

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm là $f'(x) = (x-1)(x^2-5x+4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, tam giác ABC có $\overrightarrow{AB} = (-2; -5; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -2; 0)$. Độ dài đoạn thẳng BC bằng

- A. 7. B. 5. C. 3. D. $\sqrt{10}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

- A. $\int_a^b f(x) dx$ B. $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$ C. $\int_a^b |f(x)| dx$ D. $\left| \int_a^b f(x) dx \right|$

Câu 4. Mỗi ngày bạn An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bạn An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 0,36 B. 0,017 C. 0,13 D. 3,41

Câu 5. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	13	10	6

Trung vị mẫu số liệu trên gần số nào nhất?

- A. 40,55 B. 41,23 C. 51,54 D. 50,44

Câu 6. Trong không gian, cho hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ thỏa mãn $|\vec{u}| = 5$, $|\vec{v}| = 8$ và $(\vec{u}, \vec{v}) = 120^\circ$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 20$ B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -20$ C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -20\sqrt{3}$ D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 40$

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \frac{2025}{\sqrt{2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}}$ là

- A. $D = \mathbb{R}, \left\{ \frac{k\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $D = \mathbb{R}, \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$
 C. $D = \mathbb{R}, \left\{ \frac{\pi}{4} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $D = \mathbb{R}, \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 3x + 5y - 1 = 0$ là

- A. $\vec{n} = (3; 5; -1)$ B. $\vec{n} = (-5; 3; 0)$ C. $\vec{n} = (3; 5; 0)$ D. $\vec{n} = (3; 5; 1)$

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026^x$ là

- A. $2026^{x+1} + C$. B. $\frac{2026^x}{\ln 2026} + C$. C. $\frac{2026^{x+1}}{\ln 2026} + C$. D. $\frac{2026^x}{\ln 2026} + C$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AA'}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vector $\overrightarrow{AG'}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. B. $\frac{1}{3}(\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c})$. C. $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. D. $\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c})$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32}$ là

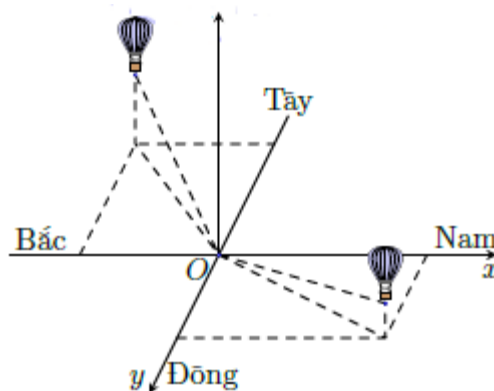
- A. $(-5; 1)$. B. $(-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $-5; 1$.

Câu 12. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông có cạnh là $3a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$, thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $12a^3\sqrt{2}$. B. $3a^3\sqrt{2}$. C. $9a^3\sqrt{2}$. D. $4a^3\sqrt{2}$.

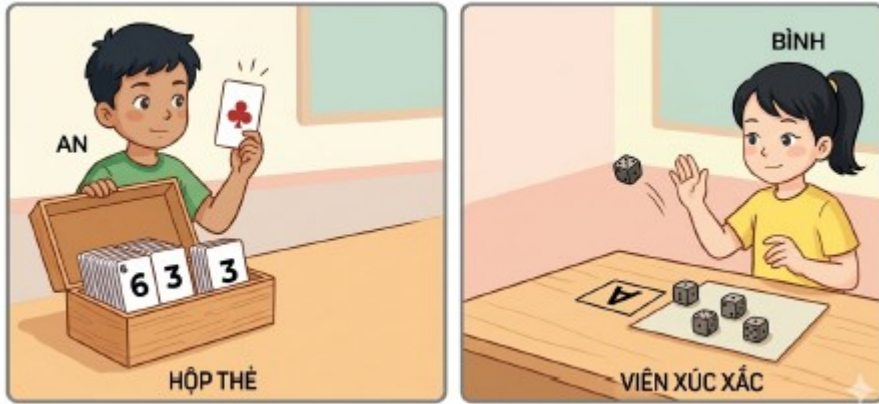
PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian, xem mặt đất là phẳng, gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong đó mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị đo trên mỗi trục là km). Người quan sát thấy có hai chiếc khinh khí cầu đang bay trên bầu trời. Tại thời điểm bắt đầu quan sát, chiếc thứ nhất đang ở vị trí điểm $A(2; 1,5; 0,5)$ và bay thẳng về phía Bắc với tốc độ không đổi là 60 (km/h), còn chiếc thứ hai đang ở vị trí điểm $B(-1; -1; 0,8)$ và bay thẳng về phía Đông với tốc độ không đổi là 40 (km/h). Trong suốt quá trình bay thì hai chiếc khinh khí cầu này luôn giữ nguyên độ cao so với mặt đất.



