

- Câu 1.** Trong hội thảo, xác suất chọn được một người trình bày báo cáo bằng tiếng anh là $0,6$. Xác suất để chọn một người trình bày là nữ là $0,4$. Xác suất để chọn được một người trình bày báo cáo bằng tiếng anh biết người đó là nữ là $0,3$. Tính xác suất để chọn được một người là nữ sao cho người đó có thể trình bày báo cáo bằng tiếng anh.
- Câu 2.** Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10 trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có 60% học sinh nữ là đoàn viên, 50% học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên.
- Câu 3.** Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lần mỗi thùng 3 lon quá hạn sử dụng, loại II để lần mỗi thùng 2 lon quá hạn và loại III để lần mỗi thùng có 4 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng (làm tròn đến kết quả phần chục).
- Câu 4.** Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời “sẽ mua”, 90 người trả lời “có thể sẽ mua” và 60 người trả lời “không mua”. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 1%. Trong số khách hàng thực sự mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời “sẽ mua” là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{1}{2}a + b$.
- Câu 5.** Một nhà đầu tư phân loại các dự án trong một chu kỳ đầu tư thành 3 loại: ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao. Tỷ lệ các dự án các loại đó tương ứng là 20%; 45% và 35%. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ các dự án gặp rủi ro khi đầu tư tương ứng là 5%; 20% và 40%. Nếu một dự án gặp rủi ro sau kỳ đầu tư thì khả năng dự án rủi ro lớn nhất là bao nhiêu?
- Câu 6.** Có hai đồng xu có hình thức giống nhau, trong đó có một đồng xu cân đối đồng chất và một đồng xu không cân đối có xác suất khi tung đồng xu xuất hiện mặt ngửa là $\frac{2}{3}$. Một người lấy ngẫu nhiên một đồng xu trong hai đồng xu đã cho, tung đồng xu đó 3 lần thì đều thấy xuất hiện mặt ngửa, xác suất người đó lấy được đồng xu cân đối là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần mười.)
- Câu 7.** Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B . Biết rằng $P(A|B) = 2P(B|A)$ và $P(AB) \neq 0$.
 Tính tỉ số $\frac{P(A)}{P(B)}$
- Câu 8.** Ông An hàng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là $0,4$. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là $0,7$. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính xác suất để thứ Tư trong tuần đó ông An đi làm bằng xe máy.
- Câu 9.** Trong một chiến dịch chống không kích của đơn vị A, được thông báo máy bay đối phương có xác suất $0,65$ xuất hiện ở khu vực A. Nếu máy bay không ở A, thì chắc chắn nó sẽ ở B. Để đối phó, quân đội quyết định nếu máy bay xuất hiện ở A thì sẽ bắn 1 quả tên lửa, còn ở B thì bắn 2 quả tên lửa. Mỗi quả tên lửa có xác suất trúng mục tiêu là $0,8$. Máy bay bị bắn hạ nếu nó

trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất thành công trong việc bắn hạ máy bay đối phương (kết quả được tính theo %)?

- Câu 10.** Trường X có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi môn bóng bàn. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết chơi môn bóng bàn. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi môn bóng bàn. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là $\frac{a}{b}$. Tính $a - b$?
- Câu 11.** Một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử có ba dây chuyền sản xuất A, B và C. Dây chuyền A sản xuất 50% số linh kiện, dây chuyền B sản xuất 30% và dây chuyền C sản xuất 20% số linh kiện. Tỷ lệ phế phẩm của từng dây chuyền lần lượt là 2%, 3% và 1%. Chọn một linh kiện ngẫu nhiên và phát hiện là phế phẩm thì xác suất để linh kiện đó được sản xuất từ dây chuyền A là bao nhiêu?
- Câu 12.** Một lớp học có tỉ lệ học sinh nữ là 60%, trong đó tỉ lệ học sinh nam và học sinh nữ tham gia câu lạc bộ Hip hop của trường lần lượt là 25% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp có tham gia câu lạc bộ Hip hop, tính xác suất để học sinh đó là nam.
- Câu 13.** Một hộp đựng 50 bút bi xanh và 50 bút bi đỏ, các bút bi có cùng kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê, người ta thấy: có 80% số bút bi xanh có dán tem T/L và 70% số bút bi đỏ có dán tem T/L , những bút bi còn lại không dán tem T/L . Lấy ngẫu nhiên một bút bi trong hộp. Tính xác suất để bút bi được lấy ra có dán tem T/L .
- Câu 14.** Một kho hàng do hai nhà máy sản xuất. Biết tỉ lệ sản phẩm đóng góp của nhà máy một bằng $\frac{1}{3}$ sản phẩm đóng góp của nhà máy hai và tỉ lệ phế phẩm do nhà máy một, nhà máy hai sản xuất lần lượt là 0,1% và 0,2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm thì thấy nó là phế phẩm. Biết xác suất để phế phẩm đó do nhà máy hai sản xuất là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b$.
- Câu 15.** Cho hai biến cố A, B sao cho $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,4$ và $P(A|B) = 0,9$. Tính $P(B|A)$.
- Câu 16.** Cho hai biến cố M và N , biết rằng $P(N) = 0,7$, $P(M|N) = 0,8$, $P(M|\bar{N}) = 0,4$. Tính $P(N|M)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 17.** Một nhà máy lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 65% chi tiết, máy thứ hai cung cấp 35% chi tiết. Khoảng 80% chi tiết do máy thứ nhất sản xuất là đạt tiêu chuẩn, còn 85% chi tiết do máy thứ hai sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ nhà máy một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tìm xác suất để sản phẩm đó do máy thứ nhất sản xuất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 18.** Có hai lô sản phẩm gồm các loại sản phẩm tốt và xấu. Lô 1 có 50 sản phẩm trong đó có 20 sản phẩm xấu, lô 2 có 40 sản phẩm trong đó có 15 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên một lô và từ đó lấy ra một sản phẩm. Tìm xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 19.** Một loại xét nghiệm nhanh SARS-CoV-2 cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus (nguồn: <https://tapchihocvietnam.vn/index.php/vmj/article/view/2124/1921>). Giả sử tỉ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 trong một cộng đồng là 1%. Hãy tính xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- Câu 20.** Giả sử tỷ lệ người dân của tỉnh **M** nghiện thuốc lá là 20%, tỷ lệ người dân bị bệnh phổi là 26%, trong số người bị bệnh phổi thì tỷ lệ nghiện thuốc lá là 70%. Tính xác suất người đó nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).
- Câu 21.** Một cặp trẻ sinh đôi có thể do cùng một trứng (sinh đôi thật) hay do hai trứng khác nhau sinh ra (sinh đôi giả). Các cặp sinh đôi thật luôn luôn có cùng giới tính. Các cặp sinh đôi giả thì giới tính của mỗi đứa độc lập với nhau và có xác suất là 0.5 . Thống kê cho thấy 34% cặp sinh đôi là trai, 30% cặp sinh đôi là gái và 36% cặp sinh đôi có giới tính khác nhau. Tính tỷ lệ cặp sinh đôi thật trong số các cặp sinh đôi có cùng giới tính. (Làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 22.** Dây chuyền lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 60% chi tiết, còn lại là của máy thứ hai. Khoảng 90% chi tiết do máy thứ nhất sản xuất đạt tiêu chuẩn, còn 85% chi tiết do máy thứ 2 sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ dây chuyền một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tính xác suất để sản phẩm đó do máy thứ nhất sản xuất (làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 23.** Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 90% số viên bi màu đỏ được đánh số và 50% số viên bi màu vàng được đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 24.** Một lô linh kiện có chứa 40% linh kiện do nhà máy I sản xuất và 60% linh kiện do nhà máy II sản xuất. Biết tỉ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là 3%, 4%. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Tính xác suất để linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 25.** Một xét nghiệm Covid – 19 cho kết quả dương tính với 90% các trường hợp thực sự nhiễm virus và cho kết quả âm tính với 80% các trường hợp thực sự không nhiễm virus. Biết rằng tỉ lệ người nhiễm Covid – 19 trong một cộng đồng nào đó là 1%. Một người trong cộng đồng đó cho kết quả xét nghiệm dương tính. Xác suất để người đó thực sự bị nhiễm virus có dạng $\frac{a}{b}$ (Phân số tối giản). Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu?
- Câu 26.** Tỷ lệ người nghiện thuốc lá tại một vùng là 30%. Biết rằng tỷ lệ người bị viêm họng trong số những người nghiện thuốc lá là 60%, còn tỷ lệ người bị viêm họng trong số những người không nghiện là 40%. Lấy ngẫu nhiên một người thấy người ấy không bị viêm họng. Tính xác suất người đó nghiện thuốc lá. (Làm tròn kết quả tới hàng phần trăm)
- Câu 27.** Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 28.** Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng. Hộp thứ hai có 6 quả bóng bàn màu trắng và 4 quả bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn ở hộp thứ hai ra. Tính xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai.
- Câu 29.** Một đội bắn súng gồm có 8 nam và 2 nữ. Xác suất bắn trúng của các xạ thủ nam là 0,8 còn của các xạ thủ nữ là 0,9. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn một viên đạn và xạ thủ đó đã bắn trúng. Tính xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) để xạ thủ đó là nữ?
- Câu 30.** Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn

hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

- Câu 31.** Có hai hộp bi, hộp I có 5 bi trắng và 7 bi đỏ, hộp II có 10 bi trắng và 15 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp I chuyển sang hộp II. Sau đó, từ hộp II lấy ngẫu nhiên 1 viên bi thì được bi trắng. Xác suất để 2 bi chuyển từ hộp I sang hộp II không cùng màu là $\frac{a}{b}$ (là phân số tối giản). Tính $a+b$.
- Câu 32.** Trong kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, trường THPT A có 60 % học sinh lựa chọn khối D để xét tuyển đại học. Biết rằng, nếu một học sinh lựa chọn khối D thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là $0,7$ còn nếu học sinh không lựa chọn khối D thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là $0,8$. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường THPT A đã tốt nghiệp trong kì thi trên. Giả sử xác suất để học sinh đó chọn khối D biết học sinh này đã đỗ đại học là $\frac{m}{n}$ với n là số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $m+n$.
- Câu 33.** Một hộp chứa 10 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp, xem màu, rồi bỏ ra ngoài. Nếu viên bi An lấy ra có màu xanh, bạn Bình sẽ lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp; còn nếu viên bi An lấy ra có màu đỏ, bạn Bình sẽ lấy ra ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Tính xác suất để An lấy được viên bi màu xanh, biết rằng tất cả các viên bi được hai bạn chọn ra đều có đủ cả hai màu.
- Câu 34.** Một nhà máy có hai phân xưởng I và II tương ứng làm ra 40% và 60% sản phẩm của nhà máy. Biết rằng tỷ lệ phế phẩm của hai phân xưởng I và II tương ứng là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy thì thấy nó là phế phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó thuộc phân xưởng I.
- Câu 35.** Có hai chiếc hộp, hộp I có 5 quả bóng màu trắng và 7 quả bóng màu đỏ, hộp II có 10 quả bóng màu trắng và 15 quả bóng màu đỏ, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên hai quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu trắng là $\frac{a}{b}$ (là phân số tối giản). Tính $a+b$.
- Câu 36.** Quan sát hai mã cổ phiếu X và Y . Người ta nhận thấy trong mỗi phiên giao dịch, nếu cổ phiếu Y không giảm thì cổ phiếu X giảm giá với xác suất $\frac{3}{5}$. Ngược lại, nếu cổ phiếu X không giảm thì cổ phiếu Y giảm giá với xác suất $\frac{2}{3}$. Hơn nữa, xác suất để cả hai cổ phiếu X và Y giảm giá trong cùng một ngày là $\frac{1}{10}$. Hỏi xác suất để có ít nhất một trong hai cổ phiếu giảm giá trong một phiên giao dịch là bao nhiêu?
- Câu 37.** Một chiếc hộp có 50 viên bi, trong đó có 30 viên bi màu xanh và 20 viên bi màu đỏ, các viên bi có kích thước và khối lượng giống nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 70% số viên bi màu xanh được đánh số và 60% số viên bi màu đỏ được đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Biết rằng, viên bi lấy ra được đánh số, xác suất để viên bi đó có màu xanh bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?
- Câu 38.** Chạy Marathon là môn thể thao chạy bộ đường dài mà tại đó, người chơi sẽ hoàn thành quãng đường 42,195 km trong khoảng thời gian nhất định. “FM sub 4” là một thuật ngữ phổ biến

trong cộng đồng những người tham gia chạy Marathon, nó dùng để chỉ thành tích hoàn thành quãng đường 42,195 km dưới 4 giờ. Trong một câu lạc bộ Marathon, tỉ lệ thành viên nam là 72%, tỉ lệ thành viên nữ là 28%. Đối với nam, tỉ lệ người hoàn thành FM sub 4 là 32%; đối với nữ, tỉ lệ người hoàn thành FM sub 4 là 3%. Chọn ngẫu nhiên một người từ câu lạc bộ đó. Xác suất để người được chọn là nam bằng bao nhiêu (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm), biết rằng người được chọn đã hoàn thành FM sub 4?

- Câu 39.** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe tại trường có 200 học sinh được xét nghiệm một loại virus. Trong đó, biết rằng có 80 bạn thật sự bị nhiễm virus. Nếu một bạn bị nhiễm, thì xét nghiệm cho kết quả dương tính (tức là phát hiện đúng bệnh) với xác suất 90%. Nếu một bạn không bị nhiễm, thì xét nghiệm vẫn có thể báo nhầm là dương tính (gọi là dương tính giả), với xác suất 5%. Giả sử một bạn có kết quả xét nghiệm dương tính. Hỏi xác suất để bạn đó thật sự bị nhiễm virus là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?
- Câu 40.** Xác suất bé An được mẹ dẫn theo khi đi mua sắm là $\frac{2}{5}$. Khi bé An được đi theo mẹ thì 70% bé sẽ được mua đồ chơi. Khi bé không đi theo mẹ, có thể mẹ vẫn mua đồ chơi cho bé. Xác suất bé được đi theo mẹ biết rằng bé được mẹ mua cho đồ chơi là $\frac{14}{23}$. Khi bé không đi theo mẹ, xác suất bé được mẹ mua cho đồ chơi là bao nhiêu?
- Câu 41.** Một cơ sở sản xuất sữa giả mua các thùng sữa thật giống nhau (4^8 hộp / thùng), rồi thay thế một số hộp sữa thật thành các hộp sữa giả nhằm thu lợi bất chính. Trong quá trình sản xuất, cơ sở phân ra làm hai loại: Loại I để lẫn mỗi thùng 5 hộp sữa giả và loại II để lẫn mỗi thùng 3 hộp sữa giả. Biết rằng số thùng sữa loại I gấp $1,5$ lần số thùng sữa loại II. Chọn ngẫu nhiên một thùng sữa từ cơ sở sản xuất và từ thùng đó lấy ngẫu nhiên 10 hộp. Tính xác suất để trong 10 hộp lấy ra có đúng 2 hộp sữa là giả (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Câu 42.** Một cơ quan hành chính nhà nước thực hiện việc tinh giản biên chế thông qua phỏng vấn. Tỷ lệ nhân viên của cơ quan thuộc hai nhóm trình độ: Đại học, Cao đẳng lần lượt là 65% và 35%. Qua phỏng vấn thì tỷ lệ nhân viên bị tinh giản của nhóm đại học là 10%, nhóm cao đẳng là 15%. Chọn một nhân viên bất kỳ đã bị tinh giản thì hãy tính xác suất để người này có trình độ đại học (kết quả là một số thập phân nhỏ hơn 1 đã làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 43.** Một loại linh kiện do hai nhà máy I và II cùng sản xuất. Tỉ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là 2% và 3%. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 100 sản phẩm của nhà máy I và 150 sản phẩm của nhà máy II. Một nhân viên kiểm tra lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Biết rằng linh kiện được lấy ra không là phế phẩm. Tính xác suất để linh kiện đó do nhà máy II sản xuất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?
- Câu 44.** Tại địa phương A, người ta tiến hành một đợt kiểm tra diện rộng các con bò để phát hiện một loại bệnh X, không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100%. Có một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm Z cho kết quả như sau: Xét nghiệm có độ nhạy 84% (Độ nhạy là xác suất chọn được một mẫu dương tính biết rằng mẫu bị nhiễm bệnh); xác suất dương tính giả là 8% (Dương tính giả là xét nghiệm dương tính nhưng thực tế không bị nhiễm bệnh). Biết rằng tỉ lệ bò ở địa phương A bị mắc bệnh X là 25%. Chọn ngẫu nhiên một con bò địa phương A để xét nghiệm, tính xác suất để chọn được con bò bị nhiễm bệnh, biết rằng con bò dương tính với xét nghiệm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 45.** Một người tham gia trò chơi với ba hộp quà đặc biệt: Hộp màu vàng có 2 điện thoại iPhone và 3 tai nghe, hộp màu bạc có 4 điện thoại iPhone và 1 tai nghe và hộp màu đồng có 3 điện thoại iPhone và 2 tai nghe. Luật chơi được thực hiện qua 2 bước sau:
- Bước 1: Người chơi chọn ngẫu nhiên một hộp.

Bước 2: Từ hộp đã chọn, người chơi lấy ngẫu nhiên 1 món quà:

- Nếu quà là điện thoại iPhone, người chơi được giữ nó và lấy thêm 1 quà nữa từ cùng hộp.
- Nếu quà là tai nghe, trò chơi kết thúc.

Biết rằng người chơi lấy được hai điện thoại iPhone, tính xác suất để người đó lấy từ hộp màu bạc (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

- Câu 46.** Một thùng thăm đựng 50 thẻ giảm giá cho nhân viên có kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 thẻ xanh và 20 thẻ trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một thẻ, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một thẻ nữa. Tính xác suất để lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất và một thẻ trắng ở lần thứ hai? (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 47.** Có ba đồng xu được đựng trong một hộp kín. Đồng xu thứ nhất là một đồng xu cân đối với tỷ lệ mặt ngửa và mặt sấp bằng nhau. Đồng xu thứ hai là một đồng xu bị lỗi có khả năng mặt ngửa xuất hiện là 70%. Đồng xu thứ ba là một đồng xu hai mặt ngửa (khi tung luôn ra mặt ngửa). Bạn An lấy ngẫu nhiên một đồng xu từ hộp và tung nó hai lần. Kết quả của hai lần tung cho thấy xuất hiện một lần mặt sấp và một lần mặt ngửa. Tính xác suất để đồng xu bạn đã chọn là đồng xu thứ hai (đồng xu bị lỗi) (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 48.** An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là 0,4 (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 49.** Bạn An đi học mỗi ngày bằng một trong hai phương tiện: xe buýt hoặc xe đạp. Vì vội, An chọn ngẫu nhiên một trong hai phương tiện này với xác suất như nhau (tức là 50% đi xe buýt, 50% đi xe đạp). Nếu An đi xe buýt thì xác suất bị muộn học là 6% ; nếu An đi xe đạp thì xác suất bị muộn học là 4% . Hỏi vào một ngày bất kỳ, xác suất An bị muộn học là bao nhiêu?
- Câu 50.** Thực hiện khảo sát tại một địa phương mà số trẻ em nam gấp $1,5$ lần số trẻ em nữ, có 8% số trẻ em nam bị hen phế quản, 5% số trẻ em nữ bị hen phế quản. Chọn ngẫu nhiên một trẻ em. Giả sử trẻ em được chọn bị hen phế quản. Xác suất chọn được trẻ em nam là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).
- Câu 51.** Một nhà máy sản xuất sản phẩm A có tỷ lệ sản phẩm bị lỗi là 2%. Nhà máy sử dụng hai hệ thống

kiểm tra chất lượng độc lập để phát hiện lỗi:

Hệ thống 1: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 95%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 1%.

