

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ**

**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT 2025 LẦN 2
MÔN THI: TOÁN**

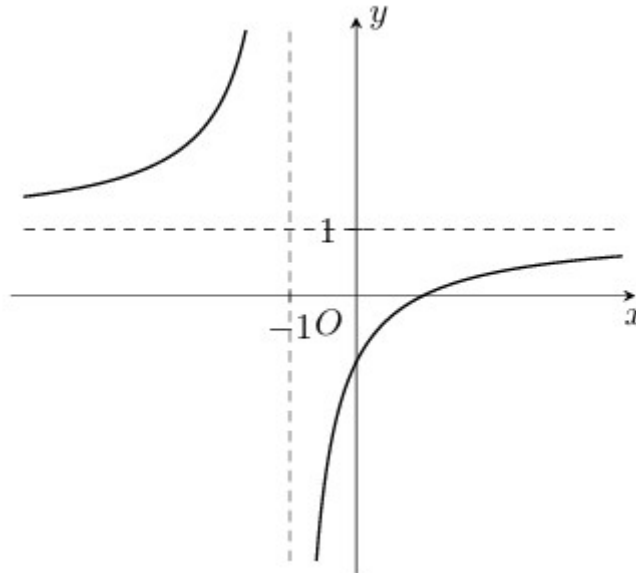
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. Tọa độ tâm của mặt cầu đã cho là
A. $(2; -1; 3)$. **B.** $(-2; 1; 3)$. **C.** $(-2; 1; -3)$. **D.** $(-2; -1; 3)$.

Câu 2: [Mức độ 1] Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là
A. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$. **B.** $2^x \ln 2 + C$. **C.** $x \cdot 2^{x-1} + C$. **D.** $2^x \ln x + C$.

Câu 3: [Mức độ 1] Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Toạ độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là
A. $(-1; 1)$. **B.** $(1; 1)$. **C.** $(1; -1)$. **D.** $(0; 1)$.

Câu 4: [Mức độ 2] Hai mẫu số liệu ghép nhóm A, B có bảng tần số ghép nhóm như sau:
Nhóm A

Nhóm	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$
Tần số	8	9	5	6	2

Nhóm B

Nhóm	$[0, 3; 10, 3)$	$[10, 3; 20, 3)$	$[20, 3; 30, 3)$	$[30, 3; 40, 3)$	$[40, 3; 50, 3)$
Tần số	16	18	10	12	4

Gọi $\Delta Q_A, \Delta Q_B$ lần lượt là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm A, B . Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\Delta Q_B = 2\Delta Q_A$. **B.** $\Delta Q_B = 0,3 + \Delta Q_A$. **C.** $\Delta Q_B = \Delta Q_A$. **D.** $\Delta Q_B = 0,3\Delta Q_A$.

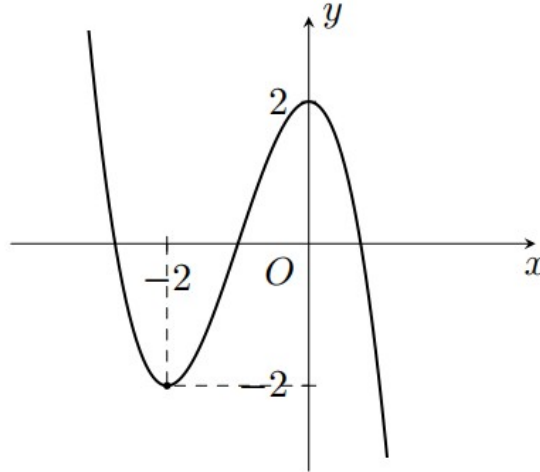
Câu 5: [Mức độ 1] Số nghiệm của phương trình $\log(2x-1) = \log(x^2-4)$ là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 6: [Mức độ 1] Nếu $\int_a^b f(x) dx = 2025$ thì $\int_a^b 2f(x) dx$ bằng

- A. 2025^2 . B. $\frac{2025}{2}$. C. 2023. D. 4050.

Câu 7: [Mức độ 1] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

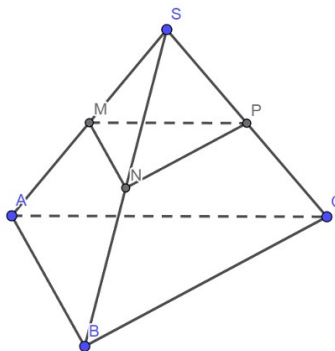
Câu 8: [Mức độ 1] Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1$, $u_4 = 27$. Công bội q của cấp số nhân đã cho bằng

- A. $\frac{26}{3}$. B. ± 3 . C. -3 . D. 3.

Câu 9: [Mức độ 1] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng CD vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. (SAC) . B. (SAD) . C. (SAB) . D. (SBC) .

Câu 10: [Mức độ 2] Cho tứ diện $S.ABC$ với M , N , P lần lượt là trung điểm của SA , SB , SC (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM})$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}$.
C. $\overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PN})$. D. $\overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM})$.

Câu 11: [Mức độ 1] Tập nghiệm của bất phương trình $(0,2)^x \leq 4$ là
 A. $(-\infty; \log_4 0,2]$ B. $[\log_{0,2} 4; +\infty)$ C. $(-\infty; \log_{0,2} 4]$ D. $[\log_4 0,2; +\infty)$

Câu 12: [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $2x - y + z - 4 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và đi qua điểm $M(1; -1; 3)$ là
 A. $2x - y + z + 6 = 0$ B. $2x + 3y - z + 4 = 0$
 C. $2x - y + z - 6 = 0$ D. $x - y + 3z - 6 = 0$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1: Cây cà chua khi trồng có chiều cao $5cm$. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính theo $cm/tuần$. Gọi $h(t)$ (tính bằng cm) là độ cao của cây cà chua theo t (Nguồn: A. Bigalke et al., Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016).

