

CÁC DẠNG BÀI TẬP BÀI BẤT PHƯƠNG TRÌNH

BẬC NHẤT HAI ẨN

Dạng 1: Nhận diện và tìm nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương pháp: Sử dụng kiến thức được nêu ở phần lý thuyết

A. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Tìm các bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong các bất phương trình sau

a) $x - 5y + 2 \leq 0$

b) $9x^2 + 8y - 7 \geq 0$

c) $3x - 2y > 0$

d) $4y + 11x \leq 0$

Lời giải

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn là bất phương trình có một trong các dạng $ax + by + c < 0$, $ax + by + c > 0$, $ax + by + c \leq 0$, $ax + by + c \geq 0$.

Trong đó, a , b , c là các số cho trước, và a , b không đồng thời bằng 0; x , y là ẩn số.

Dựa trên định nghĩa ta thấy bất phương trình bậc nhất hai ẩn là các bất phương trình a , c , d .

Bất phương trình b không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì có chứa x^2 .

Bài tập 2: Tìm bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong các bất phương trình sau:

a) $3x - 2(y - x + 1) > 0$;

b) $2^2x + y \leq 0$;

c) $2x^2 - y \geq 1$.

Lời giải

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn là câu a và b

$$3x - 2(y - x + 1) > 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + 2x - 2 > 0 \Leftrightarrow 5x - 2y - 2 > 0$$

Vì

$$2^2x + y \leq 0 \Leftrightarrow 4x + y \leq 0.$$

Và

Bất phương trình $2x^2 - y \geq 1$ không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn vì chứa x^2 .

Bài tập 3: Tìm m để bất phương trình sau là bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

$$(m^2 + m)x^2 - mx + m^2y - 1 \leq 0$$

Lời giải

Bất phương trình đã cho là bất phương trình bậc nhất hai ẩn khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m^2 + m = 0 \\ (-m)^2 + (m^2)^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \\ m^2(1 + m^2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \Leftrightarrow m = -1 \\ m \neq 0 \end{cases} . \text{ Vậy } m = -1.$$

Bài tập 4: Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng 60m^2 . Diện tích để kê một chiếc ghế là $0,5\text{m}^2$, một chiếc bàn là $1,2\text{m}^2$. Gọi x là số chiếc ghế, y là số chiếc bàn được kê.

a) Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế, biết diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là 12m^2 .

b) Chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình trên.

Lời giải

a) Diện tích để kê x chiếc ghế, y chiếc bàn là: $0,5x + 1,2y (\text{m}^2)$.

Diện tích tối đa để kê bàn và ghế là: $60 - 12 = 48 (\text{m}^2)$.

Ta có bất phương trình: $0,5x + 1,2y \leq 48$.

b) Ba nghiệm có thể chỉ ra được của bất phương trình trên là: $(20;30), (30;20), (50;15)$.

Bài tập 5: Trong 1 lạng (100 gam) thịt bò chứa khoảng 26 gam protein, 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20 gam protein. Trung bình trong một ngày, một người phụ nữ cần tối thiểu 46 gam protein. Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi mà một người phụ nữ nên ăn trong một ngày. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người phụ nữ trong một ngày và chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình đó.

Lời giải

Bước 1: Biểu diễn lượng protein có trong x lạng thịt bò và y lạng cá rô phi.

Lượng protein trong x lạng thịt bò là $26x$ (gam)

Lượng protein trong y lạng cá rô phi là $20y$ (gam)

Lượng protein trong x lạng thịt bò và y lạng cá rô phi là $26x + 20y$ (gam).

Bước 2: Biểu diễn bất phương trình.

Vì lượng protein tối thiểu là 46 gam nên ta có bất phương trình: $26x + 20y \geq 46$

Bước 3: Tìm nghiệm của bất phương trình

Thay $x = 1, y = 1$ vào bất phương trình ta được

Thay $x = 2, y = 1$ vào bất phương trình ta được

Thay $x = 1, y = 2$ vào bất phương trình ta được

Vậy $(1;1), (2;1), (1;2)$ là các nghiệm cần tìm.

Bài tập 6: Hà, Châu, Liên và Ngân cùng đi mua trà sữa. Cả bốn bạn có tất cả 185 nghìn đồng. Bốn bạn mua 4 cốc trà sữa với giá tiền 35 nghìn đồng một cốc. Các bạn gọi thêm trân châu cho vào trà sữa. Một phần trân châu đen có giá 5 nghìn đồng, một phần trân châu trắng có giá 10 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số phần trân châu đen, trân châu trắng mà bốn bạn định mua thêm.

a) Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để thể hiện số tiền các bạn có đủ khả năng chi trả cho phần trân châu đen, trắng.

b) Chỉ ra một nghiệm nguyên của bất phương trình đó.

Lời giải

a) $5x + 10y \leq 45$ hay $x + 2y \leq 9$.

b) $(4; 2)$.

Bài tập 7: Cho biết mỗi $100g$ thịt bò chứa 250 calo, một quả trứng nặng $44g$ chứa 70 calo. Giả sử có một người mỗi buổi sáng cần không quá 600 calo. Gọi số gam thịt bò và số quả trứng mà người đó ăn trong một buổi sáng lần lượt là x và y .

a) Lập bất phương trình theo x, y diễn tả giới hạn về lượng calo trong khẩu phần ăn buổi sáng của người đó.

b) Dùng bất phương trình ở câu a) để trả lời hai câu hỏi sau:

Trường hợp 1: Nếu người đó ăn $200g$ thịt bò và 2 quả trứng (mỗi quả nặng $44g$) trong buổi sáng thì có phù hợp không?

Trường hợp 2: Nếu người đó ăn $150g$ thịt bò và 3 quả trứng (mỗi quả nặng $44g$) trong buổi sáng thì có phù hợp không?

Lời giải

a) Bất phương trình theo x, y diễn tả giới hạn về lượng calo trong khẩu phần ăn buổi sáng của

người đó là $\frac{x}{100} \cdot 250 + 70y \leq 600 \Leftrightarrow 2,5x + 70y \leq 600$.

b) **Trường hợp 1:** Lượng calo hấp thụ được là $2,5 \cdot 200 + 70 \cdot 2 = 640 \leq 600$ (vô lý).

Vậy trong trường hợp 1 không phù hợp với yêu cầu đề ra.

Trường hợp 2: Lượng calo hấp thụ được là $2,5 \cdot 150 + 70 \cdot 3 = 585 \leq 600$ (thỏa mãn).

Vậy trong trường hợp 2 phù hợp với yêu cầu đề ra.

Bài tập 8: Để chào mừng năm học mới, mẹ An cho An 30 đồng để mua thêm một số đồ dùng học tập. Biết 1 quyển sách nâng cao có giá 5 đồng, 1 quyển vở có giá 3 đồng, 1 cái bút có giá 2 đồng. Gọi số lượng sách, vở và bút mà An mua lần lượt là x, y và z .

a) Lập bất phương trình theo x, y, z để diễn tả giới hạn về số lượng sách, vở và bút mà An có thể mua được trong các trường hợp sau.

Trường hợp 1: An chỉ mua sách và vở.

Trường hợp 2: An chỉ mua bút và vở.

b) Dùng bất phương trình ở câu a) để trả lời hai câu hỏi sau:

Trường hợp 1: Nếu An mua 3 quyển sách và 5 quyển vở thì có phù hợp không?

Trường hợp 2: Nếu An mua 5 quyển vở và 8 cái bút thì có phù hợp không?

Lời giải

a) Bất phương trình theo x, y, z để diễn tả giới hạn về số lượng sách, vở và bút mà An có thể mua được trong từng trường hợp lần lượt là $5x + 3y \leq 30$ và $3y + 2z \leq 30$.

b) **Trường hợp 1:** Số tiền nếu An mua 3 quyển sách và 5 quyển vở là $5.3 + 3.5 = 30 \leq 30$ (thỏa mãn).

Vậy trong trường hợp 1 thì An mua số lượng sách và vở phù hợp với số tiền An có.

Trường hợp 2: Số tiền nếu An mua 5 quyển vở và 8 cái bút là $5.3 + 2.8 = 31 \leq 30$ (vô lý).

Vậy trong trường hợp 2 thì An mua số lượng sách và vở không phù hợp với số tiền An có.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $2x - y + 1 < 0$?

- A. $(0; -1)$ B. $(3; 5)$ C. $(1; 4)$ D. $(2; -1)$

Lời giải

Thay lần lượt các cặp số $(x; y)$ ở các đáp án vào bất phương trình $2x - y + 1 < 0$, chỉ có cặp số $(1; 4)$ thỏa mãn.

Câu 2: Tìm cặp số là nghiệm của bất phương trình $-x + 3y - 2 > 0$

- A. $(1; 1)$ B. $(-1; 2)$ C. $(0; 0)$ D. $(3; 1)$

Lời giải

Thay lần lượt các cặp số $(x; y)$ ở các đáp án vào bất phương trình $-x + 3y - 2 > 0$, chỉ có cặp số $(-1; 2)$ thỏa mãn.

Câu 3: Cặp số nào sau đây không là nghiệm của bất phương trình $2x + y - 7 > 0$.