Hệ thống 2: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 90%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 5%.

Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm. Biết rằng sản phẩm này bị cả hai hệ thống kiểm tra đều báo lỗi.

Tính xác suất để sản phẩm này thực tế không bị lỗi. Kết quả xác suất này sau khi đã làm tròn đến

hàng phần nghìn là số có dạng $0,0ab$ (ví dụ nếu kết quả là 0,024 thì $a=2, b=4$). Tính giá trị

của $a + b$.

- Câu 52.** Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán căn bệnh nói trên có tỉ lệ chính xác là 98% (với cả người bị bệnh và người không bị bệnh). Biết rằng nếu một người được sử dụng phương pháp trên để kiểm tra và cho kết quả dương tính (bị bệnh) thì xác suất người đó thực sự bị bệnh là $\frac{y}{296}$, y là số tự nhiên. Hỏi y bằng bao nhiêu?
- Câu 53.** Tổng kết năm học 2024-2025, đội HSG toán của CLB chuyên Gia Lai có 7 bạn được khen thưởng: Phát, Phong, Đức, Kiên, Dương, Khoa và Hải.
Phần thưởng cho tất cả các bạn gồm có 4 quyển sách Đa Thức, 5 quyển sách Tổ Hợp, 5 quyển sách Hình Học (các quyển sách cùng chủ đề là giống nhau) sao cho mỗi học sinh được 2 quyển sách khác chủ đề. Tính xác suất để bạn Khoa và Dương có phần thưởng giống nhau (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Câu 54.** Tỉ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng $0,25$. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là 96%, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính 8%. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?
- Câu 55.** Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp thứ nhất và bỏ vào hộp thứ hai, rồi từ hộp thứ hai lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi. Biết 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có cùng màu.
- Câu 56.** Nhân dịp kỷ niệm 10 năm thành lập trường, các học sinh lựa chọn tham gia thi đấu thể thao hoặc biểu diễn văn nghệ. Lớp 12A1 có 60% số học sinh tham gia thi đấu thể thao và còn lại 40% tham gia diễn văn nghệ. Biết rằng các bạn nữ đều tham gia diễn văn nghệ. Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp 12A1. Biết rằng học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ, xác suất để học sinh này là nữ là bao nhiêu? (Nếu kết quả là số thập phân thì làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 57.** Có 6 viên bi đôi một khác nhau, gồm 2 viên bi màu xanh, 2 viên bi màu đỏ và 2 viên bi màu vàng. Xếp ngẫu nhiên 6 viên bi đó thành một hàng ngang. Tính xác suất để 2 viên bi màu vàng đứng cạnh nhau khi biết 2 viên bi màu xanh không đứng cạnh nhau.
- Câu 58.** Một địa phương có 2% dân số mắc căn bệnh X . Một phương pháp chẩn đoán có tỉ lệ chính xác là 99%. Nghĩa là, với những người thực sự mắc bệnh, xác suất để xét nghiệm cho kết quả dương tính là 99% số trường hợp mắc bệnh. Tuy nhiên, phương pháp này không hoàn hảo, tức là với những người không mắc bệnh, xác suất để vẫn cho kết quả dương tính (dương tính giả) là 1%. Chọn ngẫu nhiên một người dân của địa phương đó đi xét nghiệm. Nếu người được kiểm tra cho kết quả là dương tính thì xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)
- Câu 59.** Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán căn bệnh nói trên có tỉ lệ chính xác là 98% (với cả người bị bệnh và người không bị bệnh). Biết rằng nếu một người được sử dụng phương pháp trên để kiểm tra và cho kết quả dương tính (bị bệnh) thì xác suất người đó thực sự bị bệnh là $\frac{y}{148}$, y là số tự nhiên. Hỏi y bằng bao nhiêu?
- Câu 60.** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe tại trường, có 200 học sinh được xét nghiệm một loại virus. Trong đó, biết rằng có 80 bạn thật sự bị nhiễm virus. Nếu một bạn bị nhiễm, thì xét nghiệm cho kết quả dương tính (tức là phát hiện đúng bệnh) với xác suất 90%. Nếu một bạn không bị nhiễm, thì xét nghiệm vẫn có thể báo nhầm là dương tính (gọi là dương tính giả), với xác suất

5%. Giả sử một bạn có kết quả xét nghiệm dương tính. Hỏi xác suất để bạn đó thật sự bị nhiễm virus là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?.

- Câu 61.** Một nhà máy sản xuất sản phẩm A có tỷ lệ sản phẩm bị lỗi là 2%. Nhà máy sử dụng hai hệ thống kiểm tra chất lượng độc lập để phát hiện lỗi:

Hệ thống 1: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 95%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 1%.

Hệ thống 2: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 90%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 5%.

Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm. Biết rằng sản phẩm này bị cả hai hệ thống kiểm tra đều báo lỗi. Tính xác suất để sản phẩm này thực tế không bị lỗi. Kết quả xác suất này sau khi đã làm tròn đến hàng phần nghìn là số có dạng $0,0ab$ (ví dụ nếu kết quả là 0,024 thì $a = 2, b = 4$). Tính giá trị của $a + b$?

- Câu 62.** Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp thứ nhất và bỏ vào hộp thứ hai, rồi từ hộp thứ hai lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Biết 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu. Tính xác suất 3 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có cùng màu.

- Câu 63.** Một hộp chứa 10 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Bạn An lấy ngẫu nhiên một lượt 2 viên bi từ hộp, xem màu, rồi đặt lại vào hộp. Nếu trong 2 viên bi An lấy ra có ít nhất một bi màu đỏ thì bạn Bình sẽ lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp; còn nếu trong 2 viên bi An lấy ra không có viên bi nào màu đỏ thì Bình sẽ lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Tính xác suất để An lấy được ít nhất 1 viên bi màu đỏ, biết rằng tất cả viên bi hai bạn lấy ra đều có đủ hai màu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

- Câu 64.** Nhân dịp kỷ niệm 10 năm thành lập trường, các học sinh lựa chọn tham gia thi đấu thể thao hoặc biểu diễn văn nghệ. Lớp 12A1 có 60% số học sinh tham gia thi đấu thể thao và còn lại 40% số học sinh tham gia biểu diễn văn nghệ. Biết rằng các bạn nữ đều tham gia biểu diễn văn nghệ. Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp 12A1. Biết rằng học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ, xác suất để học sinh này là nữ là bao nhiêu? (Nếu kết quả là số thập phân thì làm tròn đến hàng phần trăm).

- Câu 65.** Một trường đại học kỹ thuật có 80% sinh viên nam và 20% sinh viên nữ. Trong số sinh viên nam có 85% là người bản địa, số còn lại là sinh viên quốc tế. Trong số sinh viên nữ có 90% là người bản địa, số còn lại là sinh viên quốc tế. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên nam và một sinh viên nữ. Biết rằng trong hai sinh viên được chọn ra có một sinh viên là người bản địa và một là sinh viên quốc tế, tính xác suất để sinh viên quốc tế được chọn ra là nữ. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

- Câu 66.** Một địa phương có 2% dân số mắc căn bệnh X . Một phương pháp chẩn đoán có tỉ lệ chính xác là 99%. Nghĩa là, với những người thực sự mắc bệnh, xác suất để xét nghiệm cho kết quả dương tính là 99% số trường hợp mắc bệnh. Tuy nhiên, phương pháp này không hoàn hảo, tức là với những người không mắc bệnh, xác suất để vẫn cho kết quả dương tính (dương tính giả) là 1%. Chọn ngẫu nhiên một người dân của địa phương đó đi xét nghiệm. Nếu người được kiểm tra cho kết quả là dương tính thì xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

- Câu 67.** Các nhà nghiên cứu về tâm lý học giáo dục quan sát một nhóm các học sinh lớp 10 ở một số trường học THPT trong 3 năm. Ở thời điểm bắt đầu quan sát, có 69% số học sinh được quan sát thường xuyên sử dụng điện thoại thông minh. Sau 3 năm, các nhà nghiên cứu này nhận thấy

tỉ lệ học sinh có kết quả học tập sa sút trong số những học sinh thường xuyên sử dụng điện thoại thông minh cao gấp 3 lần tỉ lệ này trong số những học sinh còn lại. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm và thấy học sinh này có kết quả học tập sa sút trong 3 năm quan sát, tính xác suất để học sinh này thường xuyên sử dụng điện thoại thông minh (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

- Câu 68.** Một loại linh kiện do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỉ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là: $0,05$; $0,04$. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 100 sản phẩm của nhà máy I và 150 sản phẩm của nhà máy II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện của lô hàng đó. Giả sử linh kiện được chọn là phế phẩm. Tính xác suất linh kiện này thuộc nhà máy I (làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm).
- Câu 69.** Nhân dịp kỷ niệm 60 năm ngày thành lập trường, các học sinh lựa chọn tham gia thi đấu thể thao hoặc biểu diễn văn nghệ. Lớp 12A có 56% số học sinh tham gia thi đấu thể thao và còn lại 44% số học sinh tham gia biểu diễn văn nghệ. Biết rằng các bạn nữ đều tham gia biểu diễn văn nghệ. Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Biết rằng học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ, tính xác suất để học sinh này là nữ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Câu 70.** Một công ty tiến hành dồn hàng hóa, lúc đầu có 2 lô sản phẩm loại I và sản phẩm loại II. Lô thứ nhất có 10 sản phẩm loại I và 3 sản phẩm loại II. Lô thứ hai có 9 sản phẩm loại I và 2 sản phẩm loại II. Từ mỗi lô lấy ngẫu nhiên một sản phẩm, các sản phẩm còn lại được dồn vào lô thứ 3. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm từ lô thứ 3, xác suất để lấy được một sản phẩm là sản phẩm loại I từ lô thứ 3 là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?
- Câu 71.** Có hai xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là $0,9$ và loại II là $0,7$. Chọn ngẫu nhiên ra hai xạ thủ và cả hai xạ thủ đều bắn một viên đạn. Tính xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)
- Câu 72.** Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai đều là bi xanh. Tính xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu khác nhau (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Câu 73.** Lớp 10^T trong một trường THPT có 22 nam và 23 nữ. Qua thống kê hàng năm tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam của khối 10 tham gia câu lạc bộ Toán học trong nhà trường lần lượt là 10% và 13%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 10^T . Tính xác suất học sinh đó là nam, biết rằng học sinh đó có tham gia câu lạc bộ Toán học của trường (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Câu 74.** Một công ty công nghệ có hai chi nhánh M và N sản xuất linh kiện điện tử. Biết rằng chi nhánh M sản xuất 60% số linh kiện. Tỉ lệ số linh kiện bị lỗi của chi nhánh M là 3% và tỉ lệ số linh kiện bị lỗi của chi nhánh N là 4%. Một linh kiện được chọn ngẫu nhiên từ kho của công ty và phát hiện là bị lỗi. Xác suất để linh kiện này được sản xuất bởi chi nhánh N là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 75.** Trong một trường THPT X có tỉ lệ học sinh nữ là 48%. Tỉ lệ học sinh nữ và học sinh nam tham gia tư vấn tuyển sinh do Báo Thanh niên phối hợp với Sở GDĐT tổ chức lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh đó có tham gia tư vấn tuyển sinh. Tính xác suất học sinh đó là nam (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 76.** Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú luôn nói thật, 3 chú còn lại luôn tự nhận mình nói thật nhưng xác suất để mỗi chú này nói thật là $0,5$. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi A là biến cố “chú lùn đó luôn nói thật” và B là biến cố “chú lùn đó tự nhận mình

luôn nói thật”. Biết rằng chú lùn mà bạn Tuyết gặp tự nhận mình là người luôn nói thật. Tính xác suất để chú lùn đó luôn nói thật (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

- Câu 77.** Một công ty có hai chi nhánh: Chi nhánh A có 45 nhân viên, trong đó có 30 người làm ở bộ phận kỹ thuật và 15 người làm ở bộ phận hành chính. Chi nhánh B có 40 nhân viên, trong đó số lượng nhân viên kỹ thuật và hành chính là bằng nhau. Do cần tăng cường nhân sự, công ty chọn ngẫu nhiên một nhân viên từ chi nhánh A chuyển sang chi nhánh B . Sau đó, công ty chọn ngẫu nhiên 2 nhân viên từ chi nhánh B để tham dự một khóa đào tạo. Tính xác suất để 2 nhân viên được chọn đều thuộc bộ phận hành chính (làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân)
- Câu 78.** Trong một dự án nghiên cứu, số cây được mang về hai vườn để trồng. Khu vườn 1 được giao 70% số cây, tỷ lệ cây sống được là 94%, còn với khu vườn 2, tỷ lệ sống được là 92%. Các cây đều được mã hoá và có thể theo dõi khả năng sinh tồn từ xa. Nhóm nghiên cứu chuẩn bị chọn 1 cây để theo dõi quá trình phát triển của nó. Nếu thời tiết xấu thì chỉ chọn được cây trong vườn số 1. Nếu thời tiết đẹp có thể chọn một cây bất kỳ ở cả hai vườn, xác suất chọn các cây là như nhau. Biết 80% là thời tiết đẹp, 20% là thời tiết xấu. Tính xác suất để chọn được cây trong vườn 1 biết cây còn sống (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 79.** Để nghiên cứu mối liên hệ giữa bệnh viêm họng và thói quen hút thuốc lá, người ta tiến hành khảo sát tại một số địa phương và được kết quả như sau: Số người nghiện thuốc lá chiếm 40% trong số người được khảo sát; Trong số người nghiện thuốc lá có 65% người bị viêm họng; Trong số người không nghiện thuốc lá có 30% người bị viêm họng. Chọn ngẫu nhiên một người từ các địa phương trên. Biết người đó bị viêm họng, hãy tính xác suất để người đó nghiện thuốc lá (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Câu 80.** Kết quả khảo sát những bệnh nhân bị đột quỵ của một bệnh viện cho thấy tỉ lệ bệnh nhân hồi phục sau đột quỵ là 35%; tỉ lệ bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ là 40%; tỉ lệ bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ và hồi phục là 30%. Hỏi với một bệnh nhân ngẫu nhiên bị đột quỵ, việc đưa vào bệnh viện điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ làm tăng tỉ lệ hồi phục lên bao nhiêu lần so với việc đưa bệnh nhân vào bệnh viện điều trị sau 6 giờ?
- Câu 81.** Trong một trường THPT A, tỷ lệ học sinh nữ là 45%. Tỷ lệ học sinh nữ và tỷ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh lần lượt là 10% và 8%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường, biết rằng học sinh đó có tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, tính xác suất học sinh đó là nam (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Câu 82.** Trong một nhóm người cao tuổi có 60% là nam giới. Kết quả kiểm tra sức khỏe cho thấy trong nhóm đó, tỉ lệ nam giới bị cao huyết áp gấp 1,5 lần tỉ lệ nữ giới bị cao huyết áp. Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm và thấy rằng người này bị cao huyết áp. Tính xác suất người đó là nam giới (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 83.** Trường THPT chuyên X có bốn lớp chuyên bao gồm: Toán, Tin, Lý và Hóa. Theo thống kê, tỷ lệ học sinh lớp chuyên Toán trúng tuyển vào các ngành đại học top đầu là 65%, lớp chuyên Tin là 35%, lớp chuyên Lý là 55% và chuyên Hóa là 45%. Biết rằng số học sinh lớp chuyên Toán gấp rưỡi số học sinh lớp chuyên Lý, số học sinh lớp chuyên Lý bằng số học sinh lớp chuyên Hóa, và số học sinh lớp chuyên Tin bằng 80% số học sinh lớp chuyên Lý. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường và biết rằng học sinh đó đã trúng tuyển vào các ngành đại học top đầu. Tính xác suất để học sinh đó không phải là học sinh lớp chuyên Toán hoặc lớp chuyên Lý. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 84.** Ở một viện dưỡng lão, tỉ lệ người mắc bệnh tim mạch là 25%. Tỉ lệ người hút thuốc trong số những người mắc bệnh tim mạch là một số dương và bằng 2 lần tỉ lệ người hút thuốc trong số những người không mắc bệnh tim mạch. Hỏi xác suất để một người ở viện dưỡng lão này mắc bệnh tim mạch, biết rằng người đó hút thuốc, là bao nhiêu phần trăm?

- Câu 85.** Công ty X giao cho hai xí nghiệp I và II sản xuất 10000 sản phẩm. Xí nghiệp I sản xuất 4000 sản phẩm và có tỷ lệ phế phẩm là 6%, xí nghiệp II có tỉ lệ phế phẩm là 4%. Công ty có một hệ thống dùng để phát hiện phế phẩm cho các sản phẩm của hai xí nghiệp trên. Biết rằng nếu một phế phẩm đi qua hệ thống thì nó chỉ phát hiện được 95% và hệ thống dự đoán đúng được 92%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm rồi cho đi qua hệ thống. Tính xác suất để sản phẩm được chọn của xí nghiệp I biết rằng sản phẩm đó bị hệ thống báo là phế phẩm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Câu 86.** Có hai hộp. Hộp I có 7 quả cầu màu xanh và còn lại là quả cầu màu vàng. Hộp II có 8 quả cầu màu xanh và 5 quả cầu màu vàng. Trước tiên lấy ra ngẫu nhiên một quả cầu từ hộp I rồi thả vào hộp II. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 quả cầu từ hộp II. Xác suất để quả cầu lấy ra là quả cầu màu vàng là $\frac{95}{238}$. Tính số quả cầu trong hộp I.
- Câu 87.** Một siêu thị có hai quầy thanh toán. Quầy 1 phục vụ 60% lượng khách hàng với tỷ lệ khách hàng có thẻ thành viên là 30%. Quầy 2 phục vụ 40% lượng khách hàng với tỷ lệ khách hàng có thẻ thành viên là 50%. Chọn ngẫu nhiên một người rời khỏi quầy thanh toán. Biết rằng khách hàng này có thẻ thành viên, tính xác suất khách hàng đã thanh toán ở quầy 1. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)
- Câu 88.** Một hộp chứa 12 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Chiến lấy ngẫu nhiên ra một viên bi từ hộp, xem màu của nó rồi bỏ ra ngoài. Đến lượt bạn Thắng lấy bi với số lượng phụ thuộc vào màu của viên bi mà bạn Chiến đã lấy. Cụ thể: Nếu viên bi bạn Chiến lấy ra có màu xanh thì bạn Thắng sẽ lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi từ hộp; còn nếu viên bi bạn Chiến lấy ra có màu đỏ thì bạn Thắng sẽ lấy ngẫu nhiên ra bốn viên bi từ hộp. Tính xác suất để bạn Chiến lấy được viên bi màu đỏ, biết rằng trong các viên bi được bạn Thắng lấy ra có ít nhất một viên bi khác màu với viên bi của bạn Chiến (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

- Câu 1.** Trong hội thảo, xác suất chọn được một người trình bày báo cáo bằng tiếng anh là $0,6$. Xác suất để chọn một người trình bày là nữ là $0,4$. Xác suất để chọn được một người trình bày báo cáo bằng tiếng anh biết người đó là nữ là $0,3$. Tính xác suất để chọn được một người là nữ sao cho người đó có thể trình bày báo cáo bằng tiếng anh.

Lời giải

Trả lời: $0,2$

Gọi A là biến cố “Chọn được người trình bày báo cáo bằng tiếng anh”, $\Rightarrow P(A) = 0,6$

Gọi B là biến cố “Chọn được người trình bày nữ” $\Rightarrow P(B) = 0,4$.

Theo đề bài ta có $P(A|B) = 0,3$. Áp dụng công thức Bayes ta có:

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,4 \cdot 0,3}{0,6} = 0,2$$

Do đó:

- Câu 2.** Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10 trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có 60% học sinh nữ là đoàn viên, 50% học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên.

