)(C)$

B. $q = 5.10^{-11} \cos(10^6 t + \pi)(C)$

C. $q = 2.10^{-11} \cos\left(10^6 t + \frac{\pi}{2}\right)(C)$

D. $q = 2.10^{-11} \cos\left(10^6 t - \frac{\pi}{2}\right)(C)$

Câu 6: Mạch dao động gồm tụ điện có điện dung C và cuộn dây có độ tự cảm $L = 10^{-4}H$. Điện trở thuần của cuộn dây và các dây nối không đáng kể. Biết biểu thức của điện áp giữa hai đầu cuộn dây là:

$$u = 80 \cos\left(2.10^6 t - \frac{\pi}{2}\right)(V),$$

biểu thức của dòng điện trong mạch là:

A. $i = 4 \sin(2.10^6 t)(A)$

B. $i = 0,4 \cos(2.10^6 - \pi)(A)$

C. $i = 0,4 \cos(2.10^6)(A)$

D. $i = 0,4 \sin(2.10^6 - \pi)(A)$

Câu 7: Một mạch dao động LC gồm một cuộn cảm $L = 640\mu H$ và một tụ điện có điện dung $C = 36pF$.

Lấy $\pi^2 = 10$. Giả sử ở thời điểm ban đầu điện tích của tụ điện đạt giá trị cực đại $q_0 = 6.10^{-6}C$. Biểu thức điện tích trên bản tụ điện và cường độ dòng điện là:

A. $q = 6.10^{-6} \cos(6,6.10^7 t)(C); i = 6,6 \cos\left(1,1.10^7 t - \frac{\pi}{2}\right)(C)$

B. $q = 6.10^{-6} \cos(6,6.10^7 t)(C); i = 6,6 \cos\left(1,1.10^7 t + \frac{\pi}{2}\right)(C)$

C. $q = 6.10^{-6} \cos(6,6.10^6 t)(C); i = 6,6 \cos\left(1,1.10^6 t - \frac{\pi}{2}\right)(C)$

D. $q = 6.10^{-6} \cos(6,6.10^6 t)(C); i = 39,6 \cos\left(6,6.10^6 t + \frac{\pi}{2}\right)(C)$

Câu 8: Cường độ dòng điện tức thời trong một mạch dao động là $i = 0,05 \cos 100\pi t(A)$. Hệ số tự cảm của cuộn dây là $2mH$. Lấy $\pi^2 = 10$. Điện dung và biểu thức điện tích của tụ điện có giá trị nào sau đây?

A. $C = 5.10^{-2}F$ và $q = \frac{5.10^{-4}}{\pi} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(C)$

B. $C = 5.10^{-3}F$ và $q = \frac{5.10^{-4}}{\pi} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(C)$

C. $C = 5.10^{-3} \text{ F}$ và $q = \frac{5.10^{-4}}{\pi} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{C})$

D. $C = 5.10^{-2} \text{ F}$ và $q = \frac{5.10^{-4}}{\pi} \cos(100\pi t) (\text{C})$

Câu 9: Mạch LC gồm cuộn dây có $L = 1\text{mH}$ và tụ điện có điện dung $C = 0,1\mu\text{F}$ thực hiện dao động điện từ. Khi $i = 6.10^{-3} \text{ A}$ thì điện tích trên tụ là $q = 8.10^{-8} \text{ C}$. Lúc $t = 0$ thì năng lượng điện trường bằng năng lượng từ trường và điện tích của tụ dương nhưng đang giảm. Biểu thức điện tích trên tụ là

A. $q = 10^{-7} \cos\left(10^5 t + \frac{\pi}{4}\right) (\text{C})$

B. $q = 10^{-7} \cos\left(10^5 t - \frac{\pi}{4}\right) (\text{C})$

C. $q = 10^{-7} \cos\left(10^5 t + \frac{3\pi}{4}\right) (\text{C})$

D. $q = 10^{-7} \cos\left(10^5 t - \frac{3\pi}{4}\right) (\text{C})$

Câu 10: Mạch LC gồm $L = 10^{-4} \text{ H}$ và $C = 10\text{nF}$. Lúc đầu tụ được nối với nguồn một chiều $E = 4\text{V}$. Sau khi tụ tích điện cực đại, vào thời điểm $t = 0$ nối tụ với cuộn cảm và ngắt khỏi nguồn. Biểu thức điện tích trên tụ là

A. $q = 4.10^{-8} \cos(10^6 t) (\text{C})$

B. $q = 4.10^{-8} \cos\left(10^6 t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{C})$

C. $q = 4.10^{-8} \cos\left(10^6 t - \frac{\pi}{2}\right) (\text{C})$

D. $q = 4.10^{-8} \cos\left(10^6 t + \frac{\pi}{4}\right) (\text{C})$

ĐÁP ÁN

1-C	2-B	3-B	4-B	5-A	6-C	7-D	8-B	9-A	10-A
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

Dòng điện qua mạch có phương trình dao động là: $i = 4.10^{-11} \sin 2.10^{-2} t$ nên ta suy ra:

$$I_0 = 4.10^{-11} \Rightarrow Q_0 = \frac{I_0}{\omega} = \frac{4.10^{-11}}{2.10^{-2}} = 2.10^{-9}$$

