

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 0121

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nghiệm của phương trình $3^{x+1} = 9$ là

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(2;1;0)$. B. $(2;0;0)$. C. $(0;1;0)$. D. $(0;0;-1)$.

Câu 3. Thống kê độ tuổi tập thể dục thể thao hằng ngày trong một cụm dân cư có bảng số liệu sau:

Độ tuổi	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số người	10	6	15	19	25

Phương sai của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

- A. 187,03. B. 189,66. C. 187,13. D. 13,68.

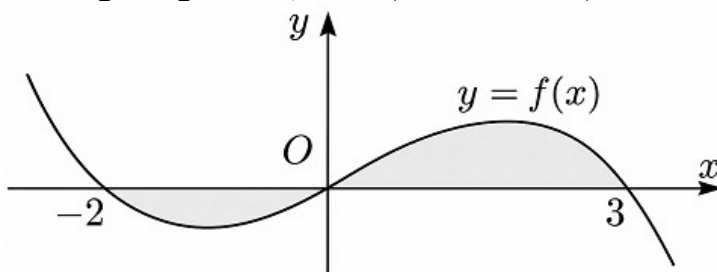
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. -2. C. 3. D. -1.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2$, $x = 3$ (xem hình dưới). Phát biểu nào sau đây là đúng?



- A. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^3 f(x)dx$. B. $S = -\int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^3 f(x)dx$.
C. $S = -\int_{-2}^0 f(x)dx - \int_0^3 f(x)dx$. D. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx - \int_0^3 f(x)dx$.

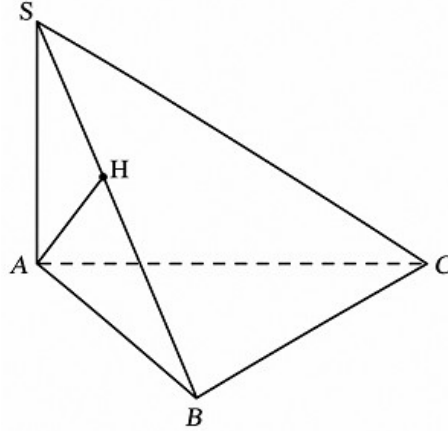
Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 2$ và $u_3 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 12. B. 8. C. 4. D. 3.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(2;0;1)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

- A. $x + y - z = 0$. B. $x - y - z - 2 = 0$. C. $x - y - z + 2 = 0$. D. $x + y + z - 4 = 0$.

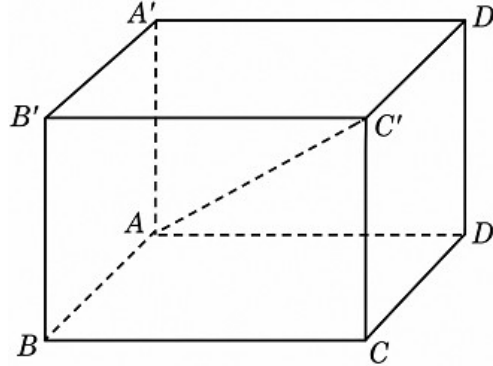
Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B và $AB = a$, $SA = 2a$, AH là đường cao của tam giác SAB (xem hình dưới).



Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$ B. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới). Phát biểu nào sau đây là đúng?



- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$ C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{AC'}$ D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{AC'}$

Câu 10. Cho hàm số $y = \cos x$. Phát biểu nào sau đây là sai?

- A. Hàm số đã cho là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .
 B. Hàm số đã cho có tập giá trị là đoạn $[-1; 1]$.
 C. Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R}$.
 D. Hàm số đã cho là hàm số lẻ.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B và $SA = AB = 2a$, $BC = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $3a^3$ B. $2a^3$ C. a^3 D. $4a^3$

Câu 12. Cho $\int_1^2 f(x)dx = -3$ và $\int_1^2 g(x)dx = 4$. Giá trị của tích phân $\int_1^2 (2f(x) + g(x))dx$ bằng

- A. 1 B. 2 C. 5 D. -2

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trường THPT X có 800 học sinh, trong đó có 360 học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao của trường. Biết rằng, trong số các học sinh của trường tham gia câu lạc bộ thể thao có 188 học sinh biết bơi, trong số các

học sinh của trường không tham gia câu lạc bộ thể thao có 132 học sinh biết bơi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường THPT X.

- a) Xác suất để học sinh được chọn biết bơi, biết rằng học sinh đó không tham gia câu lạc bộ thể thao, bằng $0,2$.
- b) Xác suất để học sinh được chọn thuộc câu lạc bộ thể thao, biết rằng học sinh đó biết bơi, bằng $0,58$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- c) Xác suất để học sinh được chọn biết bơi bằng $0,45$.
- d) Xác suất để học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ thể thao bằng $0,45$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$.