Lời giải

Trả lời: $0,56$

Số học sinh nữ là đoàn viên là $60\% \cdot 150 = 90$ (học sinh).

Số học sinh nam là đoàn viên là $50\% \cdot 100 = 50$ (học sinh).

Xét biến cố:

A là biến cố “Chọn được học sinh là đoàn viên”.

B là biến cố “Chọn được học sinh nam”. Khi đó:

$$P(B) = \frac{100}{250} = \frac{2}{5}; \quad P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}.$$

$$P(A|B) = \frac{50}{100} = 0,5; \quad P(A|\overline{B}) = \frac{90}{150} = 0,6.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B)$$

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\overline{B}) \cdot P(A|\overline{B}) = \frac{2}{5} \cdot 0,5 + \frac{3}{5} \cdot 0,6 = 0,56$$

Với

Câu 3.

Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lần mỗi thùng 3 lon quá hạn sử dụng, loại II để lần mỗi thùng 2 lon quá hạn và loại III để lần mỗi thùng có 4 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng (làm tròn đến kết quả phần chục).

Lời giải

Trả lời: 0,3

Gọi A_i là biến cố chọn được thùng loại i . ($i = I, II, III$)

B là biến cố chọn được 10 sản phẩm trong đó có 2 lon quá hạn từ thùng được chọn ra.

Gọi số thùng loại III là x thùng ($x > 0$).

Do đó số thùng loại I và loại II lần lượt là $6x$; $3x$.

$$P(A_1) = \frac{6}{10}; \quad P(A_2) = \frac{3}{10}; \quad P(A_3) = \frac{1}{10}$$

Từ đó, ta có

Xác suất để chọn được 2 lon quá hạn là:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) + P(A_3) \cdot P(B|A_3)$$

$$= \frac{6}{10} \times \frac{C_3^2 C_{21}^8}{C_{24}^{10}} + \frac{3}{10} \times \frac{C_4^2 C_{20}^8}{C_{24}^{10}} + \frac{1}{10} \times \frac{C_2^2 C_{22}^8}{C_{24}^{10}} \approx 0,3$$

Câu 4.

Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời “sẽ mua”, 90 người trả lời “có thể sẽ mua” và 60 người trả lời “không mua”. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 1%. Trong số khách hàng thực sự

mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời “sẽ mua” là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \frac{1}{2}a + b.$$

Lời giải

Trả lời: 14,5

Gọi biến cố A : “Người được phỏng vấn sẽ mua sản phẩm”.

Biến cố H_1 : “Khách hàng được phỏng vấn trả lời sẽ mua”.

Biến cố H_2 : “Khách hàng được phỏng vấn trả lời có thể sẽ mua”.

Biến cố H_3 : “Khách hàng được phỏng vấn trả lời không mua”.

$$\text{Ta có } P(H_1) = \frac{50}{200} = 0,25 \quad P(H_2) = \frac{90}{200} = 0,45 \quad P(H_3) = \frac{60}{200} = 0,3$$

$$P(A|H_1) = 0,6 \quad P(A|H_2) = 0,4 \quad P(A|H_3) = 0,1$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có tiềm năng của sản phẩm đó trên thị trường là

$$P(A) = P(H_1).P(A|H_1) + P(H_2).P(A|H_2) + P(H_3).P(A|H_3) \\ = 0,25.0,6 + 0,45.0,4 + 0,3.0,1 = 0,36.$$

Theo công thức Bayes, ta có xác suất khách hàng trả lời “sẽ mua” là

$$P(H_1|A) = \frac{P(H_1).P(A|H_1)}{P(A)} = \frac{0,25.0,6}{0,36} = \frac{5}{12}.$$

Suy ra $a = 5, b = 12$.

$$\text{Vậy } T = \frac{1}{2}a + b = \frac{1}{2}.5 + 12 = 14,5.$$

Câu 5. Một nhà đầu tư phân loại các dự án trong một chu kỳ đầu tư thành 3 loại: ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao. Tỷ lệ các dự án các loại đó tương ứng là 20%; 45% và 35%. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ các dự án gặp rủi ro khi đầu tư tương ứng là 5%; 20% và 40%. Nếu một dự án gặp rủi ro sau kỳ đầu tư thì khả năng dự án rủi ro lớn nhất là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0,58

Gọi A là biến cố dự án gặp rủi ro trong kỳ đầu tư.

H_i ($i = 1, 2, 3$) lần lượt là các biến cố dự án thuộc loại ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao

$$P(H_1) = 0,2; P(H_2) = 0,45; P(H_3) = 0,35$$

$$P(A|H_1) = 0,05; P(A|H_2) = 0,2; P(A|H_3) = 0,4$$

$$P(A) = P(H_1).P(A|H_1) + P(H_2).P(A|H_2) + P(H_3).P(A|H_3) = 0,24$$

$$P(H_1|A) = \frac{P(H_1).P(A|H_1)}{P(A)} \approx 0,04$$

$$P(H_2|A) = \frac{P(H_2).P(A|H_2)}{P(A)} \approx 0,38$$

$$P(H_3|A) = \frac{P(H_3).P(A|H_3)}{P(A)} \approx 0,58$$

Vậy khả năng dự án gặp rủi ro là cao nhất là 0,58.

Câu 6. Có hai đồng xu có hình thức giống nhau, trong có có một đồng xu cân đối đồng chất và một

đồng xu không cân đối có xác suất khi tung đồng xu xuất hiện mặt ngửa là $\frac{2}{3}$. Một người lấy ngẫu nhiên một đồng xu trong hai đồng xu đã cho, tung đồng xu đó 3 lần thì đều thấy xuất hiện mặt ngửa, xác suất người đó lấy được đồng xu cân đối là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần mười.)

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Lấy được đồng xu cân đối đồng chất” và B là biến cố: “Tung đồng xu ba lần đều xuất hiện mặt ngửa”. Khi đó ta cần tính $P(A|B)$.

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{1}{2}, P(\bar{A}) = \frac{1}{2} \text{ và } P(B|A) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}, P(B|\bar{A}) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}.$$

Theo công thức Bayes và công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{27}} \approx 0.3$$

Đáp số: 0.3.

Câu 7. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B . Biết rằng $P(A|B) = 2P(B|A)$ và $P(AB) \neq 0$.

Tính tỉ số $\frac{P(A)}{P(B)}$

Lời giải

Trả lời: 2

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} \Rightarrow \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{P(A|B)}{P(B|A)} = 2$$

Theo công thức Bayes ta có

Câu 8. Ông An hàng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là $0,4$. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là $0,7$. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính xác suất để thứ Tư trong tuần đó ông An đi làm bằng xe máy.

Lời giải

Trả lời: 0,36

Gọi A là biến cố: "Thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy"; B là biến cố: "Thứ tư ông An đi làm bằng xe máy". Ta cần tính $P(B)$. Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:
 $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

Tính $P(A)$: Vì thứ Hai, ông An đi làm bằng xe buýt nên xác suất để thứ Ba (hôm sau), ông đi làm bằng xe máy là $0,4$. Vậy $P(A) = 0,4$.

Tính $P(\bar{A})$: Ta có $P(\bar{A}) = 1 - 0,4 = 0,6$.

Tính $P(B|A)$: Đây là xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy nếu thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy.

Câu 9. Trong một chiến dịch chống không kích của đơn vị A, được thông báo máy bay đối phương có xác suất $0,65$ xuất hiện ở khu vực A . Nếu máy bay không ở A , thì chắc chắn nó sẽ ở B . Để đối phó, quân đội quyết định nếu máy bay xuất hiện ở A thì sẽ bắn 1 quả tên lửa, còn ở B thì bắn 2 quả tên lửa. Mỗi quả tên lửa có xác suất trúng mục tiêu là $0,8$. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất thành công trong việc bắn hạ máy bay đối phương (kết quả được tính theo %)?

Lời giải

Đáp án: $85,6$.

Gọi A là biến cố: "Máy bay xuất hiện tại khu vực A ",
 B là biến cố: "Máy bay bị bắn hạ".

Ta có xác suất bắn trúng máy bay ở B (ít nhất 1 trong 2 quả tên lửa bắn trúng) là

$$1 - (0,2)^2 = 0,96$$

Vậy
$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,65 \cdot 0,8 + 0,35 \cdot 0,96 = 0,856 = 85,6\%$$

Câu 10. Trường X có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi môn bóng bàn. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết chơi môn bóng bàn. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết

chơi môn bóng bàn. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là $\frac{a}{b}$. Tính $a - b$?

Lời giải

Đáp án: -8

Xét các biến cố: A : "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao";

B : "Chọn được học sinh biết chơi bóng bàn".

Khi đó, $P(A) = 0,2$; $P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B|A) = 0,85$; $P(B|\bar{A}) = 0,1$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,85 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,25$$

Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao, biết học sinh đó chơi được môn bóng bàn là:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,85}{0,25} = \frac{17}{25}$$

Nên $a = 17, b = 25 \Rightarrow a - b = -8$

Câu 11. Một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử có ba dây chuyền sản xuất A, B và C. Dây chuyền A sản xuất 50% số linh kiện, dây chuyền B sản xuất 30% và dây chuyền C sản xuất 20% số linh kiện. Tỷ lệ phế phẩm của từng dây chuyền lần lượt là 2%, 3% và 1%. Chọn một linh kiện ngẫu nhiên và phát hiện là phế phẩm thì xác suất để linh kiện đó được sản xuất từ dây chuyền A là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi các biến cố:

A : "Linh kiện được sản xuất từ dây chuyền A"

B : "Linh kiện được sản xuất từ dây chuyền B"

C : "Linh kiện được sản xuất từ dây chuyền C"

D : "Linh kiện là phế phẩm".

Dựa vào dữ liệu đề bài ta có:

$$P(A) = 0,5$$

$$P(B) = 0,3$$

$$P(C) = 0,2$$

$$P(D|A) = 0,02$$

$$P(D|B) = 0,03$$

$$P(D|C) = 0,01$$

Xác suất để sản xuất một linh kiện phế phẩm là:

$$P(D) = P(A) \cdot P(D|A) + P(B) \cdot P(D|B) + P(C) \cdot P(D|C) = 0,5 \cdot 0,02 + 0,3 \cdot 0,03 + 0,2 \cdot 0,01 = 0,021.$$

Nếu chọn một linh kiện ngẫu nhiên và phát hiện là phế phẩm thì xác suất để linh kiện đó được sản xuất từ dây chuyền A là:

$$P(A|D) = P(A) \cdot \frac{P(D|A)}{P(D)} = 0,5 \cdot \frac{0,02}{0,021} \approx 0,48$$

- Câu 12.** Một lớp học có tỉ lệ học sinh nữ là 60%, trong đó tỉ lệ học sinh nam và học sinh nữ tham gia câu lạc bộ Hip hop của trường lần lượt là 25% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp có tham gia câu lạc bộ Hip hop, tính xác suất để học sinh đó là nam.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Chọn được học sinh tham gia câu lạc bộ Hip hop” và B là biến cố: “Chọn được học sinh nam”. Khi đó ta cần tính $P(B|A)$.

Ta có $P(\bar{B}) = 0,6$, $P(B) = 0,4$ và $P(A|B) = 0,25$, $P(A|\bar{B}) = 0,05$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,4 \cdot 0,25 + 0,6 \cdot 0,05 = 0,13$$

Áp dụng công thức Bayes, ta có

$$P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,4 \cdot 0,25}{0,13} \approx 0,77$$

Đáp số: 0.77.

- Câu 13.** Một hộp đựng 50 bút bi xanh và 50 bút bi đỏ, các bút bi có cùng kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê, người ta thấy: có 80% số bút bi xanh có dán tem T/L và 70% số bút bi đỏ có dán tem T/L , những bút bi còn lại không dán tem T/L . Lấy ngẫu nhiên một bút bi trong hộp. Tính xác suất để bút bi được lấy ra có dán tem T/L .

Lời giải

Trả lời: 0,75

Gọi A là biến cố: “bút bi được chọn có dán tem T/L ”.

B là biến cố: “bút bi được chọn có màu xanh”.

Khi đó $\bar{B}$ là biến cố: “bút bi được chọn có màu đỏ”.

Ta có: $P(B) = 0,5$; $P(\bar{B}) = 0,5$; $P(A|B) = 0,8$; $P(A|\bar{B}) = 0,7$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có xác suất lấy được bút bi có dán tem T/L là:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$$

$$P(A) = 0,5 \cdot 0,8 + 0,5 \cdot 0,7 = 0,75$$

- Câu 14.** Một kho hàng do hai nhà máy sản xuất. Biết tỉ lệ sản phẩm đóng góp của nhà máy một bằng $\frac{1}{3}$ sản phẩm đóng góp của nhà máy hai và tỉ lệ phế phẩm do nhà máy một, nhà máy hai sản xuất lần lượt là 0,1% và 0,2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm thì thấy nó là phế phẩm. Biết xác suất để phế phẩm đó do nhà máy hai sản xuất là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b$.

Trả lời: 20

Gọi A là biến cố: “Sản phẩm được chọn là phế phẩm”.

B là biến cố: “Sản phẩm được chọn thuộc nhà máy một”.

Khi đó $\overline{B}$ là biến cố: “Sản phẩm được chọn thuộc nhà máy hai”.

Vì tỉ lệ đóng góp của nhà máy một bằng $\frac{1}{3}$ sản phẩm đóng góp của nhà máy hai nên ta có:

$$P(B) = 25\% = 0,25 \quad ; \quad P(\overline{B}) = 75\% = 0,75 \quad ; \quad P(A|B) = 0,1\% = 0,001 \quad ; \quad P(A|\overline{B}) = 0,2\% = 0,002$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có xác suất chọn được phế phẩm là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B})$$

$$P(A) = 0,25.0,001 + 0,75.0,002 = \frac{7}{4000}$$

$$P(\overline{B}|A) = \frac{P(\overline{B}).P(A|\overline{B})}{P(A)} = \frac{0,75.0,002}{\frac{7}{4000}} = \frac{6}{7}$$

Áp dụng công thức Bayes ta có:

$$\frac{6}{7} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 7 \end{cases} \Rightarrow T = 6 + 2.7 = 20$$

Khi đó xác suất để phế phẩm đó do nhà máy hai sản xuất là

Câu 15. Cho hai biến cố A, B sao cho $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,4$ và $P(A|B) = 0,9$. Tính $P(B|A)$.

Lời giải

Đáp số: 0,45.

Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,4.0,9}{0,8} = 0,45$$

Câu 16. Cho hai biến cố M và N , biết rằng $P(N) = 0,7$, $P(M|N) = 0,8$, $P(M|\overline{N}) = 0,4$. Tính $P(N|M)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0.82

Ta có $P(\bar{N}) = 1 - P(N) = 1 - 0,7 = 0,3$

Theo công thức xác suất toàn phần thì
 $P(M) = P(N).P(M|N) + P(\bar{N}).P(M|\bar{N}) = 0,7.0,8 + 0,3.0,4 = 0,68$

Theo công thức Bayes thì

$$P(N|M) = \frac{P(N).P(M|N)}{P(M)} = \frac{0,7.0,8}{0,68} = \frac{14}{17} \approx 0,82.$$

Câu 17. Một nhà máy lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 65% chi tiết, máy thứ hai cung cấp 35% chi tiết. Khoảng 80% chi tiết do máy thứ nhất sản xuất là đạt tiêu chuẩn, còn 85% chi tiết do máy thứ hai sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ nhà máy một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tìm xác suất để sản phẩm đó do máy thứ nhất sản xuất (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Lời giải

Trả lời: 0,64

Gọi: “A” là biến cố: “Chi tiết lấy từ dây chuyền đạt tiêu chuẩn”

“ B_1 ” là biến cố: “Chi tiết do máy thứ nhất sản xuất”

“ B_2 ” là biến cố: “Chi tiết do máy thứ hai sản xuất”

Ta cần tính xác suất: $P(B_1|A)$.

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1).P(A|B_1)}{P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2)}$$

Theo công thức Bayes:

Theo điều kiện bài toán: $P(B_1) = 0,65$; $P(B_2) = 0,35$; $P(A|B_1) = 0,8$; $P(A|B_2) = 0,85$

$$P(B_1|A) = \frac{(0,65).(0,8)}{(0,65).(0,8) + (0,35).(0,85)} \approx 0,64$$

Vậy:

Câu 18. Có hai lô sản phẩm gồm các loại sản phẩm tốt và xấu. Lô 1 có 50 sản phẩm trong đó có 20 sản phẩm xấu, lô 2 có 40 sản phẩm trong đó có 15 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên một lô và từ đó lấy ra một sản phẩm. Tìm xác suất để sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Lời giải

Đáp số: 0,61

Gọi B_1 là biến cố “chọn lô sản phẩm 1”; B_2 là biến cố “chọn lô sản phẩm 2”, A là biến cố “sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt”.

Ta có $P(B_1) = P(B_2) = \frac{1}{2}$, $P(A|B_1) = \frac{30}{50}$, $P(A|B_2) = \frac{25}{40}$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{30}{50} + \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{40} = 0,6125$$

Vậy xác suất lấy ra sản phẩm tốt là $0,61$.

- Câu 19.** Một loại xét nghiệm nhanh SARS-CoV-2 cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus (*nguồn: <https://tapchihocvietnam.vn/index.php/vmj/article/view/2124/1921>*). Giả sử tỉ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 trong một cộng đồng là 1%. Hãy tính xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,02

Gọi A là biến cố “Người làm xét nghiệm có kết quả dương tính” và B là biến cố “Người làm xét nghiệm thực sự nhiễm virus”.

Do xét nghiệm cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus nên

$$P(A|B) = 0,762$$

Do xét nghiệm cho kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus nên

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = 0,991 \quad \text{Suy ra} \quad P(A|\bar{B}) = 1 - 0,991 = 0,009$$

Do tỉ lệ người nhiễm virus trong cộng đồng là 1% nên $P(B) = 0,01$ và $P(\bar{B}) = 0,99$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,01 \cdot 0,762 + 0,99 \cdot 0,009 = 0,01653 \approx 0,02$$

- Câu 20.** Giả sử tỷ lệ người dân của tỉnh M nghiện thuốc lá là 20%, tỷ lệ người dân bị bệnh phổi là 26%, trong số người bị bệnh phổi thì tỷ lệ nghiện thuốc lá là 70%. Tính xác suất người đó nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,54

Gọi A là biến cố “người nghiện thuốc lá” $\Rightarrow P(A) = 0,2$

B là biến cố “người bị bệnh phổi” $\Rightarrow P(B) = 0,26$

Trong số người bị bệnh phổi thì tỷ lệ nghiện thuốc lá là 70% $\Rightarrow P(B|A) = 0,7$

Xác suất người đó nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,7}{0,26} = \frac{7}{13} \approx 0,54$$

- Câu 21.** Một cặp trẻ sinh đôi có thể do cùng một trứng (sinh đôi thật) hay do hai trứng khác nhau sinh ra (sinh đôi giả). Các cặp sinh đôi thật luôn luôn có cùng giới tính. Các cặp sinh đôi giả thì giới tính của mỗi đứa độc lập với nhau và có xác suất là $0,5$. Thống kê cho thấy 34% cặp sinh đôi là trai, 30% cặp sinh đôi là gái và 36% cặp sinh đôi có giới tính khác nhau. Tính tỷ lệ cặp sinh đôi thật trong số các cặp sinh đôi có cùng giới tính. (Làm tròn đến hàng phần trăm)

Đáp số: 0,44

Gọi A là biến cố: “Nhận được cặp sinh đôi thật”;

B là biến cố: “Nhận được cặp sinh đôi có cùng giới tính”.

$$P(B|A) = 1$$

Do các cặp sinh đôi thật luôn có cùng giới tính nên

Vì các cặp sinh đôi giả thì giới tính của mỗi đứa độc lập với nhau và có xác suất là 0.5 nên

$$P(B|\bar{A}) = P(\bar{B}|\bar{A}) = 0.5$$

Do thống kê trên các cặp sinh đôi nhận được thì

$$P(B) = 0.3 + 0.34 = 0.64 \quad P(\bar{B}) = 0.36$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$\begin{aligned} P(B) &= P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A}) \\ &= P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})(1 - P(A)). \end{aligned}$$

$$0.64 = P(A) + 0.5[1 - P(A)] \Rightarrow P(A) = 0.28$$

Suy ra

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} = \frac{0.28}{0.64} \approx 0.44.$$

Áp dụng công thức Bayes ta có

Câu 22. Dây chuyền lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 60% chi tiết, còn lại là của máy thứ hai. Khoảng 90% chi tiết do máy thứ nhất sản xuất đạt tiêu chuẩn, còn 85% chi tiết do máy thứ 2 sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ dây chuyền một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tính xác suất để sản phẩm đó do máy thứ nhất sản xuất (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,61

Gọi A là biến cố: “Chi tiết lấy từ dây chuyền đạt tiêu chuẩn”

B là biến cố: “Chi tiết do máy thứ nhất sản xuất”.