Câu 2: Đáp án B

Dòng điện cực đại trong mạch là: $I_0 = Q_0 \omega$

Biểu thức của dòng điện trong mạch là:

$$i = \omega Q_0 \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

Câu 3: Đáp án B

Điện tích cực đại trong mạch là: $Q_0 = \frac{I_0}{\omega}$

Biểu thức của điện tích trong mạch là

$$i = \frac{I_0}{\omega} \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

Câu 4: Đáp án B

Phương trình dao động của điện tích trong mạch là: $q = Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$

Hiệu điện thế cực đại trong mạch là: $U_0 = \frac{Q_0}{C}$

Nên phương trình dao động của hiệu điện thế trong mạch là:

$$i = U_0 \cos(\omega t + \varphi) = \frac{Q_0}{C} \cos(\omega t + \varphi)$$

Câu 5: Đáp án A

Theo đề ta có: $L = 2\text{mH}$; $C = 5\text{pF}$ nên tần số góc dao động của vật là:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-12}}} = 10^6 \text{ (rad / s)}$$

Tụ được tích đến hiệu điện thế 10 V nên điện tích cực đại trong mạch là:

$Q_0 = U_0 \cdot C = 10 \cdot 5 \cdot 10^{-12} = 5 \cdot 10^{-11}$. Khi chọn gốc thời gian lúc đầu tụ phóng điện thì biểu thức dao động của điện tích trên bản tụ điện là:

$$q = 5 \cdot 10^{-11} \cos(10^6 t) \text{ (C)}$$

Câu 6: Đáp án C

Cường độ dòng điện cực đại trong mạch là: $I_0 = U_0 \sqrt{\frac{L}{C}} = 0,4 \text{ A}$

Biểu thức của điện áp giữa hai đầu cuộn dây là: $u = 80 \cos\left(2 \cdot 10^6 t - \frac{\pi}{2}\right)$

Vậy biểu thức của dòng điện trong mạch là:

$$i = 0,4 \cos\left(2 \cdot 10^6 t - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = 0,4 \cos(2 \cdot 10^6 t)$$

Câu 7: Đáp án D

$L = 640\mu\text{H}$; $C = 36\text{pF} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 6,6 \cdot 10^6 \text{ (rad / s)}$

Cường độ dòng điện cực đại là: $I_0 = Q_0 \cdot \omega = 39,6 \text{ A}$.

Vậy biểu thức điện tích trên bản tụ điện và cường độ dòng điện qua mạch là:

$$q = 6.10^{-6} \cos\left(6.6.10^6 t\right)(C); i = 39,6 \cos\left(6.6.10^6 t + \frac{\pi}{2}\right)(C)$$

Câu 8: Đáp án B

Cường độ dòng điện tức thời trong mạch là: $i = 0,05 \cos 100\pi t$

Ta có

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{(100\pi)^2 \cdot 2.10^{-3}}(F)$$

Điện tích cực đại qua mạch là:

$$Q_0 = \frac{I_0}{\omega} = \frac{0,05}{100\pi} = \frac{5.10^{-4}}{\pi}(C)$$

Vậy biểu thức điện tích của tụ điện là:

$$q = \frac{5.10^{-4}}{\pi} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)(C)$$

Câu 9: Đáp án A

Theo đề cho ta có:

$$L = 1mH; C = 0,1\mu F \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^5 (\text{rad/s})$$

Khi $i = 6.10^{-3} A$ thì điện tích trên tụ điện là: $q = 8.10^{-8} C$.

Ta có biểu thức liên hệ độc lập với thời gian là:

$$\left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{q}{Q_0}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{i}{Q_0 \omega}\right)^2 + \left(\frac{q}{Q_0}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow Q_0 = 10^{-7} (C)$$

Lúc $t = 0$, năng lượng điện trường bằng năng lượng từ trường và điện tích của tụ dương nhưng

đang giảm nên $\varphi = \frac{\pi}{4}$

Vậy biểu thức điện tích trên tụ là:

$$q = 10^{-7} \cos\left(10^5 t + \frac{\pi}{4}\right)(C)$$

Câu 10: Đáp án A

Theo đề cho ta có: $L = 10^{-4} H$ và $C = 10nF$ nên

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^6 (\text{rad/s})$$

Ban đầu tụ được nối với nguồn một chiều: $E = 4V$ nên điện tích cực đại trên tụ điện là:

$$Q_0 = U_0 = EC = 4 \cdot 10^{-8} (C)$$

Vậy biểu thức điện tích trên tụ là:

$$q = 4 \cdot 10^{-8} \cos(10^6 t) (C)$$

III. BÀI TOÁN NĂNG LƯỢNG TRONG MẠCH DAO ĐỘNG LC

1. Phương pháp

a) Năng lượng điện trường

Là năng lượng tập trung trong tụ điện.

Giả sử điện tích tức thời trong mạch là $q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi) (C)$, hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu tụ điện là u thì năng lượng điện trường được xác định bởi

$$W_C = \frac{1}{2} Cu^2 = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{Q_0^2}{4C} + \frac{Q_0^2}{4C} \cos(2\omega t + 2\varphi)$$

b) Năng lượng từ trường

Là năng lượng tập trung trong cuộn dây.