- a) Tại thời điểm bắt đầu quan sát, khoảng cách giữa hai khinh khí cầu bằng $\frac{767}{50}$ (km).
 b) Tại thời điểm t giờ, khinh khí cầu thứ nhất đến vị trí $M_1(2 + 60t; 1,5; 0,5)$.
 c) Khoảng cách ngắn nhất giữa hai chiếc khinh khí cầu không lớn hơn $0,54$ (km).
 d) Tại thời điểm bắt đầu quan sát, một người ở trên mặt đất tại vị trí $M(a; b; c)$ sao cho tổng khoảng cách từ người đó đến hai khinh khí cầu nhỏ nhất, khi đó $2a + b + c = \frac{29}{13}$.

Câu 2. Hai bạn An và Bình cùng chơi trò chơi. An rút ngẫu nhiên 1 thẻ trong hộp đựng 5 thẻ được đánh số từ 1 đến 5. Sau đó Bình gieo xúc xắc với số lượng xúc xắc bằng đúng với số trên thẻ An rút được. Biết rằng các xúc xắc đều cân đối và đồng chất.



a) Xác suất để An chọn được thẻ số 5 là $\frac{1}{5}$.

b) Biết rằng An rút được thẻ số 3, xác suất để tổng số chấm trên các con xúc xắc Bình gieo bằng 8 là $\frac{7}{72}$.

c) Xác suất để không có mặt 6 chấm xuất hiện là $\frac{4651}{7776}$.

d) Xác suất để An chọn được thẻ số 4 bằng $\frac{4026}{15625}$, biết rằng có ít nhất một mặt 6 chấm xuất hiện.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = x + \ln(x - 2)$.

a) Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $D = [2; +\infty)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị.

c) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 3 có phương trình là $y = 2x - 3$.

d) Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $f(x) < x + 5$ bằng 11322.

Câu 4. Một kĩ sư phần mềm kí hợp đồng lao động với một công ty công nghệ. Theo thỏa thuận, vào đầu mỗi năm làm việc, kĩ sư này nhận mức lương của năm đó. Mức lương năm đầu tiên là 120 triệu đồng/năm. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm mức lương sẽ được tăng thêm 12 triệu đồng so với năm liền trước đó.

a) Mức lương của kĩ sư đó qua từng năm lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 120$ và công sai $d = 12$ (u_1 và d đơn vị triệu đồng).

b) Vào năm thứ 5 làm việc cho công ty, mức lương của kĩ sư đó nhận được trong năm đó là 180 triệu đồng.

c) Sau 10 năm làm việc, tổng số tiền lương kĩ sư đó nhận được từ công ty là 1740 triệu đồng.

d) Nếu ngay sau khi nhận lương vào ngày $1/1$ mỗi năm, kĩ sư trích ra 40% số tiền đó để gửi tiết kiệm tại một ngân hàng với lãi suất 5%/năm theo hình thức lãi kép (tiền lãi của mỗi năm được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo). Giả sử lãi suất không thay đổi trong suốt quá trình gửi, và việc nhận lương của kĩ sư không bị gián đoạn, đồng thời ngân hàng luôn tính lãi cuối kì vào ngày $31/12$ của năm đó. Khi đó, tổng số tiền lãi mà kĩ sư nhận được tại thời điểm hết năm gửi tiền thứ 10 (làm tròn đến hàng đơn vị) là 198 (triệu đồng).

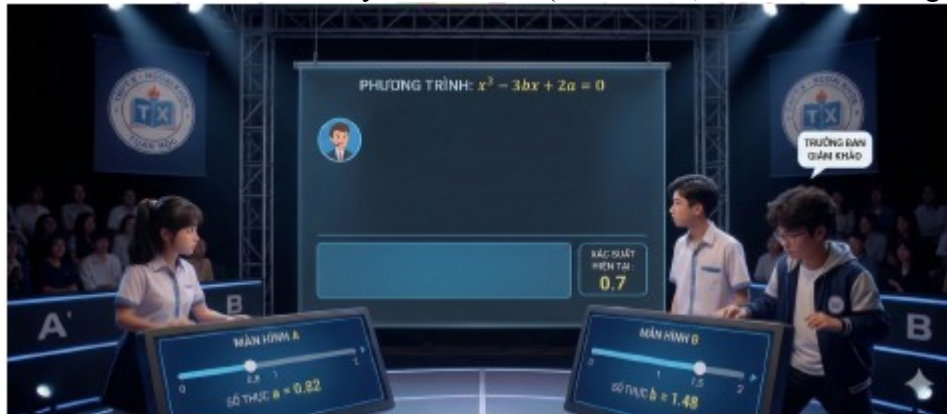
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một máy bay loại nhỏ bắt đầu hạ cánh, đường bay của nó khi gắn với hệ trục tọa độ Oxy được mô phỏng như hình vẽ đã cho, đơn vị độ dài trên mỗi trục là kilômét. Biết đường bay của nó có dạng đồ thị một hàm số bậc ba; vị trí bắt đầu hạ cánh có tọa độ $A(-4;1)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số và máy bay tiếp đất tại vị trí gốc tọa độ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi bay được 1 km theo phương ngang từ vị trí A , thì phi công bắt đầu muốn tìm vị trí mà tính từ đó khi bay theo phương ngang 1 km sẽ hạ độ cao $0,2$ km. Hỏi vị trí đó cách vị trí tiếp đất bao nhiêu km theo phương ngang (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 5 , hình chiếu A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của BC và góc nhị diện $[C'BC, A]$ bằng 120° . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ (làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 3. Trong một dự án thiết kế nội thất sảnh chính của một tòa nhà cao tầng, kiến trúc sư muốn lắp đặt hệ thống đèn trang trí gồm hai khối pha lê hình cầu (S) và (S') . Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, đơn vị là (mét), phương trình của hai khối cầu này là $(S): x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$ và $(S'): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 9$. Để tạo điểm nhấn, một tấm trần thạch cao phẳng $(P): 2x + y - 2z - 5 = 0$ được thiết kế cắt ngang qua cả hai khối pha lê. Tại vị trí giao nhau đó, các nghệ nhân sẽ gắn các viên hợp kim sáng bóng (là các đường tròn giao tuyến). Để tăng thêm sự bề thế, kiến trúc sư quyết định lắp thêm hai chụp đèn thủy tinh hình cầu (T_1) và (T_2) sao cho:

- Chụp đèn (T_1) (tâm I_1 , bán kính R_1) phải ôm khít lấy viên hợp kim của khối (S) trên trần (P) .
 - Chụp đèn (T_2) (tâm I_2 , bán kính R_2) phải ôm khít lấy viên hợp kim của khối (S') trên trần (P) .
- Để đảm bảo tính cân đối về mặt thị giác và tối ưu hóa hệ thống dây cáp treo nối giữa các thiết bị, đơn vị thi công cần xác định vị trí của I_1 và I_2 sao cho tổng độ dài dây cáp nối hai tâm và bán kính của hai chụp đèn $M = I_1I_2 + R_1 + R_2$ là nhỏ nhất. Tìm độ dài dây nhỏ nhất đó (đơn vị mét, làm tròn đến hàng phần chục).

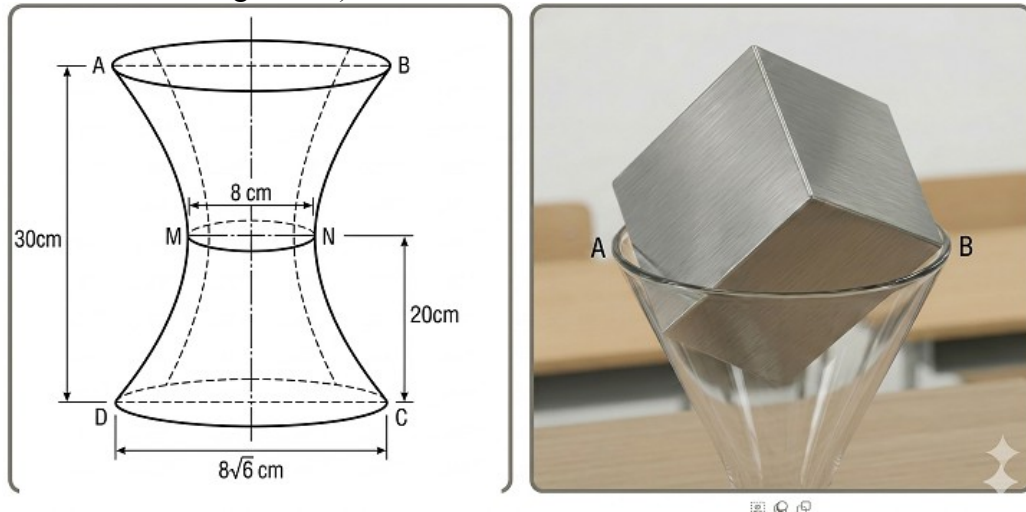


Câu 4. Trên sân khấu của chương trình ngoại khóa Toán học của trường THPT X, người ta đặt hai màn hình cảm ứng A và B hoạt động độc lập với nhau. Trên mỗi màn hình có một thanh trượt di chuyển đều từ 0 đến 2 . Khi người chơi bấm dừng, thanh trượt dừng ngẫu nhiên tại một số thực thuộc đoạn $[0;2]$. Gọi 2 số thực xuất hiện trên hai màn hình A, B lần lượt là a, b . MC đưa ra phương trình $x^3 - 3bx + 2a = 0$ và quy định: Nếu phương trình có ít nhất 2 nghiệm thực, người chơi nhận được một phần quà lưu niệm. Nếu phương trình chỉ có 1 nghiệm thực, người chơi sẽ nhận được 1 tràng pháo tay từ khán giả. Hãy tính xác suất để người chơi nhận được 1 phần quà lưu niệm (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 5. Một cửa hàng bán tạp chí với giá 40 nghìn đồng một cuốn. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,...) được cho bởi công thức $C(x) = 0,004x^2 - 2x + 1000$, $C(x)$ được tính theo đơn vị nghìn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 10 nghìn đồng. Các khoản thu bao gồm tiền bán tạp chí và 50 triệu nhận được từ sự trợ giúp của báo chí. Giả sử số cuốn tạp chí in ra đều được bán

hết. Cửa hàng thu được lợi nhuận nhiều nhất khi in a cuốn tạp chí, khi đó lợi nhuận thu được là T (triệu đồng). Tính $a + T$.