- a) $h'(t) = v(t)$.
 b) $h(t) = -\frac{t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + 5, t \geq 0$.
 c) Giai đoạn tăng chiều cao của cây cà chua kéo dài 9 tuần.
 d) Chiều cao tối đa của cây cà chua (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) bằng $88,3cm$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = 2 \sin x + \sqrt{3}x$.

- a) $f(0) = 0$ và $f(\pi) = \pi\sqrt{3}$.
 b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2 \cos x + \sqrt{3}$.
 c) Nghiệm của phương trình của $f'(x) = 0$ trên $[0; \pi]$ là $x = \frac{\pi}{6}$.
 d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $[0; \pi]$ là $1 + \frac{5\sqrt{3}\pi}{6}$.

Câu 3: Đường ống dẫn dầu trên không là hệ thống đường ống được treo trên các giá đỡ hoặc cột cao, dùng để vận chuyển dầu thô hoặc các sản phẩm dầu mỏ từ nơi này đến nơi khác mà không cần chôn dưới lòng đất. Hệ thống này thường được sử dụng trong các khu vực có địa hình khó khăn, vùng băng giá, rừng rậm, những nơi mà việc đào đường ống ngầm không khả thi.



Với hệ trục tọa độ O_{xyz} thích hợp, mặt đất là mặt phẳng (Oxy) , đơn vị trên mỗi trục là mét,

$$d: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 20 \end{cases} \quad (t \text{ là}$$

người ta thiết lập một đường ống dẫn dầu trên không dọc theo đường thẳng tham số). Vì địa hình phức tạp, người ta chọn điểm $A(15;10;15)$ để làm điểm trung chuyển dầu từ mặt đất đến đường ống này.

a) Đường thẳng d nằm trên mặt phẳng.

b) Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ $A'(-15;-10;15)$.

c) Do thực tế công việc, người ta cần xác định vị trí điểm $B(0;b;20)$ thuộc đường ống và vị trí điểm $C(m;n;0)$ thuộc mặt đất sao cho tổng độ dài các đoạn đường AB , BC , AC nhỏ nhất. Ta

$$\text{có } m+n+b = \frac{200}{7}.$$

d) Giá trị nhỏ nhất của tổng độ dài các đoạn thẳng AB , BC , AC làm tròn đến hàng chục bằng $45,5m$

Câu 4: Giả sử có một đồng xu cân bằng (fair coin) và một đồng xu thiên lệch (biased coin) mà mặt ngửa (heads) xuất hiện với xác suất $\frac{3}{4}$. Một người chơi chọn ngẫu nhiên một trong hai đồng xu và tung nó ba lần. Gọi A là biến cố: "Người chơi chọn đồng xu cân bằng"; B là biến cố: "Ba lần tung đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa".

a) $P(A) = \frac{1}{2}$.

b) $P(B|A) = \frac{3}{8}$.

c) Xác suất người đó chọn được đồng xu cân bằng biết rằng kết quả ba lần tung đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa là $0,25$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

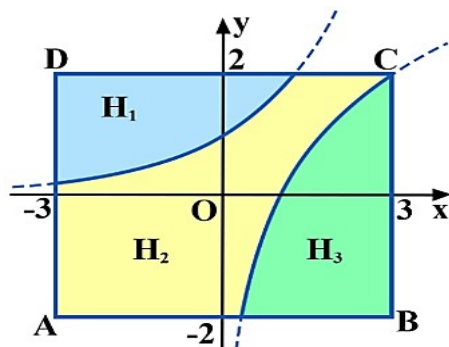
d) Biết rằng đồng xu được chọn tung ba lần đều xuất hiện mặt ngửa, xác suất người chơi đó tung lần thứ tư tiếp tục xuất hiện mặt ngửa là $0,69$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Để tiết kiệm tiền sau này cho việc học đại học của con, cô Bình quyết định gửi $1,5$ triệu đồng cuối mỗi tháng vào ngân hàng với lãi suất mỗi tháng $0,3\%$ theo hình thức lãi kép. Cô bắt đầu gửi tiền khi con cô tròn 3 tuổi. Cô Bình sẽ tiết kiệm được bao nhiêu tiền vào thời điểm con cô tròn 18 tuổi nếu cô không rút và lãi suất ngân hàng không thay đổi trong suốt quá trình gửi tiết kiệm? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo triệu đồng)

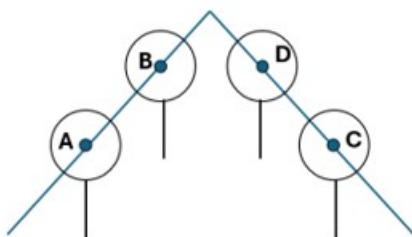
Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C và $AC = 4$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{12}{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

Câu 3: Một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước lần lượt $6m$ và $4m$ được bạn Minh trang trí bằng cách vẽ hai đồ thị hàm số $f(x) = a^x$ ($0 < a \neq 1$) và $g(x) = \log_b x$ ($0 < b \neq 1$) đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$. Bức tường được chia thành ba phần (tham khảo hình vẽ).



Phần H_1 được sơn màu xanh da trời, phần H_2 sơn màu vàng và phần H_3 được sơn màu xanh lá cây. Bạn Minh cần mua các hộp sơn mà mỗi hộp chỉ sơn được một màu tương ứng với các màu mà bạn Minh định sơn. Biết rằng mỗi hộp sơn chỉ sơn được tối đa $3m^2$ tường, giá một hộp sơn màu xanh da trời là 120.000 đồng, giá một hộp sơn màu xanh lá cây là 140.000 đồng, giá một hộp sơn màu vàng là 160.000 đồng. Cửa hàng chỉ bán số các hộp sơn là các số nguyên dương. Bạn Minh cần bao nhiêu triệu đồng mua sơn để trang trí cho bức tường đó?