Nếu điện tích tức thời có dạng $q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi) (C)$, thì cường độ dòng điện tức thời là

$$i = -\omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

Năng lượng từ trường

$$W_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} L \omega^2 Q_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{Q_0^2}{2C} \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{Q_0^2}{4C} - \frac{Q_0^2}{4C} \cos(2\omega t + 2\varphi)$$

c) Năng lượng điện từ

Là tổng của năng lượng điện trường và năng lượng từ trường trong mạch.

$$W = W_C + W_L = \frac{1}{2} Cu^2 = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2} = \text{const}$$

Nhận xét:

- Năng lượng trong mạch dao động bao gồm năng lượng điện trường tập trung ở tụ điện và năng lượng từ trường tập trung ở cuộn cảm.

- Năng lượng điện trường và năng lượng từ trường biến thiên tuần hoàn với tần số góc gấp 2 lần

tần số góc của điện tích, chu kì bằng 1 nửa chu kì của điện tích: $\omega = 2\omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$, với chu kì

$$T = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{LC}$$

- Tại mọi thời điểm, tổng của năng lượng điện trường và năng lượng từ trường là một hằng số.
Năng lượng điện từ trong mạch là một đại lượng bảo toàn.

- Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp năng lượng điện trường bằng năng lượng từ trường là $\frac{\pi}{4}$
- Trong một chu kì có 4 lần năng lượng điện trường bằng năng lượng từ trường.

2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Mạch dao động lí tưởng LC, cường độ dòng điện cực đại qua cuộn dây là 36 mA. Khi năng lượng điện trường bằng 3 lần năng lượng từ trường thì cường độ dòng điện qua mạch là

- A. 9 mA B. 3 mA C. 12 mA D. 18 mA

Lời giải

Đề bài cho $W = 3 W_t, I_0 = 36 \text{ mA}$ nên ta nghĩ đến việc dùng bảo toàn năng lượng điện từ trong mạch.

Ta có
$$W + W_t = W \Rightarrow 4W_t = W \Leftrightarrow 4 \frac{Li^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2} \Rightarrow i_0 = \pm \frac{I_0}{2} = \pm 18 (\text{mA})$$

Đáp án D

Ví dụ 2: Mạch dao động lí tưởng LC, điện dung $C = 2 \mu\text{F}$. Biết khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp năng lượng điện trường bằng năng lượng từ trường là $8 \cdot 10^{-5} \text{ s}$. Cuộn cảm có hệ số tự cảm là?

- A. 0,69 mH B. 0,16 mH C. 0,32 mH D. 0,12 mH

Lời giải

Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp năng lượng điện trường bằng năng lượng từ trường

$8 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ nên ta có
$$\frac{T}{4} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ s} \Rightarrow T = 32 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

Mặt khác, $T = 2\pi\sqrt{LC}$, suy ra

$$L = \frac{T^2}{4^2 \pi^2 C} = \frac{(32 \cdot 10^{-5})^2}{4^2 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = 0,32 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

Đáp án C

Ví dụ 3: Cho một mạch dao động điện từ gồm một tụ điện có điện dung $C = 5 \mu\text{F}$ và một cuộn thuần cảm có độ tự cảm $L = 5 \text{ mH}$. Biết điện áp cực đại trên tụ là 6 V. Tìm năng lượng điện trường và năng lượng từ trường trong mạch khi điện áp trên tụ điện là 4 V và cường độ dòng điện i khi đó.

- A. 0,045 A B. $\pm 0,045 \text{ A}$ C. 0,09 A D. 0,09 A

Lời giải

Năng lượng điện từ trong mạch $W = \frac{1}{2}CU_0^2 = 9.10^{-5} \text{ J}$

Năng lượng điện trường trong mạch $W_C = \frac{1}{2}Cu^2 = 4.10^{-5} \text{ J}$

Năng lượng từ trường trong mạch $W_t = W - W_C = 5.10^{-5}$

Từ đó suy ra cường độ dòng điện tức thời trong mạch là $i = \pm \sqrt{\frac{2W_t}{L}} = \pm 0,045 \text{ A}$

Đáp án B

Phân tích
<ul style="list-style-type: none"> - Đề bài cho C và U_0 nên ta sẽ tính được năng lượng điện trường trong mạch. - Tính được ngay năng lượng điện trường vì đề bài cho u, C. - Có năng lượng điện từ, năng lượng điện trường, sẽ tính được năng lượng từ trường, từ đó tính được i.

Ví dụ 4: Cường độ dòng điện tức thời trong một mạch dao động LC lí tưởng là $i = 0,08 \cos(2000t) \text{ (A)}$. Cuộn dây có độ tự cảm $L = 50 \text{ mH}$.

a) Tính điện dung của tụ điện.

b) Xác định điện áp giữa hai bản tụ điện tại thời điểm cường độ dòng điện tức thời trong mạch bằng giá trị cường độ dòng điện hiệu dụng.