Ta cần tính $P(B|A)$.

Theo công thức Bayes ta có

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B})} = \frac{0,6 \cdot 0,9}{0,6 \cdot 0,9 + 0,4 \cdot 0,85} = \frac{27}{44} \approx 0,61$$

Câu 23. Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 90% số viên bi màu đỏ được đánh số và 50% số viên bi màu vàng được đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,75.

Gọi A là biến cố: “ Viên bi được lấy ra có đánh số”

Gọi B là biến cố: “ Viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra $\overline{B}$ là biến cố: “ Viên bi được lấy ra có màu vàng”.

Khi đó, ta có:

$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}; P(\overline{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8};$$

$$P(A|B) = 90\% = \frac{9}{10}; P(A|\overline{B}) = 50\% = \frac{1}{2}$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{9}{10} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} = 0,75$$

Câu 24. Một lô linh kiện có chứa 40% linh kiện do nhà máy I sản xuất và 60% linh kiện do nhà máy II sản xuất. Biết tỉ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là 3%, 4%. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Tính xác suất để linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,96.

Gọi A là biến cố: “ linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt”

Gọi B là biến cố: “ linh kiện được lấy ra do nhà máy I sản xuất ”, suy ra $\overline{B}$ là biến cố: “ linh kiện được lấy ra do nhà máy II sản xuất”.

Khi đó, ta có:

$$P(B) = 40\% = \frac{2}{5}; P(\overline{B}) = 60\% = \frac{3}{5};$$

$$P(A|B) = 100\% - 3\% = 97\% = \frac{97}{100}; P(A|\overline{B}) = 100\% - 4\% = 96\% = \frac{96}{100} = \frac{24}{25}$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{97}{100} + \frac{3}{5} \cdot \frac{24}{25} = \frac{241}{250} \approx 0,96$$

Câu 25. Một xét nghiệm Covid – 19 cho kết quả dương tính với 90% các trường hợp thực sự nhiễm virus và cho kết quả âm tính với 80% các trường hợp thực sự không nhiễm virus. Biết rằng tỉ lệ người nhiễm Covid – 19 trong một cộng đồng nào đó là 1% . Một người trong cộng đồng đó

cho kết quả xét nghiệm dương tính. Xác suất để người đó thực sự bị nhiễm virus có dạng $\frac{a}{b}$ (Phân số tối giản). Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 24.

Gọi A là biến cố “Người đó bị nhiễm Virus”.

B là biến cố “Người đó cho kết quả dương tính”.

Xét nghiệm Covid – 19 cho kết quả dương tính với 90% các trường hợp thực sự nhiễm virus
 $P(B|A) = 0,9$

Xét nghiệm Covid – 19 cho kết quả âm tính với 80% các trường hợp thực sự không nhiễm virus, nên cho kết quả dương tính với 20% các trường hợp không thực sự nhiễm virus
 $P(B|\bar{A}) = 0,2$

$$P(A) = 0,01 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,99$$

Do đó xác suất để người đó cho kết quả dương tính là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,01.0,9 + 0,99.0,2 = 0,207$$

Xác suất để người nhiễm virus cho kết quả dương tính là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,01.0,9}{0,207} = \frac{1}{23}$$

Vậy $a = 1, b = 23 \Rightarrow a + b = 24$.

Câu 26. Tỷ lệ người nghiện thuốc lá tại một vùng là 30%. Biết rằng tỷ lệ người bị viêm họng trong số những người nghiện thuốc lá là 60%, còn tỷ lệ người bị viêm họng trong số những người không nghiện là 40%. Lấy ngẫu nhiên một người thấy người ấy không bị viêm họng. Tính xác suất người đó nghiện thuốc lá. (Làm tròn kết quả tới hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: 0,22.

Gọi A là biến cố “Người này bị nghiện thuốc lá”

B là biến cố “Người này không bị viêm họng”

Ta có $P(A) = 0,3 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,7$

Tỷ lệ người bị viêm họng trong số người bị nghiện thuốc lá $P(\bar{B}|A) = 0,6$

Tỷ lệ người bị viêm họng trong số người không bị nghiện thuốc lá $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,4$

Do đó $P(\bar{B}) = P(A).P(\bar{B}|A) + P(\bar{A}).P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,3.0,6 + 0,7.0,4 = 0,46$

Suy ra $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 0,54$

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,3 \cdot 0,4}{0,54} = \frac{2}{9} \approx 0,22$$

Câu 27. Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,53

Xét các biến cố:

A : "Chọn được người không bị bệnh tiểu đường";

B : "Chọn được người cao tuổi là nam";

$\bar{B}$: "Chọn được người cao tuổi là nữ".

Từ giả thiết, ta có: $P(B) = \frac{260}{500} = 0,52$; $P(A|B) = 1 - 0,4 = 0,6$;

$P(\bar{B}) = \frac{240}{500} = 0,48$; $P(A|\bar{B}) = 1 - 0,55 = 0,45$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,52 \cdot 0,6 + 0,48 \cdot 0,45 = 0,528 \approx 0,53$$

Vậy xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là 0,53.

Câu 28. Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng. Hộp thứ hai có 6 quả bóng bàn màu trắng và 4 quả bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn ở hộp thứ hai ra. Tính xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai.

Lời giải

Trả lời: 0,4

Vì hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng nên khi lấy 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất thì có hai khả năng: khả năng thứ nhất là lấy được 3 quả bóng bàn màu trắng và 1 quả bóng bàn màu vàng; khả năng thứ hai là lấy được 2 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng.

Xét các biến cố:

A : "Lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai";

B : "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất, trong đó có 1 quả bóng bàn màu vàng";

$\bar{B}$: "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất, trong đó có 2 quả bóng bàn màu vàng".

Trường hợp 1: Số cách lấy 4 quả bóng bàn từ hộp thứ nhất là C_5^4 , có 1 cách lấy 3 quả bóng

$$P(B) = \frac{1 \cdot 2}{C_5^4} = \frac{2}{5}$$

bàn màu trắng và 2 cách lấy 1 quả bóng bàn màu vàng, suy ra

Vì khi đó hộp thứ hai có 9 quả bóng bàn màu trắng và 5 quả bóng bàn màu vàng nên

$$P(A|B) = \frac{5}{14}$$

Trường hợp 2: Số cách lấy 4 quả bóng bàn từ hộp thứ nhất là C_5^4 , có C_3^2 cách lấy 2 quả bóng

$$P(\bar{B}) = \frac{C_3^2 \cdot 1}{C_5^4} = \frac{3}{5}$$

bàn màu trắng và 1 cách lấy 2 quả bóng bàn màu vàng, suy ra

Vì khi đó hộp thứ hai có 8 quả bóng bàn màu trắng và 6 quả bóng bàn màu vàng nên

$$P(A|\bar{B}) = \frac{6}{14}$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{14} + \frac{3}{5} \cdot \frac{6}{14} = 0,4$$

Vậy xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai là $0,4$.

Câu 29. Một đội bắn súng gồm có 8 nam và 2 nữ. Xác suất bắn trúng của các xạ thủ nam là 0,8 còn của các xạ thủ nữ là 0,9. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn một viên đạn và xạ thủ đó đã bắn trúng. Tính xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) để xạ thủ đó là nữ?

Lời giải

Trả lời: 0,22

Gọi A là biến cố “Xạ thủ được chọn là nữ”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “xạ thủ được chọn là nam”

Gọi B là biến cố “xạ thủ được chọn bắn trúng”

Theo giả thiết ta có:

$$P(A) = \frac{2}{2+8} = \frac{1}{5} \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{4}{5}$$

$$P(B|A) = 0,9$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,8$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{1}{5} \cdot 0,9 + \frac{4}{5} \cdot 0,8 = 0,82$$

Xác suất để xạ thủ được chọn ra bắn trúng đó là nữ là $P(A|B)$

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{5} \cdot 0,9}{0,82} = \frac{9}{41} \approx 0,22$$

Vậy xác suất để xạ thủ bắn trúng đó là nữ là $0,22$.

Câu 30. Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

Lời giải

Gọi A là biến cố “bóng đèn đạt chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng”

B là biến cố “sản phẩm đạt tiêu chuẩn”.

$$P(B) = 0,8 \quad P(\bar{B}) = 1 - 0,8 = 0,2$$

Theo bài ra ta có:

$$P(A|B) = 0,9$$

Do tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 nên

$$P(A|\bar{B}) = 1 - 0,95 = 0,05$$

Tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95 nên

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8.0,9 + 0,2.0,05 = 0,73$$

Đáp số: $0,73$.

Câu 31. Có hai hộp bi, hộp I có 5 bi trắng và 7 bi đỏ, hộp II có 10 bi trắng và 15 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp I chuyển sang hộp II. Sau đó, từ hộp II lấy ngẫu nhiên 1 viên bi thì được bi trắng. Xác suất để 2 bi chuyển từ hộp I sang hộp II không cùng màu là $\frac{a}{b}$ (là phân số tối giản). Tính $a+b$.

Lời giải

Đáp án: 20.

Gọi H_1 là biến cố: Hai viên bi chuyển từ hộp I sang hộp II là bi trắng,

H_2 là biến cố: Hai viên bi chuyển từ hộp I sang hộp II là bi đỏ,

H_3 là biến cố: Hai viên bi chuyển từ hộp I sang hộp II có 1 bi trắng và 1 bi đỏ.

Ba biến cố H_1, H_2, H_3 tạo thành một hệ đầy đủ

$$P(H_1) = \frac{C_5^2}{C_{12}^2} = \frac{5}{33}; \quad P(H_2) = \frac{C_7^2}{C_{12}^2} = \frac{7}{22}; \quad P(H_3) = \frac{C_5^1 C_7^1}{C_{12}^2} = \frac{35}{66}$$

Ta có:

Gọi A là biến cố: Viên bi lấy ra từ hộp II là bi trắng

$$P(A|H_1) = \frac{12}{27}; \quad P(A|H_2) = \frac{10}{27}; \quad P(A|H_3) = \frac{11}{27}$$

Ta có:

Cần tính xác suất $P(H_3 | A)$. Theo công thức xác suất Bayes

$$P(H_3 | A) = \frac{P(H_3).P(A | H_3)}{P(H_1).P(A | H_1) + P(H_2).P(A | H_2) + P(H_3).P(A | H_3)}$$

Thay số: $P(H_3 | A) = \frac{7}{13} \Rightarrow a + b = 20$.

Câu 32. Trong kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, trường THPT A có 60 % học sinh lựa chọn khối D để xét tuyển đại học. Biết rằng, nếu một học sinh lựa chọn khối D thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là $0,7$ còn nếu học sinh không lựa chọn khối D thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là $0,8$. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường THPT A đã tốt nghiệp trong kì thi trên.

Giả sử xác suất để học sinh đó chọn khối D biết học sinh này đã đỗ đại học là $\frac{m}{n}$ với n là số nguyên dương và n là phân số tối giản. Tính giá trị của $m + n$.

Lời giải

Đáp án: 58.

Gọi A là biến cố: “Học sinh đó chọn khối D”

B là biến cố: “Học sinh đó đỗ đại học”

Ta có: $P(A) = 0,6$; $P(\bar{A}) = 1 - 0,6 = 0,4$; $P(B | A) = 0,7$ và $P(B | \bar{A}) = 0,8$

Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(A | B) = \frac{P(A).P(B | A)}{P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A})} = \frac{0,6.0,7}{0,6.0,7 + 0,4.0,8} = \frac{21}{37}$$

Câu 33. Một hộp chứa 10 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp, xem màu, rồi bỏ ra ngoài. Nếu viên bi An lấy ra có màu xanh, bạn Bình sẽ lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp; còn nếu viên bi An lấy ra có màu đỏ, bạn Bình sẽ lấy ra ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Tính xác suất để An lấy được viên bi màu xanh, biết rằng tất cả các viên bi được hai bạn chọn ra đều có đủ cả hai màu.

Lời giải

Đáp án: 0,55.

Gọi A là biến cố: An lấy ra viên bi màu xanh

Khi đó $\{A, \bar{A}\}$ là một hệ đầy đủ các biến cố với $P(A) = \frac{2}{3}$; $P(\bar{A}) = \frac{1}{3}$

Gọi B là biến cố: Tất cả các viên bi được hai bạn chọn ra đều có đủ cả hai màu

Ta có $P(B | A)$ = Xác suất 2 viên bi Bình lấy ra có ít nhất một viên bi màu đỏ, do đó

$$P(B | A) = \frac{C_{14}^2 - C_9^2}{C_{14}^2} = \frac{55}{91}$$

Tương tự $P(B | \bar{A})$ = Xác suất 3 viên bi Bình lấy ra có ít nhất một viên bi màu xanh, do đó

$$P(B | \bar{A}) = \frac{C_{14}^3 - C_4^3}{C_{14}^3} = \frac{90}{91}$$

Áp dụng công thức xác suất Bayes, ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{55}{91}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{55}{91} + \frac{1}{3} \cdot \frac{90}{91}} = \frac{11}{20} = 0,55$$

Câu 34. Một nhà máy có hai phân xưởng I và II tương ứng làm ra 40% và 60% sản phẩm của nhà máy. Biết rằng tỷ lệ phế phẩm của hai phân xưởng I và II tương ứng là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy thì thấy nó là phế phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó thuộc phân xưởng I .

Lời giải

Đáp án: 0,25.

Gọi A là biến cố “sản phẩm lấy ra là phế phẩm”.

Gọi B là biến cố “sản phẩm lấy ra thuộc phân xưởng I ”.

Theo dữ kiện bài toán, xác suất để sản phẩm lấy ra thuộc phân xưởng I biết rằng sản phẩm đó là phế phẩm, ta cần tính $P(B|A)$.

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)}$$

Theo công thức Bayes:

Ta có: $P(B) = 40\% = 0,4$ $P(A|B) = 1\% = 0,01$

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,4.0,01 + 0,6.0,02 = 0,016$$

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,4.0,01}{0,016} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Vậy

Câu 35. Có hai chiếc hộp, hộp I có 5 quả bóng màu trắng và 7 quả bóng màu đỏ, hộp II có 10 quả bóng màu trắng và 15 quả bóng màu đỏ, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên hai quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II . Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II . Xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang,

biết rằng quả bóng đó có màu trắng là $\frac{a}{b}$ (là phân số tối giản). Tính $a+b$.

Lời giải

Đáp số: 14.

Gọi biến cố A : “Hai quả bóng lấy ra từ hộp I khác màu”

B : “Quả bóng màu trắng lấy ra từ hộp II ”

$$P(A) = \frac{5.7}{C_{12}^2} = \frac{35}{66}; \quad P(\bar{A}) = \frac{C_5^2}{C_{12}^2} + \frac{C_7^2}{C_{12}^2} = \frac{5}{33} + \frac{7}{22} = \frac{31}{66}$$

Khi đó:

$$P(B) = P(B|A).P(A) + P(B|\bar{A}).P(\bar{A}) = \frac{35}{66} \cdot \frac{11}{27} + \frac{5}{33} \cdot \frac{12}{27} + \frac{7}{22} \cdot \frac{10}{27} = \frac{65}{162}$$

* Xác suất để quả bóng màu trắng lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I là

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{27} \cdot \frac{35}{66} + \frac{2}{27} \cdot \frac{5}{33}}{\frac{1}{27} \cdot \frac{35}{66} + \frac{2}{27} \cdot \frac{5}{33}} = \frac{1}{13}$$

Vậy: $a=1; b=13$ và $a+b=14$.

Câu 36. Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình 2025) Quan sát hai mã cổ phiếu X và Y . Người ta nhận thấy trong mỗi phiên giao dịch, nếu cổ phiếu Y không giảm thì cổ phiếu X giảm giá với xác suất $\frac{3}{5}$. Ngược lại, nếu cổ phiếu X không giảm thì cổ phiếu Y giảm giá với xác suất $\frac{2}{3}$. Hơn nữa, xác suất để cả hai cổ phiếu X và Y giảm giá trong cùng một ngày là $\frac{1}{10}$. Hỏi xác suất để có ít nhất một trong hai cổ phiếu giảm giá trong một phiên giao dịch là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 0,8.

Gọi X là biến cố: “Cổ phiếu X giảm giá trong phiên giao dịch”.

Gọi Y là biến cố: “Cổ phiếu Y giảm giá trong phiên giao dịch”.

Đặt $P(X) = x, P(Y) = y$. Theo bài ra $P(X|\bar{Y}) = \frac{3}{5}, P(Y|\bar{X}) = \frac{2}{3}, P(X \cap Y) = \frac{1}{10}$.

Ta có $\frac{1}{10} = P(X \cap Y) = P(X) \cdot P(Y|X) = P(Y) \cdot P(X|Y)$

Lại có $P(X) = P(Y) \cdot P(X|Y) + P(\bar{Y}) \cdot P(X|\bar{Y}) \Leftrightarrow x = \frac{1}{10} + (1-y) \cdot \frac{3}{5}$ (1)

và $P(Y) = P(X) \cdot P(Y|X) + P(\bar{X}) \cdot P(Y|\bar{X}) \Leftrightarrow y = \frac{1}{10} + (1-x) \cdot \frac{2}{3}$ (2)

$$\begin{cases} 10x + 6y = 7 \\ 20x + 30y = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

Xác suất có ít nhất một trong hai cổ phiếu giảm giá trong phiên giao dịch là

$$P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y) = \frac{2}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{8}{10} = 0,8.$$

Câu 37. Một chiếc hộp có 50 viên bi, trong đó có 30 viên bi màu xanh và 20 viên bi màu đỏ, các viên bi có kích thước và khối lượng giống nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 70% số viên bi màu xanh được đánh số và 60% số viên bi màu đỏ được đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Biết rằng, viên bi lấy ra được đánh số, xác suất để viên bi đó có màu xanh bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp án: 0,64.

Gọi A là biến cố “Viên bi lấy ra có màu xanh”

B là biến cố “Viên bi lấy ra được đánh số”.

Theo bài ra ta có $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$, $P(\bar{A}) = \frac{2}{5}$, $P(B|A) = 0,7$, $P(B|\bar{A}) = 0,6$.

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{\frac{3}{5} \cdot 0,7}{\frac{3}{5} \cdot 0,7 + \frac{2}{5} \cdot 0,6} = \frac{7}{11} \approx 0,64$$

Câu 38. Chạy Marathon là môn thể thao chạy bộ đường dài mà tại đó, người chơi sẽ hoàn thành quãng đường 42,195 km trong khoảng thời gian nhất định. “FM sub 4” là một thuật ngữ phổ biến trong cộng đồng những người tham gia chạy Marathon, nó dùng để chỉ thành tích hoàn thành quãng đường 42,195 km dưới 4 giờ. Trong một câu lạc bộ Marathon, tỉ lệ thành viên nam là 72%, tỉ lệ thành viên nữ là 28%. Đối với nam, tỉ lệ người hoàn thành FM sub 4 là 32%; đối với nữ, tỉ lệ người hoàn thành FM sub 4 là 3%. Chọn ngẫu nhiên một người từ câu lạc bộ đó. Xác suất để người được chọn là nam bằng bao nhiêu (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm), biết rằng người được chọn đã hoàn thành FM sub 4?