Câu 4: Trong một đợt diễn tập quốc phòng, hai người ở hai vị trí khác nhau cùng ngắm bắn một mục tiêu cố định trên không. Người ta gắn một hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), mặt phẳng (Oxy) trùng mặt đất. Người thứ nhất bắn một viên đạn đi qua hai điểm $A(5;7;10)$ và $B(6;9;12)$. Người thứ hai bắn một viên đạn đi qua hai điểm $C(15;17;5)$ và D (điểm D ở độ cao $26m$ so với mặt đất). Biết rằng sau một thời gian rời khỏi nòng súng, hai viên đạn va chạm nhau tại một vị trí cách A một khoảng bằng $150m$ (tham khảo hình vẽ).



Hỏi D cách C một khoảng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

$\frac{2}{5}$

Câu 5: Xác suất bé An được mẹ dẫn theo khi đi mua sắm là $\frac{2}{5}$. Khi bé An được đi theo mẹ thì 70% bé sẽ được mẹ mua đồ chơi. Khi bé không đi theo mẹ, có thể mẹ vẫn mua đồ chơi cho bé. Xác suất

$\frac{14}{23}$

bé được đi theo mẹ biết rằng bé được mẹ mua đồ chơi là $\frac{14}{23}$. Khi bé không đi theo mẹ, xác suất bé được mẹ mua đồ chơi là bao nhiêu?

Câu 6: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận, mỗi tháng A cung cấp cho B tối đa 45 tấn sản phẩm và nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 60 - 0,01x^2$ (triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 150 + 33x$ (triệu đồng) (gồm 150 triệu đồng chi phí cố định và 33 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Để mỗi tháng thu được lợi nhuận lớn nhất thì A cần bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm?

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	A	C	C	D	B	D	B	D	B	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
Đ	Đ	Đ	Đ
Đ	S	S	S
S	S	Đ	S
Đ	Đ	S	Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	357	8	1,3	28,8	0,3	30

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. Tọa độ tâm của mặt cầu đã cho là
- A. $(2; -1; 3)$ B. $(-2; 1; 3)$ C. $(-2; 1; -3)$ D. $(-2; -1; 3)$

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ trong đó tâm $I(a; b; c)$ Do đó tọa độ tâm của mặt cầu là $I(2; -1; 3)$

- Câu 2:** [Mức độ 1] Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là

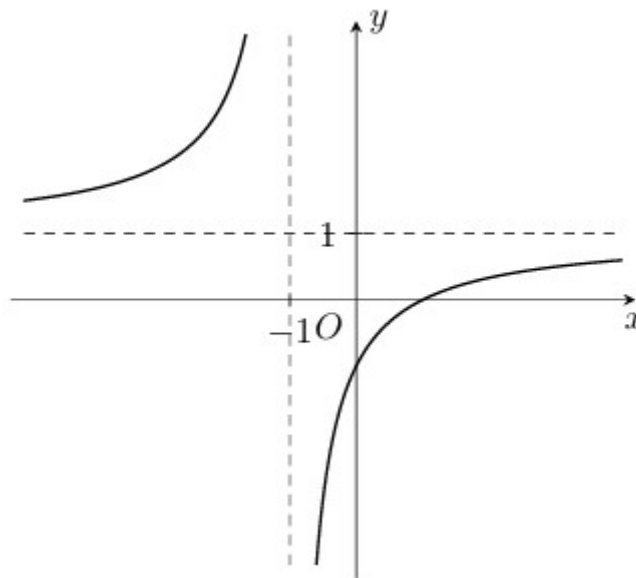
- A. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$ B. $2^x \ln 2 + C$ C. $x \cdot 2^{x-1} + C$ D. $2^x \ln x + C$

Lời giải

Chọn A

Vì $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ nên $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$

Câu 3: [Mức độ 1] Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Toạ độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(-1; 1)$

B. $(1; 1)$

C. $(1; -1)$

D. $(0; 1)$

Lời giải

Chọn A

Toạ độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) là tiệm cận đứng: $x = \frac{-d}{c}$;

Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c}$

Quan sát đồ thị hàm số ta xác định được tiệm cận đứng $x = -1$; tiệm cận ngang $y = 1$.

Do đó toạ độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là $I(-1; 1)$.

Câu 4: [Mức độ 2] Hai mẫu số liệu ghép nhóm A, B có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm A

Nhóm	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$
Tần số	8	9	5	6	2

Nhóm B

Nhóm	$[0, 3; 10, 3)$	$[10, 3; 20, 3)$	$[20, 3; 30, 3)$	$[30, 3; 40, 3)$	$[40, 3; 50, 3)$
Tần số	16	18	10	12	4

Gọi $\Delta Q_A, \Delta Q_B$ lần lượt là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm A, B . Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\Delta Q_B = 2\Delta Q_A$.

B. $\Delta Q_B = 0,3 + \Delta Q_A$.

C. $\Delta Q_B = \Delta Q_A$

D. $\Delta Q_B = 0,3\Delta Q_A$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Xét nhóm A

Nhóm	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$
------	-----------	------------	------------	------------	------------

Tần số	8	9	5	6	2
Tần số tích lũy	8	17	22	28	30

Cỡ mẫu là $n = 8 + 9 + 5 + 6 + 2 = 30$.

Tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = x_8$ thuộc nhóm $[0; 10)$. Ta có $Q_1 = a_p + \frac{\left(\frac{n}{4} - F\right)}{f} \times (a_{p+1} - a_p)$, trong đó: Q_1 thuộc nhóm $[a_p; a_{p+1}]$, F là tần số tích lũy trước nhóm chứa Q_1 , f là tần số nhóm $[a_p; a_{p+1}]$,

$$\text{Thay số vào ta được: } Q_1 = 0 + \frac{7,5 - 0}{8} \times 10 = 9,375$$

Tứ phân vị thứ ba $Q_3 = x_{23}$ thuộc nhóm $[30; 40)$. Ta có $Q_3 = a_p + \frac{\left(\frac{3n}{4} - F\right)}{f} \times (a_{p+1} - a_p)$, trong đó: Q_3 thuộc nhóm $[a_p; a_{p+1}]$, F là tần số tích lũy trước nhóm chứa Q_3 , f là tần số nhóm $[a_p; a_{p+1}]$.

$$\text{Thay số vào ta được: } Q_3 = 30 + \frac{22,5 - 22}{6} \times 10 \approx 30,833$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu A là $\Delta Q_1 = Q_3 - Q_1 \approx 30,833 - 9,375 \approx 21,458$.

Xét nhóm B

Nhóm	$[0, 3; 10, 3)$	$[10, 3; 20, 3)$	$[20, 3; 30, 3)$	$[30, 3; 40, 3)$	$[40, 3; 50, 3)$
Tần số	16	18	10	12	4
Tần số tích lũy	16	34	44	56	60

Cỡ mẫu là $n = 16 + 18 + 10 + 12 + 4 = 60$.

Tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = \frac{x_{15} + x_{16}}{2}$ thuộc nhóm $[0, 5; 10, 5)$. Ta có

$Q_1 = a_p + \frac{\left(\frac{n}{4} - F\right)}{f} \times (a_{p+1} - a_p)$, trong đó: Q_1 thuộc nhóm $[a_p; a_{p+1}]$, F là tần số tích lũy trước nhóm chứa Q_1 , f là tần số nhóm $[a_p; a_{p+1}]$.

$$\text{Thay số vào ta được: } Q_1 = 0,3 + \frac{15 - 0}{16} \times 10 = 9,675$$

Tứ phân vị thứ ba $Q_3 = \frac{x_{45} + x_{46}}{2}$ thuộc nhóm $[30, 3; 40, 3)$.

Ta có $Q_3 = a_p + \frac{\left(\frac{3n}{4} - F\right)}{f} \times (a_{p+1} - a_p)$, trong đó: Q_3 thuộc nhóm $[a_p; a_{p+1}]$, F là tần số tích lũy trước nhóm chứa Q_3 , f là tần số nhóm $[a_p; a_{p+1}]$,

$$\text{Thay số vào ta được: } Q_3 = 30,3 + \frac{45 - 44}{12} \times 10 \approx 31,133$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu A là $\Delta Q_A = Q_3 - Q_1 \approx 31,133 - 9,675 \approx 21,458$.

Vậy, $\Delta Q_B = \Delta Q_A$.

Cách 2:

Nhóm B là nhóm A cộng thêm 0,3 đơn vị cho mỗi mốc.

Tần số các nhóm trong nhóm B tỉ lệ tương ứng với các tần số các nhóm trong nhóm A .

Nên các giá trị Q_1, Q_3 của nhóm B cũng tăng thêm 0,3 so với nhóm A .

Khoảng tứ phân vị ΔQ chỉ phụ thuộc vào hiệu $Q_3 - Q_1$, mà hiệu thì không đổi vì cả hai cùng tăng 0,3.

Vậy, $\Delta Q_B = \Delta Q_A$.

Câu 5: [Mức độ 1] Số nghiệm của phương trình $\log(2x-1) = \log(x^2-4)$ là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ x^2-4 > 0 \end{cases} \hat{=} \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty) \end{cases} \hat{=} x > 2$$

Điều kiện xác định:

$$\log(2x-1) = \log(x^2-4) \hat{=} 2x-1 = x^2-4 \hat{=} x^2-2x-3 = 0 \hat{=} \begin{cases} x = -1 \text{ (loại)} \\ x = 3 \text{ (thỏa)} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x = 3$.

Câu 6: [Mức độ 1] Nếu $\int_a^b f(x) dx = 2025$ thì $\int_a^b 2f(x) dx$ bằng

- A. 2025^2 . B. $\frac{2025}{2}$. C. 2023. D. 4050.

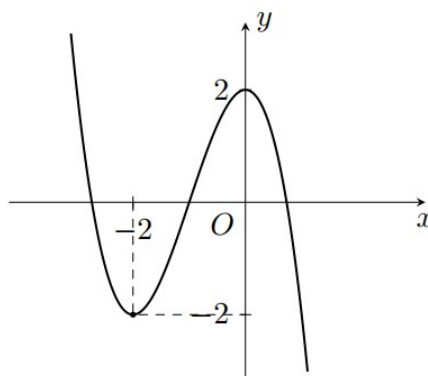
Lời giải

Chọn D

$$\int_a^b 2f(x) dx = 2 \int_a^b f(x) dx = 4050$$

Sử dụng tính chất tích phân, ta có

Câu 7: [Mức độ 1] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-2; 0)$ **|** C. $(0; +\infty)$ D. $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$, hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 8: [Mức độ 1] Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1$, $u_4 = 27$. Công bội q của cấp số nhân đã cho bằng

- A. $\frac{26}{3}$. B. ± 3 . C. -3 . D. 3 **|**

Lời giải

Chọn D

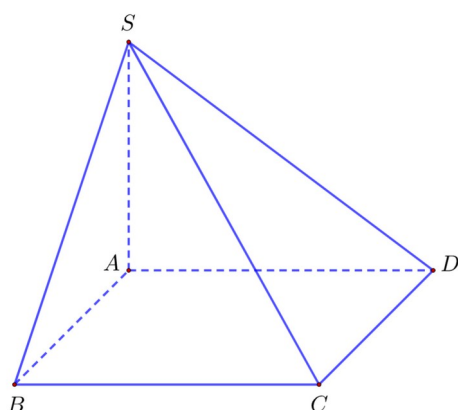
Ta có: $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Leftrightarrow 27 = q^3 \Leftrightarrow q = 3$.

Câu 9: [Mức độ 1] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng CD vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. (SAC) . B. (SAD) **|** C. (SAB) . D. (SBC) .