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.
- b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y = ax + b$. Khi đó $a + b = 2$.
- c) Gọi A, B là các điểm cực đại, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho và O là gốc tọa độ. Diện tích tam giác OAB bằng 2 .
- d) Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

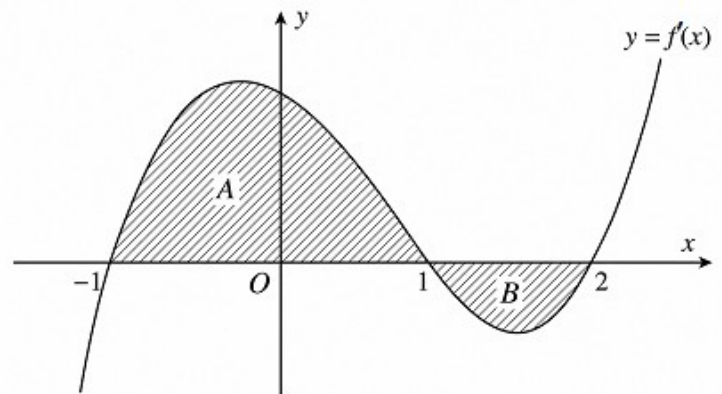
Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 6; 0)$, mặt phẳng $(P): 2x + y + 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

- a) Côsin của góc tạo bởi đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $\frac{\sqrt{30}}{6}$.
- b) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -1)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (P) là đường thẳng có phương trình.

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \\ z = 2 + t \end{cases}$$
- d) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình dưới đây.

Biết $f(-1) = \frac{17}{12}$, diện tích hình phẳng (A) , (B) lần lượt bằng $\frac{8}{3}$ và $\frac{5}{12}$.



- a) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ đạt tại $x = 1$.
- b) $f(-1) < f(2)$.
- c) $f(1) = \frac{5}{4}$.
- d) $\int_{-1}^2 f'(x) dx = \frac{9}{4}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một công ty xây dựng đấu thầu ba dự án X, Y và Z . Xác suất để ba dự án X, Y và Z trúng thầu tương ứng là a, b và $0,8$ ($a > b$). Biết rằng xác suất để ít nhất một trong ba dự án trúng thầu là $0,964$ và xác suất để cả ba dự án đều trúng thầu là $0,224$. Giả sử việc trúng thầu của dự án X, Y và Z là độc lập. Tính $2a + b$.

Câu 2. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 50 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là

$p(x) = 63 - 0,02x^2$ (đơn vị triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 50 + 8,1x$ (đơn vị triệu đồng), thuế giá trị gia tăng mà nhà máy A phải đóng cho nhà nước là 10% tổng doanh thu mỗi tháng. Hỏi mỗi tháng nhà máy A thu được lợi nhuận cao nhất là bao nhiêu triệu đồng (sau khi đã trừ thuế giá trị gia tăng)?

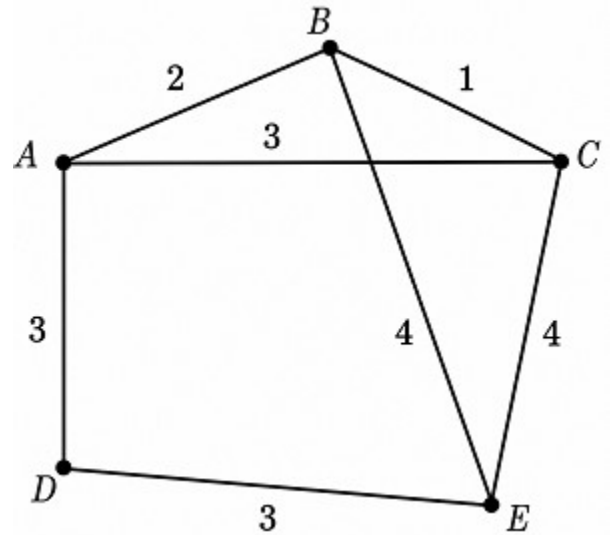
Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, biết $AB = 3$, I là trung điểm cạnh AB , hình chiếu của điểm S lên mặt phẳng đáy là trung điểm H của đoạn CI , góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng đáy bằng 45° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CI (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần chục).

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + bx + 2}{x - c}$ với b, c lần lượt là số chấm trên mặt xuất hiện của hai lần tung một

con xúc xắc cân đối đồng chất. Biết xác suất để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; 4)$ là $\frac{m}{n}$

($m, n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $m^2 + n^2$.

Câu 5. Tại một khu trung tâm dữ liệu, kỹ sư IT cần kiểm tra kết nối giữa các máy chủ trong hệ thống gồm các trạm A, B, C, D, E . Các tuyến cáp quang nối giữa các trạm được biểu diễn trong sơ đồ sau, với chữ số ghi trên mỗi tuyến là chiều dài dây cáp (đơn vị: kilômét). Kỹ sư cần thực hiện một hành trình bắt đầu từ một trạm bất kỳ, đi qua tất cả các tuyến cáp ít nhất một lần và kết thúc tại đúng trạm khởi hành, nhằm đảm bảo toàn bộ hệ thống được kiểm tra. Tổng chiều dài đường đi ngắn nhất mà kỹ sư cần di chuyển là bao nhiêu kilômét?