Lời giải

a) Từ biểu thức của cường độ dòng điện, ta có $\omega = 2000 \text{ rad/s}$, do đó điện dung của tụ điện:

$$C = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{50.10^{-3}.2000^2} = 5.10^{-6} \text{ F}$$

b) Vì dữ kiện đề bài cho ta $i = I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$; I_0, L, C đã có nên ta sẽ dùng bảo toàn năng lượng từ

trường để tính u. Ta có $\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}Cu^2 = \frac{1}{2}LI_0^2$

Suy ra hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện lúc này là

$$u = \pm I_0 \sqrt{\frac{L}{2C}} = \pm 0,08 \sqrt{\frac{50.10^{-3}}{2.5.10^{-6}}} = \pm 4\sqrt{2} \text{ V}$$

Đáp án

Ví dụ 5: Cho mạch dao động gồm cuộn dây thuần cảm L và hai tụ nối tiếp với $C_1 = 2C_2$, hai đầu tụ C_1 có gắn khóa K. Lúc đầu khóa mở mạch đang hoạt động thì ta đóng khóa vào thời điểm năng lượng trong cuộn cảm triệt tiêu. Năng lượng toàn phần sau đó sẽ:

A. không đổi

B. Giảm còn $\frac{2}{3}$ lúc đầu

C. Giảm còn $\frac{4}{9}$ lúc đầu

D. Giảm còn $\frac{1}{9}$ lúc đầu

Lời giải

Năng lượng trong cuộn cảm triệt tiêu $\Rightarrow$ năng lượng tập trung trong các tụ

$$\text{Đối với tụ ghép nối tiếp thì ta có } \begin{cases} W_{C_1} + W_{C_2} = W \\ \frac{W_{C_1}}{W_{C_2}} = \frac{C_2}{C_1} \end{cases},$$

Theo bài ra $C_1 = 2C_2$ nên ta có $\frac{W_{C_1}}{W_{C_2}} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow W_{C_1} = \frac{1}{3}W$. Tụ C_1 bị nối tắt thì năng lượng trong tụ đó bị mất đi, do đó năng lượng của mạch lúc này là $\frac{2}{3}W$

Đáp án B

Ví dụ 6: Một mạch dao động lí tưởng gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm 5 mH và tụ điện có điện dung $50 \mu\text{F}$. Trong mạch đang có dao động điện từ tự do với hiệu điện thế cực đại giữa hai bản tụ điện là 6 V. Tại thời điểm hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện là 4 V thì cường độ dòng điện trong mạch có độ lớn bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{5} \text{ A}$

B. $\frac{\sqrt{5}}{2} \text{ A}$

C. $\frac{3}{5} \text{ A}$

D. $\frac{1}{4} \text{ A}$

Lời giải

Năng lượng của mạch dao động:

$$E = \frac{1}{2}CU_0^2 = \frac{1}{2}Cu^2 + \frac{1}{2}Li^2 \Rightarrow i = \sqrt{\frac{C}{L}(U_0^2 - u^2)} = \sqrt{\frac{50 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-3}}(6^2 - 4^2)} = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ A}$$

Đáp án A

3. Bài tập tự luyện

Câu 1: Trong mạch điện dao động điện từ LC, dòng điện tức thời tại thời điểm $W_t = nW_d$ được tính theo biểu thức:

A. $i = \frac{\omega I_0}{\sqrt{n+1}}$

B. $i = \frac{Q_0}{\sqrt{n+1}}$

C. $i = \frac{I_0 \sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}$

D. $i = \frac{I_0}{2\omega \sqrt{n+1}}$

Câu 2: Trong mạch điện dao động điện từ LC, điện tích trên tụ tại thời điểm $W_d = \frac{1}{n}W_t$ được tính theo biểu thức:

A. $q = \frac{Q_0}{\sqrt{n+1}}$ B. $q = \frac{2Q_0}{\omega C \sqrt{n+1}}$ C. $q = \frac{\omega Q_0}{\sqrt{n+1}}$ D. $q = \frac{2Q_0}{\sqrt{n+1}}$

Câu 3: Trong mạch điện dao động điện từ LC, hiệu điện thế trên tụ tại thời điểm được tính theo biểu thức:

A. $u = \frac{U_0}{2} \sqrt{n+1}$ B. $u = \frac{U_0}{\sqrt{n+1}}$ C. $u = 2U_0 \sqrt{n+1}$ D. $u = \frac{U_0}{\omega} \sqrt{n+1}$

Câu 4: Nếu điện tích trên tụ của mạch LC biến thiên theo công thức $q = q_0 \sin \omega t$. Tìm biểu thức sai trong các biểu thức năng lượng của mạch LC sau đây:

A. Năng lượng điện: $W_d = \frac{Cu^2}{2} = \frac{qu}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{2C} \sin^2 \omega t = \frac{Q_0^2}{4C} (1 - \cos 2\omega t)$

B. Năng lượng từ: $W_t = \frac{Li^2}{2} = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega t = \frac{Q_0^2}{2C} (1 + \cos 2\omega t)$

C. Năng lượng dao động: $W = W_d + W_t = \frac{Q_0^2}{2C} = \text{const}$

D. Năng lượng dao động: $W = W_d + W_t = \frac{LI_0^2}{2} = \frac{L\omega^2 Q_0^2}{2} = \frac{Q_0^2}{2C}$

Câu 5: Trong mạch điện dao động điện từ LC, khi điện tích giữa hai bản tụ có biểu thức: $q = -Q_0 \cos \omega t$ thì năng lượng tức thời của cuộn cảm và của tụ điện lần lượt là:

A. $W_t = \frac{1}{2} L\omega^2 Q_0^2 \sin^2 \omega t; W_d = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega t$

B. $W_t = \frac{1}{2} L\omega^2 Q_0^2 \sin^2 \omega t; W_d = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega t$

C. $W_t = \frac{Q_0^2}{2C} \sin^2 \omega t; W_d = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega t$

D. $W_t = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega t; W_d = \frac{1}{2} L\omega^2 Q_0^2 \sin^2 \omega t$

Câu 6: Một mạch dao động gồm một tụ điện có điện dung 3500 pF, một cuộn cảm có độ tự cảm $30\mu\text{H}$ và một điện trở thuần $1,5\Omega$. Phải cung cấp cho mạch một công suất bằng bao nhiêu để duy trì dao động của nó, khi hiệu điện thế cực đại trên tụ điện là 15V? Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

A. $P = 19,69 \cdot 10^{-3} \text{ W}$

B. $P = 20 \cdot 10^{-3} \text{ W}$

C. $P = 21 \cdot 10^{-3} \text{ W}$

D. Một giá trị khác

Câu 7: Một mạch dao động điện từ có điện dung của tụ là $C = 4\mu\text{F}$. Trong quá trình dao động, hiệu điện thế cực đại giữa hai bản tụ là 12V. Khi hiệu điện thế giữa hai bản tụ là 9V thì năng lượng từ trường của mạch là:

- A. $2,88 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ B. $1,62 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ C. $1,26 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ D. $4,5 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

Câu 8: Hiệu điện thế cực đại giữa 2 bản tụ điện của 1 mạch dao động là $U_0 = 12\text{V}$. Điện dung của tụ điện là $C = 4\mu\text{F}$. Năng lượng từ của mạch dao động khi hiệu điện thế giữa 2 bản tụ điện là $U = 9\text{V}$ là

- A. $1,26 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ B. $2,88 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ C. $1,62 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ D. $0,18 \cdot 10^{-4} \text{ J}$

Câu 9: Một mạch dao động LC có cuộn thuần cảm có độ tự cảm $L = 5\text{H}$ và tụ điện có điện dung $C = 5\mu\text{F}$. Hiệu điện thế cực đại giữa hai bản tụ là 10V. Năng lượng dao động của mạch là

- A. $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ B. $2,5\text{mJ}$ C. $2,5\text{J}$ D. 25J

Câu 10: Một mạch dao động LC có cuộn thuần cảm có độ tự $L = 0,4\text{H}$ và tụ điện có điện dung $C = 40\mu\text{F}$. Cường độ dòng điện qua mạch có biểu thức: $i = 2\sqrt{2} \cos 100\pi t (\text{A})$. Năng lượng dao động của mạch là

- A. $1,6 \text{ mJ}$ B. $3,2 \text{ mJ}$ C. $1,6 \text{ J}$ D. $3,2 \text{ J}$

Câu 11: Một mạch dao động LC có điện trở thuần không đáng kể, tụ điện có điện dung $L = 5\mu\text{H}$. Dao động điện từ riêng (tự do) của mạch LC với hiệu điện thế cực đại ở hai đầu tụ điện bằng 6V. Khi hiệu điện thế ở hai đầu tụ điện là 4V thì năng lượng từ trường trong mạch bằng

- A. $4 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ B. $9 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ C. $5 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ D. 10^{-5} J

Câu 12: Mạch dao động LC, với cuộn dây có $L = 5\mu\text{H}$. Cường độ dòng điện cực đại trong mạch là 2A. Khi cường độ dòng điện tức thời trong mạch là 1A thì năng lượng điện trường trong mạch là

- A. $7,5 \cdot 10^{-6} \text{ J}$ B. $75 \cdot 10^4 \text{ J}$ C. $5,7 \cdot 10^{-4} \text{ J}$ D. $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ J}$

Câu 13: Mạch dao động LC có điện tích cực đại trên tụ là 9 nC. Điện tích của tụ điện vào thời điểm năng lượng điện trường bằng $\frac{1}{3}$ năng lượng từ trường bằng:

- A. 3,0 nC B. 4,5 nC C. 2,5 nC D. 5,0 nC

Câu 14: Mạch dao động LC có hiệu điện thế cực đại trên tụ là $5\sqrt{2}\text{V}$. Hiệu điện thế của tụ điện vào thời điểm năng lượng điện trường bằng $\frac{1}{3}$ năng lượng từ trường bằng:

- A. $5\sqrt{2}\text{V}$ B. $2\sqrt{5}\text{V}$ C. $10\sqrt{2}\text{V}$ D. $2,5\sqrt{2}\text{V}$

Câu 15: Mạch dao động LC có dòng điện cực đại qua mạch là 12 mA. Dòng điện trên mạch vào thời điểm năng lượng từ trường bằng 3 năng lượng điện trường bằng

- A. 4 mA B. 5,5 mA C. 2 mA D. $6\sqrt{3}$ mA

Câu 16: Mạch chọn sóng máy thu thanh có $L = 2 \mu\text{H}$; $C = 0,2 \text{ nF}$. Điện trở thuần $R = 0$. Hiệu điện thế cực đại 2 bản tụ là 120 mV. Tổng năng lượng điện từ của mạch là

- A. $144 \cdot 10^{-14} \text{ J}$ B. $24 \cdot 10^{-12} \text{ J}$
C. $288 \cdot 10^{-14} \text{ J}$ D. Tất cả đều sai

ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.B	4.B	5.A	6.A	7.C	8.A	9.A	10.C
11.B	12.A	13.B	14.D	15.D	16.A				

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

Trong mạch điện dao động LC, dòng điện tức thời tại thời điểm $W_t = nW_d$ thì ta sẽ có:

$$\begin{aligned} W_t + W_d &= W \Leftrightarrow W_t + \frac{1}{n} W_t = W \\ \Leftrightarrow \frac{n+1}{n} W_t &= W \Leftrightarrow W_t = \frac{n}{n+1} W \\ \Rightarrow \frac{1}{2} Li^2 &= \frac{n}{n+1} \frac{Q_0^2}{2C} \\ \Rightarrow i^2 &= \frac{n}{n+1} \cdot \frac{Q_0^2}{LC} = \frac{n}{n+1} I^2 \Rightarrow i = \sqrt{\frac{n}{n+1}} I \end{aligned}$$

Câu 2: Đáp án A

Trong mạch điện dao động LC, ta có:

$$\begin{aligned} W_d &= \frac{1}{n} W_t \Rightarrow W_t = nW_d \Rightarrow (n+1) W_d = W \\ \Rightarrow \frac{q^2}{2C} &= \frac{1}{n+1} \cdot \frac{Q_0^2}{2C} \Rightarrow q = \frac{Q_0}{\sqrt{n+1}} \end{aligned}$$

Câu 3: Đáp án B

Theo đề bài ta có:

$$\begin{aligned} W_d &= \frac{1}{n} W_t \Rightarrow (n+1) W_d = W \\ \Rightarrow \frac{Cu^2}{2} &= \frac{1}{n+1} \cdot \frac{CU_0^2}{2} \Rightarrow U = \frac{U_0}{\sqrt{n+1}} \end{aligned}$$

Câu 4: Đáp án B

Điện tích trên tụ biến thiên theo công thức $q = q_0 \sin \omega t$ nên:

Năng lượng điện:
$$W_d = \frac{Cu^2}{2} = \frac{qu}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{(Q_0 \sin \omega t)^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{4C} (1 - \cos 2\omega t)$$

Năng lượng từ:
$$W_t = \frac{Li^2}{2} = \frac{L \left(Q_0 \omega \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right)^2}{2}$$

$$= \frac{LQ_0^2 \omega^2}{4} \left(1 - 2 \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right)$$

Năng lượng dao động:
$$W = W_d + W_t = \frac{Q_0^2}{2C} = \text{const}$$

Năng lượng dao động:
$$W = W_d + W_t = \frac{LI_0^2}{2} = \frac{L\omega^2 Q_0^2}{2} = \frac{Q_0^2}{2C}$$

Câu 5: Đáp án A

Khi điện tích giữa hai bản tụ có biểu thức: $q = -Q_0 \cos \omega t$ thì năng lượng tức thời của cuộn cảm

và của tụ điện lần lượt là:
$$W_t = \frac{1}{2} L \omega^2 Q_0^2 \sin^2 \omega t; W_d = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega t$$

Câu 6: Đáp án A

Mạch dao động với tụ có điện dung là: $C = 3500 \text{ pF}$. Cuộn cảm có độ tự cảm $L = 30 \text{ } \mu\text{H}$ và điện trở thuần có $R = 1,5 \Omega$

Khi hiệu điện thế cực đại trên tụ điện là 15V thì để duy trì dao động của mạch phải cung cấp cho mạch công suất có giá trị là:

$$P = RI^2 = R \left(\frac{I_0}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{RI_0^2}{2} = \frac{R \cdot U_0^2 \cdot \frac{C}{L}}{2} = 19,69 \cdot 10^{-3}$$

Câu 7: Đáp án C

Theo đề cho: $C = 4 \mu\text{F}$.

Hiệu điện thế cực đại giữa hai bản tụ là 12V nên năng lượng dao động là:

$$W = \frac{1}{2} C U_0^2 = 2,88 \cdot 10^{-4}$$

Khi hiệu điện thế giữa hai bản tụ điện là 9V thì năng lượng điện trường của tụ điện là:

$$W_d = \frac{1}{2} C u^2 = 1,62 \cdot 10^{-4}$$

Vậy năng lượng từ trường của cuộn dây là: $W_t = W - W_d = 1,26 \cdot 10^{-4}$

Câu 8: Đáp án A

Giống câu 7

Câu 9: Đáp án A

Năng lượng dao động của mạch là: $W = \frac{1}{2}CU_0^2 = 2,5.10^{-4}$

Câu 10: Đáp án C

Phương trình dao động của cường độ dòng điện qua mạch có biểu thức: $i = 2\sqrt{2} \cos 100\pi t$

Nên $I_0 = 2\sqrt{2}$

Vậy năng lượng dao động của mạch là: $W = \frac{1}{2}CL_0^2 = 1,6J$

Câu 11: Đáp án B

Năng lượng từ trường của mạch là: $W = \frac{1}{2}CU_0^2 = \frac{1}{2}Cu^2 = 9.10^{-5} J$

Câu 12: Đáp án A

Năng lượng điện trường trong mạch là: $W_d = \frac{1}{2}CL_0^2 - \frac{1}{2}Li^2 = 7,5.10^{-6} J$