Lời giải

Chọn B

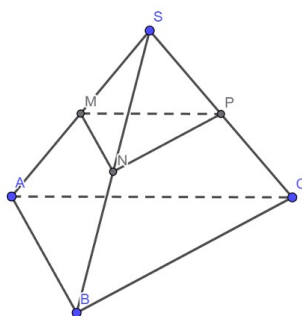


Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CD$.

Mà tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $AD \perp CD$.

Vậy $CD \perp (SAD)$.

Câu 10: [Mức độ 2] Cho tứ diện $S.ABC$ với M , N , P lần lượt là trung điểm của SA , SB , SC (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overline{AB} = \frac{1}{2}(\overline{PN} - \overline{PM})$ B. $\overline{AB} = \overline{PN} - \overline{PM}$
 C. $\overline{AB} = 2(\overline{PM} - \overline{PN})$ D. $\overline{AB} = 2(\overline{PN} - \overline{PM})$ **D**

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết có M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB nên MN là đường trung bình của tam giác SAB . Khi đó $MN \parallel AB$ và $AB = 2MN$ suy ra $\overline{AB} = 2\overline{MN}$ (1).

Theo quy tắc hiệu, ta có $\overline{PN} - \overline{PM} = \overline{MN}$ (2)

Từ (1) và (2) có $\overline{AB} = 2(\overline{PN} - \overline{PM})$.

- Câu 11:** [Mức độ 1] Tập nghiệm của bất phương trình $(0,2)^x \leq 4$ là
 A. $(-\infty; \log_4 0,2]$ B. $[\log_{0,2} 4; +\infty)$ **B** C. $(-\infty; \log_{0,2} 4]$ D. $[\log_4 0,2; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

Do $0,2 < 1$ nên $(0,2)^x \leq 4 \Leftrightarrow x \geq \log_{0,2} 4$. Vậy bất phương trình có tập nghiệm là $[\log_{0,2} 4; +\infty)$.

- Câu 12:** [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $2x - y + z - 4 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và đi qua điểm $M(1; -1; 3)$ là
 A. $2x - y + z + 6 = 0$ B. $2x + 3y - z + 4 = 0$
 C. $2x - y + z - 6 = 0$ **C** D. $x - y + 3z - 6 = 0$

Lời giải

Chọn C

Do mặt phẳng (Q) song song với (P) nên $(Q): 2x - y + z + m = 0, m \neq -4$.

Lại có $M \in (Q)$ nên $2 \cdot 1 - (-1) + 3 + m = 0 \Leftrightarrow m = -6$ (thỏa mãn)

Vậy $(Q): 2x - y + z - 6 = 0$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

- Câu 1:** Cây cà chua khi trồng có chiều cao $5cm$. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính theo $cm/tuần$. Gọi $h(t)$ (tính bằng cm) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t (Nguồn: A. Bigalke et al., Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016).
 a) $h'(t) = v(t)$.
 b) $h(t) = -\frac{t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + 5, t \geq 0$.
 c) Giai đoạn tăng chiều cao của cây cà chua kéo dài 9 tuần.
 d) Chiều cao tối đa của cây cà chua (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) bằng $88,3cm$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Ta có: $h'(t) = v(t)$.

Suy ra a) **Đúng**.

b) Ta có:
$$h(t) = \int (-0,1t^3 + t^2) dt = -0,1 \frac{t^4}{4} + \frac{t^3}{3} + C = -\frac{t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + C$$

Cây cà chua khi bắt đầu trồng có chiều cao 5 cm nên $h(0) = 5 \Rightarrow C = 5$

Vậy
$$h(t) = -\frac{t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + 5$$

Suy ra b) **Đúng**.

c) Xét hàm số
$$h(t) = -\frac{t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + 5$$

Ta có: $h'(t) = v(t) = -0,1t^3 + t^2$

$$h'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	0	10	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$	5	$\frac{265}{3}$	$-\infty$

Vậy giai đoạn tăng chiều cao của cây cà chua kéo dài 10 tuần.

Suy ra c) **Sai**.

d) Từ bảng biến thiên ở câu c, ta thấy hàm số $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{265}{3} \approx 88,3$

Suy ra d) **Đúng**.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = 2 \sin x + \sqrt{3}x$.

a) $f(0) = 0$ và $f(\pi) = \pi\sqrt{3}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2 \cos x + \sqrt{3}$.

c) Nghiệm của phương trình của $f'(x) = 0$ trên $[0; \pi]$ là $x = \frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $[0; \pi]$ là $1 + \frac{5\sqrt{3}\pi}{6}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) **Đúng**

Ta có $f(0) = 2 \sin 0 + 0 \cdot \sqrt{3} = 0$ và $f(\pi) = 2 \sin \pi + \pi \sqrt{3} = \pi \sqrt{3}$

b) **Sai**

Ta có $f'(x) = 2 \cos x + \sqrt{3}$

c) **Sai**

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

Ta có

$f'(x) = 0$ có một nghiệm $x \in [0; \pi]$ là $x = \frac{5\pi}{6}$

d) **Đúng**

Ta có $f(0) = 0$ và $f(\pi) = \pi \sqrt{3}$

$$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 2 \sin \frac{5\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} \sqrt{3} = 1 + \frac{5\pi}{6} \sqrt{3}.$$

$$\text{Nên } \max_{[0; \pi]} f(x) = f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 1 + \frac{5\pi}{6} \sqrt{3}.$$

Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $[0; \pi]$ là $1 + \frac{5\sqrt{3}\pi}{6}$.

Câu 3: Đường ống dẫn dầu trên không là hệ thống đường ống được treo trên các giá đỡ hoặc cột cao, dùng để vận chuyển dầu thô hoặc các sản phẩm dầu mỏ từ nơi này đến nơi khác mà không cần chôn dưới lòng đất. Hệ thống này thường được sử dụng trong các khu vực có địa hình khó khăn, vùng băng giá, rừng rậm, những nơi mà việc đào đường ống ngầm không khả thi.



Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp, mặt đất là mặt phẳng (Oxy) , đơn vị trên mỗi trục là mét,

$$d : \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 20 \end{cases} \quad (t \text{ là tham số}).$$

người ta thiết lập một đường ống dẫn dầu trên không dọc theo đường thẳng

Vì địa hình phức tạp, người ta chọn điểm $A(15;10;15)$ để làm điểm trung chuyển dầu từ mặt đất đến đường ống này.

a) Đường thẳng d nằm trên mặt phẳng.

b) Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ $A'(-15;-10;15)$.

c) Do thực tế công việc, người ta cần xác định vị trí điểm $B(0;b;20)$ thuộc đường ống và vị trí điểm $C(m;n;0)$ thuộc mặt đất sao cho tổng độ dài các đoạn đường AB , BC , AC nhỏ nhất. Ta

có $m+n+b = \frac{200}{7}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của tổng độ dài các đoạn thẳng AB , BC , AC làm tròn đến hàng chục bằng $45,5m$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

$$d : \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 20 \end{cases}$$

a) **Đúng.** Vì đường ống dẫn dầu trên không dọc theo đường thẳng d , trong đó điểm $A(0;0;20) \in Oz$ thuộc đường thẳng d và có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(0;1;0) = \vec{j} \in Oy$. Do đó, đường ống dẫn dầu nằm trên mặt phẳng (Oyz) .

b) **Sai.** Vì điểm đối xứng với $A(15;10;15)$ qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $A'(15;10;-15)$.

c) **Đúng.** Vì $B(0;b;20)$ nằm trên đường d nên tọa độ phải có dạng $x = 0$, $z = 20$, y tùy ý.

Gọi $C(m;n;0)$ là điểm trên mặt đất. Ta cần tổng các đoạn đường $AB + BC + AC$ nhỏ nhất.

Tổng độ dài: $T = AB + BC + AC$ min khi $T = AB + CB + CA' \geq AB + A'B$ hay A', C, B thẳng hàng.

Khi đó:

$$\begin{cases} AB_{\min} \text{ khi } AB \perp d \\ A'B_{\min} \text{ khi } A'B \perp d \end{cases} \Leftrightarrow d \perp (ABA')$$

Suy ra $b = 10$ (Vì $y_B = y_A = 10$)

Vì $C(m;n;0)$ là điểm trên mặt đất và C là giao điểm $A'B$ và (Oxy) nên ta xét hệ sau:

$$\text{Phương trình đường thẳng } A'B \text{ là } \begin{cases} x = -3t \\ y = 10 \\ z = 20 + 7t \end{cases} \text{ giao với } (Oxy) \text{ nên } 20 + 7t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-20}{7}$$

$$\text{Do đó tọa độ điểm } C \text{ là } \begin{cases} x = \frac{60}{7} \\ y = 10 \\ z = 0 \end{cases} \text{ hay } C\left(\frac{60}{7}; 10; 0\right)$$

$$\text{Theo đề bài ta được: } m = \frac{60}{7}, n = 10, b = 10 \quad \text{nên} \quad m + n + b = \frac{60}{7} + 10 + 10 = \frac{200}{7}$$

d) **Sai.** Ta có: $A(15; 10; 15)$, $A'(15; 10; -15)$, $B(0; 10; 20)$

$$AB = \sqrt{15^2 + 5^2} = 5\sqrt{10}$$

$$A'B = \sqrt{15^2 + 35^2} = 5\sqrt{58}$$

$$\text{Vậy } T = AB + A'B = 5\sqrt{10} + 5\sqrt{58} = 53,89$$

Câu 4: Giả sử có một đồng xu cân bằng (fair coin) và một đồng xu thiên lệch (biased coin) mà mặt ngửa (heads) xuất hiện với xác suất $\frac{3}{4}$. Một người chơi chọn ngẫu nhiên một trong hai đồng xu và tung nó ba lần. Gọi A là biến cố: "Người chơi chọn đồng xu cân bằng"; B là biến cố: "Ba lần tung đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa".

a) $P(A) = \frac{1}{2}$.

b) $P(B|A) = \frac{3}{8}$.

c) Xác suất người đó chọn được đồng xu cân bằng biết rằng kết quả ba lần tung đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa là 0,25 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Biết rằng đồng xu được chọn tung ba lần đều xuất hiện mặt ngửa, xác suất người chơi đó tung lần thứ tư tiếp tục xuất hiện mặt ngửa là 0,69 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
----------------	---------------	---------------	---------------

a) **Đúng.**

$$P(B|A) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

b) **Sai.**

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3}{0,5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 0,5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3} = \frac{8}{35} \approx 0,23.$$

c) **Sai.** Theo công thức Bayes ta có:

d) **Đúng.**

Ở câu c), xác suất chọn được đồng xu cân bằng biết ba lần tung đều xuất hiện mặt ngửa là $\frac{8}{35}$.

