

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH**

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025

Môn: Toán 12

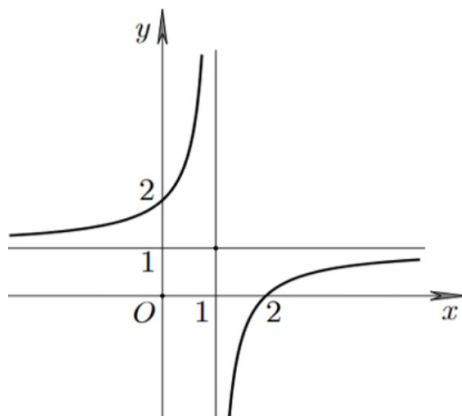
Thời gian: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?
A. 48. **B.** 54. **C.** 24. **D.** 162.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad-bc \neq 0; ac \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. $x = 2, y = 1$. **B.** $x = 1, y = 2$. **C.** $x = 1, y = 1$. **D.** $x = -1, y = 1$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng d :

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + t \end{cases}$$

 Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d

A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$. **B.** $\vec{u}_2 = (-1; 2; 3)$. **C.** $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. **D.** $\vec{u}_4 = (2; 1; 1)$.

Câu 4. Tính $\int_{-1}^1 f(x) dx$ biết rằng $\int_{-1}^1 [f(x) - x] dx = 3$.
A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

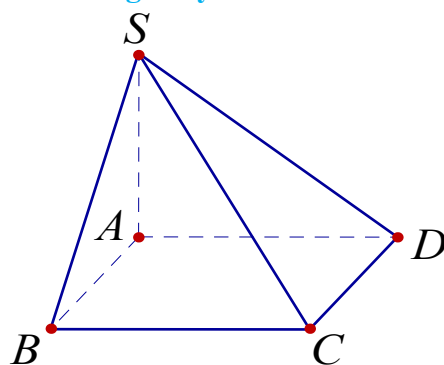
Câu 5. Cho mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2, Q_3 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

A. $\Delta_Q = Q_1 - Q_2$. **B.** $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$. **C.** $\Delta_Q = Q_2 - Q_1$. **D.** $\Delta_Q = Q_1 - Q_3$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \cos x + 2$. Tìm mệnh đề đúng?

A. $\int f(x) dx = \sin x + 2 + C$. **B.** $\int f(x) dx = \cos x + 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = -\sin x + 2x + C$. **D.** $\int f(x) dx = \sin x + 2x + C$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $SA \perp (ABCD)$.



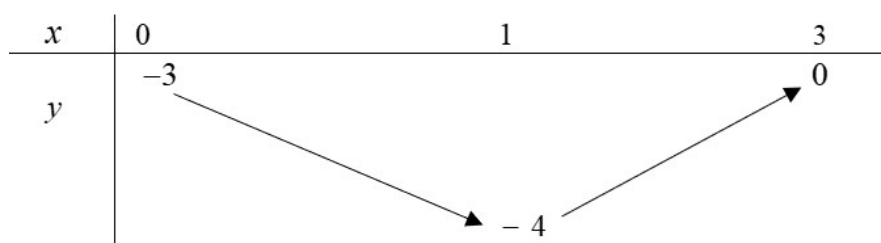
Đường thẳng nào sau đây vuông góc với SA ?

- A. SC . B. BD . C. SB . D. SD .

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=1$ là

- A. $x=3$. B. $x=4$. C. $x=2$. D. $x=1$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[0; 3]$ như sau:



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là

- A. -4 . B. 1 . C. 4 . D. 0 .

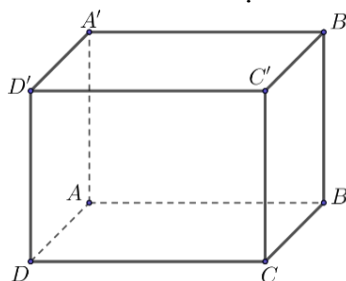
Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 81$ là

- A. $S=(3; 81)$. B. $S=(-\infty; 4)$. C. $S=(4; +\infty)$. D. $S=(3; +\infty)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(-1; 1; -2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1; -2; 3)$ là

- A. $x-2y+3z-9=0$. B. $-x+y-2z+9=0$. C. $-x+y-2z-9=0$. D. $x-2y+3z+9=0$.

Câu 12. Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây sai?



A. $\overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CC'}$.

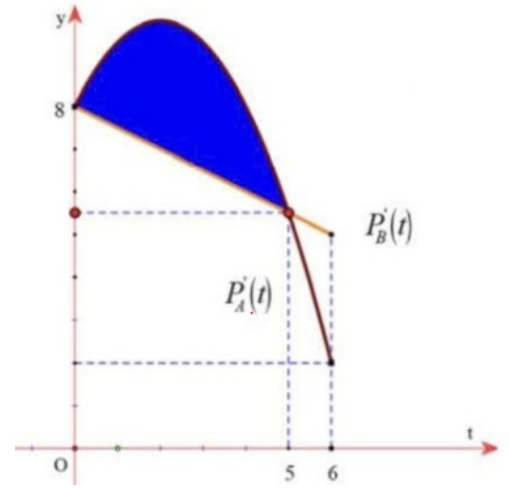
B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BB'}$.

D. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Thành phố X theo dõi tốc độ gia tăng dân số của hai khu vực A và B trong thời gian 6 năm (kể từ đầu năm 2019 đến hết năm 2024). Hình vẽ sau mô tả tốc độ gia tăng dân số của hai khu vực trên trong 6 năm, với đơn vị trên trục Ox tính bằng năm, $t=0$ ứng với mốc từ đầu năm 2019. Đơn vị trên trục Oy biểu diễn ngàn người tăng thêm mỗi năm.