- A. $(3; 2)$ B. $(5; -1)$ C. $(4; 0)$ D. $(-2; 5)$

Lời giải

Thay lần lượt các cặp số $(x; y)$ ở trong đáp án vào bất phương trình $2x + y - 7 > 0$, chỉ có cặp $(-2; 5)$ không thỏa mãn.

Câu 4: Cặp số $(x; y) = (19; 8)$ là một nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $2x - 5y - 1 > 0$ B. $x - y < 0$ C. $3x - y - 5 < 0$ D. $x - 2y + 1 \geq 0$

Lời giải

Thay $(x; y) = (19; 8)$ vào từng bất phương trình, ta thấy chỉ có bất phương trình $x - 2y + 1 \geq 0$ được nghiệm đúng.

Câu 5: Điểm $A(-1; 3)$ là điểm không thuộc miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $-3x + 2y - 4 < 0$ B. $x + 3y > 0$ C. $3x - y \leq 0$ D. $2x - y + 4 < 0$

Thay tọa độ điểm A vào các đáp án ta thấy $A(-1;3)$ là điểm không thuộc miền nghiệm của bất phương trình $-3x + 2y - 4 < 0$.

Câu 6: Cặp số nào sau đây là nghiệm của bất phương trình $2x - y < 0$?

- A. $(0; -1)$ B. $(3; 5)$ C. $(1; 4)$ D. $(2; -1)$

Lời giải

Thay lần lượt các cặp số $(x; y)$ ở các đáp án vào bất phương trình $2x - y + 1 < 0$, chỉ có cặp số $(1; 4)$ thỏa mãn.

Câu 7: Tìm cặp số là nghiệm của bất phương trình $-2x + 3y - 5 > 0$.

- A. $(-1; 1)$ B. $(-1; 2)$ C. $(0; 0)$ D. $(3; 1)$

Lời giải

Thay lần lượt các cặp số $(x; y)$ ở các đáp án vào bất phương trình $-x + 3y - 2 > 0$, chỉ có cặp số $(-1; 2)$ thỏa mãn.

Câu 8: Cặp số nào sau đây **không** là nghiệm của bất phương trình $x + 2y - 3 > 0$.

- A. $(-2; 3)$ B. $(-1; 4)$ C. $(4; 0)$ D. $(-1; 0)$

Lời giải

Thay lần lượt các cặp số $(x; y)$ ở trong đáp án vào bất phương trình $x + 2y - 3 > 0$, chỉ có cặp $(-1; 0)$ không thỏa mãn.

Câu 9: Cặp số $(x; y) = (9; 8)$ là một nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $2x - 5y - 1 > 0$ B. $x - y < 0$ C. $x + 3y - 5 < 0$ D. $2x - y + 1 \geq 0$

Lời giải

Thay $(x; y) = (9; 8)$ vào từng bất phương trình trong đáp án, ta thấy chỉ có bất phương trình $2x - y + 1 \geq 0$ được nghiệm đúng.

Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng không chứa điểm nào trong các điểm sau?

- A. $A(0; 0)$ B. $B(1; 1)$ C. $C(4; 2)$ D. $D(1; -1)$

Lời giải

Ta có $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x) \Leftrightarrow x + 2y < 4$.

Vì $4 + 2 \cdot 2 < 4$ là mệnh đề sai nên $C(4; 2)$ là điểm không thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 11: Tìm m để bất phương trình $mx - 3y < 2$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $m \in \mathbb{Q}$.

B. $m \neq 0$.

C. $m > 0$.

D. $m < 0$.

Lời giải

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là:

$ax + by \leq c$ ($ax + by \geq c; ax + by < c; ax + by > c$), trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0, x và y là các ẩn số.

Do đó, với mọi số thực m thì bất phương trình $mx - 3y < 2$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 12: Với giá trị nào của tham số m thì bất phương trình $(m^2 - 1)x + (2 - 2m)y > 2$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

A. $m \neq 1$.

B. $m \neq \pm 1$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

Lời giải

Để bất phương trình $(m^2 - 1)x + (2 - 2m)y > 2$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn thì:

$$(m^2 - 1)^2 + (2 - 2m)^2 \neq 0 \Leftrightarrow (m - 1)^2 [(m + 1)^2 + 4] \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$$

Câu 13: Tìm m để bất phương trình $4x - my < 5$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $m \in \mathbb{Q}$.

B. $m \neq 0$.

C. $m > 0$.

D. $m < 0$.

Lời giải

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y có dạng tổng quát là:

$ax + by \leq c$ ($ax + by \geq c; ax + by < c; ax + by > c$), trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0, x và y là các ẩn số.

Do đó, với mọi số thực m thì bất phương trình $4x - my < 5$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 14: Với giá trị nào của tham số m thì bất phương trình $(m^2 - 3m + 2)x + (1 - m)y \geq 3$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

A. $m \neq 1$.

B. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Để bất phương trình $(m^2 - 3m + 2)x + (1 - m)y \geq 3$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn thì:

$$(m^2 - 3m + 2)^2 + (1 - m)^2 \neq 0 \Leftrightarrow (m - 1)^2 [(m - 2)^2 + 1] \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$$

Câu 15: Một cửa hàng bán hai loại thức uống, trong đó 1 ly thức uống loại A có giá 15000 đồng, 1 ly thức uống loại B có giá 20000 đồng. Muốn có lãi theo dự tính thì mỗi ngày cửa hàng phải bán được ít nhất 2 triệu đồng tiền hàng. Hỏi trong một ngày, số ly thức uống mỗi loại bán được trong trường hợp nào sau đây thì cửa hàng đó có lãi như dự tính?

A. 90 ly loại A và 30 ly loại B.

B. 85 ly loại A và 35 ly loại B.

C. 78 ly loại A và 42 ly loại B .

D. 83 ly loại A và 37 ly loại B .

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số ly thức uống loại A và loại B bán được trong một ngày ($x, y \in \mathbb{N}$).

Tổng số tiền thức uống bán được trong một ngày là: $15000x + 20000y$ đồng.

Muốn có lãi theo dự tính thì mỗi ngày cửa hàng phải bán được ít nhất 2 triệu đồng tiền hàng,

tức là: $15000x + 20000y \geq 2000000 \Leftrightarrow 15x + 20y \geq 2000 (*)$

Thay $x = 90, y = 30$ vào bất phương trình (*) ta có: $1950 \geq 2000$ (vô lý).

Thay $x = 85, y = 35$ vào bất phương trình (*) ta có: $1975 \geq 2000$ (vô lý).

Thay $x = 78, y = 42$ vào bất phương trình (*) ta có: $2010 \geq 2000$ (đúng).

Thay $x = 83, y = 37$ vào bất phương trình (*) ta có: $1985 \geq 2000$ (vô lý).

Vậy trong trường hợp mỗi ngày bán được 78 ly loại A và 42 ly loại B thì cửa hàng đó có lãi như dự tính.

Câu 16: Một công ty dự kiến chi 12 triệu đồng cho một đợt quảng cáo sản phẩm của mình. Biết rằng chi phí cho 1 phút quảng cáo trên đài phát thanh là 1500000 đồng và chi phí cho 1 phút quảng cáo trên truyền hình là 4 triệu đồng. Đài phát thanh chỉ nhận các chương trình quảng cáo dài ít nhất 3 phút, đài truyền hình chỉ nhận các chương trình quảng cáo dài tối đa 4 phút. Theo các phân tích, cùng thời lượng 1 phút quảng cáo, trên đài truyền hình sẽ có hiệu quả gấp 5 lần trên đài phát thanh. Để đạt hiệu quả tối đa thì công ty đó cần quảng cáo bao nhiêu thời gian trên đài phát thanh và bao nhiêu phút trên truyền hình?

A. 3 phút trên phát thanh và 5 phút trên truyền hình.

B. 5 phút trên phát thanh và 3 phút trên truyền hình.

C. 3 phút trên phát thanh và $\frac{5}{8}$ phút trên truyền hình.

D. $\frac{5}{8}$ phút trên phát thanh và $\frac{99}{8}$ phút trên truyền hình.

Lời giải

Gọi x (phút), y (phút) tương ứng là thời gian công ty đó quảng cáo trên đài phát thanh và trên đài truyền hình. Chi phí công ty cần bỏ ra là $1500000x + 4000000y$ (đồng).

Mức chi này không vượt quá chi phí công ty đặt ra nên

$$1500000x + 4000000y \leq 12000000 \Leftrightarrow 3x + 8y - 24 \leq 0$$

Do các điều kiện đài phát thanh và đài truyền hình đưa ra nên ta có $x \geq 3, 0 \leq y \leq 4$.

Hiệu quả của quảng cáo là $F(x, y) = x + 5y$.

