

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3,0 điểm)

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án)

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

- A. $(ABA') \parallel (B'D'C')$. B. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$. C. $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$. D. $(BDA') \parallel (B'D'C)$.

$$d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = -3t \end{cases}, d_2: \frac{x}{-4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{5}.$$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

Góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2 bằng bao nhiêu độ?

- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .

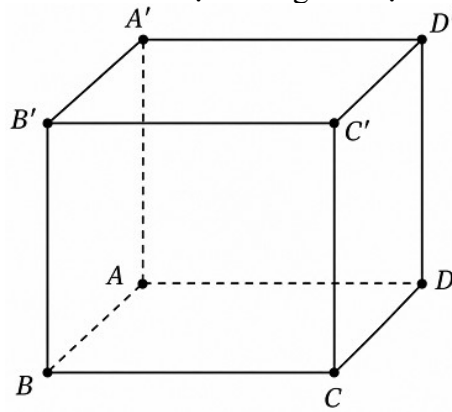
Câu 3. Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$ là

- A. $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$. C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_1(x-2) > -1$ là

- A. $(2; 8)$. B. $(8; +\infty)$. C. $\left(\frac{13}{6}; +\infty\right)$. D. $\left(2; \frac{13}{6}\right)$.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Độ dài của vector $\vec{u} = \vec{A'C'} - \vec{A'A}$ bằng



- A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $a\sqrt{6}$.

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Công bội q bằng

- A. $q = \frac{3}{2}$. B. $q = \frac{2}{3}$. C. $q = 5$. D. $q = 3$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$.

Mặt phẳng đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là:

- A. $2x - 2y + z - 11 = 0$. B. $-2x - 2y + z - 11 = 0$. C. $2x - 2y + z + 1 = 0$. D. $2x - 2y - z - 11 = 0$.

Câu 8. Biết a, b là các số thực dương, khác 1 thỏa mãn $\log_a b = 3$. Giá trị $\log_{a^2} \frac{a}{\sqrt{b}}$ bằng

A. $\frac{5}{8}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $-\frac{1}{4}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 9. Cân nặng (kg) của 50 quả mít trong đợt thu hoạch của một trang trại được thống kê trong bảng dưới đây:

Cân nặng (kg)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Khối lượng trung bình của 50 quả mít trên bảng

A. $8,82 \text{ kg}$.

B. $9,12 \text{ kg}$.

C. $8,52 \text{ kg}$.

D. $8,72 \text{ kg}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$

và $F(2) = 6, F(4) = 12$. Tích phân $\int_2^4 f(x)dx$ bằng

A. 18.

B. 6.

C. 2.

D. -2.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

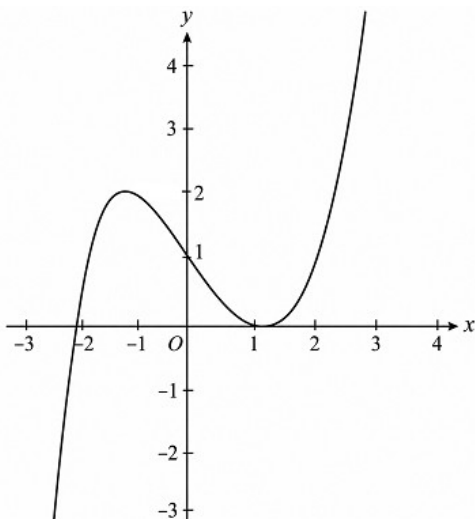
A. $x = 2$.

B. $y = 2$.

C. $y = -\frac{1}{2}$.

D. $x = -\frac{1}{2}$.

Câu 12. Hình vẽ sau đây là đồ thị hàm số nào?



A. $y = x^3 + 2x^2 + 1$.

B. $y = x^3 - 2x + 1$.

C. $y = -x^3 + 2x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,0 điểm)

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai)

Câu 1. Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,04x + 10$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm. Biết rằng khi chưa bán được sản phẩm nào, lợi nhuận của doanh nghiệp bằng 0 (đã hòa vốn chi phí cố định).

- Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x) = -0,04x^2 + 10x$.
- Lợi nhuận khi bán được 100 sản phẩm đầu tiên là 800 triệu đồng.
- Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 150 đơn vị sản phẩm là 250 triệu đồng.
- Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên a đơn vị sản phẩm ($a \in \mathbb{R}^*$) lớn hơn 112 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 121.

Câu 2. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = a, BC = 2a, \angle ACB = 120^\circ$. Biết số đo góc nhị diện $[C', AB, C]$ bằng 60° .

- Diện tích tam giác ABC là $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.
- $CC' = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.
- Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') là $\frac{3a\sqrt{7}}{14}$.
- Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và AC' là $\frac{3a\sqrt{19}}{19}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \ln(4ex - x^2)$.