Câu 6. Một cái ly thủy tinh có chiều cao 30 cm. Khi cắt ly bởi các mặt phẳng song song với mặt đất, ta thấy mặt cắt là các hình tròn. Khi cắt ly bởi mặt phẳng đi qua trục đối xứng và vuông góc với đáy, ta được một hình phẳng $ABCD$ có trục đối xứng, với hai đường biên AD và BC là các cung của một hypebol (xem hình minh họa). Biết đường tròn giao tuyến tại vị trí hẹp nhất của ly có đường kính $MN = 8$ cm, khoảng cách từ vị trí hẹp nhất này đến đáy ly là 20 cm, và đường kính đáy ly là $CD = 8\sqrt{6}$ cm. (Độ dày thành ly coi như không đáng kể). An đặt một khối lập phương đặc ruột, bằng kim loại, lên miệng ly nước sao cho một đỉnh của khối nằm gọn trong lòng ly, đồng thời mô hình ly nước và khối lập phương cùng lấy trục ly nước làm trục đối xứng. Giả sử coi như ba cạnh của khối lập phương chạm khít với vành miệng ly (xem hình vẽ). Nếu ban đầu An đổ nước đầy ly thì sau khi đặt khối lập phương như trên, lượng nước trong ly còn lại bao nhiêu cm^3 ? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	B	C	A	C	B	B	C	D	A	A	B

Phần II.

Câu	a	b	c	d
Câu 1	Sai	Sai	Đúng	Đúng
Câu 2	Đúng	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 3	Sai	Sai	Đúng	Đúng
Câu 4	Đúng	Sai	Đúng	Đúng

Phần III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	1,2	3,8	7,4	0,5	4113	3327

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**Câu 1.**

$$f'(x) = (x-1)(x^2 - 5x + 4) = (x-1)^2(x-4)$$

Ta có

$$f'(x) = 0 \quad x = 1 \quad x = 4 \quad x = 1 \quad f'(x)$$

Các nghiệm của $f'(x)$ là $x = 1$ và $x = 4$, trong đó $x = 1$ là nghiệm bội chẵn nên dấu của $f'(x)$ không

đổi khi qua

$$(x-1)^2 \geq 0 \quad f'(x) \quad x-4 \quad x < 4 \quad x > 4$$

Vì $(x-1)^2 \geq 0$, nên dấu của $f'(x)$ do $x-4$ quyết định: âm khi $x < 4$, dương khi $x > 4$.

Vậy hàm số chỉ có **một** điểm cực trị.

Chọn C.**Câu 2.**

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = (2; -2; 0) - (-2; -5; 0) = (4; 3; 0)$$

$$BC = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

Suy ra

Chọn B.**Câu 3.**

$$y = f(x) \quad Ox \quad x = a \quad x = b$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

$$\int_a^b |f(x)| dx$$

Chọn C.**Câu 4.**

$$2,85; 3,15; 3,45; 3,75; 4,05$$

Lấy trung điểm các lớp:

Trung bình mẫu là

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 2,85 + 6 \cdot 3,15 + 5 \cdot 3,45 + 4 \cdot 3,75 + 2 \cdot 4,05}{20} = 3,39$$

Phương sai ghép nhóm:

$$s^2 = \frac{1}{20} \sum n_i (x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{1}{20} (3 \cdot 0,54^2 + 6 \cdot 0,24^2 + 5 \cdot 0,06^2 + 4 \cdot 0,36^2 + 2 \cdot 0,66^2)$$

$$= \frac{2,628}{20} = 0,1314$$

$$s = \sqrt{0,1314} \approx 0,36$$

Suy ra

Chọn A.

Câu 5.

$$n = 5 + 9 + 13 + 10 + 6 = 43$$

Tổng số học sinh là

$$n/2 = 21,5$$

$$[40; 60)$$

$$14$$

$$27$$

. Lớp chứa trung vị là vì tần số tích lũy trước đó là , đến lớp này là .

Công thức trung vị số liệu ghép nhóm:

$$Me = L + \frac{\frac{n}{2} - F}{f} \cdot h$$

$$L = 40 \quad F = 14 \quad f = 13 \quad h = 20$$

Ở đây:

Nên

$$Me = 40 + \frac{21,5 - 14}{13} \cdot 20 = 40 + \frac{150}{13} \approx 51,54$$

Chọn C.

Câu 6.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos 120^\circ = 5 \cdot 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -20$$

Chọn B.

Câu 7.

$$y = \frac{2025}{\sqrt{2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}}$$

Hàm số là

$$2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) > 0 \quad \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) > 0$$

Điều kiện xác định: , tức là .

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$$

Biên của các khoảng loại là khi , tức

$$x - \frac{\pi}{4} = k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$D = \square, \quad \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \square \right\}$$

Vậy tập xác định là

Chọn B.

Câu 8.

$$(P) : 3x + 5y - 1 = 0$$

$$\vec{n} = (3; 5; 0)$$

Mặt phẳng

có một vector pháp tuyến là

Chọn C.