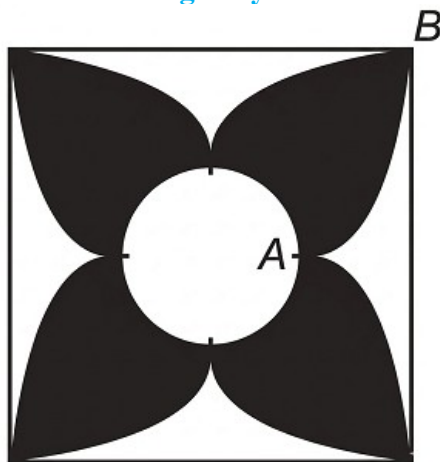


Câu 6. Để chào mừng Ngày Quốc tế phụ nữ 8/3, bạn Bình muốn tự làm một món quà tặng mẹ. Từ một tấm bìa hình vuông cạnh 10 (dm), Bình dùng các đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $x = f(y)$ để vẽ hoa tặng mẹ, nhụy hoa được

vẽ bằng đường tròn có tâm là tâm hình vuông và bán kính bằng 2 (dm). Khi đặt trong hệ trục tọa độ Oxy thì

điểm $A(2; 0)$ và đường cong AB là một phần của đồ thị hàm đa thức bậc ba $y = \frac{1}{2}x^3 + ax^2 + bx + c$. Biết

rằng tỷ lệ phần tô đậm (gồm cánh và nhụy hoa) chiếm $\frac{3}{4}$ diện tích hình vuông. Tính $-9a + b + c$.



— HẾT —

Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO**Phần I.**

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	D	C	D	B	D	C	C	B	D	B	D

Phần II.

Câu	a	b	c	d
Câu 1	Sai	Sai	Sai	Đúng
Câu 2	Sai	Đúng	Sai	Đúng
Câu 3	Sai	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 4	Sai	Đúng	Sai	Đúng

Phần III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	1,8	922	1,2	1921	$\frac{2}{6}$	39,5

LỜI GIẢI THAM KHẢO**Phần I.**

Câu 1. Ta có $9 = 3^2$ nên $3^{x+1} = 9 \Leftrightarrow 3^{x+1} = 3^2$.

Suy ra $x+1 = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Đáp án: C.

Câu 2. Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz thì hoành độ và tung độ bằng 0 , cao độ giữ nguyên.

Vậy hình chiếu là $(0; 0; -1)$.

Đáp án: D.

Câu 3. Lấy giá trị đại diện của các lớp tuổi là trung điểm:

Lớp tuổi	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Trung	15	25	35	45	55

Lớp tuổi	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
điểm					
Số người	10	6	15	19	25

Tổng số người là $n = 10 + 6 + 15 + 19 + 25 = 75$.

Số trung bình là

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 15 + 6 \cdot 25 + 15 \cdot 35 + 19 \cdot 45 + 25 \cdot 55}{75} = \frac{3055}{75}$$

Phương sai là

$$S^2 = \frac{10(15 - \bar{x})^2 + 6(25 - \bar{x})^2 + 15(35 - \bar{x})^2 + 19(45 - \bar{x})^2 + 25(55 - \bar{x})^2}{75}$$

Tính được $S^2 \approx 187,1289$.

Làm tròn đến hàng phần trăm được 187,13.

Đáp án: C.

Câu 4. Từ bảng biến thiên:

- Hàm số giảm trên $(-\infty; -2)$.
- Hàm số tăng trên $(-2; 2)$.

Do đó tại $x = -2$, hàm số đạt cực tiểu.

Giá trị cực tiểu là $f(-2) = -1$.

Đáp án: D.

Câu 5. Dựa vào hình vẽ:

- Trên đoạn $[-2; 0]$, đồ thị nằm dưới trục hoành nên $f(x) < 0$.
- Trên đoạn $[0; 3]$, đồ thị nằm trên trục hoành nên $f(x) > 0$.

Diện tích hình phẳng là tổng các phần diện tích dương:

$$S = -\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$$

Đáp án: B.

Câu 6. Cấp số nhân có công bội q thỏa mãn $u_3 = u_2 \cdot q$.

Suy ra $6 = 2q \Rightarrow q = 3$.

Đáp án: D.

Câu 7. Ta có $A(1; 1; 2)$, $B(2; 0; 1)$.

Vector $\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 0 - 1; 1 - 2) = (1; -1; -1)$.