- $f(2e) = 4$.
- Hàm số có tập xác định là $[0; 4e]$.
- Phương trình $f'(x) = 0$ có một nghiệm $x = 2e$.
- Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[e; 3e]$ có dạng $a \ln 2 + b$ thì $a + b = 4$.

Câu 4. Một chiến dịch xét nghiệm tầm soát diện rộng được tổ chức để phát hiện sớm một căn bệnh truyền nhiễm. Theo thống kê y tế, tỉ lệ người mắc bệnh này trong cộng đồng là 1%. Loại test nhanh được sử dụng có độ nhạy là 99% (cho kết quả dương tính với 99% người bệnh) và độ đặc hiệu là 96% (cho kết quả âm tính với 96% người không mắc bệnh).

- Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của một người mắc bệnh là 0,01.
- Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của một người không mắc bệnh là 0,04.
- Xác suất để một người bất kỳ trong cộng đồng đi xét nghiệm nhận kết quả dương tính là 0,05.
- Biết rằng một người có kết quả test nhanh là dương tính, xác suất để người đó thực sự mắc bệnh là 20%.

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (3,0 điểm)

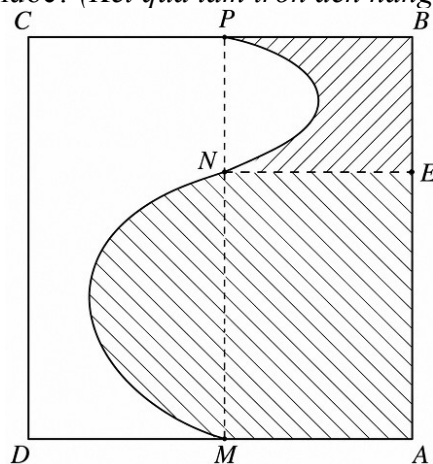
(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6)

Câu 1. Để hỗ trợ học sinh ôn thi tốt nghiệp THPT, một nhóm chuyên gia đã phát triển ứng dụng trợ lý học tập AI. Số lượng người dùng ứng dụng sau t tháng phát hành được mô hình hóa bởi hàm số:

$$f(t) = \frac{12000}{1 + 23e^{-0,5t}}$$

Trong đó, thời gian $t \geq 0$ tính bằng tháng. Biết rằng hàm số $f'(t)$ biểu thị tốc độ tăng trưởng người dùng mới của ứng dụng. Sau khi phát hành bao nhiêu tháng thì tốc độ tăng trưởng người dùng của ứng dụng đạt giá trị lớn nhất? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 2. Một xưởng thủy tinh mỹ nghệ cần sản xuất những chiếc bình thủy tinh cỡ lớn để ngâm một loại sâm. Chiếc bình được tạo hình bằng cách quay hình phẳng (H) (phần gạch chéo trong hình vẽ) quanh trục AB . Hình (H) nằm trong hình chữ nhật $ABCD$, giới hạn bởi các đoạn thẳng AM, BP (với M, P lần lượt thuộc các cạnh $AD, BC, MP \parallel AB$), cung tròn MN (có tâm I là trung điểm của đoạn thẳng AE nằm trên trục AB) và cung parabol NP . Biết: $AB = 5 \text{ dm}$, $AM = 1,5 \text{ dm}$, $BP = 1,5 \text{ dm}$, $BE = 1 \text{ dm}$. Tiếp tuyến của cung tròn và cung parabol tại điểm tiếp giáp N là trùng nhau để đảm bảo thành bình mượt mà, chịu lực tốt và đảm bảo tính thẩm mỹ. Giả sử bề dày của thành thủy tinh không đáng kể. Hỏi chiếc bình ngâm sâm này có sức chứa tối đa khoảng bao nhiêu lít nước? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa đường thẳng

$$d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{2} \quad \text{và tạo với đường thẳng} \quad \Delta: \begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=-2 \end{cases}$$

một góc lớn nhất, có phương trình là $ax+by+cz-7=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c$.

Câu 4. Một xưởng gia công cơ khí chính xác nhận hợp đồng sản xuất hai loại linh kiện là Trục thép (Loại A) và Bánh răng (Loại B). Để sản xuất một lô linh kiện loại A cần chạy máy Phay CNC trong 2 giờ và máy Tiện CNC trong 4 giờ. Để sản xuất một lô linh kiện loại B cần chạy máy Phay CNC trong 3 giờ và máy Tiện CNC trong 2 giờ. Do yêu cầu bảo trì, mỗi tuần máy Phay CNC chỉ hoạt động tối đa 120 giờ và máy Tiện CNC hoạt động tối đa 160 giờ. Biết mỗi lô linh kiện loại A cho lợi nhuận 3 triệu đồng, mỗi lô linh kiện loại B cho lợi nhuận 4 triệu đồng và xưởng luôn tiêu thụ hết số sản phẩm làm ra. Hỏi mỗi tuần xưởng cơ khí thu được lợi nhuận cao nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = 2 \text{ cm}$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 2\sqrt{3} \text{ cm}$. Gọi điểm H là hình chiếu của điểm A trên cạnh SB . Khi đó thể tích khối chóp $B.AHC$ bằng bao nhiêu cm^3 ? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6. Trong cuộc gặp mặt dẫn dò trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 3 bạn đến từ lớp 12A, 2 bạn đến từ lớp 12B, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác (mỗi lớp 1 bạn). Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế đối diện nhau. Tính xác suất để không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	D	B	A	A	D	A	C	D	B	B	B

Phần II.