Khu vực A có tốc độ gia tăng dân số theo thời gian

$$P'_A(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 2t + 8$$

được mô tả bởi hàm

Khu vực B có tốc độ gia tăng dân số theo thời gian

$$P'_B(t) = a - \frac{1}{2}t$$

được mô tả bởi hàm

Biết rằng $P_A(t), P_B(t)$ lần lượt biểu diễn tổng số dân tăng thêm tại khu vực A và B sau t năm.

a) Tốc độ gia tăng dân số của khu vực A với $t=4$ là 8000 (người trên năm).

b) Ta có $P'_B(0)=8$ và $a=8$.

c) Dân số của khu vực A tăng thêm từ 0 đến 5 năm là 33000 (người).

d) Phần diện tích tô đậm trong hình vẽ biểu diễn sự chênh lệch dân số tăng thêm giữa hai khu vực trong giai đoạn từ 0 đến 5 năm là 9000 người.

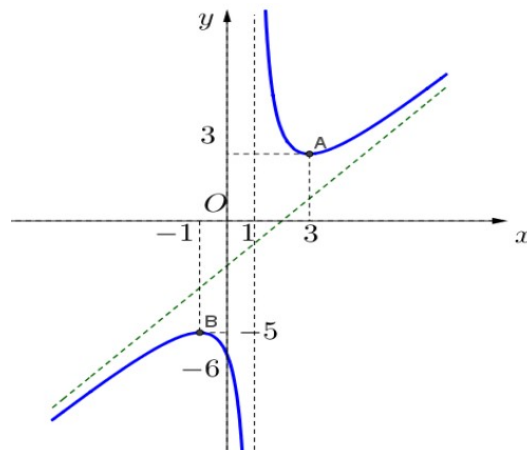
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$.

a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $M(0; -5)$.

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y = x - 2$.

c) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

d) Đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ là hình vẽ bên.



Câu 3. Chiều cao (cm) của các em học sinh lớp 12A1 được thống kê theo bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[140;150)	[150;160)	[160;170)	[170;180)	[180;190)
Tần số	1	8	18	10	1

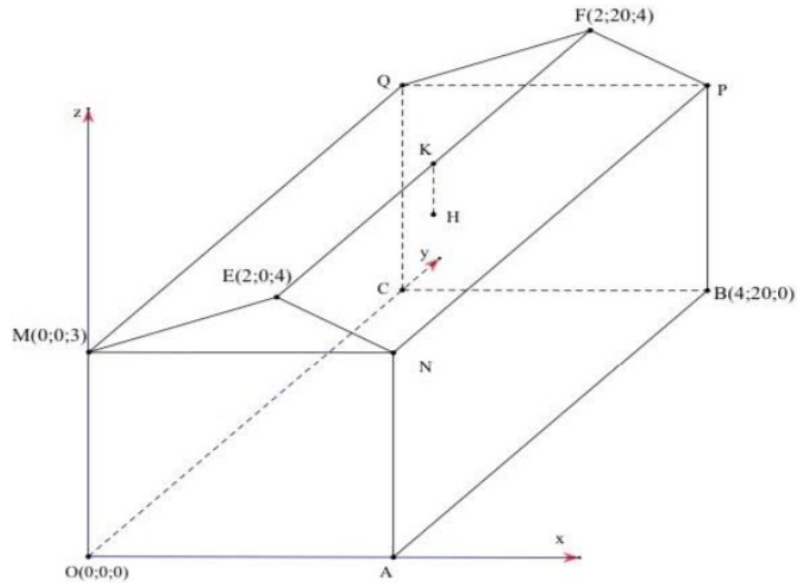
a) Lớp có ít nhất 11 học sinh có chiều cao lớn hơn chiều cao trung bình của lớp.

b) Chiều cao trung bình của lớp 12A1 là 164 (cm).

c) Khoảng biến thiên mẫu số liệu trên là 50.

d) Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của lớp tham gia đội tình nguyện. Xác suất để chọn được "5 học sinh có chiều cao lớn hơn hoặc bằng 170 (cm)" là $\frac{11}{38}$

Câu 4. Một nhà kho gồm nền nhà $OABC$, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật gắn trong hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ bên (đơn vị trên mỗi trục là mét).

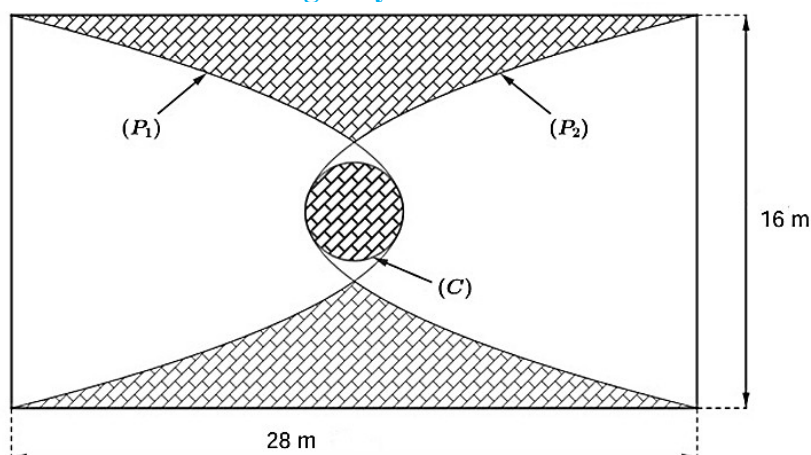


Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Điểm $K(2;10;4)$ là trung điểm của EF .
- b) Tọa độ của điểm $A(5;0;0)$
- c) Trên đường thẳng vuông góc với nền nhà tại điểm K, người ta treo một bóng đèn ở vị trí H cách vị trí K một đoạn bằng 0,5m. Khi đó khoảng cách từ bóng đèn H đến nền nhà là 4m.
- d) Điểm $I(0;2;1)$ là vị trí bật công tắc của bóng đèn. Độ dài ngắn nhất của đường dây điện bắt từ I tới H là a (mét). Khi đó a lớn hơn $9,5$ (biết đường dây điện thuộc mặt phẳng $(OMQC)$ và $(MEFQ)$).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Trang trí một sân hình chữ nhật có kích thước 28m x 16m, trong đó hai Parabol (P_1) đối xứng với (P_2) qua đường thẳng đi qua trung điểm của chiều dài sân (hình vẽ), khoảng cách giữa hai đỉnh parabol bằng 4 m. Chi phí trang trí cho mỗi phần hoa văn là 180 ngàn đồng trên một mét vuông, phần trắng là 160 ngàn đồng trên một mét vuông. Tổng chi phí trang trí cho sân là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm đáy, $AB = 16 \text{ cm}$, góc nhị diện $[S; CD; O] = \alpha$ với $\tan \alpha = \frac{5}{4}$. Thể tích khối chóp là $k \text{ (cm}^3\text{)}$, hãy tính $3k$.