Lời giải

Đáp án: 0,96

Gọi A là biến cố chọn được thành viên nam

Gọi B là biến cố chọn được thành viên đã hoàn thành FM sub 4

Ta có $P(A) = 0,72$; $P(\bar{A}) = 0,28$; $P(B|A) = 0,32$; $P(B|\bar{A}) = 0,03$

Xác suất để chọn được người nam trong câu lạc bộ biết người đó đã hoàn thành FM 4 là:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,32 \cdot 0,72}{0,32 \cdot 0,72 + 0,28 \cdot 0,03} = \frac{192}{199} \approx 0,96$$

Câu 39. Trong một đợt kiểm tra sức khỏe tại trường có 200 học sinh được xét nghiệm một loại virus. Trong đó, biết rằng có 80 bạn thật sự bị nhiễm virus. Nếu một bạn bị nhiễm, thì xét nghiệm cho kết quả dương tính (tức là phát hiện đúng bệnh) với xác suất 90%. Nếu một bạn không bị nhiễm, thì xét nghiệm vẫn có thể báo nhầm là dương tính (gọi là dương tính giả), với xác suất 5%. Giả sử một bạn có kết quả xét nghiệm dương tính. Hỏi xác suất để bạn đó thật sự bị nhiễm virus là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp án : 0,92

Gọi N là xác suất bị nhiễm và D là dương tính

$$P(N) = \frac{80}{200} \Rightarrow P(\bar{N}) = 1 - \frac{80}{200} = \frac{120}{200}$$

$$P(D|N) = 0,9; P(D|\bar{N}) = 0,05$$

$$P(D) = \frac{80}{200} \cdot 0,9 + \frac{120}{200} \cdot 0,05 = 0,39$$

$$P(N|D) = \frac{P(N) \cdot P(D|N)}{P(D)} = \frac{\frac{80}{200} \cdot 0,9}{0,39} = 0,92$$

Câu 40. Xác suất bé An được mẹ dẫn theo khi đi mua sắm là $\frac{2}{5}$. Khi bé An được đi theo mẹ thì 70% bé sẽ được mua đồ chơi. Khi bé không đi theo mẹ, có thể mẹ vẫn mua đồ chơi cho bé. Xác suất bé được đi theo mẹ biết rằng bé được mẹ mua cho đồ chơi là $\frac{14}{23}$. Khi bé không đi theo mẹ, xác suất bé được mẹ mua cho đồ chơi là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 0,3.

Gọi A : “Bé An được mẹ dẫn theo khi đi mua sắm”.

B : “Bé An được mẹ mua đồ chơi”.

Ta cần tính $P(B | \bar{A})$.

Theo đề bài, ta có:

$$P(A) = \frac{2}{5}; P(\bar{A}) = \frac{3}{5}; P(B | A) = 70\% = \frac{7}{10}; P(A | B) = \frac{14}{23}.$$

$$P(B).P(A | B) = P(A).P(B | A) \Rightarrow P(B) = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{23}{14} = \frac{23}{50}.$$

Ta có:

Mặt khác, theo công thức xác suất toàn phần:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A}) \Leftrightarrow \frac{23}{50} = \frac{2}{5} \cdot \frac{7}{10} + \frac{3}{5} \cdot P(B | \bar{A}) \\ &\Leftrightarrow P(B | \bar{A}) = \frac{3}{10} = 0,3. \end{aligned}$$

Câu 41. Một cơ sở sản xuất sữa giả mua các thùng sữa thật giống nhau (4^8 hộp / thùng), rồi thay thế một số hộp sữa thật thành các hộp sữa giả nhằm thu lợi bất chính. Trong quá trình sản xuất, cơ sở phân ra làm hai loại: Loại I để lần mỗi thùng 5 hộp sữa giả và loại II để lần mỗi thùng 3 hộp sữa giả. Biết rằng số thùng sữa loại I gấp $1,5$ lần số thùng sữa loại II. Chọn ngẫu nhiên một thùng sữa từ cơ sở sản xuất và từ thùng đó lấy ngẫu nhiên 10 hộp. Tính xác suất để trong 10 hộp lấy ra có đúng 2 hộp sữa là giả (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,17.

Gọi biến cố A là biến cố chọn được “Thùng sữa loại I”.

Biến cố $\bar{A}$ là biến cố chọn được “Thùng sữa loại II”.

Nếu số thùng sữa loại II là x thùng ($x \in \mathbb{N}$) thì số thùng sữa loại I là $1,5x$ thùng.

$$\text{Khi đó: } P(A) = \frac{1,5x}{1,5x + x} = \frac{3}{5}; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{2}{5}.$$

Gọi biến cố B là biến cố chọn được “ 10 hộp lấy ra có đúng 2 hộp sữa giả”.

$$P(B|A) = \frac{C_5^2 \cdot C_{43}^8}{C_{48}^{10}}; \quad P(B|\bar{A}) = \frac{C_3^2 \cdot C_{45}^8}{C_{48}^{10}}.$$

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{C_5^2 \cdot C_{43}^8}{C_{48}^{10}} + \frac{2}{5} \cdot \frac{C_3^2 \cdot C_{45}^8}{C_{48}^{10}} = \frac{2052}{11891} \approx 0,17$$

Câu 42. Một cơ quan hành chính nhà nước thực hiện việc tinh giản biên chế thông qua phỏng vấn. Tỷ lệ nhân viên của cơ quan thuộc hai nhóm trình độ: Đại học, Cao đẳng lần lượt là 65% và 35%. Qua phỏng vấn thì tỷ lệ nhân viên bị tinh giản của nhóm đại học là 10%, nhóm cao đẳng là 15%. Chọn một nhân viên bất kỳ đã bị tinh giản thì hãy tính xác suất để người này có trình độ đại học (kết quả là một số thập phân nhỏ hơn 1 đã làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố: “nhân viên được chọn thuộc nhóm trình độ đại học”;

B là biến cố: “nhân viên được chọn thuộc nhóm trình độ cao đẳng”;

E là biến cố: “nhân viên được chọn bị tinh giản”.

Ta có $B = \bar{A}$.

Ta cần tính $P(E)$. Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(E) = P(A) \cdot P(E|A) + P(\bar{A}) \cdot P(E|\bar{A}).$$

$$P(A) = 0,65, P(\bar{A}) = P(B) = 0,35$$

Theo bài ra ta có:

$P(E|A)$ là xác suất để nhân viên bị tinh giản, thuộc nhóm trình độ đại học.

Theo bài ra ta có $P(E|A) = 0,1$.

$P(E|\bar{A})$ là xác suất để nhân viên bị tinh giản, thuộc nhóm trình độ cao đẳng.

Theo bài ra ta có $P(E|\bar{A}) = 0,15$.

Thay vào ta được $P(E) = P(A) \cdot P(E|A) + P(\bar{A}) \cdot P(E|\bar{A}) = 0,65 \cdot 0,1 + 0,35 \cdot 0,15 = 0,1175$.

Ta có xác suất để nhân viên được chọn có trình độ đại học, biết rằng nhân viên này đã bị tinh giản, chính là xác suất $P(A|E)$

Theo công thức Bayes và kết quả ở trên, ta có

$$P(A|E) = \frac{P(A) \cdot P(E|A)}{P(E)} = \frac{0,65 \cdot 0,1}{0,1175} \approx 0,55$$

Câu 43. Một loại linh kiện do hai nhà máy I và II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là 2% và 3%. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 100 sản phẩm của nhà máy I và 150

sản phẩm của nhà máy II. Một nhân viên kiểm tra lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Biết rằng linh kiện được lấy ra không là phế phẩm. Tính xác suất để linh kiện đó do nhà máy II sản xuất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 0,60

Gọi B_1 là biến cố: Linh kiện lấy ra do nhà máy I sản xuất,

B_2 là biến cố: Linh kiện lấy ra do nhà máy II sản xuất,

A là biến cố: Linh kiện được lấy ra không phải là phế phẩm.

Theo bài ra, ta có $P(B_1) = \frac{100}{250} = 0,4$; $P(B_2) = \frac{150}{250} = 0,6$; $P(A | B_1) = 0,98$; $P(A | B_2) = 0,97$.

Áp dụng công thức xác suất Bayes,

$$P(B_2 | A) = \frac{P(B_2).P(A | B_2)}{P(B_1).P(A | B_1) + P(B_2).P(A | B_2)} = \frac{0,6.0,97}{0,4.0,98 + 0,6.0,97} = 0,598 \approx 0,60.$$

Câu 44. Tại địa phương A, người ta tiến hành một đợt kiểm tra diện rộng các con bò để phát hiện một loại bệnh X, không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100%. Có một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm Z cho kết quả như sau: Xét nghiệm có độ nhạy 84% (Độ nhạy là xác suất chọn được một mẫu dương tính biết rằng mẫu bị nhiễm bệnh); xác suất dương tính giả là 8% (Dương tính giả là xét nghiệm dương tính nhưng thực tế không bị nhiễm bệnh). Biết rằng tỉ lệ bò ở địa phương A bị mắc bệnh X là 25%. Chọn ngẫu nhiên một con bò địa phương A để xét nghiệm, tính xác suất để chọn được con bò bị nhiễm bệnh, biết rằng con bò dương tính với xét nghiệm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,78.

Gọi M là biến cố “Chọn được một con bò bị nhiễm bệnh”

N là biến cố “Chọn được một con bò dương tính với xét nghiệm”

Theo giả thiết bài toán, ta có $P(M) = 0,25$; $P(N | M) = 0,84$; $P(N | \overline{M}) = 0,08$.

$$P(M | N) = \frac{P(M).P(N | M)}{P(M).P(N | M) + P(\overline{M}).P(N | \overline{M})} = \frac{0,25.0,84}{0,25.0,84 + 0,75.0,08} = \frac{7}{9}$$

Vậy

Câu 45. Một người tham gia trò chơi với ba hộp quà đặc biệt: Hộp màu vàng có 2 điện thoại iPhone và 3 tai nghe, hộp màu bạc có 4 điện thoại iPhone và 1 tai nghe và hộp màu đồng có 3 điện thoại iPhone và 2 tai nghe. Luật chơi được thực hiện qua 2 bước sau:

Bước 1: Người chơi chọn ngẫu nhiên một hộp.

Bước 2: Từ hộp đã chọn, người chơi lấy ngẫu nhiên 1 món quà:

- Nếu quà là điện thoại iPhone, người chơi được giữ nó và lấy thêm 1 quà nữa từ cùng hộp.
- Nếu quà là tai nghe, trò chơi kết thúc.

Biết rằng người chơi lấy được hai điện thoại iPhone, tính xác suất để người đó lấy từ hộp màu bạc (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Đáp số: 84.

Gọi A_1 là biến cố: Hộp được chọn màu vàng.

A_2 là biến cố: Hộp được chọn màu bạc.

A_3 là biến cố: Hộp được chọn màu đồng.

B là biến cố: Người chơi lấy được hai điện thoại iPhone.

Ta có: $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = \frac{1}{3}$.

Ta cần tính: $P(A_2 | B)$. Ta có: $P(A_2 B) = \frac{P(A_2 B)}{P(B)}$.

Ta có: $P(A_2 B) = P(B | A_2) \cdot P(A_2) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$.

Ta có:

$$P(B) = P(B | A_1) \cdot P(A_1) + P(B | A_2) \cdot P(A_2) + P(B | A_3) \cdot P(A_3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$P(A_2 | B) = \frac{P(A_2 B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{5}$$

Vậy:

Câu 46. Một thùng thăm đựng 50 thẻ giảm giá cho nhân viên có kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 thẻ xanh và 20 thẻ trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một thẻ, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một thẻ nữa. Tính xác suất để lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất và một thẻ trắng ở lần thứ hai? (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố “lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất”.

Gọi B là biến cố “lấy được một thẻ trắng ở lần thứ hai”.

Vậy AB là biến cố “lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất và một thẻ trắng ở lần thứ hai”.

Ta có: $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$,

Sau khi lấy thẻ xanh ở lần thứ nhất số thẻ còn lại là 49 thẻ nên $P(B | A) = \frac{20}{49}$.

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Rightarrow P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{49} = 0,24$$

Ta có

Câu 47. Có ba đồng xu được đựng trong một hộp kín. Đồng xu thứ nhất là một đồng xu cân đối với tỷ lệ mặt ngửa và mặt sấp bằng nhau. Đồng xu thứ hai là một đồng xu bị lỗi có khả năng mặt ngửa xuất hiện là 70%. Đồng xu thứ ba là một đồng xu hai mặt ngửa (khi tung luôn ra mặt ngửa). Bạn An lấy ngẫu nhiên một đồng xu từ hộp và tung nó hai lần. Kết quả của hai lần tung cho thấy xuất hiện một lần mặt sấp và một lần mặt ngửa. Tính xác suất để đồng xu bạn đã chọn là đồng xu thứ hai (đồng xu bị lỗi) (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 0,46

Gọi A là biến cố chọn đồng xu thứ n ($n = 1; 2; 3$)

B là biến cố tung hai lần thì thấy xuất hiện một lần mặt sấp và một lần mặt ngửa

$$P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = \frac{1}{3}$$

Vì chọn ngẫu nhiên nên

Lấy ngẫu nhiên một đồng xu tung hai lần được một mặt sấp và một mặt ngửa thì ta có ba trường hợp như sau:

$$P(B|A_1) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

Trường hợp 1: Chọn được đồng xu thứ nhất là S-N và N-S nên

Trường hợp 2: Chọn được đồng xu thứ hai là S-N và N-S nên ta có:

$$P(B|A_2) = 0,7 \cdot 0,3 + 0,3 \cdot 0,7 = 0,42$$

Trường hợp 3: Chọn được đồng xu thứ ba là N-N nên $P(B|A_3) = 0$

Áp dụng công thức Bayes ta tính được xác suất chọn được đồng xu thứ hai là:

$$P(A_2|B) = \frac{P(B|A_2) \cdot P(A_2)}{P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) + P(A_3) \cdot P(B|A_3)} = \frac{0,42 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + 0,42 \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot \frac{1}{3}} \approx 0,46$$

Vậy xác suất chọn được đồng xu thứ hai là 0,46.

Câu 48. An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là 0,4 (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,32

Biết số trận thắng trước là 3 sẽ giành chiến thắng chung cuộc nên An phải chơi tối đa 5 trận.

Gọi H là biến cố: "An thắng chung cuộc",

A là biến cố: "An thắng trận sau 3 séc",

B là biến cố: "An thắng trận sau 4 séc",

C là biến cố: "An thắng trận sau 5 séc".

Khi đó, $H = A \cup B \cup C$ và A, B, C đôi một xung khắc.

Áp dụng quy tắc cộng xác suất, ta có

$$P(H) = P(A) + P(B) + P(C)$$

$$P(A) = (0,4)^3 = 0,064$$

Xác suất An thắng trận sau 3 séc là

Để An thắng trận sau 4 séc thì An phải thua 1 trong 3 séc đầu và séc cuối thắng.

Suy ra xác suất An thắng trận sau 4 séc là

$$P(B) = C_3^1 (0,4)^3 \cdot 0,6 = 0,1152$$

Để An thắng trận sau 5 séc thì An phải thua 2 trong 4 séc đầu và séc cuối thắng.

Suy ra xác suất An thắng trận sau 5 séc là

$$P(C) = C_4^2 (0,4)^3 \cdot (0,6)^2 = 0,13824$$

$$P(H) = 0,31744 \approx 0,32$$

Vậy xác suất An thắng chung cuộc là

Câu 49. Bạn An đi học mỗi ngày bằng một trong hai phương tiện: xe buýt hoặc xe đạp. Vì vội, An chọn ngẫu nhiên một trong hai phương tiện này với xác suất như nhau (tức là 50% đi xe buýt, 50% đi xe đạp). Nếu An đi xe buýt thì xác suất bị muộn học là 6%; nếu An đi xe đạp thì xác suất bị muộn học là 4%. Hỏi vào một ngày bất kỳ, xác suất An bị muộn học là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 0,05

Gọi biến cố B : “An đi xe buýt”; $\bar{B}$: “An đi xe đạp”; M : “An đi học muộn”.

Xác suất An đi xe buýt $P(B) = 0,5$.

Xác suất An đi xe đạp $P(\bar{B}) = 0,5$.

Do xác suất An đi học muộn khi đi xe buýt là 6% nên $P(M|B) = 0,06$.

Do xác suất An đi học muộn khi đi xe đạp là 4% nên $P(M|\bar{B}) = 0,04$.

Xác suất An bị muộn học là

$$P(M) = P(B) \cdot P(M|B) + P(\bar{B}) \cdot P(M|\bar{B}) = 0,5 \cdot 0,06 + 0,5 \cdot 0,04 = 0,05$$

Câu 50. Thực hiện khảo sát tại một địa phương mà số trẻ em nam gấp $1,5$ lần số trẻ em nữ, có 8% số trẻ em nam bị hen phế quản, 5% số trẻ em nữ bị hen phế quản. Chọn ngẫu nhiên một trẻ em. Giả sử trẻ em được chọn bị hen phế quản. Xác suất chọn được trẻ em nam là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Đáp số: 0,7

Gọi T : “trẻ em được chọn là nam” và H : “trẻ em được chọn bị hen phế quản”.

Theo đề bài ta có $P(T) = \frac{3}{5}$; $P(\bar{T}) = \frac{2}{5}$; $P(H|T) = 0,08$; $P(H|\bar{T}) = 0,05$.

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(T|H) = \frac{P(H|T) \cdot P(T)}{P(H|T) \cdot P(T) + P(H|\bar{T}) \cdot P(\bar{T})} = \frac{0,08 \cdot \frac{3}{5}}{0,08 \cdot \frac{3}{5} + 0,05 \cdot \frac{2}{5}} = \frac{12}{17} \approx 0,7$$

Câu 51. Một nhà máy sản xuất sản phẩm A có tỷ lệ sản phẩm bị lỗi là 2%. Nhà máy sử dụng hai hệ thống

kiểm tra chất lượng độc lập để phát hiện lỗi:

Hệ thống 1: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 95%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 1%.

Hệ thống 2: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 90%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 5%.

Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm. Biết rằng sản phẩm này bị cả hai hệ thống kiểm tra đều báo lỗi.

Tính xác suất để sản phẩm này thực tế không bị lỗi. Kết quả xác suất này sau khi đã làm tròn đến

hàng phần nghìn là số có dạng $0,0ab$ (ví dụ nếu kết quả là 0,024 thì $a=2$, $b=4$). Tính giá trị của $a+b$.

Lời giải

Đáp án: 10

Gọi A là biến cố chọn được sản phẩm lỗi.