Câu	a)	b)	c)	d)
Câu 1	Sai	Đúng	Đúng	Đúng
Câu 2	Đúng	Sai	Đúng	Đúng
Câu 3	Sai	Sai	Đúng	Đúng
Câu 4	Đúng	Đúng	Sai	Đúng

Phần III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	6	66,9	1	170	0,58	0,6

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần I.

Câu 1

$ABCD.A'B'C'D'$

Trong hình hộp :

$(ABCD) // (A'B'C'D')$

- $(ADD'A') // (BCC'B')$ là hai mặt đáy song song.
- $(BDA') // (B'D'C)$ là hai mặt bên đối diện song song.
- vì đây là hai mặt phẳng song song trong hình hộp.

Xét mệnh đề A:

(ABA') $ABBA'$ $(B'D'C')$ $(A'B'C'D')$

là mặt bên chứa $A'B'$, còn chính là mặt phẳng đáy trên. Hai mặt phẳng này

cắt nhau theo đường thẳng, nên không song song.

Chọn A.

Câu 2

$$d_1 \quad \vec{u}_1 = (1; -2; -3)$$

Đường thẳng có vector chỉ phương: .

$$d_2 \quad \vec{u}_2 = (-4; 1; 5)$$

Đường thẳng có vector chỉ phương: .

Ta có:

$$\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 1 \cdot (-4) + (-2) \cdot 1 + (-3) \cdot 5 = -21$$

$$|\vec{u}_1| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{14}$$

$$|\vec{u}_2| = \sqrt{(-4)^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{42}$$

φ

Gọi là góc giữa hai đường thẳng, ta có:

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| |\vec{u}_2|} = \frac{21}{\sqrt{14} \sqrt{42}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\varphi = 30^\circ$$

Suy ra: .

Chọn **D**.

Câu 3

$$\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$$

Ta có:

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Suy ra:\

Chọn **B**.

Câu 4

$$x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$$

Điều kiện:

$$\log_{\frac{1}{6}}(x-2) > -1$$

Bất phương trình:

$$\frac{1}{6} < 1$$

Vì cơ số nên hàm logarit nghịch biến, do đó:

$$x-2 < \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} = 6$$

$$0 < x-2 < 6$$

Kết hợp điều kiện:

$$2 < x < 8$$

Suy ra:

$$(2; 8)$$

Tập nghiệm là

Chọn **A**.

Câu 5

Đặt hình lập phương cạnh a với tọa độ:

$$A(0; 0; 0), A'(0; 0; a), C'(a; a; a)$$

Ta có:

$$\overrightarrow{A'C'} = (a; a; 0)$$

$$\overrightarrow{A'A} = (0; 0; -a)$$

Do đó:

$$\vec{u} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A} = (a; a; 0) - (0; 0; -a) = (a; a; a)$$

$$\vec{u}$$

Độ dài vector là:

$$|\vec{u}| = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$$

Chọn **A**.

Câu 6

$$u_1 = 2, u_6 = 486$$

Cấp số nhân có:

$$u_6 = u_1 q^5$$

Công thức số hạng tổng quát:

$$486 = 2q^5$$

Suy ra:

$$q^5 = 243 = 3^5$$

$$q = 3$$

Vậy:

Chọn **D**.

Câu 7

Mặt phẳng cần tìm song song với mặt phẳng:

$$(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$$

Vậy mặt phẳng cần tìm có dạng:

$$2x - 2y + z + m = 0$$

$$M(2; -3; 1)$$

Mặt phẳng đi qua nên:

$$2 \cdot 2 - 2 \cdot (-3) + 1 + m = 0$$

$$4 + 6 + 1 + m = 0$$

$$m = -11$$

Vậy phương trình mặt phẳng là:

$$2x - 2y + z - 11 = 0$$

Chọn **A**.

Câu 8

$$\log_a b = 3$$

Biết:

$$b = a^3$$

Suy ra:

$$\log_{a^2} \frac{a}{\sqrt{b}}$$

Ta cần tính:

$$b = a^3 \quad \sqrt{b} = \sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$$

Vì nên:

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{a^{\frac{3}{2}}} = a^{-\frac{1}{2}}$$

Do đó:

$$\log_{a^2} \frac{a}{\sqrt{b}} = \log_{a^2} a^{-\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{1}{2}}{2} = -\frac{1}{4}$$

Suy ra:

Chọn **C**.