Câu 3. Trạm tàu cứu hộ được đặt tại vị trí $A(5; 0; 0)$ trên một hòn đảo nhỏ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục được tính bằng km), được sử dụng làm trạm cứu hộ, cứu nạn trên biển. Tàu du lịch B đang di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường được mô tả bởi đường

thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$. Tàu chở hàng C đang di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường

$$d_2: \begin{cases} x = 2 - s \\ y = 9 + s \\ z = 0 \end{cases}$$

vận tải được mô tả bởi đường thẳng d_2 . Do thời tiết xấu, nên hai tàu B và C gặp sự cố và cần được tiếp cận khẩn cấp. Trạm cứu hộ điều một tàu cứu hộ xuất phát từ A để lần lượt tiếp cận tàu du lịch B trước, sau đó đến tàu chở hàng C . Xét vị trí tối ưu của tàu du lịch B dừng lại và tàu chở hàng C dừng lại sao cho tổng quãng đường tàu cứu hộ cần đi

$P = AB + BC + CA$ là nhỏ nhất. Khi đó $P_{\min} = \sqrt{a}$ (km), hãy tính $a + 2025$?

Câu 4. Có hai người gọi điện thoại đến hai số điện thoại khác nhau nhưng đều quên mất chữ số cuối. Họ đều thử ngẫu nhiên các chữ số từ 0 đến 9 và không lặp lại các số đã thử. Tính xác suất để ít nhất một trong hai người đó gọi đúng số điện thoại đã quên mà không phải thử quá hai lần.

Câu 5. Hai nhà máy sản xuất đặt tại các vị trí A và B cách nhau 4 km. Một nhà máy cung cấp nước được đặt ở vị trí C nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB , cách trung điểm M của đoạn thẳng AB một khoảng 4 km. Người ta muốn làm một đường ống dẫn nước từ nhà máy nước C đến một vị trí I nằm giữa đoạn thẳng MC sau đó chia ra hai nhánh dẫn tới hai nhà máy A và B (hình vẽ). Tổng độ dài đường ống nhỏ nhất bằng bao nhiêu km? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

! HẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	C	A	D	B	D	B	A	A	B	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

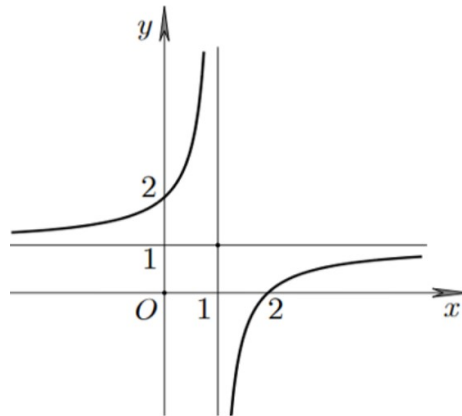
- Câu 1.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?
A. 48. **B.** 54. **C.** 24. **D.** 162.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 2 \cdot 3^3 = 54$.

- Câu 2.** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad-bc \neq 0; ac \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



- A.** $x = 2, y = 1$. **B.** $x = 1, y = 2$. **C.** $x = 1, y = 1$. **D.** $x = -1, y = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$.

- Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 3 + t \end{cases}$$
 Vectơ nào sau đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d ?
A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$. **B.** $\vec{u}_2 = (-1; 2; 3)$. **C.** $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$. **D.** $\vec{u}_4 = (2; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$.

- Câu 4.** Tính $\int_{-1}^1 f(x) dx$ biết rằng $\int_{-1}^1 [f(x) - x] dx = 3$.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$\int_{-1}^1 [f(x) - x] dx = 3 \Leftrightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_{-1}^1 x dx = 3 \Leftrightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx - 0 = 3 \Leftrightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx = 3$$

Ta có

Câu 5. Cho mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2, Q_3 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

A. $\Delta_Q = Q_1 - Q_2$ B. $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$ C. $\Delta_Q = Q_2 - Q_1$ D. $\Delta_Q = Q_1 - Q_3$

Lời giải

Chọn B

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \cos x + 2$. Tìm mệnh đề đúng?

A. $\int f(x) dx = \sin x + 2 + C$ B. $\int f(x) dx = \cos x + 2x + C$ C. $\int f(x) dx = -\sin x + 2x + C$ D. $\int f(x) dx = \sin x + 2x + C$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (\cos x + 2) dx = \sin x + 2x + C$$

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $SA \perp (ABCD)$.

S

A

D

B

C

Đường thẳng nào sau đây vuông góc với SA ?