Suy ra, xác suất chọn được đồng xu thiên lệch biết ba lần tung đều xuất hiện mặt ngửa là $\frac{27}{35}$.
 Khi đó xác suất người đó tung lần thứ 4 xuất hiện mặt ngửa là:

$$P(D) = \frac{8}{35} \cdot \frac{1}{2} + \frac{27}{35} \cdot \frac{3}{4} = \frac{97}{140} \approx 0,69.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Để tiết kiệm tiền sau này cho việc học đại học của con, cô Bình quyết định gửi $1,5$ triệu đồng cuối mỗi tháng vào ngân hàng với lãi suất mỗi tháng $0,3\%$ theo hình thức lãi kép. Cô bắt đầu gửi tiền khi con cô tròn 3 tuổi. Cô Bình sẽ tiết kiệm được bao nhiêu tiền vào thời điểm con cô tròn 18 tuổi nếu cô không rút và lãi suất ngân hàng không thay đổi trong suốt quá trình gửi tiết kiệm? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo triệu đồng)

Lời giải

Đáp số: 357

Đổi 15 năm = 180 tháng

Cuối tháng 2 số tiền tiết kiệm được là:

$$1,5(1+0,3\%)^1 + 1,5$$

Cuối tháng 3 số tiền tiết kiệm được là:

$$(1,5(1+0,3\%)^1 + 1,5)(1+0,3\%) + 1,5 = 1,5(1+0,3\%)^2 + 1,5(1+0,3\%) + 1,5$$

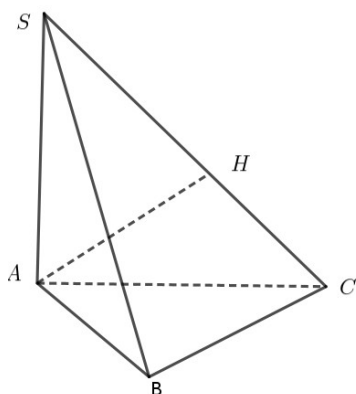
Cuối tháng 180 số tiền tiết kiệm được là:

$$T = 1,5(1+0,3\%)^{179} + 1,5(1+0,3\%)^{178} + \dots + (1+0,3\%) + 1,5 = 1,5 \frac{(1+0,3\%)^{180} - 1}{1+0,3\% - 1} \approx 357 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C và $AC = 4$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{12}{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

Lời giải:

Đáp số: 8



+ $\triangle ABC$ vuông cân tại C và $AC = 4$ nên $AC = BC = 4$.

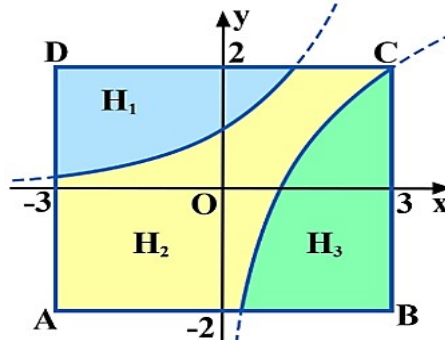
+ Gọi H là chân đường vuông góc của A trên $SC \Rightarrow AH \perp SC$ (1)

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp AH \quad . (2)$$

+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \perp (SBC)$. Hay $d(A; (SBC)) = AH = \frac{12}{5}$.

$$\begin{aligned}
 &+ \Delta AHC \text{ vuông tại } H, \quad HC = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2} = \frac{16}{5} \\
 &+ \Delta SAC \text{ vuông tại } A, \quad SA = AC \cdot \tan C = AC \cdot \frac{AH}{HC} = 3 \\
 &+ V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} AC^2 = 8
 \end{aligned}$$

Câu 3: Một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước lần lượt $6m$ và $4m$ được bạn Minh trang trí bằng cách vẽ hai đồ thị hàm số $f(x) = a^x$ ($0 < a \neq 1$) và $g(x) = \log_b x$ ($0 < b \neq 1$) đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$. Bức tường được chia thành ba phần (tham khảo hình vẽ).



Phần H_1 được sơn màu xanh da trời, phần H_2 sơn màu vàng và phần H_3 được sơn màu xanh lá cây. Bạn Minh cần mua các hộp sơn mà mỗi hộp chỉ sơn được một màu tương ứng với các màu mà bạn Minh định sơn. Biết rằng mỗi hộp sơn chỉ sơn được tối đa $3m^2$ tường, giá một hộp sơn màu xanh da trời là 120.000 đồng, giá một hộp sơn màu xanh lá cây là 140.000 đồng, giá một hộp sơn màu vàng là 160.000 đồng. Cửa hàng chỉ bán số các hộp sơn là các số nguyên dương. Bạn Minh cần bao nhiêu triệu đồng mua sơn để trang trí cho bức tường đó?

Lời giải:

Đáp số: 1,3

Hai đồ thị hàm số $f(x) = a^x$ ($0 < a \neq 1$) và $g(x) = \log_b x$ ($0 < b \neq 1$) đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$ nên $a = b$. Khi đó hàm số $g(x) = \log_b x$ ($0 < b \neq 1$) trở thành $g(x) = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$).

Vì đồ thị hàm số $g(x) = \log_a x$ ($0 < a \neq 1$) đi qua điểm $C(3; 2)$ nên:
 $2 = \log_a 3 \Rightarrow a^2 = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3}$

Vậy hai đồ thị hàm số lần lượt là: $f(x) = (\sqrt{3})^x$ và $g(x) = \log_{\sqrt{3}} x$

Phương trình hoành độ giao điểm của $f(x) = (\sqrt{3})^x$ và đường thẳng $y = 2$ là:
 $(\sqrt{3})^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_{\sqrt{3}} 2$

Diện tích phần màu xanh dương (H_1) là: $S_{H_1} = \int_{-3}^{\log_{\sqrt{3}} 2} [2 - (\sqrt{3})^x] dx \approx 5,23 (m^2)$

Mà mỗi hộp sơn chỉ sơn được tối đa $3m^2$ tường và cửa hàng chỉ bán các hộp sơn là các số nguyên dương nên bạn cần mua 2 hộp sơn màu xanh da trời.