Mặt phẳng cần tìm vuông góc với đường thẳng AB nên nhận $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -1)$ làm vector pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng đi qua $A(1; 1; 2)$ là:

$$(x - 1) - (y - 1) - (z - 2) = 0$$

Rút gọn:

$$x - y - z + 2 = 0$$

Đáp án: C.

Câu 8. Vì $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp BC$.

Tam giác ABC vuông tại B nên $AB \perp BC$.

Do đó BC vuông góc với cả SA và AB , suy ra $BC \perp (SAB)$.

Trong tam giác vuông SAB , ta có $SA = 2a$, $AB = a$.

Khi đó $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = a\sqrt{5}$.

Gọi AH là đường cao từ A đến SB trong tam giác SAB , ta có:

$$AH = \frac{SA \cdot AB}{SB} = \frac{2a \cdot a}{a\sqrt{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$$

Vì $AH \perp SB$ và $AH \perp BC$, nên $AH \perp (SBC)$.

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là $AH = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Đáp án: C.

Câu 9. Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, ta có:

$$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$$

Do phép cộng vectơ có tính giao hoán, nên:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$$

Đáp án: B.

Câu 10. Với hàm số $y = \cos x$:

- Hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π : đúng.
- Tập giá trị là $[-1; 1]$: đúng.
- Tập xác định là $\mathbb{R}$: đúng.
- $\cos x$ là hàm chẵn, vì $\cos(-x) = \cos x$, không phải hàm lẻ.

Vậy phát biểu sai là: “Hàm số đã cho là hàm số lẻ”.

Đáp án: D.

Câu 11. Vì $SA \perp (ABC)$ nên chiều cao của khối chóp là $SA = 2a$.

Tam giác ABC vuông tại B , có $AB = 2a$, $BC = 3a$ nên diện tích đáy là:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 3a = 3a^2$$

Thể tích khối chóp:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 3a^2 \cdot 2a = 2a^3$$

Đáp án: B.

Câu 12. Dùng tính chất của tích phân:

$$\begin{aligned} \int_1^2 [2f(x) + g(x)] dx &= 2 \int_1^2 f(x) dx + \int_1^2 g(x) dx \\ &= 2 \cdot (-3) + 4 = -6 + 4 = -2 \end{aligned}$$

Đáp án: D.

Phần II.

Câu 1

Gọi A là biến cố “học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao”, B là biến cố “học sinh biết bơi”.

Ta có:

Tổng số học sinh: 800.

Số học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao: 360.

Số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao: $800 - 360 = 440$.

Trong nhóm tham gia câu lạc bộ thể thao có 188 học sinh biết bơi.

Trong nhóm không tham gia câu lạc bộ thể thao có 132 học sinh biết bơi.

Vậy tổng số học sinh biết bơi là $188 + 132 = 320$.

a) Xác suất để học sinh biết bơi, biết rằng học sinh đó không tham gia câu lạc bộ thể thao là:

$$P(B | \bar{A}) = \frac{132}{440} = 0,3$$

Đề cho bằng $0,2$ nên **sai**.

b) Xác suất để học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao, biết rằng học sinh đó biết bơi là:

$$P(A | B) = \frac{188}{320} = 0,5875$$

Làm tròn đến hàng phần trăm được $0,59$, không phải $0,58$.

Vậy mệnh đề **sai**.

c) Xác suất để học sinh được chọn biết bơi là:

$$P(B) = \frac{320}{800} = 0,4$$

Đề cho bằng $0,45$ nên **sai**.

d) Xác suất để học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ thể thao là:

$$P(A) = \frac{360}{800} = 0,45$$

Vậy mệnh đề **đúng**.

Kết luận Câu 1: a) Sai; b) Sai; c) Sai; d) Đúng.

Câu 2

Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$.

Ta chia đa thức:

$$\frac{x^2 - x - 1}{x - 2} = x + 1 + \frac{1}{x - 2}$$

Do đó $y = x + 1 + \frac{1}{x - 2}$.

Tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Đạo hàm:

$$y' = 1 - \frac{1}{(x - 2)^2} = \frac{(x - 2)^2 - 1}{(x - 2)^2} = \frac{(x - 3)(x - 1)}{(x - 2)^2}$$

a) Xét khoảng $(1; 3)$, hàm số không xác định tại $x = 2$ nên không thể nói hàm số nghịch biến trên toàn khoảng $(1; 3)$.

Ngoài ra, lấy ví dụ $x_1 = 1,5$, $x_2 = 2,5$, ta có $x_1 < x_2$ nhưng $f(1,5) = 0,5$ và $f(2,5) = 5,5$, nên không thỏa mãn tính nghịch biến.

Vậy mệnh đề **sai**.

b) Vì $y = x + 1 + \frac{1}{x - 2}$ nên khi $x \rightarrow \pm\infty$, ta có $\frac{1}{x - 2} \rightarrow 0$.

Do đó tiệm cận xiên là $y = x + 1$.