A. SC B. BD C. SB D. SD

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ BD \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp BD$$

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 1$ là

A. $x = 3$ B. $x = 4$ C. $x = 2$ D. $x = 1$

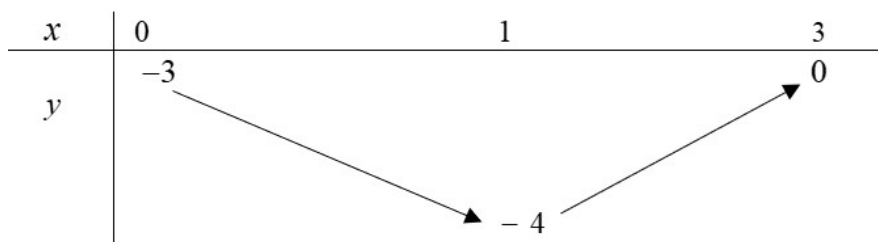
Lời giải

Chọn A

$$\text{Đk } x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

$$\text{Ta có } \log_2(x-1) = 1 \Leftrightarrow x-1 = 2^1 \Leftrightarrow x = 3$$

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[0; 3]$ như sau:



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là

A. -4.

B. 1.

C. 4.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là -4.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 81$ là

A. $S = (3; 81)$

B. $S = (-\infty; 4)$

C. $S = (4; +\infty)$

D. $S = (3; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^x < 81 \Leftrightarrow 3^x < 3^4 \Leftrightarrow x < 4$

Vậy tập nghiệm của bpt $3^x < 81$ là $S = (-\infty; 4)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(-1; 1; -2)$

và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ là

A. $x - 2y + 3z - 9 = 0$

B. $-x + y - 2z + 9 = 0$

C. $-x + y - 2z - 9 = 0$

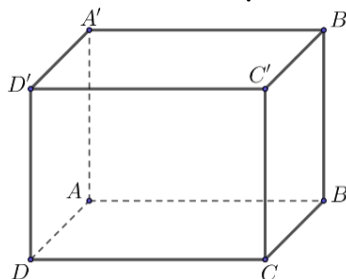
D. $x - 2y + 3z + 9 = 0$

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(-1; 1; -2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$ là $1 \cdot (x + 1) - 2 \cdot (y - 1) + 3 \cdot (z + 2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3z + 9 = 0$.

Câu 12. Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây sai?



A. $\vec{CA'} = \vec{CB} + \vec{CD} + \vec{CC'}$

B. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$

C. $\vec{BD'} = \vec{BA} + \vec{BD} + \vec{BB'}$

D. $\vec{CA} = \vec{CB} + \vec{CD}$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng quy tắc hình hộp, ta có $\vec{CA'} = \vec{CB} + \vec{CD} + \vec{CC'}$; $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$

và $\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$.

$\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$

Áp dụng quy tắc hình bình hành ta có

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Thành phố X theo dõi tốc độ gia tăng dân số của hai khu vực A và B trong thời gian 6 năm (kể từ đầu năm 2019 đến hết năm 2024). Hình vẽ sau mô tả tốc độ gia tăng dân số của hai khu vực trên trong 6 năm, với đơn vị trên trục Ox tính bằng năm, $t=0$ ứng với mốc từ đầu năm 2019. Đơn vị trên trục Oy biểu diễn ngàn người tăng thêm mỗi năm.

Khu vực A có tốc độ gia tăng dân số theo thời gian

$$P'_A(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 2t + 8$$

được mô tả bởi hàm

Khu vực B có tốc độ gia tăng dân số theo thời gian

$$P'_B(t) = a - \frac{1}{2}t$$

được mô tả bởi hàm

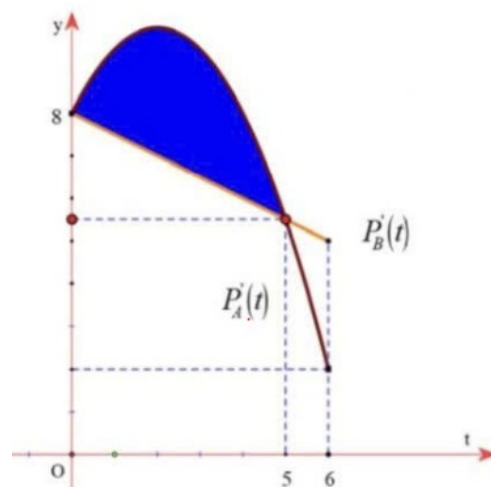
Biết rằng $P_A(t), P_B(t)$ lần lượt biểu diễn tổng số dân tăng thêm tại khu vực A và B sau t năm.

a) Tốc độ gia tăng dân số của khu vực A với $t=4$ là 8000 (người trên năm).

b) Ta có $P'_B(0) = 8$ và $a = 8$.

c) Dân số của khu vực A tăng thêm từ 0 đến 5 năm là 33000 (người).

d) Phần diện tích tô đậm trong hình vẽ biểu diễn sự chênh lệch dân số tăng thêm giữa hai khu vực trong giai đoạn từ 0 đến 5 năm là 9000 người.



Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Tốc độ gia tăng dân số của khu vực A với $t=4$ là $P'_A(4) = -\frac{1}{2} \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 + 8 = 8$ (ngàn người)

Suy ra kết luận **a)** Đúng

b) $P'_B(0) = 8$ theo hình vẽ. Mà $P'_B(0) = a \Rightarrow a = 8$

Suy ra kết luận **b)** Đúng

c) Dân số của khu vực A tăng thêm từ 0 đến 5 năm là $\int_0^5 \left(-\frac{1}{2}t^2 + 2t + 8 \right) dt \approx 44,2$ (ngàn người).

Suy ra kết luận **c)** Sai

d) Phần diện tích tô đậm trong hình vẽ biểu diễn sự chênh lệch dân số tăng thêm giữa hai khu vực trong giai đoạn từ 0 đến 5 năm là $\int_0^5 \left(-\frac{1}{2}t^2 + 2t + 8 - \left(8 - \frac{1}{2}t \right) \right) dt \approx 10,42$ (ngàn người).

Suy ra kết luận **d)** Sai.