Phương trình hoành độ giao điểm của $g(x) = \log_{\sqrt{3}} x$ và đường thẳng $y = -2$ là:

$$\log_{\sqrt{3}} x = -2 \Leftrightarrow x = \left(\sqrt{3}\right)^{-2} = \frac{1}{3}$$

$$S_{H_3} = \int_{\frac{1}{3}}^3 \left[\log_{\sqrt{3}} x - (-2) \right] dx \approx 7,15 (m^2)$$

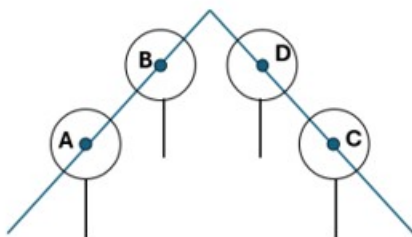
Diện tích phần màu xanh lá cây (H_3) là:

Mà mỗi hộp sơn chỉ sơn được tối đa $3m^2$ tường và cửa hàng chỉ bán các hộp sơn là các số nguyên dương nên bạn cần mua 3 hộp sơn màu xanh lá cây.

Diện tích của phần H_2 : $S_{H_2} = S_{hcn} - S_{H_1} - S_{H_3} \approx 24 - 5,23 - 7,15 = 11,62$ nên bạn cần mua 4 hộp sơn màu vàng.

Tổng số tiền bạn cần để mua sơn là: $2.0,12 + 3.0,14 + 4.0,16 = 1,3$ (triệu đồng)

Câu 4: Trong một đợt diễn tập quốc phòng, hai người ở hai vị trí khác nhau cùng ngắm bắn một mục tiêu cố định trên không. Người ta gắn một hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), mặt phẳng (Oxy) trùng mặt đất. Người thứ nhất bắn một viên đạn đi qua hai điểm $A(5;7;10)$ và $B(6;9;12)$. Người thứ hai bắn một viên đạn đi qua hai điểm $C(15;17;5)$ và D (điểm D ở độ cao $26m$ so với mặt đất). Biết rằng sau một thời gian rời khỏi nòng súng, hai viên đạn va chạm nhau tại một vị trí cách A một khoảng bằng $150m$ (tham khảo hình vẽ).



Hỏi D cách C một khoảng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải:

Đáp số: 28,8

Gọi $M = AB \cap CD$ (là điểm hai viên đạn va chạm nhau) khi đó $AM = 150m$ (1)

Ta có $\vec{AB}(1;2;2)$ là vector chỉ phương của đường thẳng AB

$\Rightarrow$ phương trình tham số đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 7 + 2t \\ z = 10 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Do $M \in AB \Rightarrow M(5+t; 7+2t; 10+2t)$. Từ (1) ta có $\sqrt{t^2 + 4t^2 + 4t^2} = 150 \Leftrightarrow |t| = 50$.

Với $t = 50 \Rightarrow M(55; 107; 110)$

$t = -50 \Rightarrow M(-45; -93; -90)$

vì cao độ điểm D dương nên cao độ của điểm M dương $\Rightarrow M(55; 107; 110)$

Vậy vector chỉ phương của đường thẳng CD là $\vec{CM}(40; 90; 105)$

$\Rightarrow$ phương trình tham số đường thẳng CD là
$$\begin{cases} x = 15 + 40t' \\ y = 17 + 90t' \\ z = 5 + 105t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R})$$

Mà điểm D cách mặt đất $26m$ nên điểm D có cao độ bằng 26

$$\Rightarrow 5 + 105t' = 26 \Leftrightarrow t' = \frac{1}{5} \Rightarrow D(23; 35; 26)$$

Khi đó độ dài $CD = \sqrt{(5-23)^2 + (17-35)^2 + (10-26)^2} \approx 28,8m$.

Câu 5: Xác suất bé An được mẹ dẫn theo khi đi mua sắm là $\frac{2}{5}$. Khi bé An được đi theo mẹ thì 70% bé sẽ được mẹ mua đồ chơi. Khi bé không đi theo mẹ, có thể mẹ vẫn mua đồ chơi cho bé. Xác suất bé được đi theo mẹ biết rằng bé được mẹ mua đồ chơi là $\frac{14}{23}$. Khi bé không đi theo mẹ, xác suất bé được mẹ mua cho đồ chơi là bao nhiêu?

Lời giải:

Đáp số: $0,3$

Gọi A là biến cố “bé đi theo mẹ”.

B là biến cố “bé được mẹ mua đồ chơi”.

Ta có: $P(A) = \frac{2}{5} = 0,4 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$

$P(A|B)$ là xác suất để bé đi theo mẹ với điều kiện bé được mua đồ chơi $\Rightarrow P(A|B) = \frac{14}{23}$

$P(B|A)$ là xác suất để bé được mua đồ chơi với điều kiện đi theo mẹ $\Rightarrow P(B|A) = 70\% = 0,7$

$P(B|\bar{A})$ là xác suất để bé được mua đồ chơi với điều kiện không đi theo mẹ.

Áp dụng công thức Bayes ta được:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$$

$$\Leftrightarrow \frac{14}{23} = \frac{0,4.0,7}{0,4.0,7 + 0,6.P(B|\bar{A})}$$

$$\Leftrightarrow P(B|\bar{A}) = 0,3$$

Vậy khi bé không đi theo mẹ, xác suất bé được mẹ mua đồ chơi là $0,3$.

Câu 6: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận, mỗi tháng A cung cấp cho B tối đa 45 tấn sản phẩm và nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 60 - 0,01x^2$ (triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 150 + 33x$ (triệu đồng) (gồm 150 triệu đồng chi phí cố định và 33 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Để mỗi tháng thu được lợi nhuận lớn nhất thì A cần bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm?

Lời giải:

Đáp số: 30

Lợi nhuận thu được $L(x) = xP(x) - C(x) = x(60 - 0,01x^2) - (150 + 33x) = -0,01x^3 + 27x - 150$, $0 \leq x \leq 45$.

Ta có: $L'(x) = -0,03x^2 + 27$, $L'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,03x^2 + 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ x = -30 \end{cases}$.

$L(0) = -150$; $L(45) = \frac{615}{4} = 153,75$; $L(30) = 390$; $L(-30) = -690$.

Để mỗi tháng thu được lợi nhuận lớn nhất thì A cần bán cho B 30 tấn sản phẩm.