Đổi chiều các đáp án và điều kiện ta chọn C: Để đạt hiệu quả cao nhất thì công ty đó cần quảng cáo 3 phút trên đài phát thanh và $\frac{5}{8}$ phút trên đài truyền hình.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) $\frac{-1}{7}x - \frac{y}{3} \leq 8$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn;
- b) $\sqrt{2}x^2 - 5\sqrt{y} \geq 8$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn;
- c) $2\frac{1}{x} - 5\frac{1}{y} > 8$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn;
- d) $\frac{2}{-5}x - 5^2y \leq -\sqrt{15}$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Lời giải

- a) Đúng: $\frac{-1}{7}x - \frac{y}{3} \leq 8$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn
- b) Sai: $\sqrt{2}x^2 - 5\sqrt{y} \geq 8$ không là bất phương trình bậc nhất hai ẩn
- c) Sai: $2\frac{1}{x} - 5\frac{1}{y} > 8$ không là bất phương trình bậc nhất hai ẩn;
- d) Đúng: $\frac{2}{-5}x - 5^2y \leq -\sqrt{15}$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 2: An thích ăn hai loại trái cây là cam và xoài, mỗi tuần mẹ cho An 200000 đồng để mua trái cây. Biết rằng giá cam là 15000 đồng/ 1 kg, giá xoài là 30000 đồng/1 kg. Gọi x, y lần lượt là số kilogram cam và xoài mà An có thể mua về sử dụng trong một tuần. Khi đó:

- a) Trong tuần, số tiền An có thể mua cam là $15000x$ đồng, số tiền An có thể mua xoài là $30000y$ đồng với $(x, y > 0)$.
- b) Bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y là $3x + 6y \geq 40$
- c) Cặp số $(5; 4)$ thỏa mãn bất phương trình bậc nhất cho hai ẩn x, y
- d) An có thể mua 4 kg cam, 5 kg xoài trong tuần.

Lời giải

- a) Sai: Trong tuần, số tiền An có thể mua cam là $15000x$, số tiền An có thể mua xoài là $30000y$ với $(x, y \geq 0)$.
- b) Sai: Ta có bất phương trình: $15000x + 30000y \leq 200000 \Leftrightarrow 3x + 6y \leq 40$ (*).

c) Đúng: Xét $x = 5, y = 4$ thay vào bất phương trình: $3.5 + 6.4 \leq 40$ (đúng) nên $(5;4)$ là một nghiệm của $(*)$.

d) Sai: Xét $x = 4, y = 5$ thay vào bất phương trình: $3.4 + 6.5 \leq 40$ (sai) nên An không có thể mua 4 kg cam, 5 kg xoài trong tuần.

Câu 3: Một đội sản xuất cần 3 giờ để làm xong sản phẩm loại I và 2 giờ để làm xong sản phẩm loại II. Biết thời gian tối đa cho việc sản xuất hai sản phẩm trên là 18 giờ. Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I, loại II mà đội làm được trong thời gian cho phép. Khi đó:

a) Tổng thời gian làm xong sản phẩm loại I là $2x$, tổng thời gian làm xong sản phẩm loại II là $3y$.

b) Bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{Q}$ là $3x + 2y < 18$

c) $(3;4)$ là một nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{Q}$

d) $(4;3)$ là một nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{Q}$

Lời giải

a) Sai: Tổng thời gian làm xong sản phẩm loại I là $3x$, tổng thời gian làm xong sản phẩm loại II là $2y$.

b) Sai: Ta có bất phương trình: $3x + 2y \leq 18$ $(*)$ với điều kiện $x, y \in \mathbb{Q}$.

c) Đúng: Thay cặp số $(3;4)$ vào bất phương trình $(*)$: $3.3 + 2.4 \leq 18$ (đúng) suy ra $(3;4)$ là một nghiệm của $(*)$.

d) Đúng: Thay cặp số $(4;3)$ vào bất phương trình $(*)$: $3.4 + 2.3 \leq 18$ (đúng) suy ra $(4;3)$ là một nghiệm của $(*)$.

Câu 4: Một trò chơi chọn ô chữ đơn giản mà kết quả gồm một trong hai khả năng: Nếu người chơi chọn được chữ A thì người ấy được cộng 3 điểm, nếu người chơi chọn được chữ B thì người ấy bị trừ 1 điểm. Người chơi chỉ chiến thắng khi đạt được số điểm tối thiểu là 20. Gọi x, y theo thứ tự là số lần người chơi chọn được chữ A và chữ B. Khi đó:

a) Tổng số điểm người chơi đạt được khi chọn chữ A là $3x$, tổng số điểm người chơi bị trừ khi chọn chữ B là y .

b) Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y trong tình huống người chơi chiến thắng là $3x - y \geq 18$

c) Người chơi chọn được chữ A 7 lần và chọn được chữ B 1 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

d) Người chơi chọn được chữ A 8 lần và chọn được chữ B 3 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

Lời giải

a) Đúng: Tổng số điểm người chơi đạt được khi chọn chữ A là $3x$, tổng số điểm người chơi bị trừ khi chọn chữ B là y .

b) Sai: Với $x, y \in \mathbb{Z}$, ta có bất phương trình: $3x - y \geq 20$ (*).

c) Đúng: Thay cặp số $(7;1)$ vào bất phương trình (*): $3 \cdot 7 - 1 \geq 20$ (đúng) suy ra $(7;1)$ là một nghiệm của (*). Điều này cho thấy nếu người chơi chọn được chữ A 7 lần và chọn được chữ B 1 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

d) Sai: Thay cặp số $(8;4)$ vào bất phương trình (*): $3 \cdot 8 - 4 \geq 20$ (đúng) suy ra $(8;4)$ là một nghiệm của (*). Điều này cho thấy nếu người chơi chọn được chữ A 8 lần và chọn được chữ B 4 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Cho bất phương trình $2x + 3y - 10 \leq 0$. Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên $(m_0; n_0)$ thỏa mãn $(m_0^2; n_0^2)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho?

Lời giải

Vì $(m_0^2; n_0^2)$ là nghiệm của bất phương trình $2x + 3y - 10 \leq 0$ nên ta có:

$$2m_0^2 + 3n_0^2 \leq 10 \Rightarrow \begin{cases} m_0^2 \leq 5 \\ n_0^2 \leq \frac{10}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{5} \leq m_0 \leq \sqrt{5} \\ -\sqrt{\frac{10}{3}} \leq n_0 \leq \sqrt{\frac{10}{3}} \end{cases} \text{ do } m_0, n_0 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} m_0 \in \{-2, -1, 0, 1, 2\} \\ n_0 \in \{-1, 0, 1\} \end{cases}$$

Thử lại ta loại các bộ $(2; -1); (2; 1); (-2; 1); (-2; -1)$

Vậy có 11 cặp số $(m_0; n_0)$ sao cho $(m_0^2; n_0^2)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Câu 2: Cho bất phương trình $x + 3y - 12 \geq 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để cặp số $(m^2; m^2 + 2m - 2)$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Lời giải

Do cặp $(m^2; m^2 + 2m - 2)$ không là nghiệm của bất phương trình $x + 3y - 12 \geq 0$ nên ta có:

$$m^2 + 3m^2 + 6m - 6 - 12 < 0 \Leftrightarrow 4m^2 + 6m - 18 < 0 \Leftrightarrow (2m - 3)(m + 3) < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 3 > 0 \\ m + 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{3}{2} \\ m < -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < \frac{3}{2} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-2; -1; 0; 1\}$$

Vậy có tất cả 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 3: Một cửa hàng có kế hoạch nhập về 110 chiếc xe mô tô gồm hai loại A và B để bán. Mỗi chiếc xe loại A có giá 30 triệu đồng và mỗi chiếc xe loại B có giá 50 triệu đồng. Để số tiền dùng

để nhập xe không quá 4 tỉ đồng thì cửa hàng cần nhập m chiếc xe loại A và n chiếc xe loại B . Khi đó $m + n$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số xe loại A và loại B cần nhập ($x, y \in \mathbb{N}$).

Tổng số tiền nhập xe là: $30000000x + 50000000y$ đồng.

Số tiền dùng để nhập xe không quá 4 tỉ đồng, tức là:

$$30000000x + 50000000y \leq 4000000000 \Leftrightarrow 3x + 5y \leq 400 (*)$$

Thay $x = 70, y = 40$ vào bất phương trình (*) ta có: $410 \leq 400$ (vô lý).

Thay $x = 73, y = 37$ vào bất phương trình (*) ta có: $404 \leq 400$ (vô lý).

Thay $x = 78, y = 32$ vào bất phương trình (*) ta có: $394 \leq 400$ (đúng).

Thay $x = 67, y = 43$ vào bất phương trình (*) ta có: $416 \leq 400$ (vô lý).

Vậy trong trường hợp cửa hàng nhập 78 xe loại A và 32 xe loại B thì số tiền dùng để nhập xe không quá 4 tỉ đồng.

$$m = 78; n = 32 \Rightarrow m + n = 78 + 32 = 110$$

Vậy

Câu 4: Bạn Việt mang 100000 đồng ra chợ mua hoa cúc và hoa hồng. Một bông hoa cúc có giá 3000 đồng, một bông hoa hồng có giá 6000 đồng. Gọi x và y lần lượt là số bông hoa cúc và số bông hoa hồng bạn Việt mua. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn số tiền Việt mua hoa cúc và hoa hồng có dạng $ax + 6y \leq b$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Tính giá trị biểu thức $T = a + b$

Lời giải

Một bông hoa cúc có giá 3000 đồng mà mua x bông nên hết $3000x$ đồng.