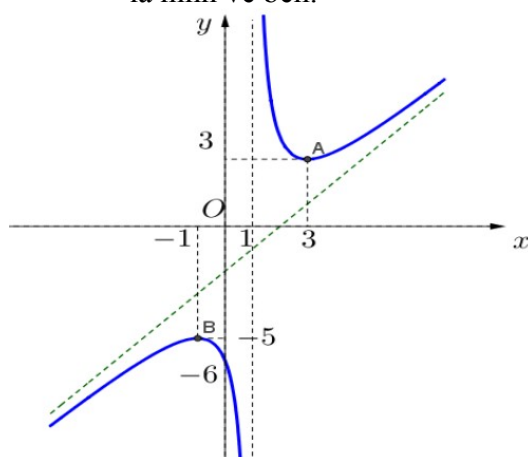
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$.

a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $M(0; -5)$.

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y = x - 2$.

c) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

d) Đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ là hình vẽ bên.



Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Với $x = 0 \Rightarrow f(0) = -6$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $M(0; -6)$.

Suy ra kết luận a) Sai

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 6}{x(x-1)} = 1 \quad b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 3x + 6}{x-1} - ax \right) = -2$$

b) Ta có

Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y = x - 2$.

Suy ra kết luận b) Đúng

c) Hàm số xác định khi $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Suy ra kết luận c) Đúng

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$$

d) Ta có

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-5	$+\infty$	3	$+\infty$	

Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và $y_{CD} = -5$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ và $y_{CT} = 3$.

Vậy đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ là hình vẽ bên.

Suy ra kết luận d) Đúng.

Câu 3.

Chiều cao (cm) của các em học sinh lớp 12A1 được thống kê theo bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[140;150)	[150;160)	[160;170)	[170;180)	[180;190)
Tần số	1	8	18	10	1

a) Lớp có ít nhất 11 học sinh có chiều cao lớn hơn chiều cao trung bình của lớp.

b) Chiều cao trung bình của lớp 12A1 là 164 (cm).

c) Khoảng biến thiên mẫu số liệu trên là 50.

d) Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của lớp tham gia đội tình nguyện. Xác suất để chọn được "5 học sinh có chiều cao lớn hơn hoặc bằng 170 (cm)" là $\frac{11}{38}$

Lời giải

a) Đúng

Nhóm	[140;150)	[150;160)	[160;170)	[170;180)	[180;190)
GTĐĐ	145	155	165	175	185
Tần số	1	8	18	10	1
Tần số tích lũy	1	9	27	37	38

$$\bar{x} = \frac{145.1 + 155.8 + 165.18 + 175.10 + 185.1}{38} \approx 165,53$$

Ta có tần số của nhóm có chiều cao từ 170 cm trở lên $10+1=11$ học sinh

Suy ra lớp có ít nhất 11 học sinh có chiều cao lớn hơn chiều cao trung bình của lớp là kết luận đúng.

b) Sai

Chiều cao trung bình của lớp 12A1 là 165,53 (cm).

c) Đúng

Ta có $R = 190 - 140 = 50$.

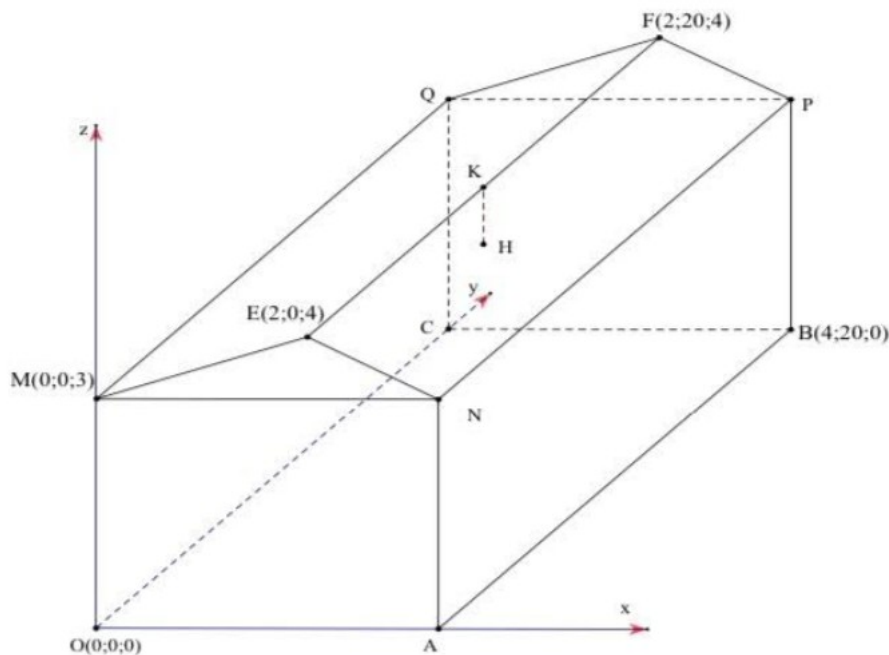
d) Sai

Gọi A: "5 học sinh có chiều cao lớn hơn hoặc bằng 170 (cm)"

$$n(\Omega) = C_{38}^5; \quad n(A) = C_{11}^5$$

$$P(A) = \frac{C_{11}^5}{C_{38}^5} = \frac{11}{11951}$$

Câu 4. Một nhà kho gồm nền nhà $OABC$, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật gắn trong hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ bên (đơn vị trên mỗi trục là mét).



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Điểm $K(2;10;4)$ là trung điểm của EF .
- b) Tọa độ của điểm $A(5;0;0)$
- c) Trên đường thẳng vuông góc với nền nhà tại điểm K , người ta treo một bóng đèn ở vị trí H cách vị trí K một đoạn bằng 0,5m. Khi đó khoảng cách từ bóng đèn H đến nền nhà là 4m.
- d) Điểm $I(0;2;1)$ là vị trí bật công tắc của bóng đèn. Độ dài ngắn nhất của đường dây điện bắt từ I tới H là a (mét). Khi đó a lớn hơn 9,5 (biết đường dây điện thuộc mặt phẳng $(OMQC)$ và $(MEFQ)$).