Câu 9

Ta lấy giá trị đại diện của các lớp cân nặng:

Lớp	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)
Giá trị đại diện	5	7	9	11	13
Tần số	6	12	19	9	4

Khối lượng trung bình là:

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 6 + 7 \cdot 12 + 9 \cdot 19 + 11 \cdot 9 + 13 \cdot 4}{50}$$

$$\bar{x} = \frac{30 + 84 + 171 + 99 + 52}{50}$$

$$\bar{x} = \frac{436}{50} = 8,72$$

8,72 kg

Vậy khối lượng trung bình là

Chọn **D**.

Câu 10

$$F(x) \quad f(x) \quad \int_2^4 f(x) dx = F(4) - F(2)$$

Vì là một nguyên hàm của nên:

$$F(2) = 6, F(4) = 12$$

Theo đề:

$$\int_2^4 f(x) dx = 12 - 6 = 6$$

Do đó:

Chọn **B**.

Câu 11

Từ bảng biến thiên:

- Khi $x \rightarrow -\infty$ thì $y \rightarrow 2$.
- Khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow 2$.

$$y = 2$$

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là:

Chọn **B**.

Câu 12

Quan sát đồ thị:

- Nhánh trái đi xuống, nhánh phải đi lên nên hệ số của x^3 dương.

- Đồ thị có cực đại gần $x = -1$, cực tiểu gần $x = 1$.
- Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ 1 .

Xét hàm số ở phương án B:

$$y = x^3 - 2x + 1$$

$$y' = 3x^2 - 2$$

Ta có:

$$y' = 0 \quad x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Phương trình có hai nghiệm:

Vì vậy đồ thị có một cực đại ở phía trái trục tung và một cực tiểu ở phía phải trục tung, phù hợp với hình vẽ.

Ngoài ra:

$$y(0) = 1$$

, phù hợp với giao điểm của đồ thị với trục tung.

Chọn **B**.

Phần II.

Câu 1

$$P'(x) = -0,04x + 10$$

Ta có lợi nhuận biên:

$$P(x) = \int (-0,04x + 10) dx = -0,02x^2 + 10x + C$$

Suy ra lợi nhuận:

$$0 \quad P(0) = 0 \Rightarrow C = 0$$

Vì khi chưa bán sản phẩm nào thì lợi nhuận bằng 0 , nên:

$$P(x) = -0,02x^2 + 10x$$

Do đó:

a) Sai

$$P(x) = -0,04x^2 + 10x$$

Đề cho:

$$P(x) = -0,02x^2 + 10x$$

Nhưng công thức đúng là:

Vậy a) **sai**.

b) Đúng

Lợi nhuận khi bán được 100 sản phẩm đầu tiên là:

$$P(100) = -0,02 \cdot 100^2 + 10 \cdot 100$$

$$P(100) = -200 + 1000 = 800$$

800

Vậy lợi nhuận là 800 triệu đồng.

b) đúng.

c) Đúng

Sự thay đổi lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 150 là:

$$P(150) - P(100)$$

$$P(150) = -0,02 \cdot 150^2 + 10 \cdot 150 = -450 + 1500 = 1050$$

Ta có:

$$P(100) = 800$$

$$P(150) - P(100) = 1050 - 800 = 250$$

Do đó:

Vậy c) **đúng**.

d) Đúng

$$P(a) - P(100) > 112$$

Ta cần:

$$P(100) = 800 \quad P(a) > 912$$

Vì $-0,02a^2 + 10a > 912$, nên:

$$-0,02a^2 + 10a > 912$$

Tức là:

$$-0,02a^2 + 10a - 912 > 0$$

Chuyển về:

$$-50$$

Nhân cả hai vế với và đổi chiều bất phương trình:

$$a^2 - 500a + 45600 < 0$$

$$a^2 - 500a + 45600 = 0$$

Giải phương trình:

$$\Delta = 500^2 - 4 \cdot 45600 = 250000 - 182400 = 67600$$

Ta có:

$$\sqrt{\Delta} = 260$$

$$a_1 = \frac{500 - 260}{2} = 120, \quad a_2 = \frac{500 + 260}{2} = 380$$

Suy ra:

$$120 < a < 380$$

Vậy:

$$a \in \mathbb{N}^* \quad a \leq 121$$

Do nên giá trị nhỏ nhất của là .

d) đúng.

Câu 2

$$ABC.A'B'C'$$

Cho lăng trụ đứng có:

$$AC = a, BC = 2a, \angle ACB = 120^\circ$$

a) Đúng

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC \cdot \sin 120^\circ$$

Diện tích tam giác là:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

Vậy a) **đúng**.