Câu 9.

$$\int 2026^x, dx = \frac{2026^x}{\ln 2026} + C$$

Chọn D.

Câu 10.

$$\overrightarrow{AA'} = \vec{a} \quad \overrightarrow{AB} = \vec{b} \quad \overrightarrow{AC} = \vec{c}$$

Trong lăng trụ,

Khi đó

$$\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB'} = \vec{a} + \vec{b}, \overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{c}$$

G'

$A'B'C'$

Vì là trọng tâm tam giác, nên

$$\overrightarrow{AG'} = \frac{\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'}}{3} = \frac{\vec{a} + (\vec{a} + \vec{b}) + (\vec{a} + \vec{c})}{3}$$

$$= \frac{1}{3}(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$$

Chọn A.

Câu 11.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32} = \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$\frac{1}{2} < 1$$

Vì cơ số, nên đổi chiều bất phương trình mũ:

$$x^2 + 4x < 5$$

$$x^2 + 4x - 5 < 0 \Leftrightarrow (x + 5)(x - 1) < 0$$

Suy ra

$$-5 < x < 1$$

Do đó

Chọn A.

Câu 12.

$$3a \quad S_{\text{đáy}} = 9a^2$$

Đáy là hình vuông cạnh $3a$ nên

$$SA = a\sqrt{2} \quad SA \perp (ABCD)$$

Chiều cao khối chóp là $a\sqrt{2}$ vì

Thể tích:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 9a^2 \cdot a\sqrt{2} = 3a^3\sqrt{2}$$

Chọn B.

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1

$$t \quad M_1, M_2$$

Gọi vị trí hai khinh khí cầu tại thời điểm t giờ là

Ox

Vì trục Ox hướng về **phía nam**, nên bay về **phía Bắc** nghĩa là hoành độ giảm.

Do đó

$$M_1(2 - 60t; 1,5; 0,5)$$

$$M_2(-1; -1 + 40t; 0,8)$$

a) Lúc đầu, khoảng cách là

$$AB = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (1,5 - (-1))^2 + (0,5 - 0,8)^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + 2,5^2 + (-0,3)^2} = \sqrt{15,34} = \sqrt{\frac{767}{50}}$$

$$\frac{767}{50}$$

Đề cho bằng $\frac{767}{50}$ km nên **Sai**.

$$M_1 \quad (2 - 60t; 1,5; 0,5) \quad (2 + 60t; 1,5; 0,5)$$

b) Theo trên, phải là , không phải .
Nên **Sai**.

c)

$$M_1 M_2^2 = (3 - 60t)^2 + (2,5 - 40t)^2 + (-0,3)^2$$

$$= 5200t^2 - 560t + 15,34$$

$$t = \frac{560}{2 \cdot 5200} = \frac{7}{130}$$

Giá trị nhỏ nhất đạt tại

Khi đó

$$M_1 M_2^{\min} \approx 0,513 < 0,54$$

Nên **Đúng**.

d) Để tổng khoảng cách từ người M trên mặt đất đến A, B nhỏ nhất, phản xạ A qua mặt phẳng Oxy được $A'(2; 1,5; -0,5)$

Khi đó M là giao điểm của đường thẳng $A'B$ với mặt phẳng $z = 0$.

$$A'B = (-3; -2,5; 1,3)$$

Ta có

$$A'B \quad (2 - 3s; 1,5 - 2,5s; -0,5 + 1,3s)$$

Điểm trên :

$$z = 0 \quad -0,5 + 1,3s = 0 \Rightarrow s = \frac{5}{13}$$

Cho thì

$$M \left(\frac{11}{13}; \frac{7}{13}; 0 \right)$$

Suy ra

$$2a + b + c = \frac{22}{13} + \frac{7}{13} = \frac{29}{13}$$

Vậy

Nên **Đúng**.

Kết luận: **a Sai, b Sai, c Đúng, d Đúng**.

Câu 2

Gọi N là số trên thẻ An rút được, thì $P(N = k) = \frac{1}{5} \quad k = 1, 2, 3, 4, 5$ với .

$$P(N = 5) = \frac{1}{5}$$

a)
Đúng.

b) Biết $N = 3$, cần xác suất tổng ba xúc xắc bằng 8 .

$$x_1 + x_2 + x_3 = 8 \quad \binom{7}{2} = 21$$

Số nghiệm dương của $6^3 = 216$ là .

Tổng số kết quả là .

$$\frac{21}{216} = \frac{7}{72}$$

Vậy xác suất là .

Đúng.

c) Xác suất không xuất hiện mặt 6 là

$$\frac{1}{5} \left[\left(\frac{5}{6} \right) + \left(\frac{5}{6} \right)^2 + \left(\frac{5}{6} \right)^3 + \left(\frac{5}{6} \right)^4 + \left(\frac{5}{6} \right)^5 \right]$$

$$= \frac{4651}{7776}$$

Đúng.

d) Gọi E là biến cố “có ít nhất một mặt 6 xuất hiện”.

$$P(E) = 1 - \frac{4651}{7776} = \frac{3125}{7776}$$

Khi đó .