Một bông hoa hồng có giá 6000 đồng mà mua y bông nên hết $6000y$ đồng.

Bạn Việt mang 100000 đồng ra chợ mua hoa cúc và hoa hồng nên ta có điều kiện của x và y là $3000x + 6000y \leq 100000 \Leftrightarrow 3x + 6y \leq 100$

Vậy $a = 3; b = 100 \Rightarrow T = a + b = 3 + 100 = 103$

Câu 5: Một cửa hàng bán hai loại đồ uống có tên là “Giọt lệ thiên thần” và “Giọt lệ ác quỷ”. Bốn ly “Giọt lệ thiên thần” có giá 600000 đồng, ba ly “Giọt lệ ác quỷ” có giá 540000 đồng. Hàng tháng, cửa hàng này phải chi trả 6000000 đồng tiền thuê nhân viên, 8000000 đồng tiền thuê mặt bằng, 3000000 đồng tiền nguyên liệu. (Ngoài ra cửa hàng không tốn thêm bất kỳ chi phí gì và thu nhập của cửa hàng chỉ đến từ việc bán hai loại đồ uống trên). Gọi x và y lần lượt là số ly “Giọt lệ thiên thần” và “Giọt lệ ác quỷ” mà cửa hàng bán được trong một tháng. Điều kiện của x và y để doanh thu của cửa hàng trong một tháng có lãi thỏa mãn bất phương trình $ax + by \leq 1700$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Tính giá trị biểu thức $T = 2a + b$

Bốn ly “Giọt lệ thiên thần” có giá 600 000 đồng nên một ly “Giọt lệ thiên thần” có giá 150 000 đồng.

Ba ly “Giọt lệ ác quỷ” có giá 540 000 đồng nên một ly “Giọt lệ ác quỷ” có giá 180 000 đồng.

Tổng số tiền phải chi trả của cửa hàng trong một tháng là 17 000 000 đồng.

Để cửa hàng có lãi thì thu nhập của cửa hàng phải lớn hơn 17 000 000 đồng nên ta có:

$$150000x + 180000y > 17000000 \Leftrightarrow 15x + 18y > 1700$$

Vậy $a = 15; b = 18 \Rightarrow T = 2a + b = 2 \cdot 15 + 18 = 48$

Câu 6: Bạn Hương mang 600 000 đồng đi siêu thị mua thực phẩm (gồm thịt và rau) cho gia đình gồm 4 người dùng trong 4 ngày. Biết rằng mỗi kg thịt có giá 120 000 đồng, mỗi kg rau có giá 30 000 đồng và siêu thị chỉ bán hàng theo kg chứ không bán lẻ. Nếu gọi x là số kg thịt và y là số kg rau mà Hương mua thì điều kiện của x, y thỏa mãn bất phương trình $ax + by \leq 20$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị biểu thức $T = 2a + 3b$

Lời giải

Vì cửa hàng không bán lẻ nên $x, y \in \mathbb{Q}^*$.

Số tiền mà Hương mua thịt là $120000x$ đồng và số tiền mà Hương mua rau là $30000y$ đồng.

Vì Hương chỉ có 600 000 đồng nên ta có bất phương trình: $120000x + 30000y \leq 600000$
 $\Leftrightarrow 4x + y \leq 20$

Vậy $a = 4; b = 1 \Rightarrow T = 2a + 3b = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = 11$.

Dạng 2: Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Phương pháp: Sử dụng kiến thức được nêu ở phần lý thuyết

- **Bước 1:** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ đường thẳng $\Delta: ax + by = c$.
- **Bước 2:** Lấy một điểm $M_0(x_0; y_0)$ không thuộc Δ (ta thường lấy gốc tọa độ O)
- **Bước 3:** Tính $ax_0 + by_0$ và so sánh $ax_0 + by_0$ với c .
- **Bước 4:** Kết luận

Nếu $ax_0 + by_0 < c$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ chứa M_0 là miền nghiệm của $ax + by \leq c$.

Nếu $ax_0 + by_0 > c$ thì nửa mặt phẳng bờ Δ không chứa M_0 là miền nghiệm của $ax + by \leq c$.

Chú ý: Miền nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ bỏ đi đường thẳng $ax + by = c$ là miền nghiệm

của bất phương trình $ax_0 + by_0 < c$.

A. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Biểu diễn miền nghiệm của mỗi bất phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:

a) $3x + 2y \geq 300$

b) $7x + 20y < 0$

c) $2x + 3y - 1 < 0$

d) $x + 3y - 2 \leq 0$

c) $\frac{x+y}{2} > \frac{2x-y+1}{3}$

d) $\frac{5x+y-1}{2} \geq x+y+1$

Lời giải

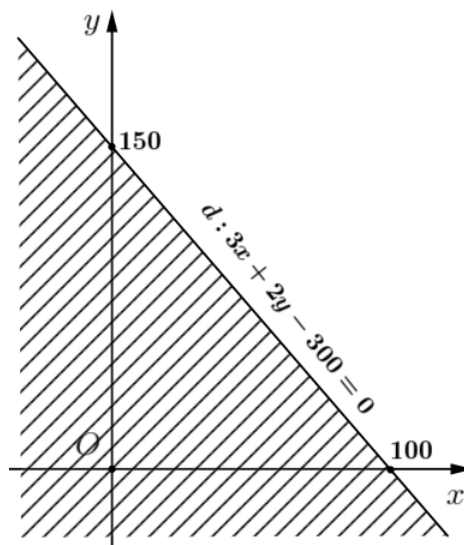
a) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y \geq 300$

$$d: 3x + 2y - 300 = 0$$

Bước 1: Vẽ đường thẳng

Bước 2: Ta lấy gốc tọa độ $O(0;0)$ và tính $3.0 + 2.0 \geq 300$ (vô lí).

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d không chứa gốc tọa độ và kẻ đường thẳng d .



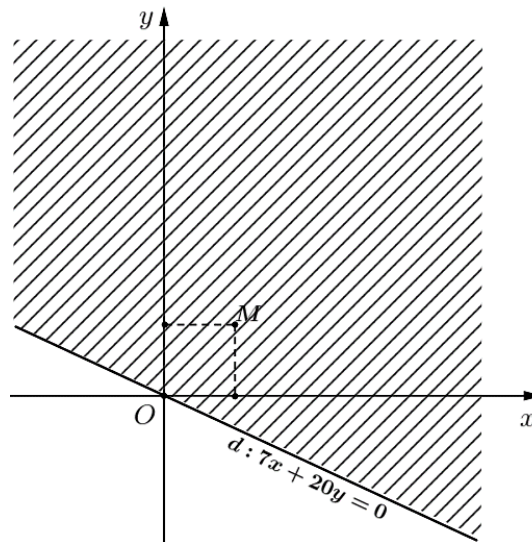
b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $7x + 20y < 0$

$$7x + 20y = 0$$

Bước 1: Vẽ đường thẳng

Bước 2: Ta lấy điểm $M_0(1;1)$ và tính $7.1 + 20.1 < 0$ (vô lí).

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d không chứa điểm M , không kẻ đường thẳng d .



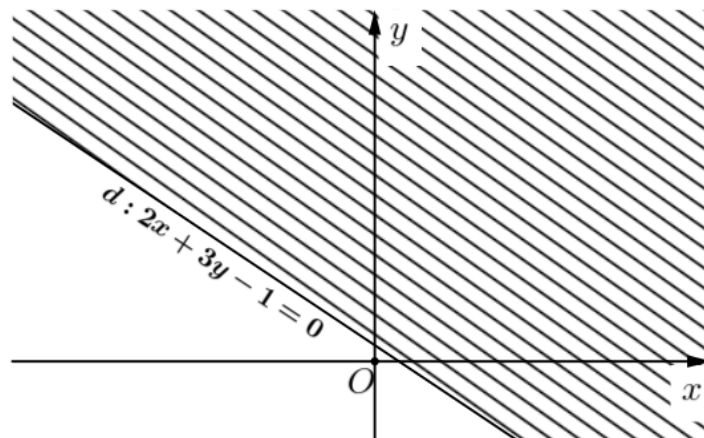
c) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $2x + 3y - 1 < 0$.

Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $2x + 3y - 1 < 0$ trên mặt phẳng tọa độ.

Bước 1: Vẽ đường thẳng $d: 2x + 3y - 1 = 0$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

Bước 2: Lấy điểm $M(0;0)$ không thuộc d và thay $x=0, y=0$ vào biểu thức $2x + 3y - 1$ ta được: $-1 < 0$.

Bước 3: Do đó miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $d: 2x + 3y - 1 = 0$ chứa gốc tọa độ (miền không bị gạch) và không lấy bờ.