Lời giải

- a) Đúng

Điểm K là trung điểm của EF .

$$K\left(\frac{2+2}{2}; \frac{0+20}{2}; \frac{4+4}{2}\right) \text{ nên } K(2;10;4).$$

- b) Sai

Tọa độ của điểm $A(4;0;0) \in Ox$.

- c) Sai

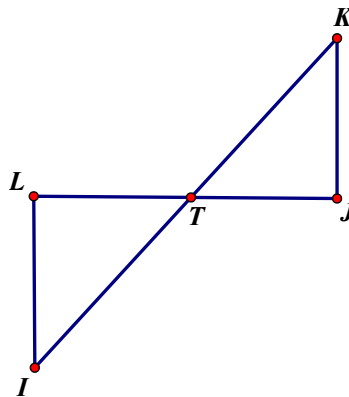
Do $K(2;10;4)$ nên $H(2;10;3,5)$ vì độ cao của H cách vị trí K một đoạn bằng 0,5m

Khi đó khoảng cách từ bóng đèn H đến nền nhà là 3,5m.

- d) Đúng

Điểm $I(0;2;1)$ là vị trí bật công tắc của bóng đèn.

Theo ý tưởng của bài toán:



Với $L(0;2;3)$ là hình chiếu của I lên MQ và $J(0;10;3)$ là trung điểm của MQ . Ta gọi $T(0;6;3)$ là trung điểm của LJ sao cho IT thuộc mặt phẳng $(OMQC)$ và TK thuộc mặt phẳng $(MEFQ)$

$$IT = \sqrt{0^2 + 4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5} ; TK = \sqrt{2^2 + 4^2 + 1^2} = \sqrt{21}$$

$$a = 2\sqrt{5} + \sqrt{21} + 0,5 \approx 9,555$$

Khi đó a lớn hơn $9,5$

Bổ sung: Theo thực tế ta có:

Suy ra $d(I; MQ) = 3 - 1 = 2$ với hình chiếu của I lên MQ là điểm $L(0; 2; 3)$

$$LJ = \sqrt{0^2 + 8^2 + 0^2} = 8$$

Điểm J là trung điểm của MQ . Với $M(0; 0; 3)$ $Q(0; 20; 3)$ nên $J(0; 10; 3)$

$$KJ = \sqrt{2^2 + 0 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$KH = 0,5$ (Nhận xét: đoạn này không thể nằm trên 2 mặt phẳng đã nêu-Bài toán chưa hợp lý phần này)

Theo thực tế thì đường dây điện là $2 + 8 + \sqrt{5} + 0,5 = 12,74$

Cách 2 tọa độ của người phản biện

Ngoài kỹ thuật trải phẳng trên, ta có thể hình dung như sau, vì đòi hỏi dây điện phải nằm trên cả hai mặt phẳng $(OMQC)$ và $(MEFQ)$ nên điểm thay đổi chiều đi của dây điện sẽ nằm trên đường MQ

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 3 \end{cases}$$

Ta có phương trình MQ là

Gọi N là điểm nằm trên MQ khi đó ta có $N(0; t; 3)$

Ta sẽ tìm vị trí của N để tổng độ dài $NI + IK$ nhỏ nhất

$$Ta \text{ có } NI + NK = \sqrt{(2-t)^2 + 4} + \sqrt{4 + (10-t)^2 + 1} = \sqrt{t^2 - 4t + 8} + \sqrt{t^2 - 20t + 105}$$

Khảo sát hàm số trên ta sẽ tìm ra vị trí của điểm N

Do đó ta tính được $IN + NK \geq 9,05$

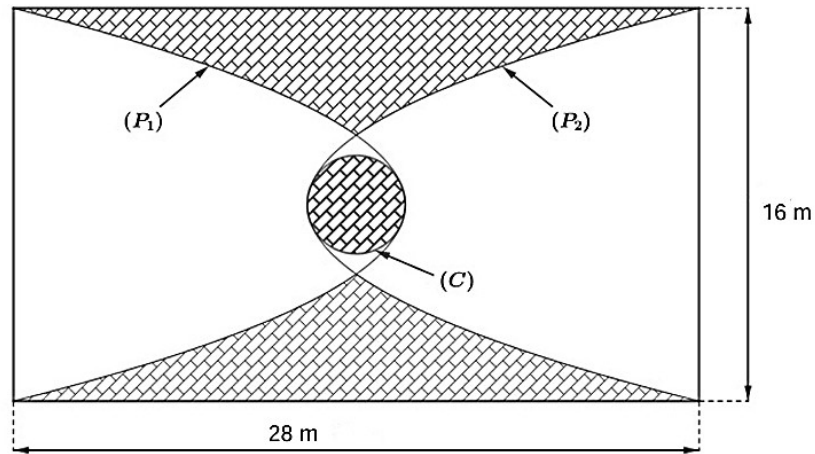
Vậy tổng dây điện là $\geq 9,55m$

Nhận xét: bài toán không có tính thực tế, vì đi dây điện phải đi theo nguyên tắc thường là vuông với MQ để đảm bảo khi cần khoan tường còn biết tránh ra.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