Câu 13: Đáp án B

Vào thời điểm

$$W_d = \frac{1}{3}W_t \Rightarrow W_d = \frac{1}{4}W$$

$$\Rightarrow \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{4} \cdot \frac{Q_0^2}{2C} \Rightarrow q = 4,5nC$$

Câu 14: Đáp án D

Tương tự câu 13 ta suy ra được $u = 2,5\sqrt{2}V$

Câu 15: Đáp án D

Năng lượng từ trường bằng 3 lần năng lượng điện trường thì suy ra $i = 6\sqrt{3} \text{ mA}$

Câu 16: Đáp án A

Tổng năng lượng điện từ của mạch là: $W_d = \frac{1}{2}CU^2 = 1,44.10^{-12}$

IV. BÀI TOÁN VỀ TRUYỀN THÔNG SÓNG ĐIỆN TỪ**1. Phương pháp**

Trên thực tế, có rất nhiều đài phát ra sóng điện từ có tần số khác nhau, và anten của máy thu sẽ thu được rất nhiều các sóng điện từ khác nhau đó. Để thu được sóng như mong muốn, phải mắc hỗn hợp anten với một mạch chọn sóng.

Mạch chọn sóng là một mạch dao động LC, trong đó tụ điện thường là một tụ xoay có điện dung thay đổi được.

Khi anten thu được sóng điện từ, dao động từ anten sẽ truyền sang mạch chọn sóng làm cho mạch bị dao động cưỡng bức. Điều chỉnh điện dung của mạch chọn sóng thì tần số riêng của mạch này thay đổi. Khi tần số của mạch chọn sóng bằng tần số của đài cần thu thì xảy ra hiện tượng cộng hưởng, tín hiệu rõ nhất.

Như vậy, để thu được tín hiệu rõ nét nhất thì ta phải điều chỉnh điện dung sao cho tần số riêng của mạch bằng đúng với tần số của sóng cần thu.

2. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Mạch chọn sóng của một máy thu vô tuyến điện gồm một cuộn dây có độ tự cảm $L = 4\mu\text{H}$ và một tụ điện $C = 50\text{ nF}$.

a) Tính bước sóng điện từ mà mạch thu được.

b) Để mạch bắt được sóng có bước sóng trong khoảng từ 80 m đến 800 m thì cần phải thay tụ điện C bằng tụ xoay C_v có điện dung biến thiên trong khoảng nào?

Lấy $\pi^2 = 10; c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Lời giải

a) Bước sóng điện từ mà mạch thu được là: $\lambda = 2\pi c \sqrt{LC} = 843\text{m}$

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{\min} = \frac{\lambda_{\min}^2}{4\pi^2 c^2 L} = \frac{80^2}{4\pi^2 c^2 \cdot 4 \cdot 10^{-6}} = 0,45 \cdot 10^{-9} \text{ F} \\ C_{\max} = \frac{\lambda_{\max}^2}{4\pi^2 c^2 L} = \frac{800^2}{4\pi^2 c^2 \cdot 4 \cdot 10^{-6}} = 45 \cdot 10^{-9} \text{ F} \end{array} \right.$$

b) Ta có

Vậy $0,45 \cdot 10^{-9} \text{ F} < C_v < 45 \cdot 10^{-9} \text{ F}$

Ví dụ 2: Mạch dao động để chọn sóng của một máy thu thanh gồm một cuộn dây có độ tự cảm $L = 11,3\mu\text{H}$ và tụ điện có điện dung $C = 1000\text{ pF}$.

a) Mạch dao động nói trên có thể thu được sóng có bước sóng λ_0 bằng bao nhiêu?

b) Để thu được dải sóng từ 20m đến 50m, người ta phải ghép thêm một tụ xoay C_v với tụ C nói trên. Hỏi phải ghép như thế nào và giá trị của C_v thuộc khoảng nào?

c) Để thu được sóng 25m, C_v phải có giá trị bao nhiêu? Các bản tụ di động phải xoay một góc bằng bao nhiêu kể từ vị trí điện dung cực đại để thu được bước sóng trên, biết các bản tụ di động có thể xoay từ 0 đến 180° ?

Lời giải

a) Bước sóng mạch thu được:

$$\lambda_0 = 2\pi c \sqrt{LC} = 2\pi \cdot 3 \cdot 10^8 \sqrt{11,3 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 \cdot 10^{-12}} = 200,27 \text{ m}$$

b) Vì dải sóng cần thu có bước sóng nhỏ hơn bước sóng λ_0 nên điện dung của bộ tụ phải nhỏ hơn C . Do đó phải ghép C_v nối tiếp với C . Khi đó:

$$\lambda = 2\pi c \sqrt{L \frac{CC_v}{C+C_v}} \Rightarrow C_v = \frac{\lambda^2 C}{4\pi^2 c^2 LC - \lambda^2} = \frac{C}{\frac{4\pi^2 c^2 LC}{\lambda^2} - 1}$$

Từ biểu thức trên, ta thấy với $\lambda > 0$ thì C_v biến thiên đồng biến theo λ

Khi đó ta có

$$C_{v \max} = \frac{\lambda_{\max}^2 C}{4\pi^2 c^2 LC - \lambda_{\max}^2} = \frac{50^2 \cdot 1000 \cdot 10^{-12}}{4\pi^2 (3 \cdot 10^8)^2 \cdot 11,3 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-9} - 50^2} = 66,4 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

$$C_{v \min} = \frac{\lambda_{\min}^2 C}{4\pi^2 c^2 LC - \lambda_{\min}^2} = \frac{20^2 \cdot 1000 \cdot 10^{-12}}{4\pi^2 (3 \cdot 10^8)^2 \cdot 11,3 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-9} - 20^2} = 10,1 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