Gọi M, N lần lượt là biến cố hệ thống 1 kết luận sản phẩm lỗi, hệ thống 2 kết luận sản phẩm lỗi.

$$P(\bar{A}|MN) = \frac{P(\bar{A}MN)}{P(MN)}.$$

Ta cần tính xác suất điều kiện:

Ta có $P(A) = 2\% = 0,02 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,98$ và

$P(M|A) = 95\% = 0,95$; $P(M|\bar{A}) = 1\% = 0,01$.

$$P(N | AM) = 90\% = 0,9; P(N | \bar{A}M) = 5\% = 0,05.$$

Ta có:
$$P(MN) = P(AMN \cup \bar{A}MN) = P(AMN) + P(\bar{A}MN).$$

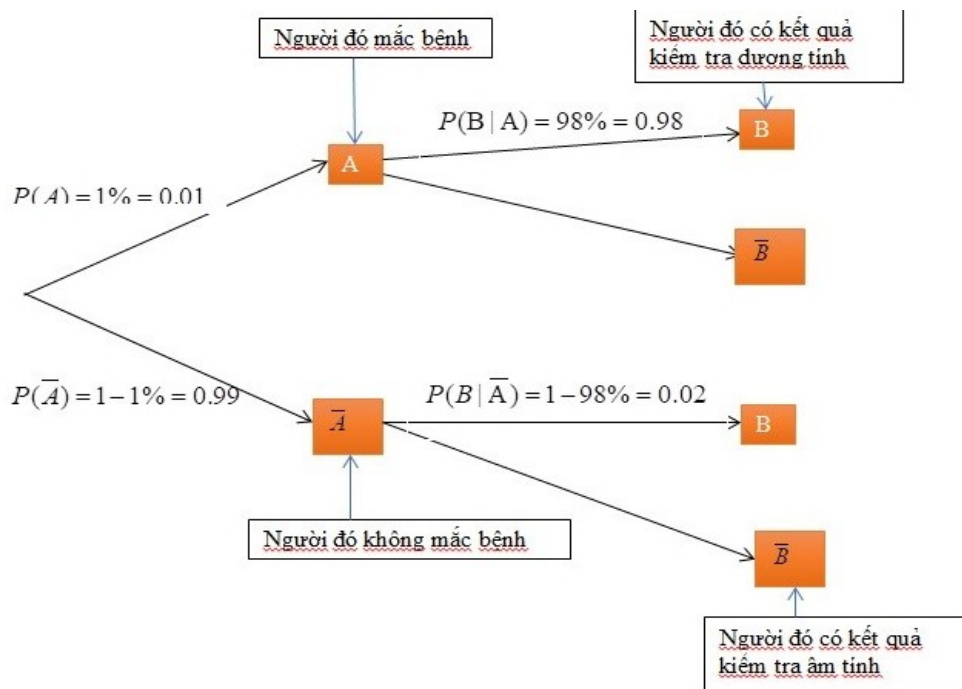
Mặt khác:
$$P(\bar{A}MN) = P(\bar{A}) \cdot P(M | \bar{A}) \cdot P(N | \bar{A}M) = 0,98 \cdot 0,01 \cdot 0,05$$
 và

$$P(AMN) = P(A) \cdot P(M | A) \cdot P(N | AM) = 0,02 \cdot 0,95 \cdot 0,9.$$

Vậy
$$P(\bar{A} | MN) = \frac{0,98 \cdot 0,01 \cdot 0,05}{0,98 \cdot 0,01 \cdot 0,05 + 0,02 \cdot 0,95 \cdot 0,9} = \frac{49}{1759} \approx 0,028 \Rightarrow a + b = 10.$$

Câu 52. Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán căn bệnh nói trên có tỉ lệ chính xác là 98% (với cả người bị bệnh và người không bị bệnh). Biết rằng nếu một người được sử dụng phương pháp trên để kiểm tra và cho kết quả dương tính (bị bệnh) thì xác suất người đó thực sự bị bệnh là $\frac{y}{296}$, y là số tự nhiên. Hỏi y bằng bao nhiêu?

Lời giải



$$\begin{aligned} P(A | B) &= \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A})} \\ &= \frac{0,01 \cdot 0,98}{0,01 \cdot 0,98 + 0,99 \cdot 0,02} = \frac{49}{148} \end{aligned}$$

Suy ra $y = 98$.

Câu 53. Tổng kết năm học 2024-2025, đội HSG toán của CLB chuyên Gia Lai có 7 bạn được khen thưởng: Phát, Phong, Đức, Kiên, Dương, Khoa và Hải.

Phần thưởng cho tất cả các bạn gồm có 4 quyển sách Đa Thức, 5 quyển sách Tổ Hợp, 5 quyển sách Hình Học (các quyển sách cùng chủ đề là giống nhau) sao cho mỗi học sinh được 2 quyển sách khác chủ đề. Tính xác suất để bạn Khoa và Dương có phần thưởng giống nhau (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp số: 0.24.

Gọi x là số học sinh nhận sách Đa Thức và Tổ Hợp,

Gọi y là số học sinh nhận sách Đa Thức và Hình Học,

Gọi z là số học sinh nhận sách Hình Học và Tổ Hợp,

Ta có hệ
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x + z = 5 \\ y + z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

Không gian mẫu là: $n_{\Omega} = C_7^2 \cdot C_5^2 \cdot C_3^3 = 210$

Gọi A là biến cố “ Khoa và Dương có phần thưởng giống nhau”

Số phần tử của A là: $n_A = 1 \cdot C_5^2 \cdot C_3^3 + 1 \cdot C_5^2 \cdot C_3^3 + C_1^1 \cdot C_5^2 \cdot C_3^2 = 50$

Xác suất để Khoa và Dương có phần thưởng giống nhau là $P_A = \frac{n_A}{n_{\Omega}} \approx 0.24$

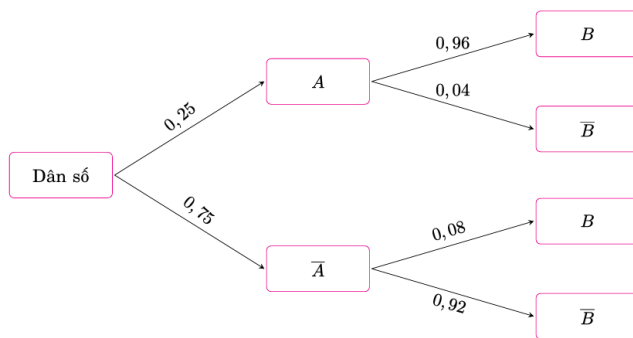
Câu 54. Tỷ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng $0,25$. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là 96% , nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính 8% . Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Người được chọn bị cúm”.

Gọi B là biến cố: “Người được chọn bị dương tính”.

Lập sơ đồ hình cây:



Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính:

$$P(B) = 0,25 \cdot 0,96 + 0,75 \cdot 0,08 = 0,3$$

Câu 55. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp thứ nhất và bỏ vào hộp thứ hai, rồi từ hộp thứ hai lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi. Biết 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có cùng màu.

Lời giải:

Đáp số: 0,45

Gọi A là biến cố 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu

Gọi B là biến cố 3 viên bi lấy ra ở hộp thứ nhất có cùng màu.

Ta có

$$P(B) = \frac{C_5^3}{C_6^3} = \frac{1}{2}, P(\bar{B}) = \frac{1}{2}$$

(vì hộp thứ nhất chỉ có 5 bi xanh và 1 bi đỏ).

Xác suất để 2 viên bi được chọn từ hộp thứ hai có cùng màu, biết 3 viên bi lấy ra ở hộp thứ nhất có cùng màu là

$$P(A|B) = \frac{C_3^2 + C_4^2}{C_7^2} = \frac{3}{7}$$

(vì sau khi lấy 3 viên bi màu xanh từ hộp thứ nhất sang thì hộp thứ hai có 3 bi xanh và 4 bi đỏ).

Xác suất để 2 viên bi được chọn từ hộp thứ hai có cùng màu, biết 3 viên bi lấy ra ở hộp thứ nhất khác màu là

$$P(A|\bar{B}) = \frac{C_2^2 + C_5^2}{C_7^2} = \frac{11}{21}$$

(vì sau khi lấy 2 viên bi màu xanh và 1 viên bi đỏ từ hộp thứ nhất sang thì hộp thứ hai có 2 bi xanh và 5 bi đỏ).

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} + \frac{1}{2} \cdot \frac{11}{21} = \frac{10}{21}$$

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7}}{\frac{10}{21}} = \frac{9}{20} = 0,45$$

Theo công thức Bayes, ta có:

Câu 56. Nhân dịp kỷ niệm 10 năm thành lập trường, các học sinh lựa chọn tham gia thi đấu thể thao hoặc biểu diễn văn nghệ. Lớp 12A1 có 60% số học sinh tham gia thi đấu thể thao và còn lại 40% tham gia diễn văn nghệ. Biết rằng các bạn nữ đều tham gia diễn văn nghệ. Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp 12A1. Biết rằng học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ, xác suất để học sinh này là nữ là bao nhiêu? (Nếu kết quả là số thập phân thì làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

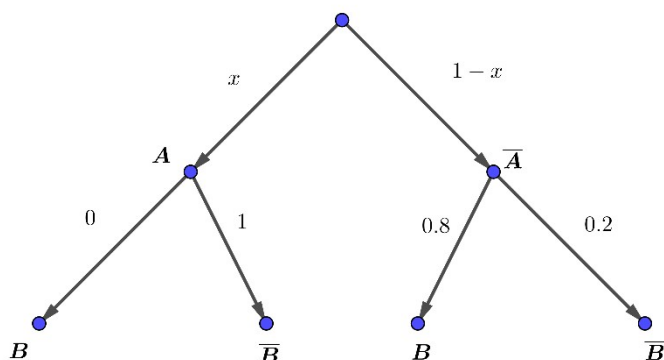
Đáp án: 0,63

Gọi A : “Học sinh nữ”

B : “Học sinh tham gia biểu diễn thể thao”

Giả sử $P(A) = x, 0 \leq x \leq 1$.

Sơ đồ hình cây:



Ta có $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) \Rightarrow 0x + 0,8(1-x) = 0,6 \Rightarrow x = 0,25$

Vậy xác suất để học sinh được chọn là nữ, biết học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ là

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A).P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})} = \frac{0,25.1}{0,4} = \frac{5}{8} \approx 0,63$$

Câu 57. Có 6 viên bi đôi một khác nhau, gồm 2 viên bi màu xanh, 2 viên bi màu đỏ và 2 viên bi màu vàng. Xếp ngẫu nhiên 6 viên bi đó thành một hàng ngang. Tính xác suất để 2 viên bi màu vàng đứng cạnh nhau khi biết 2 viên bi màu xanh không đứng cạnh nhau.

Lời giải

1. Tính số cách sao cho 2 viên bi xanh không đứng cạnh nhau và 2 viên bi vàng cạnh nhau:

+ Ta coi 2 bi vàng là 1 nhóm

+ Xếp 2 viên bi xanh: Có 4 vị trí có thể xếp 2 viên bi xanh sao cho chúng không cạnh nhau. Số cách xếp là: $A_4^2 = 12$ (cách). Sau đó ta xếp nhóm 2 bi vàng và 2 bi đỏ vào 3 vị trí còn lại có: $3!.2! = 12$ (cách)

Vậy có: $12.12 = 144$ (cách)

+ Số cách xếp sao cho 2 viên bi xanh không đứng cạnh nhau là: $6! - 5!.2! = 480$ (cách)

2. Tính xác suất:

Yêu cầu đề bài có thể hiểu là: Trong số 480 cách xếp 2 viên bi xanh không đứng cạnh nhau thì có bao nhiêu cách mà 2 bi vàng đứng cạnh nhau.

$$\text{Từ đó: Xác suất cần tìm là: } \frac{144}{480} = \frac{3}{10} = 0,3$$

Đáp số: 0,3

Câu 58. Một địa phương có 2% dân số mắc căn bệnh X . Một phương pháp chẩn đoán có tỉ lệ chính xác là 99%. Nghĩa là, với những người thực sự mắc bệnh, xác suất để xét nghiệm cho kết quả dương tính là 99% số trường hợp mắc bệnh. Tuy nhiên, phương pháp này không hoàn hảo, tức là với những người không mắc bệnh, xác suất để vẫn cho kết quả dương tính (dương tính giả) là 1%. Chọn ngẫu nhiên một người dân của địa phương đó đi xét nghiệm. Nếu người được kiểm tra cho kết quả là dương tính thì xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Đáp án: 0,67

Gọi A là biến cố: “Người đó thực sự mắc bệnh”.

$\bar{A}$ là biến cố: “Người đó không mắc bệnh”.

B là biến cố: “Kết quả dương tính”.

Theo đề bài, ta có: $P(A) = 0,02$; $P(\bar{A}) = 0,98$; $P(B|A) = 0,99$; $P(B|\bar{A}) = 0,01$.

Xác suất để người đó thực sự bị bệnh biết kết quả nhận được là dương tính là:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B|A).P(A) + P(B|\bar{A}).P(\bar{A})} = \frac{0,99.0,02}{0,99.0,02 + 0,01.0,98} \approx 0,67$$

Câu 59. Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán căn bệnh nói trên có tỉ lệ chính xác là 98% (với cả người bị bệnh và người không bị bệnh). Biết rằng nếu một người được sử dụng phương pháp trên để kiểm tra và cho kết quả dương tính (bị bệnh) thì xác suất

người đó thực sự bị bệnh là $\frac{y}{148}$, y là số tự nhiên. Hỏi y bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 49

Gọi H là biến cố: Người được sử dụng phương pháp chẩn đoán trên là người bị mắc bệnh

Hệ $\{H, \bar{H}\}$ là hệ đầy đủ biến cố với $P(H) = 0,01$ và $P(\bar{H}) = 0,99$.

Gọi A là biến cố: Chẩn đoán cho kết quả dương tính

Ta có $P(A|H) = 0,98$; $P(A|\bar{H}) = 0,02$

Ta cần tìm xác suất $P(H|A)$

Áp dụng công thức xác suất Bayes, ta có

$$P(H|A) = \frac{P(H).P(A|H)}{P(H).P(A|H) + P(\bar{H}).P(A|\bar{H})} = \frac{0,01.0,98}{0,01.0,98 + 0,99.0,02} = \frac{49}{148}.$$

Vậy giá trị của y là 49.

Câu 60. Trong một đợt kiểm tra sức khỏe tại trường, có 200 học sinh được xét nghiệm một loại virus. Trong đó, biết rằng có 80 bạn thật sự bị nhiễm virus. Nếu một bạn bị nhiễm, thì xét nghiệm cho kết quả dương tính (tức là phát hiện đúng bệnh) với xác suất 90%. Nếu một bạn không bị nhiễm, thì xét nghiệm vẫn có thể báo nhầm là dương tính (gọi là dương tính giả), với xác suất 5%. Giả sử một bạn có kết quả xét nghiệm dương tính. Hỏi xác suất để bạn đó thật sự bị nhiễm virus là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?.

Lời giải

Đáp án: 0,92.

Xét các biến cố A: “Chọn được học sinh thật sự bị nhiễm virus”.

B: “Có kết quả xét nghiệm dương tính”.

Ta có:
$$P(A) = \frac{80}{200} = 0,4, P(\bar{A}) = 0,6 \Rightarrow P(B|A) = 0,9, P(B|\bar{A}) = 0,05$$

Xác suất chọn được học sinh có xét nghiệm dương tính:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,39$$

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = 0,92$$

Xác suất để bạn đó thật sự bị nhiễm virus

Câu 61. Một nhà máy sản xuất sản phẩm A có tỷ lệ sản phẩm bị lỗi là 2%. Nhà máy sử dụng hai hệ thống kiểm tra chất lượng độc lập để phát hiện lỗi:

Hệ thống 1: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 95%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 1%.

Hệ thống 2: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 90%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 5%.

Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm. Biết rằng sản phẩm này bị cả hai hệ thống kiểm tra đều báo lỗi. Tính xác suất để sản phẩm này thực tế không bị lỗi. Kết quả xác suất này sau khi đã làm tròn đến hàng phần nghìn là số có dạng $0,0ab$ (ví dụ nếu kết quả là 0,024 thì $a=2, b=4$). Tính giá trị của $a+b$?

Lời giải

Đáp án: 10

Gọi A là biến cố sản phẩm được chọn không bị lỗi

Gọi B là biến cố cả hai hệ thống đều báo lỗi sản phẩm

$$P(A) = 0,98 \quad P(B|A) = 0,01 \cdot 0,05$$

$$P(\bar{A}) = 0,02 \quad P(B|\bar{A}) = 0,95 \cdot 0,9$$

Khi đó, áp dụng công thức Bayes, ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,98 \cdot 0,01 \cdot 0,05}{0,98 \cdot 0,01 \cdot 0,05 + 0,02 \cdot 0,95 \cdot 0,9} \approx 0,028$$

Suy ra $a+b=10$.

Câu 62. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp thứ nhất và bỏ vào hộp thứ hai, rồi từ hộp thứ hai lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Biết 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu. Tính xác suất 3 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có cùng màu.

Lời giải

Đáp án: 0,45

Gọi biến cố A: “Lấy 3 viên bi cùng màu từ hộp thứ nhất”

B : “Lấy 2 viên bi cùng màu từ hộp thứ hai”

$A \setminus B$: “Lấy 3 viên bi cùng màu từ hộp thứ nhất biết 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu”

$$P(A) = \frac{C_5^3}{C_6^3} = \frac{1}{2}, \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(B \setminus A) = \frac{C_4^2 + C_3^2}{C_7^2} = \frac{3}{7}, \quad P(B \setminus \bar{A}) = \frac{C_5^2 + C_2^2}{C_7^2} = \frac{11}{21}$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có $P(B) = P(A).P(B \setminus A) + P(\bar{A}).P(B \setminus \bar{A}) = \frac{10}{21}$

$$P(A \setminus B) = \frac{P(A).P(B \setminus A)}{P(B)} = 0,45$$

Áp dụng công thức xác suất Bayes

Câu 63. Một hộp chứa 10 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Bạn An lấy ngẫu nhiên một lượt 2 viên bi từ hộp, xem màu, rồi đặt lại vào hộp. Nếu trong 2 viên bi An lấy ra có ít nhất một bi màu đỏ thì bạn Bình sẽ lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp; còn nếu trong 2 viên bi An lấy ra không có viên bi nào màu đỏ thì Bình sẽ lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Tính xác suất để An lấy được ít nhất 1 viên bi màu đỏ, biết rằng tất cả viên bi hai bạn lấy ra đều có đủ hai màu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,89.

Gọi A : “An lấy ra có ít nhất một bi màu đỏ”

B : “Tất cả viên bi An và Bình lấy ra có đủ hai màu”.

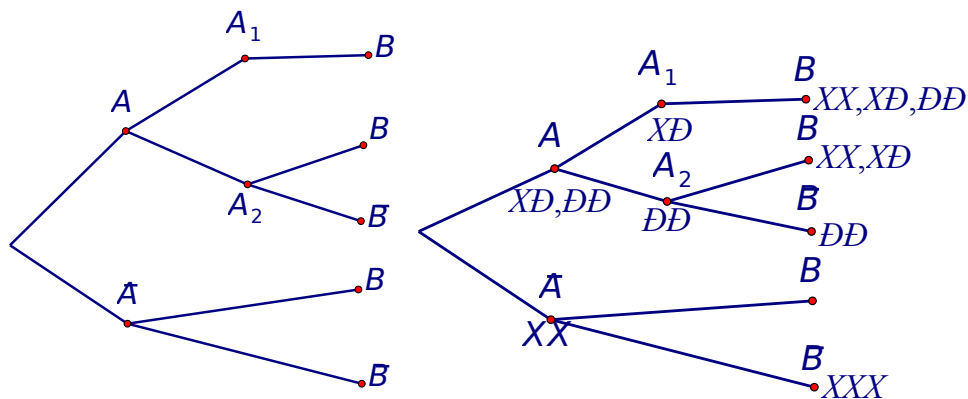
Yêu cầu bài toán ta cần tính: $P(A \mid B) = \frac{P(A).P(B \mid A)}{P(A).P(B \mid A) + P(\bar{A}).P(B \mid \bar{A})}$

Tính $P(B \mid A)$:

Gọi A_1 : “An lấy được 1 bi đỏ và 1 bi xanh”;

A_2 : “An lấy được hai bi đỏ”.