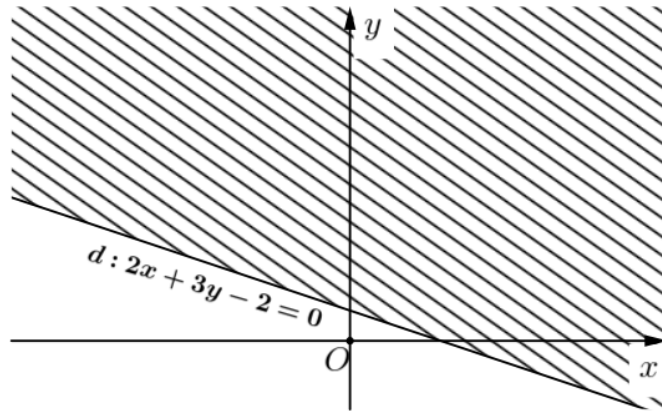
d) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $x + 3y - 2 \leq 0$.

Để biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $x + 3y - 2 \leq 0$ trên mặt phẳng tọa độ ta thực hiện theo các bước:

Bước 1: Vẽ đường thẳng $(d): x + 3y - 2 = 0$

Bước 2: Lấy 1 điểm $O(0;0)$ không thuộc đường thẳng (d) , thay $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$ vào biểu thức $P = x + 3y - 2$ ta được: $P = 0 + 3.0 - 2 = -2 < 0$

Bước 3: Do đó miền nghiệm của bất phương trình $x + 3y - 2 \leq 0$ là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $(d): x + 3y - 2 = 0$ có chứa gốc tọa độ (Miền không bị tô màu, lấy cả bờ (d)).



e) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $\frac{x+y}{2} > \frac{2x-y+1}{3}$

Ta có $\frac{x+y}{2} > \frac{2x-y+1}{3} \Leftrightarrow \frac{x+y}{2} - \frac{2x-y+1}{3} > 0 \Leftrightarrow -x+5y > 2$.

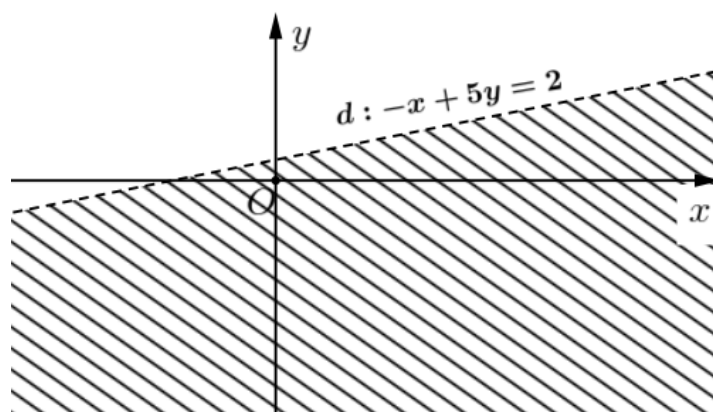
Ta biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $-x+5y > 2$ trên mặt phẳng tọa độ.

Bước 1: Vẽ đường thẳng $d: -x+5y=2$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

Bước 2. Lấy điểm $M(0;0)$ không thuộc d và thay $x=0, y=0$ vào biểu thức $-x+5y$ ta được:

$$-0+5.0=0 < 2$$

Bước 3: Do đó miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $-x+5y=2$ không chứa gốc tọa độ (miền không bị gạch) và không lấy bờ.



f) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $\frac{5x+y-1}{2} \geq x+y+1$.

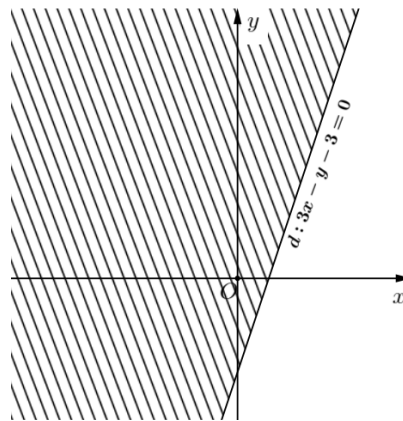
Bất phương trình: $\frac{5x+y-1}{2} \geq x+y+1 \Leftrightarrow 5x+y-1 \geq 2x+2y+2 \Leftrightarrow 3x-y-3 \geq 0$

Để biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $3x-y-3 \geq 0$ trên mặt phẳng tọa độ ta thực hiện theo các bước:

Bước 1: Vẽ đường thẳng $(d): 3x - y - 3 = 0$

Bước 2: Lấy 1 điểm $O(0;0)$ không thuộc đường thẳng (d) , thay $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ vào biểu thức $P = 3x - y - 3$ ta được: $P = -3 < 0$

Bước 3: Do đó miền nghiệm của bất phương trình $3x - y - 3 \geq 0$ là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $(d): 3x - y - 3 = 0$ không chứa gốc tọa độ (Miền không bị tô màu, lấy cả bờ (d)).



Bài tập 2: Ông An muốn thuê một chiếc ô tô (có lái xe) trong một tuần. Giá thuê xe được cho như bảng sau:

	Phí cố định (nghìn đồng/ngày)	Phí tính theo quãng đường di chuyển (nghìn đồng/km)
Từ thứ Hai đến thứ Sáu	900	8
Thứ Bảy và Chủ nhật	1500	10

- a) Gọi x và y lần lượt là số kilômét ông An đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y sao cho tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng.
- b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải

a) Ta có 14 triệu = 14000 (nghìn đồng)

Số tiền ông An đi x km trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu là $900.5 + 8x$ (nghìn đồng)

Số tiền ông An đi y km trong 2 cuối tuần là $1500.2 + 10y$ (nghìn đồng)

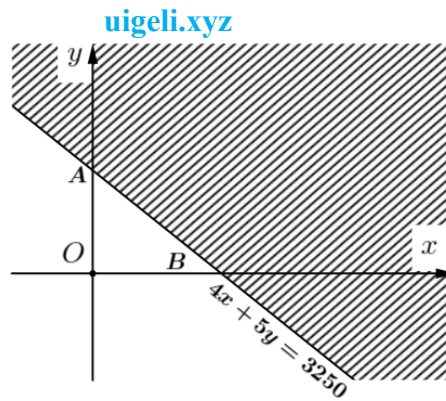
Số tiền ông An đi trong một tuần là $7500 + 8x + 10y$ (nghìn đồng)

Vì số tiền không quá 14 triệu đồng nên ta có:

$$7500 + 8x + 10y \leq 14000 \Leftrightarrow 4x + 5y \leq 3250$$

Vậy bất phương trình cần tìm là $4x + 5y \leq 3250$

b) Biểu diễn miền nghiệm



Bước 1: Vẽ đường thẳng $4x + 5y = 3250$ (nét liền)

Bước 2: Thay tọa độ điểm $O(0;0)$ vào biểu thức $4x + 5y$ ta được: $4 \cdot 0 + 5 \cdot 0 = 0 < 3250$

Điểm O thuộc miền nghiệm

Miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $4x + 5y = 3250$ và chứa gốc tọa độ và $(x; y)$ nằm trong miền tam giác OAB kể cả đoạn AB .

Bài tập 3: Một cửa hàng bán lẻ bán hai loại hạt cà phê. Loại thứ nhất giá 140 nghìn đồng/kg và loại thứ hai giá 180 nghìn đồng/kg. Cửa hàng trộn x kg loại thứ nhất và y kg loại thứ hai sao cho hạt cà phê đã trộn có giá không quá 170 nghìn đồng/kg.

a) Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y thỏa mãn điều kiện đề bài.

b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình tìm được ở câu a trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải

a) Theo đề bài ta có: $140x + 180y \leq 170(x + y)$.

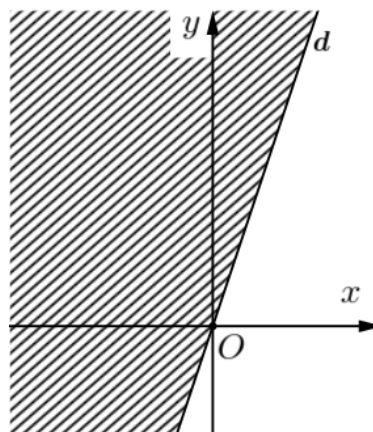
Bằng cách chuyển vế ta được bất phương trình bậc nhất hai ẩn $30x - 10y \geq 0$ hay $3x - y \geq 0$.

b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn $3x - y \geq 0$.

Bước 1: Vẽ đường thẳng $d: 3x - y = 0$ trên mặt phẳng tọa độ.

Bước 2: Lấy điểm $M(1;0)$ không thuộc d và điểm M thỏa mãn $3 \cdot 1 - 0 = 3 > 0$.

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d chứa điểm $M(1;0)$.



B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Điểm $A(-1; 3)$ là điểm không thuộc miền nghiệm của bất phương trình nào sau đây?
A. $-3x + 2y - 4 < 0$ **B.** $x + 3y > 0$ **C.** $3x - y \leq 0$ **D.** $2x - y + 4 < 0$

Lời giải

Thay tọa độ điểm A vào các đáp án ta thấy $A(-1; 3)$ là điểm không thuộc miền nghiệm của bất phương trình $-3x + 2y - 4 < 0$.