Vậy $10,1 \text{ pF} \leq C_v \leq 66,4 \text{ pF}$

c) Để thu được sóng $\lambda_1 = 25 \text{ m}$ thì

$$C_v = \frac{\lambda_1^2 C}{4\pi^2 c^2 LC - \lambda_1^2} = \frac{25 \cdot 10^{-9}}{4\pi^2 (3 \cdot 10^8)^2 \cdot 11,3 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-9} - 25^2} = 15,8 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

Vì C_v tỉ lệ với góc xoay nên ta có

$$\frac{C_{v \max} - C_{v_1}}{C_{v \max} - C_{v \min}} = \frac{\Delta \varphi}{180} \Rightarrow \Delta \varphi = 180 \left(\frac{C_{v \max} - C_{v_1}}{C_{v \max} - C_{v \min}} \right) = 180 \left(\frac{66,4 - 15,8}{66,4 - 10,1} \right) = 162^\circ$$

Đáp án B

Ví dụ 3: Cho mạch chọn sóng của máy thu vô tuyến điện gồm tụ C_0 ghép song song với tụ xoay C_x (điện dung của tụ xoay tỉ lệ hàm bậc nhất với góc xoay α). Cho góc xoay α biến thiên từ $0^\circ \rightarrow 120^\circ$ khi đó C_x biến thiên từ $10 \mu\text{F}$ đến $250 \mu\text{F}$, nhờ vậy máy thu được bước sóng từ 10m đến 30 m. Điện dung C_0 có giá trị bằng

A. $40 \mu\text{F}$

B. $20 \mu\text{F}$

C. $30 \mu\text{F}$

D. $10 \mu\text{F}$

Lời giải

Vì ghép song song với C_0 nên ta có điện dung tương đương $C_b = C_x + C_0$. Từ đó ta có:

$$C_{b1} = C_0 + C_{x1} = C_0 + 10 (*)$$

$$C_{b2} = C_0 + C_{x2} = C_0 + 250$$

Từ đó ta có $C_{b2} - C_{b1} = 240 (1)$. Mặt khác

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{2\pi c \sqrt{LC_{b2}}}{2\pi c \sqrt{LC_{b1}}} = 3 \Rightarrow C_{b2} = 9C_{b1} (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $C_{b1} = 30\mu F$, $C_{b2} = 270\mu F$. Thay C_{b1} vào (*) suy ra $C_0 = 20\mu F$

Đáp án B

Ví dụ 4: Mạch chọn sóng của máy thu vô tuyến điện gồm một cuộn cảm thuần và một tụ điện là tụ xoay. Điện dung của tụ xoay hàm số bậc nhất của góc xoay. Khi chưa xoay tụ là 45 độ thì mạch thu sóng có bước sóng là 10m. Khi góc xoay tụ là 45 độ thì mạch thu được sóng có bước sóng là 20m. Để mạch bắt được sóng có bước sóng 30m thì phải xoay tụ tới góc xoay bằng bao nhiêu độ

A. 120

B. 135

C. 75

D. 90

Lời giải

Bước sóng trong mỗi trường hợp là

$$\lambda = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_0 = 2\pi\sqrt{LC_0} \\ \lambda_1 = 2\pi\sqrt{LC_1} \\ \lambda_2 = 2\pi\sqrt{LC_2} \end{cases}$$

Điện dung $C = C_0 + k\alpha$

$$\begin{cases} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{C_1}{C_0} = 4 \Leftrightarrow C_1 = 4C_0 \Rightarrow 4C_0 = C_0 + 45k \Rightarrow k = \frac{C_0}{45} \\ \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{C_2}{C_0} = 4 \Leftrightarrow C_2 = 9C_0 \Rightarrow 9C_0 = C_0 + \alpha \frac{C_0}{45} \Rightarrow \alpha = 120^\circ \end{cases}$$

Ta có

Đáp án A

Ví dụ 5: Trong thông tin liên lạc bằng sóng vô tuyến, người ta sử dụng cách biến điệu biên độ, tức là làm cho biên độ của sóng điện từ cao tần (sóng mang) biến thiên theo thời gian với tần số bằng tần số của dao động âm tần. Cho tần số sóng mang là 800 kHz, tần số của dao động âm tần là 1000 Hz. Xác định số dao động toàn phần của dao động cao tần khi dao động âm tần thực hiện được một dao động toàn phần

A. 800.

B. 1000.

C. 850.

D. 620.

Lời giải

Thời gian để dao động âm tần thực hiện được một dao động toàn phần là:

$$T_A = \frac{1}{f_A} = 10^{-3} \text{ s}$$

Thời gian để dao động cao tần thực hiện được một dao động toàn phần

$$T_C = \frac{1}{f_C} = 0,125.10^{-5} \text{ s}$$

Số dao động toàn phần của dao động cao tần khi dao động âm tần thực hiện được một dao động toàn phần là

$$N = \frac{T_A}{T_C} = 800$$

(dao động toàn phần)

Đáp án A