
(Đề thi có 04 trang)

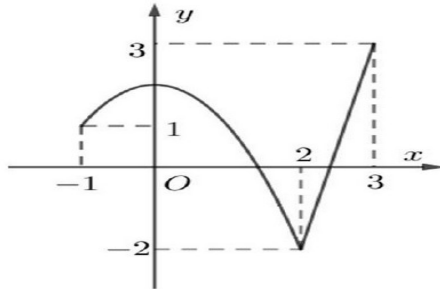
Họ và
tên:

Số báo danh: Mã đề 000

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{a} = (6; 0; -3)$ và $\vec{b} = (-1; -2; 0)$. Vector $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là
A. $(7; 2; 3)$. B. $(-7; -2; 3)$. C. $(-5; 2; 3)$. D. $(7; 2; -3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $3M - 2m$ bằng

A. 5. B. 1. C. 4. D. 13.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = \frac{5x-1}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là

A. $x = 1$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $y = 1$. D. $x = -1$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; 4)$ trên trục Ox là

A. $M'(0; 0; -4)$. B. $M'(0; 2; 0)$. C. $M'(1; 0; 0)$. D. $M'(1; 2; -4)$.

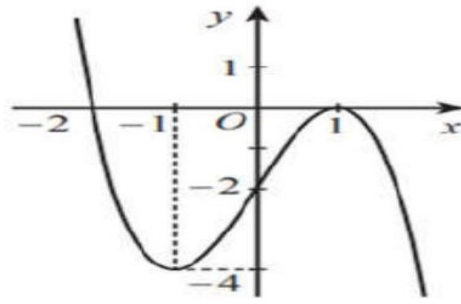
Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AC}$.

Câu 6. Một vật chuyển động theo quỹ đạo $s = 2t^3 + 24t^2 + 9t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s (m) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Sau 7 (giây) kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $111(m/s)$. B. $487(m/s)$. C. $639(m/s)$. D. $1925(m/s)$.

Câu 7. Cho hàm $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại

- A. $x = 3$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$ cho vector $\vec{a}$ thỏa mãn $\vec{a} = 4\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

- A. $(4; 3; -5)$. B. $(-4; -3; 5)$. C. $(-5; 4; 3)$. D. $(3; 4; -5)$.

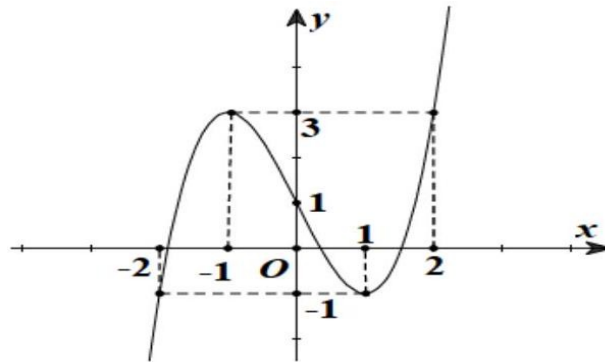
Câu 9. Thời gian công tác của 50 nhân viên một công ty được ghi lại ở bảng số liệu ghép nhóm sau (đơn vị năm).

Nhóm	$[2; 6)$	$[6; 10)$	$[10; 14)$	$[14; 18)$	$[18; 22)$	$[22; 26)$
Tần số	10	20	16	3	0	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 24 . B. 18 . C. 21 . D. 14 .

Câu 10. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -x^3 + 2x - 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = 2x^3 - 6x - 1$.