Khi đó: $A = A_1 \cup A_2$.



$$P(A) = \frac{C_{15}^2 - C_5^2}{C_{15}^2} = \frac{19}{21};$$

$$P(A_1) = \frac{10.5}{C_{15}^2} = \frac{10}{21};$$

$$P(A_2) = \frac{C_{10}^2}{C_{15}^2} = \frac{3}{7};$$

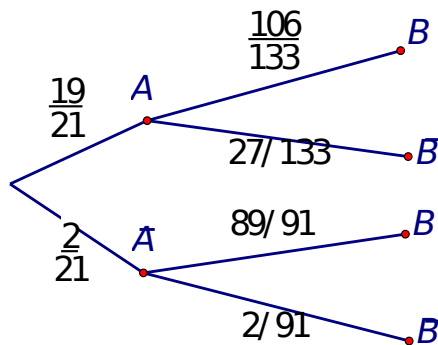
$$P(B|A_1) = \frac{C_{15}^2}{C_{15}^2} = 1;$$

$$P(B|A_2) = \frac{C_{15}^2 - C_{10}^2}{C_{15}^2} = \frac{4}{7}.$$

Dễ thấy $A_1 \cap A_2 = \emptyset$ nên

$$\begin{aligned} P(B|A) &= \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A_1).P(B|A_1) + P(A_2).P(B|A_2)}{P(A)} \\ &= \frac{\frac{10}{21} \cdot 1 + \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7}}{\frac{19}{21}} = \frac{106}{133} \end{aligned}$$

Ta có sơ đồ hình cây



Như vậy

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{\frac{19}{21} \cdot \frac{106}{133}}{\frac{19}{21} \cdot \frac{106}{133} + \frac{2}{21} \cdot \frac{89}{91}} = \frac{689}{778} \approx 0,89.$$

Câu 64. Nhân dịp kỷ niệm 10 năm thành lập trường, các học sinh lựa chọn tham gia thi đấu thể thao hoặc biểu diễn văn nghệ. Lớp 12A1 có 60% số học sinh tham gia thi đấu thể thao và còn lại 40% số học sinh tham gia biểu diễn văn nghệ. Biết rằng các bạn nữ đều tham gia biểu diễn văn nghệ. Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp 12A1. Biết rằng học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ, xác suất để học sinh này là nữ là bao nhiêu? (Nếu kết quả là số thập phân thì làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,63.

Gọi A là biến cố “học sinh được chọn là học sinh nữ” và $P(A) = x$.

Gọi B là biến cố "học sinh được chọn tham gia biểu diễn văn nghệ".

Theo đề ta có: $P(B) = 0,4; P(\bar{B}) = 0,6$

$$P(B|A) = 1; P(\bar{B}|A) = 0 \quad \text{và} \quad P(B|\bar{A}) = 0,2; P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,8$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(\bar{B}) = P(\bar{B}|A).P(A) + P(\bar{B}|\bar{A}).P(\bar{A}) \Leftrightarrow$$

$$P(\bar{B}) = P(\bar{B}|\bar{A}).P(\bar{A}) = 0,8.(1-x) = 0,6 \Rightarrow x = 0,25$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B)} = \frac{1.0,25}{0,4} = 0,625 \approx 0,63$$

Câu 65. Một trường đại học kỹ thuật có 80% sinh viên nam và 20% sinh viên nữ. Trong số sinh viên nam có 85% là người bản địa, số còn lại là sinh viên quốc tế. Trong số sinh viên nữ có 90% là người bản địa, số còn lại là sinh viên quốc tế. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên nam và một sinh viên nữ. Biết rằng trong hai sinh viên được chọn ra có một sinh viên là người bản địa và một là sinh viên quốc tế, tính xác suất để sinh viên quốc tế được chọn ra là nữ. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 0,39

Để chọn được một sinh viên nam và một sinh viên nữ trong đó một là người bản địa, một là sinh viên quốc tế thì có hai trường hợp xảy ra

+ Sinh viên người bản địa là nam và sinh viên quốc tế là nữ

+ Sinh viên người bản địa là nữ và sinh viên quốc tế là nam

$$P(A) = \frac{80\%.85\%.20\%.10\%}{80\%.85\%.20\%.10\% + 80\%.15\%.20\%.90\%} \approx 0,39$$

Do đó xác suất cần tìm là

Câu 66. Một địa phương có 2% dân số mắc căn bệnh X . Một phương pháp chẩn đoán có tỉ lệ chính xác là 99%. Nghĩa là, với những người thực sự mắc bệnh, xác suất để xét nghiệm cho kết quả dương tính là 99% số trường hợp mắc bệnh. Tuy nhiên, phương pháp này không hoàn hảo, tức là với những người không mắc bệnh, xác suất để vẫn cho kết quả dương tính (dương tính giả) là 1%. Chọn ngẫu nhiên một người dân của địa phương đó đi xét nghiệm. Nếu người được kiểm tra cho kết quả là dương tính thì xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 0,67

Gọi A là biến cố: "Người đó thực sự mắc bệnh".

$\bar{A}$ là biến cố: "Người đó không mắc bệnh".

B là biến cố: "Kết quả dương tính".

Theo đề bài, ta có: $P(A) = 0,02; P(\bar{A}) = 0,98; P(B|A) = 0,99; P(B|\bar{A}) = 0,01$

Xác suất để người đó thực sự bị bệnh biết kết quả nhận được là dương tính là:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B|A).P(A) + P(B|\bar{A}).P(\bar{A})} = \frac{0,99.0,02}{0,99.0,02 + 0,01.0,98} \approx 0,67$$

Câu 67. Các nhà nghiên cứu về tâm lý học giáo dục quan sát một nhóm các học sinh lớp 10 ở một số trường học THPT trong 3 năm. Ở thời điểm bắt đầu quan sát, có 69% số học sinh được quan sát thường xuyên sử dụng điện thoại thông minh. Sau 3 năm, các nhà nghiên cứu này nhận thấy tỉ lệ học sinh có kết quả học tập sa sút trong số những học sinh thường xuyên sử dụng điện thoại thông minh cao gấp 3 lần tỉ lệ này trong số những học sinh còn lại. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm và thấy học sinh này có kết quả học tập sa sút trong 3 năm quan sát, tính xác suất để học sinh này thường xuyên sử dụng điện thoại thông minh (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,87.

Xét các biến cố A : “Học sinh thường xuyên sử dụng điện thoại”.

B : “Học sinh có kết quả học tập sa sút”.

Ta có
$$P(A) = 0,69 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,31$$

Đặt
$$P(B|\bar{A}) = x \Rightarrow P(B|A) = 3x$$

$$\Rightarrow P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 2,38x$$

Chọn một học sinh có kết quả học tập sa sút, xác suất để học sinh này thường xuyên sử dụng

điện thoại
$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,69.3x}{2,38x} = 0,87$$

Câu 68. Một loại linh kiện do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỉ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là: 0,05; 0,04. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 100 sản phẩm của nhà máy I và 150 sản phẩm của nhà máy II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện của lô hàng đó. Giả sử linh kiện được chọn là phế phẩm. Tính xác suất linh kiện này thuộc nhà máy I (làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,45.

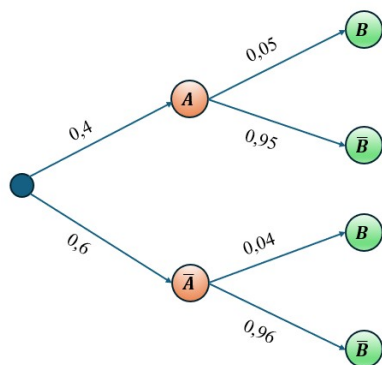
Gọi A là biến cố “Linh kiện được chọn thuộc nhà máy I”;

B là biến cố “Linh kiện được chọn là phế phẩm”;

Có tổng cộng $100 + 150 = 250$ linh kiện, trong đó có 100 sản phẩm của nhà máy I và 150 sản

phẩm của nhà máy II nên
$$P(A) = \frac{100}{250} = 0,4; \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$$

Theo bài ra thì $P(B|A) = 0,05$ và $P(B|\bar{A}) = 0,04$ nên ta có sơ đồ sau:



Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,4 \cdot 0,05 + 0,6 \cdot 0,04 = 0,044$$

Áp dụng công thức Bayes ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,4 \cdot 0,05}{0,044} = \frac{5}{11} \approx 0,45$$

Vậy xác suất để linh kiện thuộc nhà máy I, biết linh kiện là phế phẩm xấp xỉ bằng 0,45.

Câu 69. Nhân dịp kỷ niệm 60 năm ngày thành lập trường, các học sinh lựa chọn tham gia thi đấu thể thao hoặc biểu diễn văn nghệ. Lớp 12A có 56% số học sinh tham gia thi đấu thể thao và còn lại 44% số học sinh tham gia biểu diễn văn nghệ. Biết rằng các bạn nữ đều tham gia biểu diễn văn nghệ. Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Biết rằng học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ, tính xác suất để học sinh này là nữ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,68.

Gọi A là biến cố “học sinh được chọn là học sinh nữ” và $P(A) = x$.

Gọi B là biến cố “học sinh được chọn tham gia biểu diễn văn nghệ”.

Theo đề ta có: $P(B) = 0,44$; $P(\bar{B}) = 0,56$

$$P(B|A) = 1; P(\bar{B}|A) = 0 \quad \text{và} \quad P(B|\bar{A}) = 0,2; P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,8$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(\bar{B}) = P(\bar{B}|A) \cdot P(A) + P(\bar{B}|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) \Leftrightarrow$$

$$P(\bar{B}) = P(\bar{B}|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,8 \cdot (1 - x) = 0,56 \Rightarrow 1 - x = 0,7 \Rightarrow x = 0,3$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{1 \cdot 0,3}{0,44} = \frac{15}{22} \approx 0,68$$

Câu 70. Một công ty tiến hành dồn hàng hóa, lúc đầu có 2 lô sản phẩm loại I và sản phẩm loại II. Lô thứ nhất có 10 sản phẩm loại I và 3 sản phẩm loại II. Lô thứ hai có 9 sản phẩm loại I và 2 sản phẩm loại II. Từ mỗi lô lấy ngẫu nhiên một sản phẩm, các sản phẩm còn lại được dồn vào lô thứ 3.

Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm từ lô thứ 3, xác suất để lấy được một sản phẩm là sản phẩm loại I từ lô thứ 3 là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Lời giải

Đáp án: 0,8.

Lô một có 13 sản phẩm (10 loại I, 3 loại II)

Lô hai có 11 sản phẩm (9 loại I, 2 loại II).

Gọi A_i ($i = 1, 2$) lần lượt là biến cố lấy được sản phẩm loại I từ lô I và II.

Gọi B là biến cố lấy được sản phẩm loại I từ lô thứ 3.

Xác suất lấy được một sản phẩm loại I ở lô một là: $P(A_1) = \frac{10}{13}$, $P(\overline{A_1}) = \frac{3}{13}$.

Xác suất lấy được một sản phẩm loại I ở lô hai là: $P(A_2) = \frac{9}{11}$, $P(\overline{A_2}) = \frac{2}{11}$.

TH1.

Lô một và hai đều lấy được sản phẩm loại 1.

Khi đó lô ba có 22 sản phẩm (17 loại I và 5 loại II).

Xác suất lấy được sản phẩm loại I ở lô thứ 3 với điều kiện lấy được loại I ở hai lô một và hai là:

$$P(B | A_1 A_2) = \frac{17}{22}$$

TH2: Lô một và hai đều lấy được sản phẩm loại 2.

Khi đó lô ba có 22 sản phẩm (19 loại I và 3 loại II).

Xác suất lấy được sản phẩm loại I ở lô thứ 3 với điều kiện lô một và hai đều lấy được sản phẩm

loại 2 là
$$P(B | \overline{A_1} \overline{A_2}) = \frac{19}{22}$$

TH3: Lô một lấy được sản phẩm loại I và lô hai lấy được sản phẩm loại II.

Khi đó lô ba có 22 sản phẩm (18 loại I và 4 loại II).

Xác suất lấy được sản phẩm loại I ở lô thứ 3 với điều kiện lô một lấy được sản phẩm loại I và

lô hai lấy được sản phẩm loại II là
$$P(B | A_1 \overline{A_2}) = \frac{18}{22}$$

TH4: Lô một lấy được sản phẩm loại II và lô hai lấy được sản phẩm loại I.

Khi đó lô ba có 22 sản phẩm (18 loại I và 4 loại II).

Xác suất lấy được sản phẩm loại I ở lô thứ 3 với điều kiện lô một lấy được sản phẩm loại II và lô hai lấy được sản phẩm loại I.

$$P(B | \overline{A_1} A_2) = \frac{18}{22}$$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1)P(A_2) \cdot P(B | A_1 A_2) + P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2) \cdot P(B | \bar{A}_1 \bar{A}_2) + P(\bar{A}_1)P(A_2) \cdot P(B | \bar{A}_1 A_2) \\ &\quad + P(A_1)P(\bar{A}_2) \cdot P(B | A_1 \bar{A}_2) \\ &= \frac{1245}{1573} \approx 0,8 \end{aligned}$$

Câu 71. Có hai xạ thủ loại I và ^{8} xạ thủ loại II , xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là ^{0,9} và loại II là ^{0,7} . Chọn ngẫu nhiên ra hai xạ thủ và cả hai xạ thủ đều bắn một viên đạn. Tính xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 0,55

Gọi A_1 là biến cố chọn được hai xạ thủ loại I

A_2 là biến cố chọn được hai xạ thủ loại II .

A_3 là biến cố chọn được một xạ thủ loại I và một xạ thủ loại II .

B là biến cố hai viên đạn trúng đích.

Ta có
$$P(A_1) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2}, \quad P(A_2) = \frac{C_8^2}{C_{10}^2}, \quad P(A_3) = \frac{C_2^1 \cdot C_8^1}{C_{10}^2}.$$

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1) \cdot P(B | A_1) + P(A_2) \cdot P(B | A_2) + P(A_3) \cdot P(B | A_3) \\ &= \frac{C_2^2}{C_{10}^2} \cdot 0,9^2 + \frac{C_8^2}{C_{10}^2} \cdot (0,7)^2 + \frac{C_2^1 C_8^1}{C_{10}^2} \cdot 0,9 \cdot 0,7 = 0,55 \end{aligned}$$

Câu 72. Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai đều là bi xanh. Tính xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu khác nhau (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,29.

Gọi A là biến cố: “2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh”. Xác suất của biến cố A là:

$$P(A) = \frac{C_4^2}{C_5^2} = \frac{3}{5}.$$

Gọi B là biến cố: “2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có 1 bi màu xanh, 1 bi màu đỏ”. Xác suất của biến cố B là:

$$P(B) = \frac{C_4^1 \cdot C_1^1}{C_5^2} = \frac{2}{5}.$$

Gọi C là biến cố: “ 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai đều là bi màu xanh”.

- Trường hợp 1: Nếu lấy 2 bi xanh từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, thì hộp hai có 5 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Xác suất để lấy 2 bi xanh từ hộp thứ hai là:

$$P(C|A) = \frac{C_5^2}{C_{11}^2} = \frac{2}{11}.$$

- Trường hợp 2: Nếu lấy 1 bi xanh và 1 bi đỏ từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, thì hộp hai có 4 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Xác suất để lấy 2 bi xanh từ hộp thứ hai là:

$$P(C|B) = \frac{C_4^2}{C_{11}^2} = \frac{6}{55}.$$

Vậy xác suất để lấy 1 bi xanh và 1 bi đỏ từ hộp thứ nhất, biết rằng 2 viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai đều là bi xanh là:

$$P(B|C) = \frac{P(C|B) \cdot P(B)}{P(C|A) \cdot P(A) + P(C|B) \cdot P(B)} = \frac{\frac{6}{55} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{2}{11} \cdot \frac{3}{5} + \frac{6}{55} \cdot \frac{2}{5}} = \frac{2}{7} \approx 0,29.$$

Câu 73. Lớp 10^T trong một trường THPT có 22 nam và 23 nữ. Qua thống kê hàng năm tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam của khối 10 tham gia câu lạc bộ Toán học trong nhà trường lần lượt là 10% và 13%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 10^T . Tính xác suất học sinh đó là nam, biết rằng học sinh đó có tham gia câu lạc bộ Toán học của trường (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 43.5.

Gọi A : “Học sinh được chọn là học sinh nam”;

B : “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán học”.

Khi đó $P(A) = \frac{22}{45}$; $P(B|A) = 0,13$; $P(\bar{A}) = \frac{23}{45}$; $P(B|\bar{A}) = 0,1$.

Do đó $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{22}{45} \cdot 0,13 + \frac{23}{45} \cdot 0,1 = \frac{43}{375}$.

Vậy $P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{143}{258} \approx 0,55$.

Câu 74. Một công ty công nghệ có hai chi nhánh M và N sản xuất linh kiện điện tử. Biết rằng chi nhánh M sản xuất 60% số linh kiện. Tỉ lệ số linh kiện bị lỗi của chi nhánh M là 3% và tỉ lệ số linh kiện bị lỗi của chi nhánh N là 4%. Một linh kiện được chọn ngẫu nhiên từ kho của công ty và phát hiện là bị lỗi. Xác suất để linh kiện này được sản xuất bởi chi nhánh N là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,47.

Gọi B : “Linh kiện được chọn bị lỗi”. A : “Linh kiện được chọn sản xuất bởi chi nhánh N ”.

Yêu cầu bài toán là tính xác suất của A trong điều kiện B .

Ta có:

$$P(\bar{A}) = 60\%; P(A) = 40\%; P(B|A) = 4\%; P(B|\bar{A}) = 3\%$$

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{40\%.4\%}{40\%.4\% + 60\%.3\%} = 0,47$$

Câu 75. Trong một trường THPT X có tỉ lệ học sinh nữ là 48%. Tỉ lệ học sinh nữ và học sinh nam tham gia tư vấn tuyển sinh do Báo Thanh niên phối hợp với Sở GDĐT tổ chức lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh đó có tham gia tư vấn tuyển sinh. Tính xác suất học sinh đó là nam (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,47.

Gọi B : “Học sinh được gặp có tham gia tư vấn”.

A : “Học sinh được gặp là học sinh nam”.

Yêu cầu bài toán là tính xác suất của A trong điều kiện B .