Suy ra $a = 1$, $b = 1$, nên $a + b = 2$.

Vậy mệnh đề **đúng**.

c) Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$.

Tọa độ hai điểm cực trị:

$$f(1) = \frac{1 - 1 - 1}{1 - 2} = 1$$

, nên một điểm cực trị là $(1; 1)$.

$$f(3) = \frac{9-3-1}{3-2} = 5, \text{ nên điểm cực trị còn lại là } (3;5).$$

Diện tích tam giác tạo bởi $O(0;0)$, $A(1;1)$, $B(3;5)$ là:

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} |1.5 - 3.1| = \frac{1}{2} . 2 = 1$$

Đề cho diện tích bằng 2 nên mệnh đề **sai**.

d) Mẫu số $x-2 \neq 0$ nên $x \neq 2$.

Vậy tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Mệnh đề **đúng**.

Kết luận Câu 2: a) Sai; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.

Câu 3

Cho điểm $A(-2;6;0)$, mặt phẳng $(P): 2x+y+4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-1;2)$ và có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2;1;-1)$.

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2;1;0)$.

a) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) gọi là α .

Ta có công thức:

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$$

Tính:

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 2.2 + 1.1 + (-1).0 = 5$$

$$|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2} = \sqrt{6}$$

$$|\vec{n}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 0^2} = \sqrt{5}$$

Do đó:

$$\sin \alpha = \frac{5}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{30}}{6}$$

Vì đề hỏi cosin của góc, không phải sin của góc, nên mệnh đề “cosin bằng $\frac{\sqrt{30}}{6}$ ” là **sai**.

b) Từ phương trình đường thẳng d , ta có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2;1;-1)$.

Mệnh đề **đúng**.

c) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (P) có vector chỉ phương là hình chiếu của $\vec{u}$ lên mặt phẳng (P) .

Ta có $\vec{u} = (2;1;-1)$, $\vec{n} = (2;1;0)$ và $\vec{u} \cdot \vec{n} = 5$, $|\vec{n}|^2 = 5$.

Hình chiếu của $\vec{u}$ lên mặt phẳng (P) là:

$$\vec{v} = \vec{u} - \frac{\vec{u} \cdot \vec{n}}{|\vec{n}|^2} \vec{n} = (2;1;-1) - 1.(2;1;0) = (0;0;-1)$$

Vậy đường thẳng hình chiếu có phương song song với trục Oz .

Lấy điểm $M(1;-1;2)$ thuộc d . Hình chiếu vuông góc của M lên (P) là M' .

Ta có:

$$M' = M - \frac{2.1 + (-1) + 4}{2^2 + 1^2} . (2;1;0)$$

$$2 \cdot 1 + (-1) + 4 = 5 \quad \text{và} \quad 2^2 + 1^2 = 5.$$

Suy ra:

$$M' = (1; -1; 2) - (2; 1; 0) = (-1; -2; 2).$$

Vậy hình chiếu của d trên (P) là đường thẳng đi qua $(-1; -2; 2)$ và có vector chỉ phương $(0; 0; 1)$.

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Phương trình là

Mệnh đề **đúng**.

d) Khoảng cách từ $A(-2; 6; 0)$ đến mặt phẳng $(P): 2x + y + 4 = 0$ là:

$$d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot (-2) + 6 + 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}.$$

Mệnh đề **đúng**.

Kết luận Câu 3: a) Sai; b) Đúng; c) Đúng; d) Đúng.

Câu 4

Ta có đồ thị của $y = f'(x)$.

Theo hình vẽ:

- Trên đoạn $[-1; 1]$, đồ thị $f'(x)$ nằm phía trên trục hoành, diện tích hình phẳng (A) bằng $\frac{8}{3}$, nên $\int_{-1}^1 f'(x) dx = \frac{8}{3}$.

- Trên đoạn $[1; 2]$, đồ thị $f'(x)$ nằm phía dưới trục hoành, diện tích hình phẳng (B) bằng $\frac{5}{12}$, nên $\int_1^2 f'(x) dx = -\frac{5}{12}$.

Biết $f(-1) = \frac{17}{12}$.

Tính $f(1)$:

$$f(1) = f(-1) + \int_{-1}^1 f'(x) dx = \frac{17}{12} + \frac{8}{3} = \frac{17}{12} + \frac{32}{12} = \frac{49}{12}.$$

Tính $f(2)$:

$$f(2) = f(1) + \int_1^2 f'(x) dx = \frac{49}{12} - \frac{5}{12} = \frac{44}{12} = \frac{11}{3}.$$

a) Trên đoạn $[-1; 1]$, ta có $f'(x) > 0$ nên $f(x)$ tăng.

Trên đoạn $[1; 2]$, ta có $f'(x) < 0$ nên $f(x)$ giảm.

Do đó $x = 1$ là điểm đạt giá trị lớn nhất cục bộ trên đoạn $[-1; 2]$, không phải giá trị nhỏ nhất.