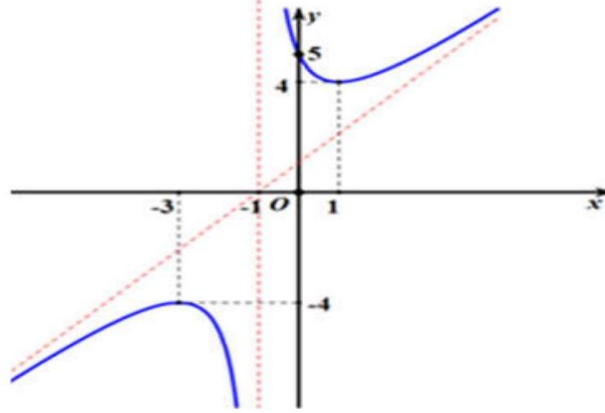
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 12. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$

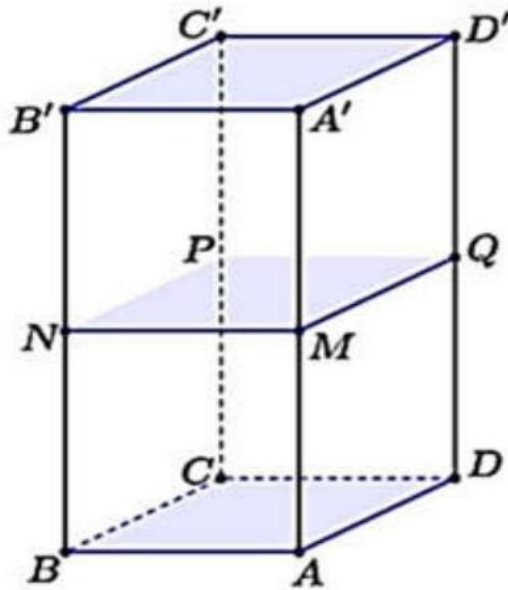
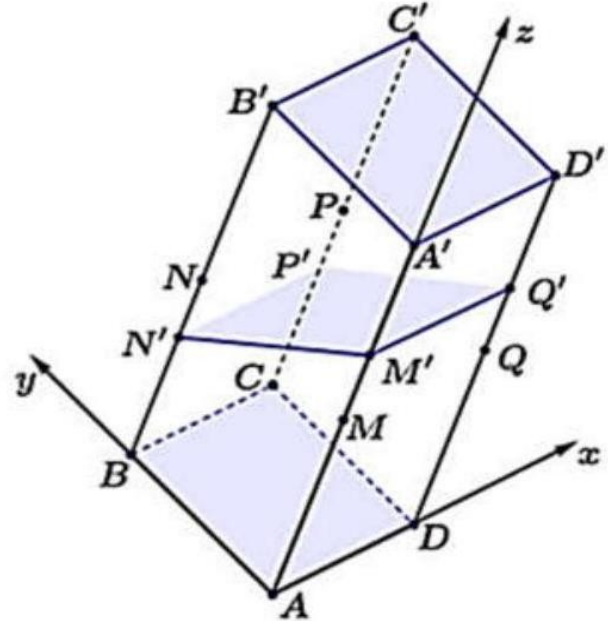
B. $y = \frac{x^2 - 1}{x - 2}$

C. $y = \frac{x + 2}{x + 1}$

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một chậu nước hình lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng 4 dm và chiều cao bằng 8 dm. Người ta đổ nước vào chiếm một nửa chiều cao chậu nước, mặt thoáng của nước là $MNPQ$. Khi nghiêng chậu nước sao cho các cạnh bên đều lệch một góc 30° so với phương thẳng đứng thì mặt thoáng của nước là $M'N'P'Q'$. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với A trùng với gốc tọa độ O , tia Ox qua D và tia Oy qua B .



a) Thể tích nước trong chậu là 64dm^3 .

b) $\overline{AM} \cdot \overline{AN} = 16$.

c) Trung điểm I của $M'N'$ có tọa độ là $(0; 2; 4)$.

d) Góc hai vec tơ $\overline{AN'}$, $\overline{AQ'}$ bằng $61,2^\circ$ (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 2. Bạn Quyết và bạn Thắng làm thí nghiệm trồng cây. Mỗi bạn trồng 40 cây cần tây trong cốc, phần gốc của các cây khi bắt đầu trồng đều dài 4 cm. Bảng 1 và bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số liệu thống kê chiều cao của các cây (đơn vị centimet) mà bạn Quyết và bạn Thắng trồng trong 6 tuần.