- Câu 2:** Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2(y + 3) > 4(x + 1) - y + 3$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào?
A. $(3; 0)$ **B.** $(3; 1)$ **C.** $(1; 1)$ **D.** $(0; 0)$

Lời giải

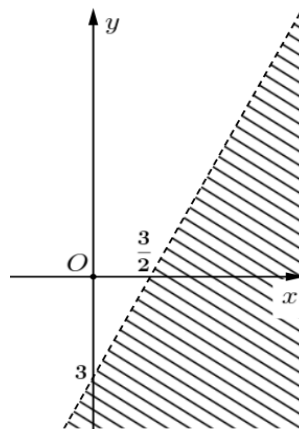
Chỉ có cặp số $(1; 1)$ thỏa bất phương trình.

- Câu 3:** Miền nghiệm của bất phương trình $5(x + 2) - 9 < 2x - 2y + 7$ là phần mặt phẳng **không** chứa điểm nào?
A. $(-2; 1)$ **B.** $(2; 3)$ **C.** $(2; -1)$ **D.** $(0; 0)$

Lời giải

Nhận xét: chỉ có cặp số $(2; 3)$ không thỏa bất phương trình.

- Câu 4:** Phần bị gạch sọc trong hình vẽ bên dưới là miền nghiệm của bất phương trình nào?



- A.** $2x - y > 3$ **B.** $2x - y < 3$ **C.** $x - 2y < 3$ **D.** $x - 2y > 3$

Lời giải

Đường thẳng $\Delta: 2x - y - 3 = 0$ đi qua hai điểm $A\left(\frac{3}{2}; 0\right), B(0; -3)$ và cặp số $(0; 0)$ không thỏa mãn bất phương trình $2x - y > 3$ nên phần tô đậm trong hình vẽ bên dưới là miền nghiệm của bất phương trình $2x - y < 3$.

Câu 5: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + y - 3 > 0$?

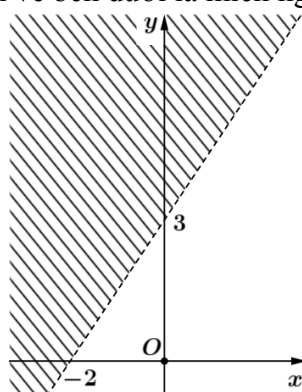
- A. $Q(-1; -3)$ B. $M\left(1; \frac{3}{2}\right)$ C. $N(1; 1)$ D. $P\left(-1; \frac{3}{2}\right)$

Lời giải

Tập hợp các điểm biểu diễn nghiệm của bất phương trình $2x + y - 3 > 0$ là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $2x + y - 3 = 0$ và không chứa gốc tọa độ.

Từ đó ta có điểm $M\left(1; \frac{3}{2}\right)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + y - 3 > 0$.

Câu 6: Phần không bị gạch chéo trong hình vẽ bên dưới là miền nghiệm của bất phương trình nào?



- A. $3x - 2y < -6$ B. $3x - 2y > -6$ C. $3x - 2y > 0$ D. $3x - 2y < 0$

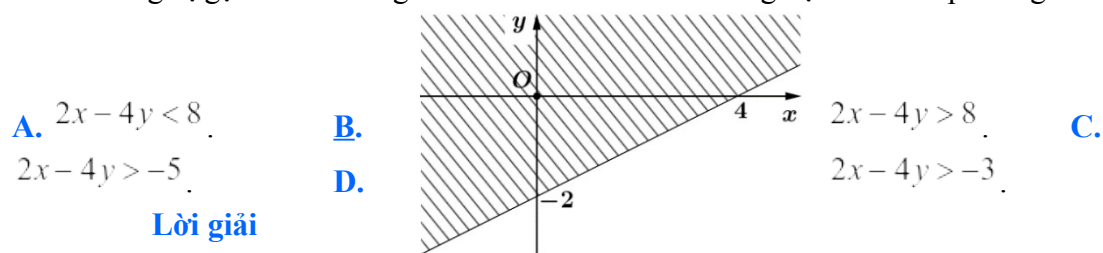
Lời giải

Từ hình vẽ ta thấy điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình cần tìm

Thay điểm $O(0; 0)$ vào biểu thức $3x - 2y$ ta có $3.0 - 2.0 > -6$.

Do đó hình vẽ trên là miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y > -6$.

Câu 7: Phần không bị gạch chéo trong hình vẽ bên dưới là miền nghiệm của bất phương trình nào?

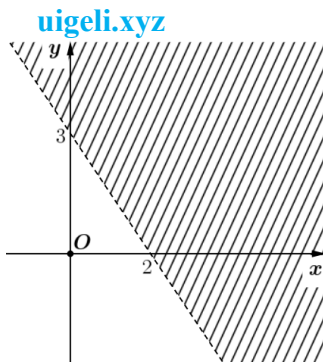


Từ hình vẽ ta thấy điểm $O(0; 0)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình cần tìm

Thay điểm $O(0; 0)$ vào biểu thức $2x - 4y$ ta có $2.0 - 4.0 = 0$, suy ra điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình ở các phương án A, C, D.

Do đó hình vẽ trên là miền nghiệm của bất phương trình $2x - 4y > 8$.

Câu 8: Phần không bị gạch sọc trong hình vẽ bên dưới là miền nghiệm của bất phương trình nào?



A. $3x + 2y < 6$

B. $3x + 2y > 6$

C. $3x + 2y < 0$

D. $3x + 2y > 0$

Lời giải

Từ hình vẽ ta thấy điểm $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình cần tìm

Thay điểm $O(0;0)$ vào biểu thức $3x + 2y$ ta có $3.0 + 2.0 < 6$.

Do đó hình vẽ trên là miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y < 6$.

Câu 9: Miền nghiệm của bất phương trình $(1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y \geq 2$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; -1)$

B. $B(-1; -1)$

C. $C(-1; 1)$

D. $D(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$

Lời giải

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): (1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y = 2$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 10: Miền nghiệm của bất phương trình $x - 2 + 2(y - 1) > 2x + 4$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 1)$

B. $B(1; 5)$

C. $C(4; 3)$

D. $D(0; 4)$

Lời giải

Đầu tiên ta thu gọn bất phương trình đã cho về thành $-x + 2y - 8 > 0$.

Vẽ đường thẳng $(d): -x + 2y - 8 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 11: Tìm tất cả giá trị của tham số m để điểm $M(1; 2)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn $(m + 1)x + (m^2 + m)y - 1 > 0$.

A. $m \in (0; +\infty)$

B. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$

C. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (0; +\infty)$

D. $m \in \left(-\frac{3}{2}; 0\right) \setminus \{-1\}$

Lời giải

Để bất phương trình $(m+1)x + (m^2+m)y - 1 > 0$ là bậc nhất hai ẩn thì $(m+1)^2 + (m^2+m)^2 > 0$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2(1+m^2) > 0 \Leftrightarrow m \neq -1$$

Điểm $M(1;2)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình $(m+1)x + (m^2+m)y - 1 > 0$ nên tọa độ điểm $M(1;2)$ thỏa mãn bất phương trình.

Từ đó ta có $m+1+2(m^2+m)-1 > 0 \Leftrightarrow 2m^2+3m > 0 \Leftrightarrow m(2m+3) > 0$ (*)

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 2m+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m > -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m > 0$$

$$\begin{cases} m < 0 \\ 2m+3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m < -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{3}{2}$$

và $m \neq -1$ ta được $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (0; +\infty)$

Câu 12: Bạn Lan có 15 nghìn đồng để đi mua vở. Vở loại A có giá 3000 đồng một cuốn, vở loại B có giá 4000 đồng một cuốn. Hỏi bạn Lan có thể mua nhiều nhất bao nhiêu quyển vở sao cho bạn có cả hai loại vở?

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số vở bạn Lan có thể mua ($x, y \in \mathbb{N}$).

$$3x + 4y \leq 15$$

Theo bài ra ta có:

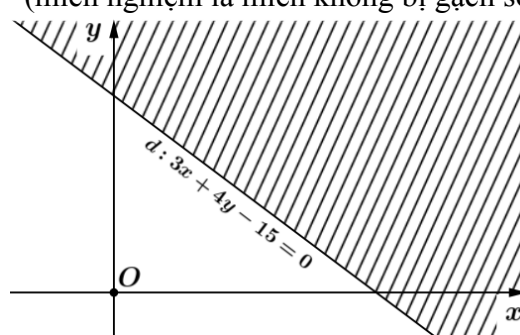
$$O(0;0)$$

Ta lấy gốc tọa độ

$$3.0 + 4.0 - 15 \leq 0$$

và tính

Do đó miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng d chứa gốc tọa độ O , kể cả đường thẳng d (miền nghiệm là miền không bị gạch sọc)



Vì $x, y \geq 1$ nên các cặp (x, y) thỏa mãn là $(1,1); (1,2); (1,3); (2,1); (2,2); (3,1)$

Vậy bạn Lan có thể mua được nhiều nhất 4 quyển vở sao cho có cả hai loại.