Ta có:

$$P(\bar{A}) = 48\%, P(A) = 52\%, P(B|A) = 15\%, P(B|\bar{A}) = 18\%$$

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{52\%.15\%}{52\%.15\% + 48\%.18\%} = 0,47$$

Câu 76. Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú luôn nói thật, 3 chú còn lại luôn tự nhận mình nói thật nhưng xác suất để mỗi chú này nói thật là $0,5$. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi A là biến cố “chú lùn đó luôn nói thật” và B là biến cố “chú lùn đó tự nhận mình luôn nói thật”. Biết rằng chú lùn mà bạn Tuyết gặp tự nhận mình là người luôn nói thật. Tính xác suất để chú lùn đó luôn nói thật (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 0,7

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{4}{7}; P(\bar{A}) = \frac{3}{7}; P(B|A) = 1; P(B|\bar{A}) = 0,5$$

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{4}{7}.1 + \frac{3}{7}.0,5 = \frac{11}{14}$$

Xác suất để chú lùn mà bạn Tuyết gặp luôn nói thật biết chú lùn đó tự nhận mình là người luôn nói thật là:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{7} \cdot \frac{1}{14}}{\frac{11}{77}} = \frac{56}{77} \approx 0,7$$

Câu 77. Một công ty có hai chi nhánh: Chi nhánh A có 45 nhân viên, trong đó có 30 người làm ở bộ phận kỹ thuật và 15 người làm ở bộ phận hành chính. Chi nhánh B có 40 nhân viên, trong đó số lượng nhân viên kỹ thuật và hành chính là bằng nhau. Do cần tăng cường nhân sự, công ty chọn ngẫu nhiên một nhân viên từ chi nhánh A chuyển sang chi nhánh B . Sau đó, công ty chọn ngẫu nhiên 2 nhân viên từ chi nhánh B để tham dự một khóa đào tạo. Tính xác suất để 2 nhân viên được chọn đều thuộc bộ phận hành chính (làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân)

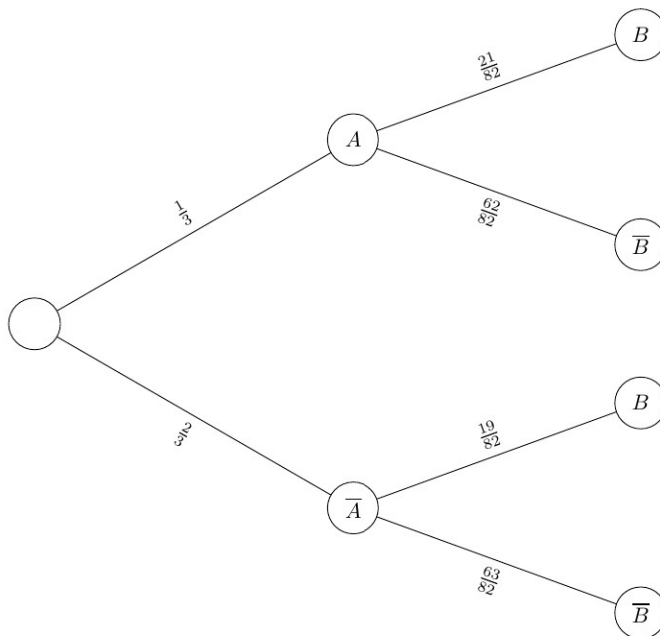
Lời giải

Đáp án: 0,24.

Gọi A là biến cố một nhân viên được chọn từ chi nhánh A thuộc bộ phận hành chính.

B là biến cố hai nhân viên được chọn từ chi nhánh B thuộc bộ phận hành chính.

Ta có sơ đồ cây



Suy ra

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{82} + \frac{2}{3} \cdot \frac{19}{82} = \frac{59}{246} \approx 0,24$$

Câu 78. Trong một dự án nghiên cứu, số cây được mang về hai vườn để trồng. Khu vườn 1 được giao 70% số cây, tỷ lệ cây sống được là 94%, còn với khu vườn 2, tỷ lệ sống được là 92%. Các cây đều được mã hoá và có thể theo dõi khả năng sinh tồn từ xa. Nhóm nghiên cứu chuẩn bị chọn 1 cây để theo dõi quá trình phát triển của nó. Nếu thời tiết xấu thì chỉ chọn được cây trong vườn số 1. Nếu thời tiết đẹp có thể chọn một cây bất kì ở cả hai vườn, xác suất chọn các cây là như nhau. Biết 80% là thời tiết đẹp, 20% là thời tiết xấu. Tính xác suất để chọn được cây trong vườn 1 biết cây còn sống (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,76.

+ Gọi các biến cố

A: “Chọn được cây trong vườn 1”

B: “Chọn được cây còn sống”

C: “ Thời tiết đẹp”

Khi đó

$$P(C) = 0,8;$$

$$P(A) = P(C) \cdot P(A|C) + P(\bar{C}) \cdot P(A|\bar{C}) = 0,8 \cdot 0,7 + 0,2 \cdot 1 = 0,76$$

+ Xác suất để chọn được cây trong vườn 1 biết cây còn sống là

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,76 \cdot 0,94}{0,76 \cdot 0,94 + 0,24 \cdot 0,92} = 0,76$$

Câu 79. Để nghiên cứu mối liên hệ giữa bệnh viêm họng và thói quen hút thuốc lá, người ta tiến hành khảo sát tại một số địa phương và được kết quả như sau: Số người nghiện thuốc lá chiếm 40% trong số người được khảo sát; Trong số người nghiện thuốc lá có 65% người bị viêm họng; Trong số người không nghiện thuốc lá có 30% người bị viêm họng. Chọn ngẫu nhiên một người từ các địa phương trên. Biết người đó bị viêm họng, hãy tính xác suất để người đó nghiện thuốc lá (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,59

Gọi các biến cố:

A: “Người được chọn nghiện thuốc lá”;

B: “Người được chọn bị viêm họng”.

Ta có $P(A) = 40\% = 0,4 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,6$;

$$P(B|A) = 65\% = 0,65;$$

$$P(B|\bar{A}) = 30\% = 0,3$$

Áp dụng công thức Bayes, ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,4 \times 0,65}{0,4 \times 0,65 + 0,6 \times 0,3} = \frac{13}{22} \approx 0,59$$

Câu 80. Kết quả khảo sát những bệnh nhân bị đột quỵ của một bệnh viện cho thấy tỉ lệ bệnh nhân hồi phục sau đột quỵ là 35%; tỉ lệ bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ là 40%; tỉ lệ bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ và hồi phục là 30%. Hỏi với một

bệnh nhân ngẫu nhiên bị đột quỵ, việc đưa vào bệnh viện điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ làm tăng tỉ lệ hồi phục lên bao nhiêu lần so với việc đưa bệnh nhân vào bệnh viện điều trị sau 6 giờ?

Lời giải

Đáp án: 9.

Gọi biến cố A: “Bệnh nhân hồi phục sau đột quỵ”.

Biến cố B: “Bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ”.

Ta có: $P(A) = 0,35 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,65$

$$P(B) = 0,4 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,6$$

$$P(A \cap B) = 0,3$$

Xác suất bệnh nhân bị đột quỵ hồi phục khi được đưa vào bệnh viện điều trị trong 6 giờ đầu là:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,4} = \frac{3}{4}$$

Xác suất bệnh nhân bị đột quỵ hồi phục khi được đưa vào bệnh viện điều trị sau 6 giờ là:

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(\bar{B})} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{P(A|B)}{P(A|\bar{B})} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{12}} = \frac{3}{4} \cdot 12 = 9$$

Tỉ lệ tăng khả năng hồi phục là:

Vậy một bệnh nhân ngẫu nhiên bị đột quỵ, việc đưa vào bệnh viện điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ có tỉ lệ hồi phục gấp 9 lần so với việc đưa bệnh nhân vào bệnh viện điều trị sau 6 giờ.

Câu 81. Trong một trường THPT A, tỷ lệ học sinh nữ là 45%. Tỷ lệ học sinh nữ và tỷ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh lần lượt là 10% và 8%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường, biết rằng học sinh đó có tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, tính xác suất học sinh đó là nam (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,49

Gọi các biến cố:

A: “Học sinh được chọn là nữ”;

B: “Học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh”.

Ta có $P(A) = 45\% = 0,45 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,55$;

$$P(B|A) = 10\% = 0,1;$$

$$P(B|\bar{A}) = 8\% = 0,08$$

Áp dụng công thức Bayes, ta có

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,55 \times 0,08}{0,45 \times 0,1 + 0,55 \times 0,08} = \frac{44}{89} \approx 0,49$$

Câu 82. Trong một nhóm người cao tuổi có 60% là nam giới. Kết quả kiểm tra sức khỏe cho thấy trong nhóm đó, tỉ lệ nam giới bị cao huyết áp gấp 1,5 lần tỉ lệ nữ giới bị cao huyết áp. Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm và thấy rằng người này bị cao huyết áp. Tính xác suất người đó là nam giới (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,69

Gọi biến cố A: “Người được chọn là nam giới”.

B: “Người này bị cao huyết áp”.

Theo đề bài ra, ta có

$$P(A) = 0,6; \quad P(B|A) = 1,5x; \quad P(B|\bar{A}) = x \quad \left(\text{với } 0 < x < \frac{2}{3} \right)$$

Xác suất để người được chọn là nam giới biết rằng người này bị cao huyết áp là $P(A|B)$.

Áp dụng công thức Bayes ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,6 \cdot 1,5x}{0,6 \cdot 1,5x + 0,4 \cdot x} = \frac{9}{13} \approx 0,69$$

Câu 83. Trường THPT chuyên X có bốn lớp chuyên bao gồm: Toán, Tin, Lý và Hóa. Theo thống kê, tỷ lệ học sinh lớp chuyên Toán trúng tuyển vào các ngành đại học top đầu là 65%, lớp chuyên Tin là 35%, lớp chuyên Lý là 55% và chuyên Hóa là 45%. Biết rằng số học sinh lớp chuyên Toán gấp rưỡi số học sinh lớp chuyên Lý, số học sinh lớp chuyên Lý bằng số học sinh lớp chuyên Hóa, và số học sinh lớp chuyên Tin bằng 80% số học sinh lớp chuyên Lý. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường và biết rằng học sinh đó đã trúng tuyển vào các ngành đại học top đầu. Tính xác suất để học sinh đó không phải là học sinh lớp chuyên Toán hoặc lớp chuyên Lý. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,32

Lời giải

Gọi T là biến cố “Học sinh được chọn là học sinh lớp chuyên Toán”

I là biến cố “Học sinh được chọn là học sinh lớp chuyên Tin”

L là biến cố “Học sinh được chọn là học sinh lớp chuyên Lý”

H là biến cố “Học sinh được chọn là học sinh lớp chuyên Hóa”

X là biến cố “là học sinh trúng tuyển vào các ngành đại học top đầu”

Khi đó: $P(X|T) = 0,65; P(X|I) = 0,35; P(X|L) = 0,55; P(X|H) = 0,45$

Gọi số học sinh của lớp chuyên Lý là x thì số học sinh lớp chuyên Tin, Hóa và Toán lần lượt là $0,8x$; x ; $1,5x$ (học sinh)

Tổng số học sinh bốn lớp chuyên là $x + 0,8x + x + 1,5x = 4,3x$.

$$\text{Khi đó: } P(T) = \frac{1,5x}{4,3x} = \frac{15}{43}; P(I) = \frac{0,8x}{4,3x} = \frac{8}{43}; P(L) = \frac{x}{4,3x} = \frac{10}{43} = P(H)$$

Xác suất học sinh được trúng tuyển vào các ngành đại học top đầu là:

$$P(X) = P(X|T).P(T) + P(X|I).P(I) + P(X|L).P(L) + P(X|H).P(H)$$

$$P(X) = \left(0,65 \cdot \frac{15}{43}\right) + \left(0,35 \cdot \frac{8}{43}\right) + \left(0,55 \cdot \frac{10}{43}\right) + \left(0,45 \cdot \frac{10}{43}\right) = \frac{451}{860}$$

Xác suất học sinh trúng tuyển vào các ngành đại học top đầu từ lớp chuyên Hóa hoặc chuyên Tin là:

$$P(X \cap (I \cup H)) = P(X|H).P(H) + P(X|I).P(I) = 0,45 \cdot \frac{10}{43} + 0,35 \cdot \frac{8}{43} = \frac{73}{430}$$

Vậy xác suất để học sinh này không phải là học sinh lớp chuyên Toán hoặc lớp chuyên Tin là:

$$P(I \cup H | X) = \frac{P(X \cap (I \cup H))}{P(X)} = \frac{\frac{73}{430}}{\frac{451}{860}} = \frac{146}{451} \approx 0,32$$

Câu 84. Ở một viện dưỡng lão, tỉ lệ người mắc bệnh tim mạch là 25%. Tỉ lệ người hút thuốc trong số những người mắc bệnh tim mạch là một số dương và bằng 2 lần tỉ lệ người hút thuốc trong số những người không mắc bệnh tim mạch. Hỏi xác suất để một người ở viện dưỡng lão này mắc bệnh tim mạch, biết rằng người đó hút thuốc, là bao nhiêu phần trăm?

Lời giải

Đáp số: 40

Gọi các biến cố:

A : “Người ở viện dưỡng lão mắc bệnh tim mạch”;

B : “Người ở viện dưỡng lão hút thuốc”.

Khi đó xác suất để một người ở viện dưỡng lão mắc bệnh tim mạch, biết rằng người đó hút thuốc là $P(A|B)$.

$$\text{Ta có } P(A) = 25\% = 0,25 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,75$$

$$\text{Và } P(B|A) = 2P(B|\bar{A}) = 2p, \text{ với } P(B|\bar{A}) = p, (p > 0).$$

Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,25 \times 2p}{0,25 \times 2p + 0,75 \times p} = \frac{0,25 \times 2}{0,25 \times 2 + 0,75} = \frac{2}{5} = 40\%$$

Câu 85. Công ty X giao cho hai xí nghiệp I và II sản xuất 10000 sản phẩm. Xí nghiệp I sản xuất 4000 sản phẩm và có tỷ lệ phế phẩm là 6%, xí nghiệp II có tỉ lệ phế phẩm là 4%. Công ty có một hệ thống dùng để phát hiện phế phẩm cho các sản phẩm của hai xí nghiệp trên. Biết rằng nếu một phế phẩm đi qua hệ thống thì nó chỉ phát hiện được 95% và hệ thống dự đoán đúng được 92%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm rồi cho đi qua hệ thống. Tính xác suất để sản phẩm được chọn của xí nghiệp I biết rằng sản phẩm đó bị hệ thống báo là phế phẩm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,43

Số phế phẩm của xí nghiệp I là: $4000 \times 6\% = 240$.

Số phế phẩm của xí nghiệp II là: $6000 \times 4\% = 240$.

$\Rightarrow$ Số phế phẩm của của công ty X là: $240 + 240 = 480$.

Gọi các biến cố:

A : “Sản phẩm của công ty được chọn là phế phẩm”;

B : “Sản phẩm của công ty bị hệ thống báo là phế phẩm”.

Ta có $P(A) = \frac{480}{10000} = 0,048 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,952$.

$P(B|A) = 95\% = 0,95$;

$P(\bar{B}|\bar{A}) = 92\% = 0,92 \Rightarrow P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,08$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,048 \times 0,95 + 0,952 \times 0,08 = 0,12176$

$\Rightarrow$ Số sản phẩm của công ty bị báo là phế phẩm là $0,12176 \times 10000 = 1217,6$

Gọi các biến cố:

C : “Sản phẩm được chọn của xí nghiệp I là phế phẩm”;

D : “Sản phẩm được chọn của xí nghiệp I bị báo là phế phẩm”.

Ta có $P(C) = 6\% = 0,06 \Rightarrow P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 0,94$.

$P(D|C) = 95\% = 0,95$;

$P(\bar{D}|\bar{C}) = 92\% = 0,92 \Rightarrow P(D|\bar{C}) = 1 - P(\bar{D}|\bar{C}) = 0,08$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(D) = P(C).P(D|C) + P(\bar{C}).P(D|\bar{C}) = 0,06 \times 0,95 + 0,94 \times 0,08 = 0,1322$

$\Rightarrow$ Số sản phẩm của xí nghiệp I bị báo là phế phẩm là $0,1322 \times 4000 = 528,8$.

Xác suất để sản phẩm được chọn là của xí nghiệp I biết rằng sản phẩm đó bị hệ thống báo là

$$P = \frac{528,8}{1217,6} \approx 0,43$$

phế phẩm là .

- Câu 86.** Có hai hộp. Hộp I có 7 quả cầu màu xanh và còn lại là quả cầu màu vàng. Hộp II có 8 quả cầu màu xanh và 5 quả cầu màu vàng. Trước tiên lấy ra ngẫu nhiên một quả cầu từ hộp I rồi thả vào hộp II. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 quả cầu từ hộp II. Xác suất để quả cầu lấy ra là quả cầu màu vàng là $\frac{95}{238}$. Tính số quả cầu trong hộp I.

Lời giải

Đáp án: 10

Gọi x là số quả cầu màu vàng có trong hộp I ($x \in \mathbb{N}$)

Gọi biến cố A: “Lấy được một quả cầu màu xanh từ hộp I”

B: “Lấy được một quả cầu màu vàng từ hộp II”

Khi đó $\bar{A}$: “Lấy được một quả cầu màu vàng từ hộp I”

$$P(A) = \frac{7}{7+x}, \quad P(\bar{A}) = \frac{x}{7+x}$$

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{7}{7+x} \cdot \frac{5}{14} + \frac{x}{7+x} \cdot \frac{6}{14} = \frac{6x+35}{14(7+x)}$$

$$P(B) = \frac{95}{238} \Leftrightarrow \frac{6x+35}{14(7+x)} = \frac{95}{238} \Leftrightarrow 102x+595 = 95x+665 \Leftrightarrow x=10$$

Theo đề bài

- Câu 87.** Một siêu thị có hai quầy thanh toán. Quầy 1 phục vụ 60% lượng khách hàng với tỷ lệ khách hàng có thẻ thành viên là 30%. Quầy 2 phục vụ 40% lượng khách hàng với tỷ lệ khách hàng có thẻ thành viên là 50%. Chọn ngẫu nhiên một người rời khỏi quầy thanh toán. Biết rằng khách hàng này có thẻ thành viên, tính xác suất khách hàng đã thanh toán ở quầy 1. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 0,47.

Gọi A là biến cố “Khách hàng thanh toán ở quầy 1”

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố “Khách hàng thanh toán ở quầy 2”.

Gọi B là biến cố “Khách hàng thanh toán có thẻ thành viên”

$$\text{Theo bài ra ta có} \quad P(A) = 0,6 \quad P(B|A) = 0,3 \quad P(\bar{A}) = 0,4 \quad P(B|\bar{A}) = 0,5$$

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,6 \cdot 0,3}{0,6 \cdot 0,3 + 0,4 \cdot 0,5} = \frac{9}{19} \approx 0,47$$

- Câu 88.** Một hộp chứa 12 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Chiến lấy ngẫu nhiên ra một viên bi từ hộp, xem màu của nó rồi bỏ ra ngoài. Đến lượt bạn Thắng lấy bi

với số lượng phụ thuộc vào màu của viên bi mà bạn Chiến đã lấy. Cụ thể: Nếu viên bi bạn Chiến lấy ra có màu xanh thì bạn Thắng sẽ lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi từ hộp; còn nếu viên bi bạn Chiến lấy ra có màu đỏ thì bạn Thắng sẽ lấy ngẫu nhiên ra bốn viên bi từ hộp. Tính xác suất để bạn Chiến lấy được viên bi màu đỏ, biết rằng trong các viên bi được bạn Thắng lấy ra có ít nhất một viên bi khác màu với viên bi của bạn Chiến (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,46

Gọi A là biến cố “bạn Chiến lấy được viên bi màu đỏ”

và B là biến cố “bạn Thắng lấy ra có ít nhất một viên bi khác màu với viên bi của bạn Chiến”

Theo bài ra ta cần tính $P(A | B)$.

+) Ta có
$$P(A) = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}, P(\bar{A}) = \frac{2}{3}.$$

+) Khi A xảy ra thì trong hộp còn lại 12 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Khi đó bạn Thắng sẽ chọn ngẫu nhiên 4 viên bi và biến cố $\bar{B}$ xảy ra tức là chọn được cả 4 viên bi đỏ.

Ta có
$$P(\bar{B} | A) = \frac{C_5^4}{C_{17}^4} = \frac{1}{476} \Rightarrow P(B | A) = 1 - \frac{1}{476} = \frac{475}{476}.$$

+) Khi $\bar{A}$ xảy ra thì trong hộp còn lại 11 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Khi đó bạn Thắng sẽ chọn ngẫu nhiên 2 viên bi và biến cố $\bar{B}$ xảy ra tức là chọn được cả 2 viên bi xanh.

Ta có
$$P(\bar{B} | \bar{A}) = \frac{C_{11}^2}{C_{17}^2} = \frac{55}{136} \Rightarrow P(B | \bar{A}) = 1 - \frac{55}{136} = \frac{81}{136}.$$

+)
$$P(A | B) = \frac{P(A).P(B | A)}{P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A})} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{475}{476}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{475}{476} + \frac{2}{3} \cdot \frac{81}{136}} = \frac{475}{1042} \approx 0,46$$