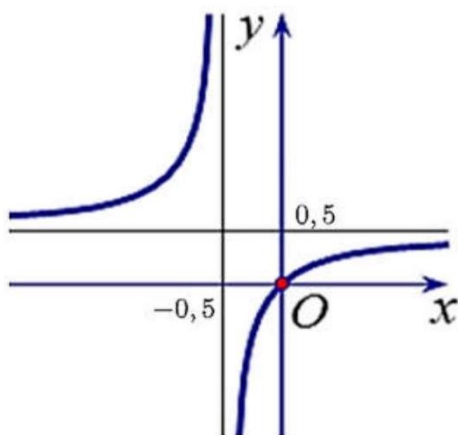
Nhóm	Tần số	Nhóm	Tần số
[20; 25)	2	[20; 25)	5
[25; 30)	16	[25; 30)	9
[30; 35)	20	[30; 35)	25
[35; 40)	2	[35; 40)	1
	$n = 40$		$n = 40$

Bảng 1

Bảng 2

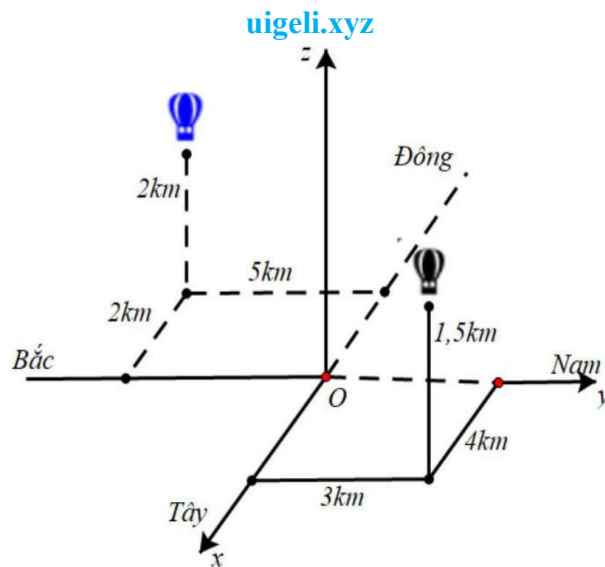
- a) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Quyết lớn hơn 3 .
b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Thắng lớn hơn 4 .
c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của bạn Thắng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 13,69 .
d) Sự tăng trưởng của cây bạn Thắng trồng đồng đều hơn sự tăng trưởng của cây Bạn Quyết trồng.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+1} (c \neq 0, a-bc \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



- a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là $x = -\frac{1}{2}$ và tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{2}$.
b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right); \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
c) $a > 0; b < 0; c > 0$.
d) $a + 2b + c = 3$.

Câu 4. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Tại thời điểm t chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 4 km về phía tây và 3 km về phía nam, đồng thời cách mặt đất $1,5$ km, chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía đông và 5 km về phía bắc, đồng thời cách mặt đất 2 km. Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilômét.



Giả sử tại thời điểm t vị trí chiếc khinh khí cầu thứ nhất là điểm A , vị trí chiếc khinh khí cầu thứ hai là điểm B .

- Toạ độ của chiếc khinh khí cầu thứ nhất tại thời điểm t đối với hệ toạ độ đã chọn là $A(3; 4; 1,5)$.
- Toạ độ của chiếc khinh khí cầu thứ hai tại thời điểm t đối với hệ toạ độ đã chọn là $B(-2; -5; 2)$.
- Khoảng cách giữa hai khinh khí cầu tại thời điểm t là $AB = \sqrt{3}$.
- Để theo dõi tín hiệu của hai chiếc khinh khí cầu tại hai điểm A và B , người ta bắt trạm ra đa tại vị trí điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) . Tín hiệu thu được tốt nhất khi và chỉ khi $MA + MB$ nhỏ nhất. Toạ độ điểm $M\left(0; \frac{-1}{6}; \frac{41}{18}\right)$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến 20

Câu 1. Bảng số liệu sau đây thống kê số cân nặng của một lớp gồm 40 học sinh (đơn vị: kg).