Đặt hệ tọa độ:

$$C(0;0;0), A(a;0;0), B(-a;a\sqrt{3};0), C'(0;0;h)$$

$$\overrightarrow{AB} = (-2a; a\sqrt{3}; 0)$$

Khi đó:

$$\overrightarrow{AC'} = (-a; 0; h)$$

(ABC')

Vector pháp tuyến của mặt phẳng là:

$$\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC'} = (a\sqrt{3}h; 2ah; a^2\sqrt{3})$$

(ABC)

Mặt phẳng đáy có vector pháp tuyến:

$$\vec{k} = (0; 0; 1)$$

$[C', AB, C]$ 60°

(ABC') (ABC) 60°

Góc nhị diện bằng , nên góc giữa hai mặt phẳng và bằng .

$$\cos 60^\circ = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{k}|}{|\vec{n}| |\vec{k}|}$$

Do đó:

$$\frac{1}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{a \sqrt{7h^2 + 3a^2}}$$

Suy ra:

$$\sqrt{7h^2 + 3a^2} = 2a\sqrt{3}$$

$$7h^2 + 3a^2 = 12a^2$$

$$7h^2 = 9a^2$$

$$h = \frac{3a}{\sqrt{7}} = \frac{3a\sqrt{7}}{7}$$

Vậy:

$$CC' = \frac{3a\sqrt{7}}{7}$$

b) Sai

$$CC' = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

Đề cho:

$$CC' = \frac{3a\sqrt{7}}{7}$$

Nhưng kết quả đúng là:

Vậy b) **sai**.

c) Đúng

Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (ABC') là:

$$d(C, (ABC')) = \frac{|\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\vec{n}|}$$

$$\overrightarrow{AC} = (-a; 0; 0)$$

Ta có:

$$d(C, (ABC')) = \frac{a^2\sqrt{3}h}{a\sqrt{7h^2 + 3a^2}}$$

Suy ra:

$$h = \frac{3a}{\sqrt{7}} \quad \sqrt{7h^2 + 3a^2} = 2a\sqrt{3}$$

Thay vào và , ta được:

$$d(C, (ABC')) = \frac{a^2 \sqrt{3} \cdot \frac{3a}{\sqrt{7}}}{2a^2 \sqrt{3}}$$

$$d(C, (ABC')) = \frac{3a}{2\sqrt{7}} = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$$

Vậy c) **đúng**.

d) Đúng

Ta xét hai đường thẳng BC và AC' .

Vector chỉ phương của BC là: $\vec{u} = \overrightarrow{BC} = (a; -a\sqrt{3}; 0)$.

Vector chỉ phương của AC' là: $\vec{v} = \overrightarrow{AC'} = (-a; 0; h)$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau BC và AC' là:

$$d = \frac{|\overrightarrow{BA} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})|}{|\vec{u} \times \vec{v}|}$$

$$h = \frac{3a}{\sqrt{7}} \quad d = \frac{3a\sqrt{19}}{19}$$

Thay , tính được:

Vậy d) **đúng**.

Câu 3

$$y = f(x) = \ln(4ex - x^2)$$

Cho hàm số:

$$4ex - x^2 > 0$$

Điều kiện xác định:

$$x(4e - x) > 0$$

$$0 < x < 4e$$

Suy ra:

$$(0; 4e)$$

Vậy tập xác định là:

a) Sai

Ta có:

$$f(2e) = \ln(4e \cdot 2e - (2e)^2)$$

$$f(2e) = \ln(8e^2 - 4e^2)$$

$$f(2e) = \ln(4e^2)$$

$$f(2e) = \ln 4 + \ln e^2 = 2 \ln 2 + 2$$

4

Giá trị này không bằng

Vậy a) **sai**.

b) Sai

$$(0; 4e)$$

Tập xác định đúng là:

$$[0; 4e]$$

$$0 \quad 4e$$

Đề cho tập xác định là , có lấy cả hai đầu mút và .

$$x = 0 \quad x = 4e \quad 4ex - x^2 = 0$$

Tại hoặc thì:

$$\ln(4ex - x^2)$$

nên không xác định.

Vậy b) **sai**.

c) Đúng

$$f'(x) = \frac{4e - 2x}{4ex - x^2}$$

Ta có:

$$f'(x) = 0 \quad 4e - 2x = 0$$

Phương trình tương đương: .

$$x = 2e$$

Suy ra: .

$$f'(x) = 0 \quad x = 2e$$

Vậy phương trình có một nghiệm .

c) **đúng**.

d) **Đúng**

Trên đoạn $[e; 3e]$, hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 2e$ vì biểu thức $4ex - x^2$ là tam thức bậc hai có đỉnh tại $x = 2e$.

$$f(2e) = \ln(4e^2) = \ln 4 + 2 = 2 \ln 2 + 2$$

Giá trị lớn nhất là: .

$$a \ln 2 + b$$

Theo đề, giá trị lớn nhất có dạng: .

$$a = 2, \quad b = 2$$

Suy ra: .

$$a + b = 4$$

Do đó: .