Ta có

$$P(N = 4 \cap E) = \frac{1}{5} \left[1 - \left(\frac{5}{6} \right)^4 \right]$$

$$= \frac{1}{5} \cdot \frac{671}{1296}$$

Do đó

$$P(N=4|E) = \frac{P(N=4 \cap E)}{P(E)} = \frac{4026}{15625}$$

Đúng.

Kết luận: **a Đúng, b Đúng, c Đúng, d Đúng.**

Câu 3

$$f(x) = x + \ln(x-2)$$

Hàm số

$$x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$$

a) Điều kiện xác định là

$$(2; +\infty) \quad [2; +\infty)$$

Vậy tập xác định là , không phải **Sai.**

b)

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{x-2} = \frac{x-1}{x-2}$$

$$x > 2 \quad f'(x) > 0$$

Trên miền xác định , ta có
 Vậy hàm số luôn đồng biến, không có cực trị.
Sai.

$$f(3) = 3 + \ln 1 = 3 \quad f'(3) = 2$$

c) , và
 $x = 3$

Tiếp tuyến tại là
 $y - 3 = 2(x - 3) \quad y = 2x - 3$
 , hay

Đúng.

d)

$$f(x) < x + 5 \Leftrightarrow \ln(x-2) < 5 \Leftrightarrow x-2 < e^5$$

$$x > 2 \quad 2 < x < e^5 + 2$$

Kết hợp điều kiện , suy ra

$$e^5 \approx 148,413 \quad 3, 4, \dots, 150$$

Vì , nên các nghiệm nguyên là
 Tổng là

$$\frac{(3+150) \cdot 148}{2} = 11322$$

Đúng.

Kết luận: **a Sai, b Sai, c Đúng, d Đúng.**

Câu 4

$$u_1 = 120 \quad d = 12$$

Dãy lương là cấp số cộng với , (triệu đồng).

a) Đúng theo đề bài.

Đúng.

b)

$$u_5 = 120 + 4 \cdot 12 = 168 \quad 180$$

, không phải .

Sai.

c)

$$u_{10} = 120 + 9 \cdot 12 = 228$$

Tổng 10 năm:

$$S_{10} = \frac{10(120 + 228)}{2} = 1740$$

(triệu đồng).

Đúng.

d) Mỗi đầu năm gửi 40% lương, tức số tiền gửi năm thứ k là $0,4u_k$.
Đến hết năm thứ 10, khoản gửi năm thứ k được nhân với $1,05^{11-k}$.

Tổng tiền có được là

$$A = \sum_{k=1}^{10} 0,4u_k \cdot 1,05^{11-k} \approx 893,777$$

(triệu đồng).

Tổng tiền gốc đã gửi là

$$0,4S_{10} = 0,4 \cdot 1740 = 696$$

(triệu đồng).

Vậy tiền lãi là

$$893,777 - 696 \approx 197,777 \quad 198$$

(triệu đồng), làm tròn được 198 triệu đồng.

Đúng.

Kết luận: **a Đúng, b Sai, c Đúng, d Đúng.**

PHẦN III. Trả lời ngắn

Câu 1

$$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Gọi đường bay là đồ thị

$$A(-4; 1)$$

$$O(0; 0)$$

$$f'(x)$$

$$x = -4$$

$$x = 0$$

Vì điểm cực đại tại

và điểm cực tiểu tại

nên

có nghiệm

và

$$f'(x) = k, x(x+4)$$

Suy ra

Lấy nguyên hàm:

$$f(x) = k \left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) + C$$

$$f(0) = 0$$

$$C = 0$$

Vì

nên

$$f(-4) = 1$$

Vì

nên

$$k \left(-\frac{64}{3} + 32 \right) = 1 \Rightarrow k \cdot \frac{32}{3} = 1 \Rightarrow k = \frac{3}{32}$$

Vậy

$$f(x) = \frac{x^3}{32} + \frac{3x^2}{16}$$

$$x$$

$$1$$

$$0, 2$$

Cần tìm vị trí sao cho sau khi bay ngang km thì hạ độ cao km, tức là

$$f(x) - f(x+1) = 0, 2 = \frac{1}{5}$$

Thay vào:

$$\frac{x^3}{32} + \frac{3x^2}{16} - \left[\frac{(x+1)^3}{32} + \frac{3(x+1)^2}{16} \right] = \frac{1}{5}$$

Rút gọn được

$$15x^2 + 75x + 67 = 0$$

Giải ra

$$x \approx -3,835 \quad x \approx -1,165$$

hoặc

A

$$x = -3$$

Vì máy bay đã bay qua vị trí cách 1 km theo phương ngang, tức là đã qua $x \approx -1,165$, nên nghiệm phù hợp là

$$O(0;0) \quad |x| \approx 1,165$$

Khoảng cách theo phương ngang tới điểm tiếp đất là , làm tròn đến hàng phần mười là 1,2

km.