Kết quả cân nặng của học sinh (kg)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	
Số học sinh	3	10	15	10	2	$n = 40$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là bao nhiêu? (kết quả lấy một chữ số thập phân)

Câu 2. Hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 2024$ có giá trị cực tiểu bằng a và giá trị cực đại bằng b . Tính giá trị biểu thức $S = 2a + b$.

Câu 3. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển Drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một Drone giao hàng đang ở toạ độ $A(1; 2; -1)$ di chuyển đến địa điểm nhận hàng là $B(2; -1; 3)$. Mỗi đơn vị trên phần mềm bằng 1 km ngoài thực tế. Biết tốc độ của drone là 80 km/h; giả sử rằng từ vị trí giao hàng và nhận hàng không gặp chướng ngại vật, sức cản của gió không đáng kể để Drone bay theo đường thẳng. Thời gian Drone bay từ vị trí ban đầu A đến địa điểm giao hàng B mất bao nhiêu phút (làm tròn đến hàng phần trăm)?

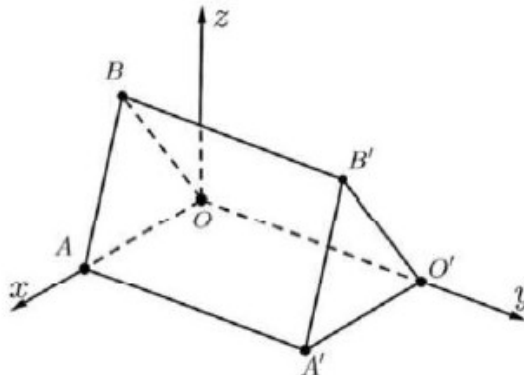
Câu 4. Một người nông dân có 18.000.000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (như hình minh họa). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 30.000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 60.000 đồng/mét, mặt giáp với bờ sông không phải rào. Để tổng diện tích của hai khu đất lớn nhất thì chiều dài hàng rào song song với bờ sông bằng bao nhiêu mét?

PHẦN IV. Tự luận.

Câu 5. Tại khu du lịch người ta làm những căn lều gỗ trong hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB \cdot O'A'B'$ như trong hình 2. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như hình 2 (đơn vị đo lấy theo mét), hai điểm $A'\left(\frac{12}{5}; \frac{9}{2}; 0\right)$ và $B\left(\frac{6}{5}; 0; 3\right)$. Gọi điểm $M \in AB$ sao cho $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$, điểm $N \in O'B'$ sao cho $\overrightarrow{O'N} = 2\overrightarrow{NB'}$. Trong căn lều người dùng dây đèn trang trí được nối thẳng từ điểm M sang điểm N . Tính độ dài dây đèn MN .



Hình 1



Hình 2

Câu 6. Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384 cm^2 . Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3 cm, để lề trái và lề phải đều là 2 cm. Phần còn lại của trang sách được in chữ. Kích thước của trang sách là bao nhiêu để phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN CHẤM

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Mã đề	Đáp án											
000	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	D	D	A	C	C	C	D	A	A	A	C	A

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
000	a)D-b)D-c)D-d)S	a)D-b)S-c)D-d)S	a)D-b)S-c)S-d)D	a)S-b)D-c)S-d)S

Lời giải

Câu 4:

a) Tọa độ của chiếc khinh khí cầu thứ nhất tại thời điểm t đối với hệ tọa độ đã chọn là $A(4;3;1,5)$.

b) Tọa độ của chiếc khinh khí cầu thứ hai tại thời điểm t đối với hệ tọa độ đã chọn là $B(-2;-5;2)$.

$$\overrightarrow{AB} = \left(-6; -8; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow AB = \sqrt{(-6)^2 + (-8)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{401}}{2}$$

c)

d) Gọi $A'(4;3;-1,5)$ là điểm đối xứng với $A(4;3;1,5)$ qua mặt phẳng (Oxy)

$$MA + MB = MA' + MB \geq A'B$$

suy ra $MA + MB$ nhỏ nhất khi A', M, B thẳng hàng

Với $M(x; y; 0)$.

$$\overrightarrow{MA} = (4-x; 3-y; -1,5); \overrightarrow{MB} = (-6; -8; 3,5)$$

$$\frac{4-x}{-6} = \frac{3-y}{-8} = \frac{-1,5}{3,5} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{7} \\ y = \frac{-3}{7} \end{cases}$$

Vậy $M\left(\frac{10}{7}; \frac{-3}{7}; 0\right)$.