So sánh các giá trị:

$$f(-1) = \frac{17}{12}, \quad f(1) = \frac{49}{12}, \quad f(2) = \frac{11}{3} = \frac{44}{12}.$$

Giá trị nhỏ nhất là $f(-1) = \frac{17}{12}$, đạt tại $x = -1$.

Mệnh đề **sai**.

b) Ta có $f(-1) = \frac{17}{12}$ và $f(2) = \frac{11}{3} = \frac{44}{12}$.
 $\frac{17}{12} < \frac{44}{12}$ nên $f(-1) < f(2)$.
 Mệnh đề **đúng**.

c) Ta tính được $f(1) = \frac{49}{12}$, không phải $\frac{5}{4}$.
 Mệnh đề **sai**.

d) Ta có:

$$\int_{-1}^2 f'(x) dx = \int_{-1}^1 f'(x) dx + \int_1^2 f'(x) dx = \frac{8}{3} - \frac{5}{12} = \frac{32}{12} - \frac{5}{12} = \frac{27}{12} = \frac{9}{4}.$$

Mệnh đề **đúng**.

Kết luận Câu 4: a) Sai; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.

Phần III.

Câu 1

Gọi xác suất ba dự án X, Y, Z trúng thầu lần lượt là $a, b, 0,8$.
 Vì các biến cố độc lập nên xác suất cả ba dự án đều trúng thầu là:

$$ab \cdot 0,8 = 0,224 \Rightarrow ab = \frac{0,224}{0,8} = 0,28$$

Xác suất ít nhất một dự án trúng thầu là $0,964$, nên xác suất không có dự án nào trúng thầu là:
 $1 - 0,964 = 0,036$

Do đó:

$$(1-a)(1-b)(1-0,8) = 0,036$$

Suy ra:

$$(1-a)(1-b) \cdot 0,2 = 0,036 \Rightarrow (1-a)(1-b) = 0,18$$

Ta có:

$$(1-a)(1-b) = 1 - a - b + ab$$

Thay $ab = 0,28$ vào:

$$1 - a - b + 0,28 = 0,18$$

Suy ra:

$$a + b = 1,1$$

Vậy a, b là nghiệm của phương trình:

$$t^2 - 1,1t + 0,28 = 0$$

Giải ra được:

$$t = 0,7 \text{ hoặc } t = 0,4$$

Vì $a > b$ nên $a = 0,7$, $b = 0,4$.

Do đó:

$$2a + b = 2 \cdot 0,7 + 0,4 = 1,8$$

Đáp án: 1,8.

Câu 2

Số lượng sản phẩm là x tấn, với $0 \leq x \leq 50$.

Giá bán mỗi tấn là:

$$p(x) = 63 - 0,02x^2$$

Doanh thu là:

$$R(x) = x \cdot p(x) = x(63 - 0,02x^2) = 63x - 0,02x^3$$

Thuế giá trị gia tăng bằng 10% doanh thu, nên phần doanh thu còn lại sau thuế là: $0,9R(x)$

Chi phí sản xuất là:

$$C(x) = 50 + 8,1x$$

Lợi nhuận sau thuế là:

$$L(x) = 0,9R(x) - C(x)$$

Suy ra:

$$L(x) = 0,9(63x - 0,02x^3) - (50 + 8,1x)$$

$$L(x) = 56,7x - 0,018x^3 - 50 - 8,1x$$

$$L(x) = 48,6x - 0,018x^3 - 50$$

Xét đạo hàm:

$$L'(x) = 48,6 - 0,054x^2$$

Cho $L'(x) = 0$:

$$48,6 - 0,054x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{48,6}{0,054} = 900$$

Vì $x \geq 0$ nên $x = 30$

Ta có $L''(x) = -0,108x$, nên tại $x = 30$, $L''(30) < 0$. Do đó lợi nhuận đạt cực đại tại $x = 30$.

Tính lợi nhuận lớn nhất:

$$L(30) = 48,6 \cdot 30 - 0,018 \cdot 30^3 - 50$$

$$L(30) = 1458 - 486 - 50 = 922$$

Đáp án: 922 triệu đồng.

Câu 3

Tam giác ABC đều cạnh 3. Gọi I là trung điểm AB , H là trung điểm CI .

Chọn hệ trục tọa độ sao cho đáy nằm trên mặt phẳng Oxy :

$$I(0;0;0), A\left(-\frac{3}{2};0;0\right), B\left(\frac{3}{2};0;0\right), C\left(0;\frac{3\sqrt{3}}{2};0\right)$$

Vì H là trung điểm của CI nên:

$$H\left(0;\frac{3\sqrt{3}}{4};0\right)$$

Hình chiếu của S xuống đáy là H , nên:

$$S\left(0;\frac{3\sqrt{3}}{4};h\right)$$

Góc giữa SA và mặt phẳng đáy bằng 45° . Hình chiếu của SA lên mặt phẳng đáy là AH , nên góc giữa SA và đáy là góc $\widehat{SAH} = 45^\circ$.