Câu 2

Đặt hệ trục sao cho

$$B\left(-\frac{5}{2}, 0, 0\right) \quad C\left(\frac{5}{2}, 0, 0\right) \quad A\left(0, \frac{5\sqrt{3}}{2}, 0\right)$$

$$BC \quad O(0,0,0)$$

$$A' \quad (ABC)$$

$$BC$$

Trung điểm của BC là $O(0,0,0)$. Vì hình chiếu của A' lên BC trùng với trung điểm O , nên đặt $A'(0,0,h)$

Khi đó

$$\overrightarrow{AA'} = \left(0; -\frac{5\sqrt{3}}{2}; h\right)$$

$$[C'BC, A]$$

$$OA$$

$$O$$

$$\overrightarrow{AA'}$$

Góc nhị diện $[C'BC, A]$ là góc giữa đường OA trong mặt phẳng đáy và đường qua O song song với $\overrightarrow{AA'}$ trong mặt phẳng bên, nên bằng 120° .

Ta có

$$\cos 120^\circ = \frac{\left(0, \frac{5\sqrt{3}}{2}, 0\right) \cdot \left(0, -\frac{5\sqrt{3}}{2}, h\right)}{\frac{5\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{75}{4} + h^2}}$$

$$= -\frac{\frac{5\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\frac{75}{4} + h^2}} = -\frac{1}{2}$$

$$\sqrt{\frac{75}{4} + h^2} = 5\sqrt{3} \quad h = \frac{15}{2}$$

Suy ra , nên .

$(BCC'B')$ BC

Mặt phẳng chứa và có vector chỉ phương thứ hai là

$$\overrightarrow{BB'} = \left(0; -\frac{5\sqrt{3}}{2}; \frac{15}{2}\right)$$

Một vector pháp tuyến là

$$\vec{n} = \overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BB'} \sim (0; 3; \sqrt{3})$$

$$(BCC'B') \quad 3y + \sqrt{3}z = 0$$

Vậy phương trình mặt phẳng là .

A

Khoảng cách từ đến mặt phẳng đó là

$$d = \frac{\left|3 \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2}\right|}{\sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2}} = \frac{15\sqrt{3}/2}{2\sqrt{3}} = \frac{15}{4} = 3,75$$

3,8

Làm tròn đến hàng phần mười: .

Câu 3

Hai khối cầu có tâm và bán kính là:

$$C_1(0, 0, -1) \quad r_1 = \sqrt{3}$$

$$C_2(3, -2, -2) \quad r_2 = 3$$

$$(P): 2x + y - 2z - 5 = 0$$

$$\vec{n} = (2, 1, -2) \quad |\vec{n}| = 3$$

Mặt phẳng

có vectơ pháp tuyến

, với

$$C_1 \quad (P)$$

Khoảng cách từ đến là

$$d_1 = \frac{|2 \cdot 0 + 0 - 2(-1) - 5|}{3} = 1$$

$$C_2 \quad (P)$$

Khoảng cách từ đến là

$$d_2 = \frac{|2 \cdot 3 + (-2) - 2(-2) - 5|}{3} = 1$$

Vậy bán kính hai đường tròn giao tuyến là

$$\rho_1 = \sqrt{r_1^2 - d_1^2} = \sqrt{3 - 1} = \sqrt{2}$$

$$\rho_2 = \sqrt{r_2^2 - d_2^2} = \sqrt{9 - 1} = 2\sqrt{2}$$

$$H_1, H_2$$

$$C_1, C_2 \quad (P)$$

$$H_1 H_2 = \sqrt{10}$$

Gọi

là hình chiếu vuông góc của

lên

. Tính được

$$I_1, I_2$$

$$I_1, I_2$$

$$(P)$$

$$H_1, H_2$$

Nếu

là tâm của hai chụp đèn thì

nằm trên các đường thẳng vuông góc với

qua

. Đặt

$$I_1, I_2$$

$$(P)$$

$$u, v$$

khoảng cách từ

đến

lần lượt là

.

Khi đó

$$R_1 = \sqrt{u^2 + 2} \quad R_2 = \sqrt{v^2 + 8} \quad I_1 I_2 = \sqrt{(u - v)^2 + 10}$$

Suy ra

$$M = I_1 I_2 + R_1 + R_2 = \sqrt{(u - v)^2 + 10} + \sqrt{u^2 + 2} + \sqrt{v^2 + 8}$$

Xét trong mặt phẳng, đặt

$$A = (0, 0) \quad X = (u, \sqrt{2}) \quad Y = (v, \sqrt{2} + \sqrt{10}) \quad B = (0, 3\sqrt{2} + \sqrt{10})$$

Khi đó

$$AX = \sqrt{u^2 + 2} \quad XY = \sqrt{(u - v)^2 + 10} \quad YB = \sqrt{v^2 + 8}$$

$$M = AX + XY + YB \geq AB = 3\sqrt{2} + \sqrt{10}, \text{ nên}$$

$$u = v = 0 \quad I_1 = H_1 \quad I_2 = H_2$$

Dấu “=” xảy ra khi , tức là .

Vậy giá trị nhỏ nhất là

$$M_{\min} = 3\sqrt{2} + \sqrt{10} \approx 7,405$$

7,4

Làm tròn đến hàng phần mười: .