Vậy d) **đúng**.

Câu 4

Gọi:

- A : biến cố người được xét nghiệm mắc bệnh.
- $\bar{A}$: biến cố người được xét nghiệm không mắc bệnh.
- D : biến cố test nhanh cho kết quả dương tính.
- $\bar{D}$: biến cố test nhanh cho kết quả âm tính.

Theo đề:

$$P(A) = 0,01, \quad P(\bar{A}) = 0,99$$

$$99\% \quad P(D | A) = 0,99$$

Độ nhạy nên:

$$96\% \quad P(\bar{D} | \bar{A}) = 0,96$$

Độ đặc hiệu nên:

$$P(D | \bar{A}) = 1 - 0,96 = 0,04$$

Suy ra:

a) Đúng

Xác suất xét nghiệm âm tính của một người mắc bệnh là:

$$P(\bar{D} | A) = 1 - P(D | A) = 1 - 0,99 = 0,01$$

Vậy a) **đúng**.

b) Đúng

Xác suất xét nghiệm dương tính của một người không mắc bệnh là:

$$P(D | \bar{A}) = 1 - P(\bar{D} | \bar{A}) = 1 - 0,96 = 0,04$$

Vậy b) **đúng**.

c) Sai nếu xét chính xác

Xác suất để một người bất kỳ trong cộng đồng xét nghiệm nhận kết quả dương tính là:

$$P(D) = P(D | A)P(A) + P(D | \bar{A})P(\bar{A})$$

$$P(D) = 0,99 \cdot 0,01 + 0,04 \cdot 0,99$$

$$P(D) = 0,0099 + 0,0396 = 0,0495$$

$$0,0495$$

$$0,05$$

Vậy xác suất chính xác là , không phải đúng bằng .

Do đó c) **sai nếu xét chính xác.**

$$0,0495 \approx 0,05$$

Tuy nhiên nếu làm tròn đến hai chữ số thập phân.

d) Đúng

Ta cần tính xác suất một người thực sự mắc bệnh khi biết người đó có kết quả dương tính:

$$P(A | D) = \frac{P(D | A)P(A)}{P(D)}$$

$$P(A | D) = \frac{0,99 \cdot 0,01}{0,0495}$$

Thay số:

$$P(A | D) = \frac{0,0099}{0,0495} = 0,2 = 20\%$$

Vậy d) **đúng.**

Phần III

Câu 1

$$f(t) = \frac{12000}{1 + 23e^{-0,5t}}$$

Cho:

$$f(t) = \frac{L}{1 + Ae^{-kt}}$$

Đây là hàm logistic dạng:

$$f'(t)$$

Tốc độ tăng trưởng đạt giá trị lớn nhất tại điểm uốn của đồ thị, tức là khi:

$$Ae^{-kt} = 1$$

$$A = 23, \quad k = 0,5$$

Ở đây:

$$23e^{-0,5t} = 1$$

Do đó:

$$e^{-0,5t} = \frac{1}{23}$$

Suy ra: .

$$-0,5t = -\ln 23$$

Lấy logarit hai vế: .

$$t = 2 \ln 23 \approx 6,27$$

Suy ra: .

$$t \approx 6$$

Làm tròn đến hàng đơn vị: .

Vậy sau khoảng **6 tháng** thì tốc độ tăng trưởng người dùng đạt lớn nhất.

Câu 2

Chọn hệ trục tọa độ trong mặt phẳng hình vẽ như sau:

- Trục quay AB là trục tung.
- Gốc tọa độ tại A .
- Chiều dương trục tung hướng từ A lên B .
- Khoảng cách từ trục AB đến biên trái của hình phẳng gọi là x .

Ta có:

$$AB = 5, AM = 1,5, BP = 1,5, BE = 1$$

$$A(0;0), B(0;5), M(1,5;0), P(1,5;5)$$

Suy ra: .

$$BE = 1 \quad E(0;4)$$

Vì nên: .

$$I \quad AE \quad I(0;2)$$

là trung điểm của nên: .

Điểm N nằm trên đường thẳng qua E song song với AM và trên MP , nên: $N(1,5;4)$.

$$MN$$

1. Cung tròn

$$I(0; 2) \quad M(1, 5; 0)$$

Cung tròn có tâm , đi qua .

$$IM = \sqrt{1,5^2 + 2^2} = 2,5$$

Bán kính: .

$$x^2 + (y - 2)^2 = 2,5^2 = \frac{25}{4}$$

Phương trình cung tròn: .

$$x^2 = \frac{25}{4} - (y - 2)^2$$

Do đó: .

$$y = 0 \quad y = 4$$

Thể tích phần sinh bởi cung tròn từ đến là:

$$V_1 = \pi \int_0^4 \left(\frac{25}{4} - (y - 2)^2 \right) dy$$

.

$$V_1 = \frac{59\pi}{3}$$

Tính được: .