Tam giác SAH vuông tại H , nên:

$$\tan 45^\circ = \frac{SH}{AH} = 1 \Rightarrow SH = AH$$

Tính AH :

$$AH = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2}$$

$$AH = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{27}{16}} = \sqrt{\frac{63}{16}} = \frac{3\sqrt{7}}{4}$$

Suy ra:

$$h = SH = \frac{3\sqrt{7}}{4}$$

Vậy:

$$S\left(0; \frac{3\sqrt{3}}{4}; \frac{3\sqrt{7}}{4}\right)$$

Đường thẳng SA có vector chỉ phương:

$$\vec{u} = \overrightarrow{AS} = \left(\frac{3}{2}; \frac{3\sqrt{3}}{4}; \frac{3\sqrt{7}}{4}\right)$$

Đường thẳng CI có vector chỉ phương:

$$\vec{v} = (0; 1; 0)$$

Lấy điểm A trên SA và điểm I trên CI , ta có:

$$\overrightarrow{AI} = \left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SA và CI là:

$$d = \frac{|\overrightarrow{AI} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})|}{|\vec{u} \times \vec{v}|}$$

Ta có:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \left(-\frac{3\sqrt{7}}{4}; 0; \frac{3}{2}\right)$$

Do đó:

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{\frac{63}{16} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{99}{16}} = \frac{3\sqrt{11}}{4}$$

Và:

$$|\overrightarrow{AI} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})| = \left|\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{3\sqrt{7}}{4}\right)\right| = \frac{9\sqrt{7}}{8}$$

Suy ra:

$$d = \frac{\frac{9\sqrt{7}}{8}}{\frac{3\sqrt{11}}{4}} = \frac{3\sqrt{77}}{22} \approx 1,196$$

Làm tròn đến hàng phần mười được:

$$d \approx 1,2$$

Đáp án: 1,2.

Câu 4

Cho:

$$f(x) = \frac{x^2 + bx + 2}{x - c},$$

trong đó b, c là số chấm xuất hiện trong hai lần tung xúc xắc, nên $b, c \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Ta có:

$$f'(x) = \frac{(2x + b)(x - c) - (x^2 + bx + 2)}{(x - c)^2}$$

Rút gọn tử số:

$$(2x + b)(x - c) - (x^2 + bx + 2) = x^2 - 2cx - bc - 2$$

Vậy:

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2cx - bc - 2}{(x - c)^2}$$

Vì $(x - c)^2 > 0$ với $x \neq c$, nên dấu của $f'(x)$ phụ thuộc vào:

$$q(x) = x^2 - 2cx - bc - 2$$

Để hàm số nghịch biến trên $(2; 4)$, trước hết hàm số phải xác định trên toàn khoảng này. Do đó $c \neq 3$.
Xét từng trường hợp của c :

Trường hợp $c = 1$:

$$q(x) = x^2 - 2x - b - 2$$

Trên $(2; 4)$, $q(x)$ tăng, nên cần $q(4) \leq 0$.

$$q(4) = 16 - 8 - b - 2 = 6 - b$$

$$\text{Do đó } 6 - b \leq 0 \Rightarrow b \geq 6$$

Vì $b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ nên chỉ có $b = 6$.

Có 1 trường hợp.

Trường hợp $c = 2$:

$c = 2$ không thuộc khoảng $(2; 4)$ vì 2 là đầu mút, nên hàm số vẫn xác định trên $(2; 4)$.

$$q(4) = 16 - 16 - 2b - 2 = -2b - 2 < 0 \text{ với mọi } b.$$

Có 6 trường hợp.

Trường hợp $c = 3$:

$c = 3 \in (2; 4)$, hàm số không xác định tại $x = 3$, nên loại.

Có 0 trường hợp.

Trường hợp $c = 4, 5, 6$:

Với các giá trị này, kiểm tra được $q(x) < 0$ trên $(2; 4)$ với mọi $b \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Có $3 \cdot 6 = 18$ trường hợp.

Tổng số trường hợp thuận lợi là:

$$1 + 6 + 0 + 18 = 25$$

Tổng số trường hợp có thể là:

$$6 \cdot 6 = 36$$

Vậy xác suất là:

$$\frac{25}{36}$$

$$\frac{25}{36}$$

Suy ra $m = 25$, $n = 36$.

Do đó:

$$m^2 + n^2 = 25^2 + 36^2 = 625 + 1296 = 1921.$$

Đáp án: 1921.

Câu 5

Bài toán yêu cầu đi qua tất cả các cạnh ít nhất một lần và quay về đúng điểm xuất phát. Đây là bài toán người đưa thư Trung Hoa.