Câu 13: Trong hệ tọa độ Oxy , cho bất phương trình $2x + y \geq 2$ có miền nghiệm D . Vẽ hình vuông $ABCO$ có cạnh a nằm trong góc phần tư thứ nhất, với $O(0;0)$ là gốc tọa độ. Biết rằng diện tích phần chung giữa miền nghiệm D và hình vuông $ABCO$ bằng 2022. Khi đó giá trị của a thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

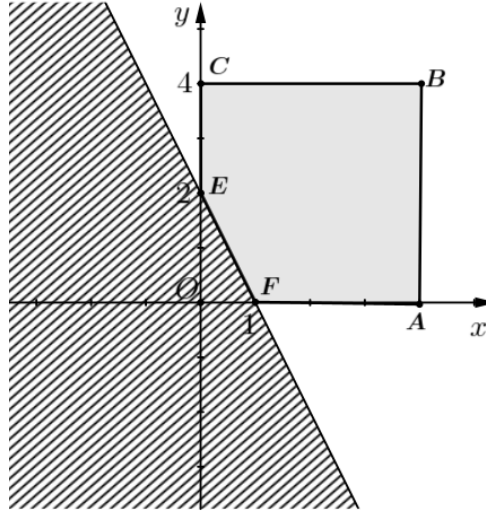
A. $(44; 45)$

B. $(44; 44,5)$

C. $(45; 46)$

D. $(43; 44)$

Lời giải



Vẽ đường thẳng $d: 2x + y = 2$.

Thay điểm $O(0;0)$ vào bất phương trình $2x + y \geq 2$ ta được $0 \geq 2$ (vô lí) nên điểm $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm D của bất phương trình $2x + y \geq 2$.

Khi đó miền nghiệm D của bất phương trình $2x + y \geq 2$ là miền không chứa điểm $O(0;0)$ có bờ d , kể cả đường thẳng d (miền không gạch như hình vẽ).

Vẽ hình vuông $ABCO$ cạnh bằng a nằm trong góc phần tư thứ nhất trên cùng hệ trục tọa độ với miền nghiệm D .

Dựa vào hình vẽ ta thấy diện tích phần chung giữa miền nghiệm D và hình vuông (phần tô màu) là

$$S = S_{ABCO} - S_{OEF} = OA^2 - \frac{1}{2} \cdot OE \cdot OF = a^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = a^2 - 1$$

Mặt khác: $S = 2022$ nên $a^2 - 1 = 2022 \Leftrightarrow a^2 = 2023 \Rightarrow a = \sqrt{2023} \Rightarrow a \in (44; 45)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Cho bất phương trình $3 - 2y > 0$ có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ $3 - 2y = 0$ chứa O (bỏ bờ).

b) Cho bất phương trình $2x + y > 1$ có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ $-2x + y + 1 = 0$ chứa O (bỏ bờ).

c) Cho bất phương trình $-2x + y + 1 \leq 0$ có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ $-2x + y + 1 = 0$ chứa O .

d) Cho bất phương trình $2x - 3y + 5 \geq 0$ có miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ $2x - 3y + 5 = 0$ chứa O .

Lời giải

a) Đúng: Điểm $O(0;0)$ có tọa độ thỏa mãn bất phương trình, do đó miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ $3 - 2y = 0$ chứa O (bỏ bờ).

b) Sai: Miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ $-2x + y + 1 = 0$ không chứa O (bỏ bờ).

c) Sai: Miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ $-2x + y + 1 = 0$ không chứa O .

d) Đúng: Miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ $2x - 3y + 5 = 0$ chứa O .

Câu 2: Cho bất phương trình bậc nhất hai ẩn: $x - 2y + 2 \leq 0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Miền nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$ là nửa mặt phẳng kể cả bờ $x - 2y + 2 = 0$, không chứa gốc tọa độ O .

b) $(1;4)$ là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$.

c) $(0;3)$ không là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$.

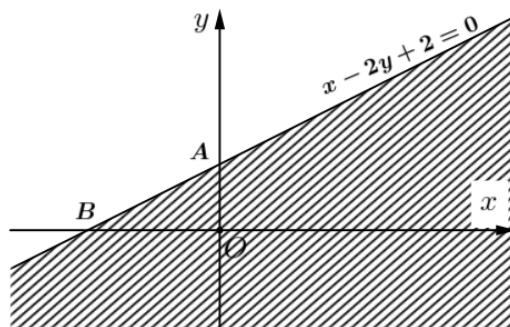
d) $(2;2)$ không là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$.

Lời giải

a) Đúng: Vẽ đường thẳng $d: x - 2y + 2 = 0$ đi qua hai điểm $A(0;1)$ và $B(-2;0)$.

Xét gốc tọa độ $O(0;0)$ ta thấy $O \notin d$ và $1 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 2 = 2 > 0$.

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$ là nửa mặt phẳng kể cả bờ d không chứa gốc tọa độ O (miền không bị tô đậm trong hình).



b) Đúng: Ta có $1 \cdot 1 - 2 \cdot 4 + 2 = -5 < 0$ nên $(1;4)$ là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$.

c) Sai: Ta có $1 \cdot 0 - 2 \cdot 3 + 2 = -3 < 0$ nên $(0;3)$ là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$.

d) Sai: Ta có $1.2 - 2 \cdot 2 + 2 = 0$ nên $(2; 2)$ là nghiệm của bất phương trình $x - 2y + 2 \leq 0$.

Câu 3: Một công ty viễn thông tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng và 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Gọi x và y lần lượt là số phút gọi nội mạng, ngoại mạng của Bình trong một tháng. Bình muốn số tiền phải trả cho tổng đài luôn thấp hơn 100 nghìn đồng. Khi đó:

a) Số tiền phải trả cho cuộc gọi nội mạng mỗi tháng là x (nghìn đồng), số tiền phải trả cho cuộc gọi ngoại mạng mỗi tháng là $2y$ (nghìn đồng) với điều kiện: $x \in \square, y \in \square$.

b) Bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho là $x + 2y < 100$.

c) $x = 50, y = 20$ nghiệm của bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho.

d) Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất gồm hai ẩn số x, y đã cho là một hình vuông

Lời giải

a) Đúng: Số tiền phải trả cho cuộc gọi nội mạng mỗi tháng là x (nghìn đồng), số tiền phải trả cho cuộc gọi ngoại mạng mỗi tháng là $2y$ (nghìn đồng) với điều kiện: $x \in \square, y \in \square$.

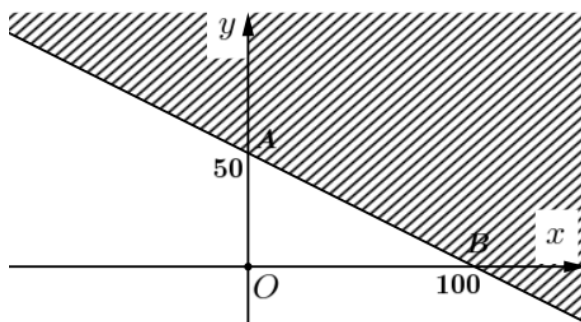
b) Đúng: Ta có bất phương trình: $x + 2y < 100$ (*).

c) Đúng: Xét $x = 50, y = 20$ thay vào (*): $50 + 2 \cdot 20 < 100$ (đúng) suy ra $(50; 20)$ là một nghiệm của (*).

d) Sai: Biểu diễn miền nghiệm của (*) trên mặt phẳng tọa độ: Vẽ đường thẳng $x + 2y = 100$

Ta thấy điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của (*) do thay tọa độ O vào (*): $0 < 100$ (đúng).

Vậy miền nghiệm của bất phương trình (*): $x + 2y < 100$ là nửa mặt phẳng (không kể d) có chứa điểm O (phần không gạch chéo trên hình).



Trong thực tế, vì $x \in \square, y \in \square$ nên ta chỉ xét miền nghiệm bất phương trình ứng với miền tam giác OAB mà thôi.

Câu 4: Nhân ngày Quốc tế Thiếu nhi ngày 01 tháng 06, một rạp chiếu phim phục vụ các khán giả một bộ phim hoạt hình. Vé được bán ra có hai loại:



Loại 1 (dành cho trẻ từ 6 từ 13 tuổi): 50.000 đồng/vé

Loại 2 (dành cho người trên 13 tuổi): 100.000 đồng/vé

Người ta tính toán rằng, để không phải bù lỗ thì số tiền vé thu được ở rạp chiếu phim này phải đạt tối thiểu 20 triệu đồng. Gọi x là số lượng vé loại 1 bán được ($x \in \mathbb{N}$) và y là số lượng vé loại 2 bán được ($y \in \mathbb{N}$)

- a) Người ta sẽ phải bù lỗ trong trường hợp số tiền bán vé thỏa mãn bất phương trình $x + 2y < 400$
- b) Nếu bán được 250 vé loại 1 và 150 vé loại 2 thì rạp chiếu phim có lãi.
- c) Nếu bán được 200 vé loại 1 và 100 vé loại 2 thì rạp chiếu phim hoà vốn.
- d) Nếu bán được 50 vé loại 1 và 100 vé loại 2 thì rạp chiếu phim phải bù lỗ.

Lời giải

Gọi x là số lượng vé loại 1 bán được ($x \in \mathbb{N}$) và y là số lượng vé loại 2 bán được ($y \in \mathbb{N}$) thì số tiền bán vé thu được là $50x + 100y$ (nghìn đồng).