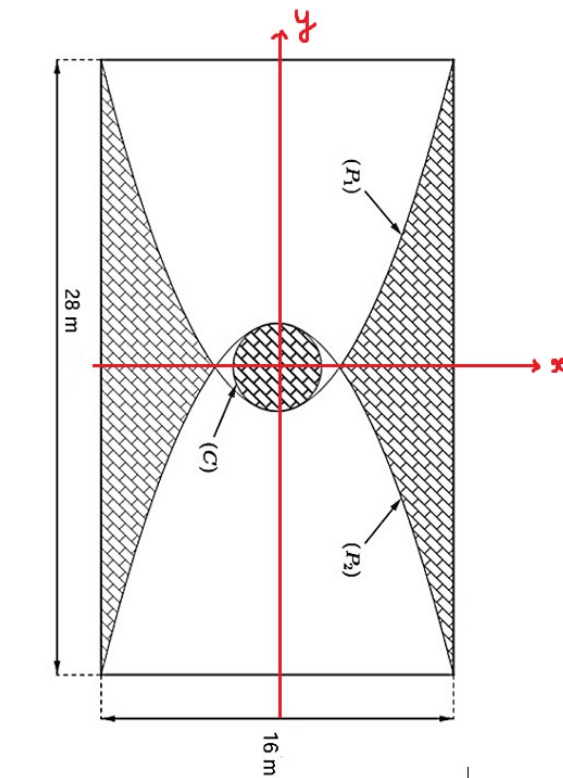
Câu 1. Trang trí một sân hình chữ nhật có kích thước 28m x 16m, trong đó hai Parabol (P_1) đối xứng với (P_2) qua đường thẳng đi qua trung điểm của chiều dài sân (hình vẽ), khoảng cách giữa hai đỉnh parabol bằng 4 m. Chi phí trang trí cho mỗi phần hoa văn là 180 ngàn đồng trên một mét

vuông, phần trắng là 160 ngàn đồng trên một mét vuông. Tổng chi phí trang trí cho sân là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



Lời giải

Đáp số: 74,4.



Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ, tâm đường tròn trùng với gốc tọa độ

Xét $(P_1): y = ax^2 + bx + c$ đi qua các điểm $(8; 14); (-8; 14)$ và có đỉnh là $(0; -2)$

Suy ra $(P_1): y = \frac{1}{4}x^2 - 2$

Giao điểm của (P_1) và trục hoành là: $(2\sqrt{2}; 0)$ và $(-2\sqrt{2}; 0)$

Vì khoảng cách giữa hai đỉnh parabol bằng 4 m nên diện tích hình tròn ở chính giữa là: $4\pi m^2$

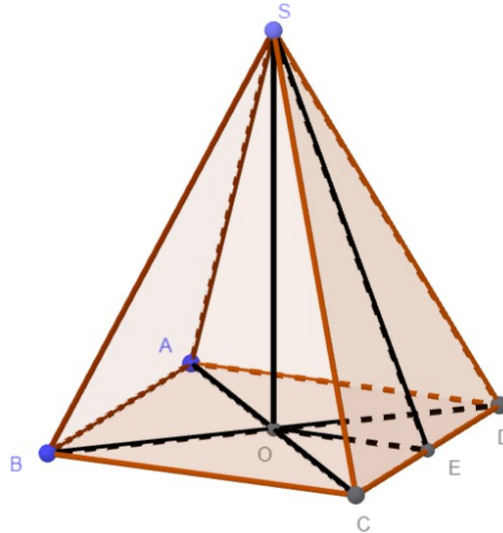
Tổng chi phí trang trí cho sân là:

$$0,18 \cdot \left[4 \cdot \int_{2\sqrt{2}}^8 \left(\frac{1}{4}x^2 - 2 \right) dx + 4\pi \right] + 0,16 \cdot \left[16 \cdot 28 - 4 \cdot \int_{2\sqrt{2}}^8 \left(\frac{1}{4}x^2 - 2 \right) dx + 4\pi \right] \approx 74,4 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm đáy, $AB = 16 \text{ cm}$, góc nhị diện $[S; CD; O] = \alpha$ với $\tan \alpha = \frac{5}{4}$. Thể tích khối chóp là $k \text{ (cm}^3\text{)}$, hãy tính $3k$.

Lời giải

Đáp số: 2560.



Kẻ $OE \perp CD$ tại E

Góc nhị diện $[S; CD; O] = \angle SEO$ với $\tan \angle SEO = \frac{SO}{OE} = \frac{5}{4}$

Có $OE = \frac{AB}{2} = 8 \text{ cm}$. Suy ra $SO = 10 \text{ cm}$

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot 16^2 \cdot 10 = \frac{2560}{3} = k \text{ cm}^3$

Suy ra $3k = 2560$.

Câu 3. Trạm tàu cứu hộ được đặt tại vị trí $A(5; 0; 0)$ trên một hòn đảo nhỏ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục được tính bằng km), được sử dụng làm trạm cứu hộ, cứu nạn trên biển. Tàu du lịch B đang di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường được mô tả bởi đường

thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$. Tàu chở hàng C đang di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường

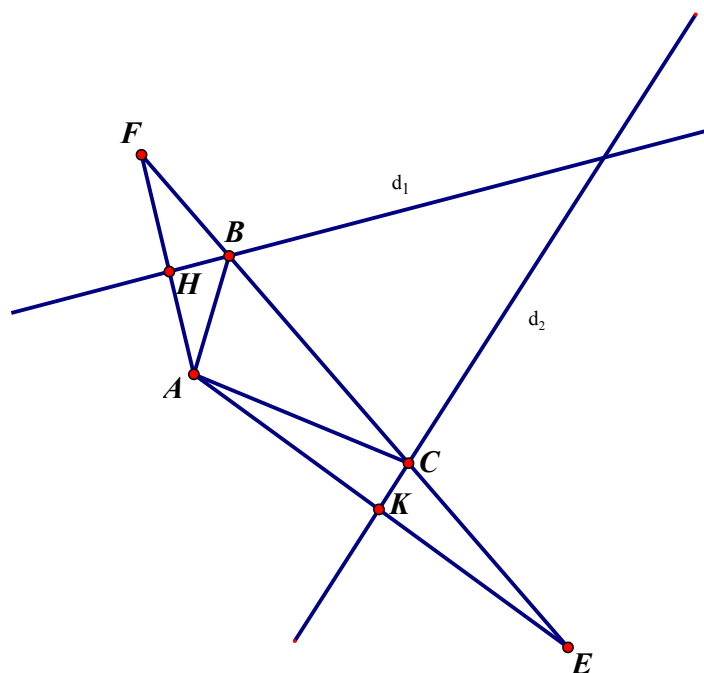
$$d_2: \begin{cases} x = 2 - s \\ y = 9 + s \\ z = 0 \end{cases}$$

vận tải được mô tả bởi đường thẳng. Do thời tiết xấu, nên hai tàu B và C gặp sự cố và cần được tiếp cận khẩn cấp. Trạm cứu hộ điều một tàu cứu hộ xuất phát từ A để lần lượt tiếp cận tàu du lịch B trước, sau đó đến tàu chở hàng C . Xét vị trí tối ưu của tàu du lịch B

dừng lại và tàu chờ hàng C dừng lại sao cho tổng quãng đường tàu cứu hộ cần đi $P = AB + BC + CA$ là nhỏ nhất. Khi đó $P_{\min} = \sqrt{a}$ (km), hãy tính $a + 2025$?