NP

2. Cung parabol

y

Gọi phương trình cung parabol theo biến là:

$$x = \frac{3}{2} + m(y - 4) + n(y - 4)^2$$

.

$$N(1, 5; 4)$$

Vì parabol đi qua nên dạng trên đã thỏa mãn.

$$x^2 + (y - 2)^2 = \frac{25}{4}$$

Cung tròn có: .

$$y - 2x \cdot x' + 2(y - 2) = 0$$

Lấy đạo hàm theo : .

$$x' = -\frac{y-2}{x}$$

Suy ra: .

$$N(1, 5; 4)$$

Tại :

$$x'_N = -\frac{4-2}{1,5} = -\frac{4}{3}$$

.

$$N \quad m = -\frac{4}{3}$$

Vì tiếp tuyến của cung tròn và parabol tại trùng nhau nên: .

$$P(1, 5; 5)$$

Lại có parabol đi qua :

$$\frac{3}{2} - \frac{4}{3} + n = \frac{3}{2}$$

.

$$n = \frac{4}{3}$$

Suy ra: .

Vậy phương trình cung parabol là:

$$x = \frac{3}{2} - \frac{4}{3}(y-4) + \frac{4}{3}(y-4)^2$$

.

$$y = 4 \quad y = 5$$

Thể tích phần sinh bởi cung parabol từ đến là:

$$V_2 = \pi \int_4^5 \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{3}(y-4) + \frac{4}{3}(y-4)^2 \right)^2 dy$$

.

$$V_2 = \frac{887\pi}{540}$$

Tính được: .

Do đó thể tích bình là:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{59\pi}{3} + \frac{887\pi}{540}$$

$$V = \frac{11507\pi}{540} \approx 66,945 \text{ dm}^3$$

$$1\text{dm}^3 = 1$$

Vì lít nên sức chứa xấp xỉ:

$$66,945$$

lít.

Làm tròn đến hàng phần chục:

$$V \approx 66,9$$

lít.

Câu 3

$$d \quad \vec{u} = (1; 2; 2)$$

Đường thẳng có vectơ chỉ phương:

$$\Delta \quad \vec{v} = (1; 1; 0)$$

Đường thẳng có vectơ chỉ phương:

$$(P) \quad d \quad \vec{n} \quad (P) \quad \vec{u}$$

Mặt phẳng chứa đường thẳng nên vectơ pháp tuyến của phải vuông góc với .

$$\Delta \quad (P) \quad \vec{n}$$

Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng lớn nhất khi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng cùng phương

với hình chiếu của lên mặt phẳng vuông góc với .

$$\vec{n} = \vec{v} - \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u}$$

Ta có:

Tính:

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 2 = 3$$

$$\vec{u} \cdot \vec{u} = 1^2 + 2^2 + 2^2 = 9$$

$$\vec{n} = (1; 1; 0) - \frac{3}{9}(1; 2; 2)$$

Suy ra:

$$\vec{n} = (1; 1; 0) - \frac{1}{3}(1; 2; 2)$$

$$\vec{n} = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{2}{3} \right)$$

$$\vec{n} = (2; 1; -2)$$

Chọn vector pháp tuyến:

$$d \quad A(2; 1; -1)$$

Đường thẳng đi qua điểm:

$$(P) \quad 2x + y - 2z + D = 0$$

Mặt phẳng có dạng:

$$A(2; 1; -1) \quad 2 \cdot 2 + 1 - 2 \cdot (-1) + D = 0$$

Thay vào:

$$4 + 1 + 2 + D = 0$$

$$D = -7$$

$$(P): 2x + y - 2z - 7 = 0$$

Vậy:

So sánh với dạng:

$$ax + by + cz - 7 = 0$$

$$a = 2, \quad b = 1, \quad c = -2$$

ta có:

$$T = a + b + c = 2 + 1 - 2 = 1$$

Do đó:

Câu 4

Gọi:

x là số lô linh kiện loại A .

y là số lô linh kiện loại B .

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

Điều kiện: _____.

Máy Phay CNC hoạt động tối đa 120 giờ:

$$2x + 3y \leq 120$$

Máy Tiện CNC hoạt động tối đa 160 giờ:

$$4x + 2y \leq 160$$

Rút gọn:

$$2x + y \leq 80$$

Lợi nhuận cần tối đa là:

$$P = 3x + 4y$$

Xét các đỉnh của miền nghiệm.

Định 1

$$\begin{array}{l} (0;0) \quad P=0 \\ \vdots \end{array}$$

Định 2

$$y = 0 \quad 2x + y \leq 80 \Rightarrow x \leq 40$$

Khi : .