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
000	7,5	6076	3.82	300		

PHẦN IV. Tự luận.

Lời giải

Câu 1:

$$OAB \cdot O'A'B'$$

Do là lăng trụ đứng:

+Điểm A là hình chiếu của $A'\left(\frac{12}{5}; \frac{9}{2}; 0\right)$ lên trục Ox nên $A\left(\frac{12}{5}; 0; 0\right)$.

• Điểm O' là hình chiếu của $A'\left(\frac{12}{5}; \frac{9}{2}; 0\right)$ lên trục Oy nên $O'\left(0; \frac{9}{2}; 0\right)$.

• Điểm $B\left(\frac{6}{5}; 0; 3\right)$ là hình chiếu của $B'\left(\frac{6}{5}; \frac{9}{2}; 3\right)$ lên mặt phẳng (Oxz) nên $B'\left(\frac{6}{5}; \frac{9}{2}; 3\right)$.

Gọi tọa độ hai điểm $M(x_M; 0; z_M)$ và $N\left(x_N; \frac{9}{2}; z_N\right)$ (Do $M \in AB$ và $N \in O'B'$).

$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB} \Rightarrow \begin{cases} x_M - \frac{12}{5} = 2\left(\frac{6}{5} - x_M\right) \\ z_M - 0 = 2(3 - z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{8}{5} \\ z_M = 2 \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{8}{5}; 0; 2\right)$$

Ta có:

$$\overrightarrow{O'N} = 2\overrightarrow{NB'} \Rightarrow \begin{cases} x_N - 0 = 2\left(\frac{6}{5} - x_N\right) \\ z_N - 0 = 2(3 - z_N) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{4}{5} \\ z_N = 2 \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{4}{5}; \frac{9}{2}; 2\right)$$

Và

$$MN = \sqrt{\left(\frac{4}{5} - \frac{8}{5}\right)^2 + \left(\frac{9}{2} - 0\right)^2 + (2 - 2)^2} = \frac{\sqrt{2089}}{10}$$

Vậy độ dài dây đèn (mét).

Câu 2: Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384 cm^2 . Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3 cm, để lề trái và lề phải đều là 2 cm. Phần còn lại của trang sách được in chữ. Kích thước của trang sách là bao nhiêu để phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất?

Lời giải

$$x, y (\text{ cm}) \quad (x, y > 0)$$

Gọi x, y lần lượt là các kích thước của trang sách.

$$xy = 384 \Rightarrow y = \frac{384}{x}$$

Ta có:

$$x - 6, y - 4 (\text{ cm})$$

Các kích thước của phần in chữ sau khi canh lề lần lượt là

Diện tích phần in chữ:

$$S = (x - 6)(y - 4) = xy - 6x - 4y + 24 = 384 - 6x - 4 \times \frac{384}{x} + 24 = 408 - \left(6x + \frac{1536}{x}\right) (\text{ cm}^2)$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy:

$$S = 408 - \left(6x + \frac{1536}{x}\right) \leq 408 - 2\sqrt{6x \times \frac{1536}{x}} = 408 - 2\sqrt{6 \times 1536} = 216 (\text{ cm}^2)$$

$$6x = \frac{1536}{x} \Leftrightarrow x^2 = 256 \Rightarrow x = 16 \Rightarrow y = \frac{384}{16} = 24 (\text{ cm})$$

Dấu bằng xảy ra khi

$$216 \text{ cm}^2$$

$$16 \text{ cm} \times 24 \text{ cm}$$

Vậy phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất là 216 cm^2 khi kích thước trang sách là $16 \text{ cm} \times 24 \text{ cm}$.