Lời giải

Đáp án : 2189



Do trên mặt biển nên ta có thể xác định được vị trí của đường thẳng d_1 và d_2 và điểm A

Xét trong mp (Oxy)

Gọi $H; K$ lần lượt là hình chiếu của A lên d_1 và d_2 và $F; E$ lần lượt là điểm đối xứng của A qua d_1 và d_2

$$H(1+t; 3-2t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-4+t; 3-2t) \text{ và } \overrightarrow{u_{d_1}} = (1; -2)$$

$$\text{Do } \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{u_{d_1}} \Rightarrow (-4+t) \cdot 1 + (3-2t) \cdot (-2) = 0 \Rightarrow t = 2$$

$$\text{Khi đó: } H(3; -1) \Rightarrow F(1; -2)$$

$$K(2-s; 9+s) \Rightarrow \overrightarrow{AK} = (-3-s; 9+s) \text{ và } \overrightarrow{u_{d_2}} = (-1; 1)$$

$$\text{Do } \overrightarrow{AK} \perp \overrightarrow{u_{d_2}} \Rightarrow (-3-s) \cdot (-1) + (9+s) \cdot (1) = 0 \Rightarrow s = -6$$

$$\text{Khi đó: } K(8; 3) \Rightarrow E(11; 6)$$

$$P = AB + BC + CA = FB + BC + CE \geq FE$$

$$P_{\min} = FE = \sqrt{(11-1)^2 + (6+2)^2} = \sqrt{164}$$

$$a + 2025 = 164 + 2015 = 2189$$

Câu 4. Có hai người gọi điện thoại đến hai số điện thoại khác nhau nhưng đều quên mất chữ số cuối. Họ đều thử ngẫu nhiên các chữ số từ 0 đến 9 và không lặp lại các số đã thử. Tính xác suất để ít nhất một trong hai người đó gọi đúng số điện thoại đã quên mà không phải thử quá hai lần.

Lời giải

Đáp án: 0,36

Giả sử 2 người gọi điện là A và B

Xác suất để người A gọi đúng số điện thoại đã quên mà không phải thử quá hai lần

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{1}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5},$$

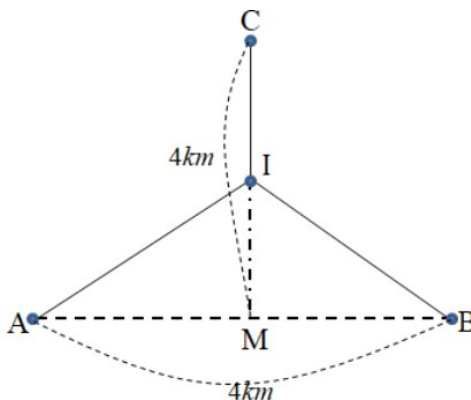
$$P(B) = P(B_1) + P(B_2) = \frac{1}{10} + \frac{9}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$$

Tương tự:

Xác suất để ít nhất một trong hai người gọi đúng số điện thoại đã quên mà không phải thử quá hai lần

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{25} = 0,36$$

Câu 5. Hai nhà máy sản xuất đặt tại các vị trí A và B cách nhau 4 km. Một nhà máy cung cấp nước được đặt ở vị trí C nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB , cách trung điểm M của đoạn thẳng AB một khoảng 4 km. Người ta muốn làm một đường ống dẫn nước từ nhà máy nước C đến một vị trí I nằm giữa đoạn thẳng MC sau đó chia ra hai nhánh dẫn tới hai nhà máy A và B (hình vẽ). Tổng độ dài đường ống nhỏ nhất bằng bao nhiêu km? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đặt $IM = x, (0 < x < 4)$

Ta có $IA = IB = \sqrt{4 + x^2}$ và $IC = 4 - x$ nên tổng độ dài đường ống là

$$2IA + IC = 2\sqrt{4 + x^2} + 4 - x = f(x)$$

Khi đó
$$f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 4}} - 1; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\min_{[0;4]} f(x) = f\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) \approx 7,46$$

Lập bảng biến thiên, suy ra tổng độ dài đường ống nhỏ nhất là

Câu 6. Vào ngày 01/02/2023, ông An vay ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất 8%/năm. Ông dùng toàn bộ số tiền vay mua cổ phiếu mã SP với giá 50 nghìn đồng/1 cổ phiếu. Đúng sau một năm, để trả nợ ngân hàng ông An bán toàn bộ cổ phiếu đó với giá mỗi cổ phiếu là 55,6 nghìn đồng. Số tiền còn lại của ông An sau khi đã trả nợ cho ngân hàng là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Tổng số tiền ông An nợ ngân hàng sau 1 năm là $200(1 + 8\%) = 216$ triệu đồng.

Số tiền nhận được khi ông An bán cổ phiếu là $\frac{200 \cdot 10^6}{50 \cdot 10^3} \cdot 55,6 \cdot 10^3 = 222,4 \cdot 10^6$ đồng.

Số tiền còn lại của ông An sau khi đã trả nợ cho ngân hàng là $222,4 - 216 = 6,4$ triệu đồng.

❖ HẾT ❖