$(40; 0)$

Đỉnh là $\quad$.

$$P = 3 \cdot 40 + 4 \cdot 0 = 120$$

Định 3

$$x = 0 \quad 2x + 3y \leq 120 \Rightarrow y \leq 40$$

Khi : .

$$(0; 40)$$

Đỉnh là .

$$P = 3 \cdot 0 + 4 \cdot 40 = 160$$

Đỉnh 4

Giao điểm của hai đường thẳng:

$$2x + 3y = 120$$

,

$$2x + y = 80$$

.

$$2y = 40$$

Lấy phương trình thứ nhất trừ phương trình thứ hai: .

$$y = 20$$

Suy ra: .

$$2x + 20 = 80$$

Thay vào: .

$$2x = 60$$

.

$$x = 30$$

.

$$(30; 20)$$

Vậy giao điểm là .

$$P = 3 \cdot 30 + 4 \cdot 20 = 90 + 80 = 170$$

Lợi nhuận: .

$$170$$

Giá trị lớn nhất là .

Vậy lợi nhuận cao nhất mỗi tuần là **170 triệu đồng**.

Câu 5

ABC

$B \quad AB = 2cm$

$BC = 2cm$

Đây là tam giác vuông cân tại , nên: .

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2 \text{ cm}^2$$

Diện tích tam giác đáy:

Đặt hệ tọa độ:

$$A(0; 0; 0), B(2; 0; 0), C(2; 2; 0)$$

$$SA \perp (ABC) \quad SA = 2\sqrt{3} \quad S(0; 0; 2\sqrt{3})$$

Vì và nên:

Điểm H là hình chiếu của A lên SB .

$$\vec{H} = \vec{S} + \lambda \vec{SB}$$

Gọi:

$$\vec{SB} = (2; 0; -2\sqrt{3})$$

Ta có:

$$H = (2\lambda; 0; 2\sqrt{3}(1 - \lambda))$$

Suy ra:

$$AH \perp SB \quad \vec{AH} \cdot \vec{SB} = 0$$

Vì nên:

$$(2\lambda; 0; 2\sqrt{3}(1 - \lambda)) \cdot (2; 0; -2\sqrt{3}) = 0$$

Tức là:

$$4\lambda - 12(1 - \lambda) = 0$$

$$4\lambda - 12 + 12\lambda = 0$$

$$16\lambda = 12$$

$$\lambda = \frac{3}{4}$$

Suy ra tung độ cao của H so với mặt phẳng đáy là:

$$z_H = 2\sqrt{3}\left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Thể tích khối chóp $B.AHC$ chính là thể tích tứ diện $ABCH$:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot z_H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$V = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0,577$$

Làm tròn đến hàng phần trăm:

$$V \approx 0,58 \text{ cm}^3$$

Câu 6

Có 10 học sinh được xếp vào 5 cặp ghế đối diện.

Ta chỉ cần xét cách ghép 10 học sinh thành 5 cặp đối diện. Tổng số cách ghép là:

$$\frac{10!}{2^5 \cdot 5!} = 945$$

Ta cần không có cặp đối diện nào gồm hai học sinh cùng lớp.

Có:

- 3 học sinh lớp 12A.
- 2 học sinh lớp 12B.
- 5 học sinh còn lại đều khác lớp nhau.

Gọi biến cố xấu là có ít nhất một cặp đối diện cùng lớp.

1. Cặp đối diện cùng lớp 12A

$$C_3^2 = 3$$

Trong 3 học sinh lớp 12A, số cách chọn một cặp là:

Nếu cố định một cặp 12A ngồi đối diện nhau, 8 học sinh còn lại được ghép thành 4 cặp:

$$\frac{8!}{2^4 \cdot 4!} = 105$$

$$3 \cdot 105 = 315$$

Số cách có một cặp 12A đối diện là:

2. Cặp đối diện cùng lớp 12B

Hai học sinh lớp 12B tạo đúng một cặp.

Nếu cặp này đối diện nhau, 8 học sinh còn lại được ghép thành 4 cặp:

$$105$$

cách.

3. Trừ phần bị tính hai lần

Vừa có một cặp 12A đối diện, vừa có một cặp 12B đối diện:

$$3$$

Chọn cặp 12A có cách.

Sau khi cố định cặp 12A và cặp 12B, còn 6 học sinh ghép thành 3 cặp:

$$\frac{6!}{2^3 \cdot 3!} = 15$$

$$3 \cdot 15 = 45$$

Số cách là:

$$315 + 105 - 45 = 375$$

Vậy số cách xấu là:

$$945 - 375 = 570$$

Số cách thỏa mãn là:

$$P = \frac{570}{945} = \frac{38}{63} \approx 0,603$$

Xác suất cần tìm:

$$P \approx 0,6$$

Làm tròn đến hàng phần chục:

Vậy xác suất cần tìm là **0,6**.