Các cạnh và độ dài là:

$$AB = 2, BC = 1, AC = 3, AD = 3, DE = 3, BE = 4, CE = 4.$$

Tổng độ dài tất cả các cạnh là:

$$2 + 1 + 3 + 3 + 3 + 4 + 4 = 20.$$

Xét bậc các đỉnh:

- Đỉnh A nối với B, C, D nên bậc 3.
- Đỉnh B nối với A, C, E nên bậc 3.
- Đỉnh C nối với A, B, E nên bậc 3.
- Đỉnh D nối với A, E nên bậc 2.
- Đỉnh E nối với D, B, C nên bậc 3.

Các đỉnh bậc lẻ là A, B, C, E .

Để có chu trình Euler, cần ghép các đỉnh bậc lẻ theo từng cặp sao cho tổng đường đi thêm là nhỏ nhất.

Tính các khoảng cách ngắn nhất:

$$AB = 2.$$

$$CE = 4.$$

$$AC = 3.$$

$$BE = 4.$$

$$AE = 6 \text{ vì có thể đi } A-D-E, \text{ độ dài } 3+3=6.$$

$$BC = 1.$$

Các cách ghép:

- Ghép (A, B) và (C, E) : thêm $2 + 4 = 6$.
- Ghép (A, C) và (B, E) : thêm $3 + 4 = 7$.
- Ghép (A, E) và (B, C) : thêm $6 + 1 = 7$.

Nhỏ nhất là 6.

Vậy tổng quãng đường ngắn nhất cần đi là:

$$20 + 6 = 26 \text{ km.}$$

Đáp án: 26 km.

Câu 6

Tám bìa là hình vuông cạnh 10 , đặt tâm hình vuông tại gốc tọa độ O . Khi đó mỗi phần tư hình vuông có diện tích:

$$\frac{10 \cdot 10}{4} = 25.$$

Phần tô đậm chiếm $\frac{3}{4}$ diện tích hình vuông nên diện tích tô đậm là:

$$\frac{3}{4} \cdot 100 = 75.$$

Do hình vẽ đối xứng qua hai trục tọa độ nên diện tích tô đậm trong mỗi phần tư là:

$$\frac{75}{4}$$

Ở góc phần tư thứ nhất, điểm $A(2;0)$, điểm B là đỉnh trên bên phải của hình vuông nên $B(5;5)$.
Đường cong AB là một phần của đồ thị:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 + ax^2 + bx + c$$

Vì đường cong đi qua $A(2;0)$ và $B(5;5)$ nên:

$$f(2) = 0 \text{ và } f(5) = 5$$

Từ $f(2) = 0$:

$$\frac{1}{2} \cdot 2^3 + 4a + 2b + c = 0$$

Suy ra:

$$4a + 2b + c = -4 \quad (1) \quad \text{qua } (1)(1)$$

Từ $f(5) = 5$:

$$\frac{1}{2} \cdot 5^3 + 25a + 5b + c = 5$$

Suy ra:

$$25a + 5b + c = -\frac{115}{2} \quad (2) \quad \text{qua } (2)(2)$$

$$\text{Gọi } I = \int_2^5 f(x) dx$$

Trong một phần tư hình vuông, phần tô đậm được giới hạn bởi hai đường cong đối xứng $y = f(x)$ và $x = f(y)$. Vì hai phần không tô đậm đối xứng nhau, mỗi phần có diện tích I , nên:

$$25 - 2I = \frac{75}{4}$$

Suy ra:

$$2I = 25 - \frac{75}{4} = \frac{25}{4}$$

Do đó:

$$I = \frac{25}{8}$$

Vậy:

$$\int_2^5 \left(\frac{1}{2}x^3 + ax^2 + bx + c \right) dx = \frac{25}{8}$$

Tính tích phân:

$$\left[\frac{x^4}{8} + \frac{ax^3}{3} + \frac{bx^2}{2} + cx \right]_2^5 = \frac{25}{8}$$

Suy ra:

$$\frac{609}{8} + 39a + \frac{21}{2}b + 3c = \frac{25}{8}$$

Do đó:

$$39a + \frac{21}{2}b + 3c = -73$$

Nhân cả hai vế với 2:

$$78a + 21b + 6c = -146. \quad (3) \quad \text{qua} \quad (3)(3)$$

Từ hệ:

$$4a + 2b + c = -4,$$

$$25a + 5b + c = -\frac{115}{2},$$

$$78a + 21b + 6c = -146,$$

giải được:

$$a = -\frac{77}{18}, \quad b = \frac{109}{9}, \quad c = -\frac{100}{9}.$$

Vậy:

$$-9a + b + c = -9 \cdot \left(-\frac{77}{18}\right) + \frac{109}{9} - \frac{100}{9}$$

$$-9a + b + c = \frac{77}{2} + 1 = \frac{79}{2}.$$

Đáp án: $\frac{79}{2}.$