Người ta sẽ phải bù lỗ trong trường hợp số tiền bán vé nhỏ hơn 20 triệu đồng, tức là:

$$50x + 100y < 20000 \quad \text{hay} \quad x + 2y < 400.$$

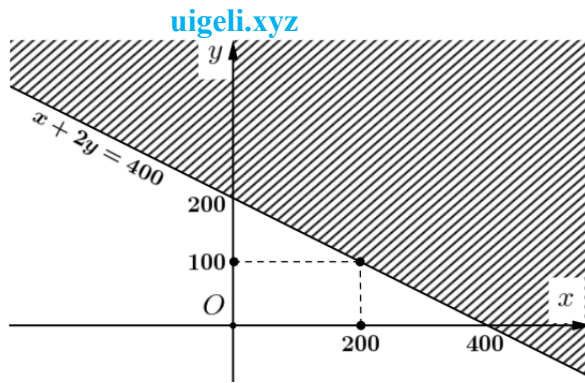
Như vậy, việc giải quyết bài toán mở đầu dẫn đến việc đi tìm miền nghiệm của bất phương trình $x + 2y < 400$.

Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn này được xác định như sau:

Vẽ đường thẳng $d: x + 2y = 400$. Ta lấy gốc tọa độ $O(0;0)$ và tính $0 + 2 \cdot 0 = 0 < 400$.

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d chứa gốc tọa độ không kể đường thẳng d . Vậy nếu bán được số vé loại 1 là x và số vé loại 2 là y mà điểm $(x; y)$ nằm trong miền tam giác OAB không hề cạnh AB thì rạp chiếu phim sẽ phải bù lỗ.

Nếu điểm $(x; y)$ nằm trên đoạn thẳng AB thì rạp chiếu phim hoà vốn.



Nếu bán được 150 vé loại 1 và 150 vé loại 2 thì rạp chiếu phim có lãi.

Nếu bán được 200 vé loại 1 và 100 vé loại 2 thì rạp chiếu phim hoà vốn.

Nếu bán được 100 vé loại 1 và 100 vé loại 2 thì rạp chiếu phim phải bù lỗ.

a) Đúng: Người ta sẽ phải bù lỗ trong trường hợp số tiền bán vé thỏa mãn bất phương trình $x + 2y < 400$

b) Sai: Nếu bán được 200 vé loại 1 và 100 vé loại 2 thì rạp chiếu phim hoà vốn.

c) Đúng: Nếu bán được 200 vé loại 1 và 100 vé loại 2 thì rạp chiếu phim hoà vốn.

d) Sai: Nếu bán được 100 vé loại 1 và 100 vé loại 2 thì rạp chiếu phim phải bù lỗ.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Cho bất phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$. Miền nghiệm có chứa bao nhiêu điểm $(x; y)$ với x, y là các số nguyên dương?

Lời giải

Do $x > 0, \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$ nên ta có $\frac{y}{3} < 1 \Leftrightarrow y < 3$

Do y nguyên dương nên $y \in \{1; 2\}$.

Với $y = 1$, ta có $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{1}{3} - 1 \leq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = 1$.

Với $y = 2$, ta có $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{2}{3} - 1 \leq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{2}{3} \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Vậy bất phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \leq 0$ có nghiệm nguyên dương là $(1; 1)$.

Câu 2: Tìm các giá trị nhỏ nhất của tham số m sao cho $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ là nghiệm của bất phương trình $m \frac{x}{2} - (m+1)y + 2 \geq 0$

Lời giải

Ta có $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$ là nghiệm của bất phương trình $m \frac{x}{2} - (m+1)y + 2 \geq 0$ khi và chỉ khi $m \frac{1}{2} - (m+1)(-1) + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}m + 3 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -2$

Câu 3: Cho tam giác ABC có $A(0;3); B(-1;2); C(2;1)$. Tìm điều kiện của tham số m để điểm $M\left(m; \frac{2m-1}{2}\right)$ nằm bên trong tam giác ABC ?

Lời giải

Đường thẳng $AB: \frac{x-0}{-1-0} = \frac{y-3}{2-3} \Leftrightarrow x - y + 3 = 0$

Đường thẳng $AC: \frac{x-0}{2-0} = \frac{y-3}{1-3} \Leftrightarrow x + y - 3 = 0$

Đường thẳng $BC: \frac{x-2}{2-(-1)} = \frac{y-1}{1-2} \Leftrightarrow x + 3y - 5 = 0$

Điều kiện cần và đủ để điểm M nằm bên trong tam giác ABC là điểm M cùng với mỗi đỉnh A, B, C lần lượt cùng phía với nhau đối với cạnh AB, AC, BC

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1 \cdot 0 + 3 \cdot 3 - 5) \cdot \left(1 \cdot m + 3 \cdot \frac{2m-1}{2} - 5\right) > 0 \\ (1 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 - 3) \cdot \left(1 \cdot m + 1 \cdot \frac{2m-1}{2} - 3\right) > 0 \\ (1 \cdot 2 - 1 \cdot 1 + 3) \cdot \left(1 \cdot m - 1 \cdot \frac{2m-1}{2} + 3\right) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{13}{8} \\ m < \frac{7}{4} \\ 14 > 0 \text{ (tm)} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{13}{8} < m < \frac{7}{4}$$

Câu 4: Bạn Lan mang 150000 đồng đi nhà sách để mua một số quyển tập và bút. Biết rằng giá một quyển tập là 8000 đồng và giá của một cây bút là 6000 đồng. Bạn Lan có thể mua được tối đa bao nhiêu quyển tập nếu bạn đã mua 10 cây bút.

Lời giải

Bất phương trình biểu diễn số tập và bút có thể mua được phụ thuộc vào số tiền mang theo là $8000x + 6000y \leq 150000$

Bạn Lan có thể mua được tối đa số quyển tập nếu bạn đã mua 10 cây bút là $8000x + 6000 \cdot 10 \leq 150000 \Leftrightarrow x \leq 11,25$

Vì x nguyên dương nên số quyển tập tối đa bạn Lan mua được là 11 quyển.

Câu 5: Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích 800m^2 . Nếu trồng đậu trên diện tích 100m^2 thì cần 20 công làm và thu được 3000000 đồng. Nếu trồng cà thì trên diện tích 100m^2 cần 30 công làm và thu được 4000000 đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công làm không quá 180 công.

Lời giải

Giả sử diện tích trồng đậu là x ; suy ra diện tích trồng cà là $8 - x$

Ta có thu nhập thu được là $S(x) = [3x + 4(8 - x)] \cdot 10000 = 10000(-x + 32)$ đồng.

Tổng số công là $20x + 30(8 - x) = -10x + 240$

Theo giả thiết có $-10x + 240 \leq 180 \Leftrightarrow x \geq 6$

Mà hàm số $S(x)$ là hàm nghịch biến trên $\square$ nên $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 6$.

Do đó trồng 600m^2 đậu và 200m^2 cà.

Câu 6: Anh An là nhân viên bán hàng tại siêu thị điện máy. Anh An kiếm được một khoản hoa hồng 600 nghìn đồng cho mỗi máy giặt và 1,3 triệu đồng cho mỗi tủ lạnh mà anh ấy bán được. Hỏi để nhận được từ 10 triệu đồng trở lên tiền hoa hồng thì anh An cần bán bao nhiêu máy giặt và tủ lạnh?

Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số máy giặt và số tủ lạnh anh An bán được. Khi đó số tiền hoa hồng mà anh An nhận được là $0,6x + 1,3y$ (triệu đồng).

Theo đề bài, ta có: $0,6x + 1,3y \geq 10$

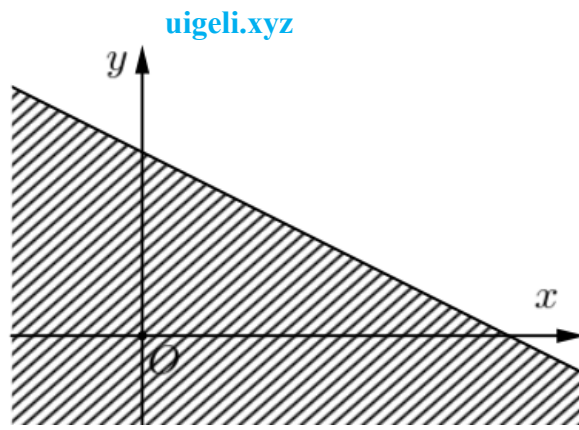
Tiếp theo ta xác định miền nghiệm của bất phương trình $0,6x + 1,3y \geq 10$ như sau:

Bước 1: Vẽ đường thẳng $d : 0,6x + 1,3y = 10$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

Bước 2: Lấy điểm $O(0;0)$ không thuộc d và thay vào biểu thức $0,6x + 1,3y$ ta được:

$$0,6 \cdot 0 + 1,3 \cdot 0 = 0 < 10.$$

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d không chứa gốc tọa độ (miền không bị tô màu).



Vậy nếu anh An bán được số máy giặt là $x (x \in \mathbb{N})$ và số tủ lạnh là $y (y \in \mathbb{N})$ sao cho điểm $(x; y)$ nằm trong nửa mặt phẳng bờ d không chứa gốc toạ độ thì anh An nhận được từ 10 triệu đồng trở lên tiền hoa hồng.