Câu 4

$$x^3 - 3bx + 2a = 0 \quad x^3 + px + q = 0 \quad p = -3b \quad q = 2a$$

Xét phương trình . Đây là dạng với , .

$$\Delta \geq 0$$

Phương trình có ít nhất 2 nghiệm thực khi biệt thức , tức là

$$\Delta = -4p^3 - 27q^2 \geq 0$$

Thay vào:

$$\Delta = -4(-3b)^3 - 27(2a)^2 = 108(b^3 - a^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 \leq b^3$$

$$a, b \in [0, 2]$$

Vì độc lập và đều trên , xác suất cần tìm bằng diện tích miền

$$D = (a, b) \in [0, 2]^2 \mid a \leq b^{3/2}$$

$$[0, 2]^2 \quad 4$$

chia cho diện tích hình vuông là .

$$b^{3/2} = 2 \quad b = 2^{2/3}$$

Ta có khi
Do đó diện tích miền thuận lợi là

$$S = \int_0^{2^{2/3}} b^{3/2} db + \int_{2^{2/3}}^2 2 db$$

$$= \frac{2}{5} \cdot 2^{5/3} + 4 - 2 \cdot 2^{2/3}$$

$$= 4 - \frac{3}{5} 2^{5/3}$$

Vậy

$$P = \frac{S}{4} = 1 - \frac{3}{20} 2^{5/3} \approx 0,5238$$

0,5

Làm tròn đến hàng phần mười:

Câu 5

Doanh thu bán tạp chí là $40x$ (nghìn đồng).
50 = 50000

Tiền trợ giúp là triệu đồng (nghìn đồng).

Tổng chi phí gồm:

$$C(x) = 0,004x^2 - 2x + 1000$$

- Chi phí xuất bản: $10x$ (nghìn đồng),
- Chi phí phát hành: (nghìn đồng).

Lợi nhuận là

$$L(x) = 40x + 50000 - (0,004x^2 - 2x + 1000 + 10x)$$

$$= -0,004x^2 + 32x + 49000$$

(nghìn đồng).

Đây là parabola quay xuống, đạt lớn nhất tại

$$x = \frac{-32}{2 \cdot (-0,004)} = 4000$$

Khi đó

$$L_{\max} = -0,004 \cdot 4000^2 + 32 \cdot 4000 + 49000$$

$$= -64000 + 128000 + 49000 = 113000$$

(nghìn đồng) \$=113\$ triệu đồng.

$$a = 4000 \quad T = 113$$

Vậy , , nên

$$a + T = 4000 + 113 = 4113$$

Câu 6

Gọi z là độ cao tính từ đáy ly, r là bán kính tiết diện tròn tại độ cao đó.

Mặt cắt qua trục đối xứng là một hypebol, có vị trí hẹp nhất tại $z = 20$ với bán kính 4 cm, nên phương trình nhánh phải có dạng

$$\frac{r^2}{16} - \frac{(z - 20)^2}{b^2} = 1$$

Vì đáy ly có đường kính $8\sqrt{6}$, tức bán kính $4\sqrt{6}$, nên tại $z = 0$ ta có

$$\frac{(4\sqrt{6})^2}{16} - \frac{(0 - 20)^2}{b^2} = 1$$

$$\Rightarrow 6 - \frac{400}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = 80$$

Do đó

$$\frac{r^2}{16} - \frac{(z - 20)^2}{80} = 1$$

$$\Rightarrow r^2 = 16 + \frac{(z - 20)^2}{5}$$

Thể tích chiếc ly:

$$V_{\text{ly}} = \pi \int_0^{30} r^2 dz = \pi \int_0^{30} \left(16 + \frac{(z - 20)^2}{5} \right) dz$$

$$= \pi(480 + 600) = 1080\pi \quad 3$$

(cm).

Bây giờ xét khối lập phương. Do trục đối xứng của khối lập phương trùng với trục ly, nên đường chéo không gian của lập phương thẳng đứng. Gọi đỉnh nằm trong ly là O , ba cạnh đi ra từ O đôi một vuông góc và đặt theo các trục tọa độ.

Mặt phẳng vành miệng ly vuông góc với trục đối xứng nên cắt ba cạnh này tại các điểm A, B, C với $OA = OB = OC = t$

Khi đó tam giác ABC là tam giác đều có cạnh $t\sqrt{2}$, nên bán kính đường tròn ngoại tiếp của nó là $R = \frac{t\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = t\sqrt{\frac{2}{3}}$

Vành miệng ly có bán kính 6 cm, nên $t\sqrt{\frac{2}{3}} = 6 \Rightarrow t = 3\sqrt{6}$

Phần khối lập phương nằm trong ly chính là tứ diện vuông có ba cạnh vuông góc bằng t , nên thể tích là $V_{\text{trần}} = \frac{t^3}{6} = \frac{(3\sqrt{6})^3}{6} = 27\sqrt{6}$ (cm³).

Vì ban đầu ly đầy nước, sau khi đặt khối lập phương vào thì lượng nước còn lại là $V = 1080\pi - 27\sqrt{6} \approx 3326,784$ (cm³).

Làm tròn đến hàng đơn vị: 3327 cm^3 .