

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

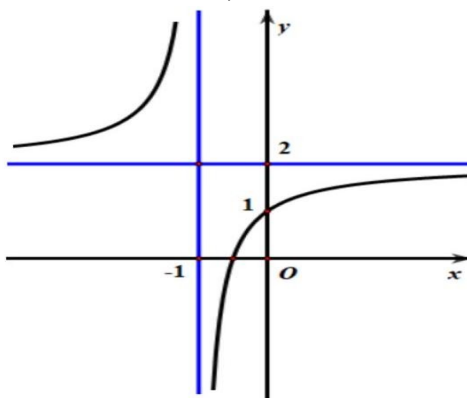
Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(3; -2; 4)$ đến mặt phẳng (Oxz) bằng

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 2.

Câu 2: Nguyên hàm của hàm số $2x + \cos x$ là:

- A. $x^2 + \sin x + C$. B. $2x + \sin x + C$. C. $2x - \sin x + C$. D. $x^2 - \sin x + C$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với $c \neq 0; ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là:

- A. $x - 2 = 0$. B. $x + 1 = 0$. C. $y + 1 = 0$. D. $y - 2 = 0$.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $5^x = 3$ là:

- A. $\sqrt[3]{5}$. B. $\sqrt[5]{3}$. C. $\log_5 3$. D. $\log_3 5$.

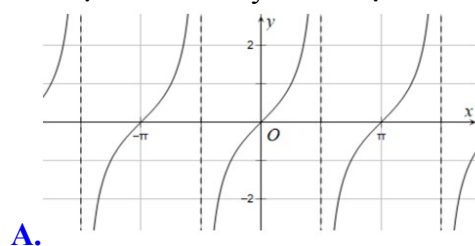
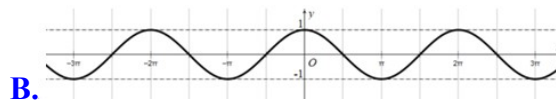
Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho là:

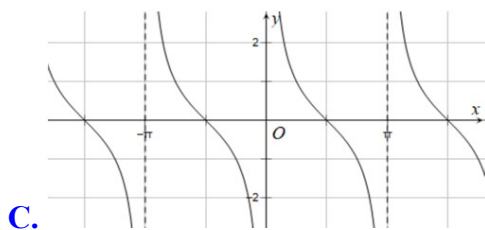
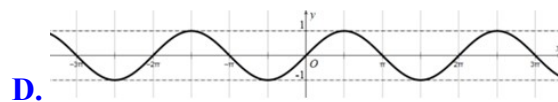
- A. 200. B. 110. C. 95. D. 100.

Câu 6: Hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-4; 0)$.

Câu 7: Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \sin x$?





Câu 8: Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ và $F(4) = 9, F(1) = 3$.

Giá trị của $\int_1^4 [f(x) + 2] dx$ bằng

- A. 0. B. 8. C. -4. D. 12.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) < 1$ là:

- A. $(5; +\infty)$. B. $(-\infty; 5)$. C. $(0; 5)$. D. $(2; 5)$.

Câu 10: Thống kê số điện (kWh) của 30 lớp học ở trường THPT X dùng trong một tháng được kết quả sau:

Số điện (kWh)	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$	$[80; 90)$	$[90; 100)$	$[100; 110)$
Số lớp	1	5	6	9	7	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng bao nhiêu?

- A. 50. B. 40. C. 10. D. 60.

Câu 11: Có hai xạ thủ A, B độc lập cùng bắn vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ A là 0,8 và xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ B là 0,9. Xác suất để có đúng một xạ thủ bắn trúng mục tiêu là:

- A. 0,26. B. 0,74. C. 0,98. D. 0,72.

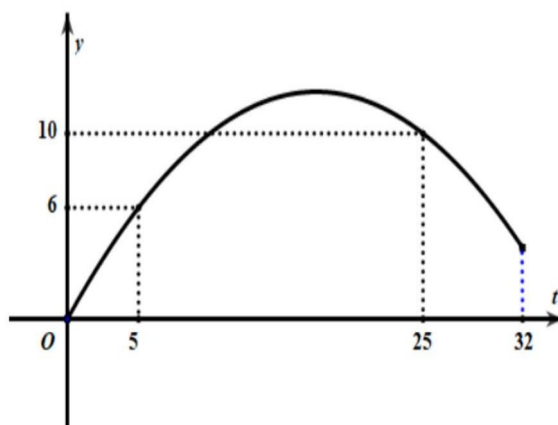
Câu 12: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $SA \perp AB$. B. $AC \perp BD$. C. $BD \perp SC$. D. $SO \perp CD$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Hai vận động viên A và B tham dự một cuộc thi chạy bộ trên một đường thẳng, xuất phát cùng một thời điểm, cùng vạch xuất phát và chạy cùng chiều với vận tốc lần lượt là v_A và v_B .

Trong khoảng thời gian 32 giây chạy đầu tiên ta có $v_A = \frac{1}{450}t^3 - \frac{47}{450}t^2 + \frac{64}{45}t$ (m/s);
 $v_B = at^2 + bt$ (m/s) (với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng giây). Hàm số $y = at^2 + bt$ có đồ thị là một phần của parabol như hình vẽ bên.



- a) Tốc độ chạy lớn nhất của vận động viên A trong khoảng 20 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát là 6 m/s .
- b) Sau 30 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát, hai vận động viên cách nhau một khoảng bằng 120 m.
- c) $a = -\frac{1}{5}$.
- d) Quãng đường vận động viên B chạy được trong 30 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát là 250 m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 14: Một chiếc đèn được đặt trên đỉnh của một cột đèn cao $h \text{ (m)}$ để chiếu sáng một vòng xuyến giao thông đồng trục có bán kính 12 m. Cường độ ánh sáng I tại một điểm P trên vòng xuyến tỉ lệ thuận với cosin của góc θ và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách $d \text{ (m)}$ từ nguồn sáng đến điểm P (xem hình dưới đây).

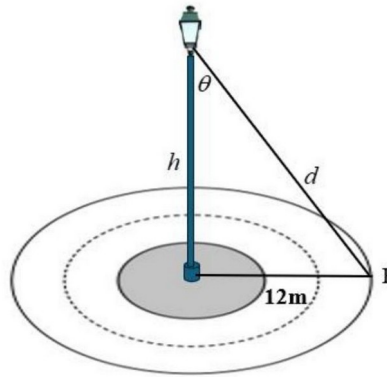
$$I = f(h) \quad f'(h) = k \frac{-2h^2 + 144}{(h^2 + 144)^2 \sqrt{(h^2 + 144)^3}}$$

- a) Nếu I thì h .
- b) Để cường độ ánh sáng I lớn nhất thì cột đèn phải cao $6\sqrt{2} \text{ m}$.

$$\cos \theta = \frac{12}{\sqrt{h^2 + 144}}$$

- c) $I = k \frac{\cos \theta}{d^2}$ (với k là hằng số dương).

Câu 15: Aria mua một ngôi nhà với giá bán $P = 290.000$ \$ theo hình thức mua trả góp, lãi suất $8,25\%$ một năm, trong vòng 30 năm, với số tiền phải trả mỗi tháng không đổi bằng M (\$). Gọi r là lãi suất một tháng.



$$A_1 = P(1+r) - M$$

a) Số tiền Aria còn nợ sau tháng đầu tiên là

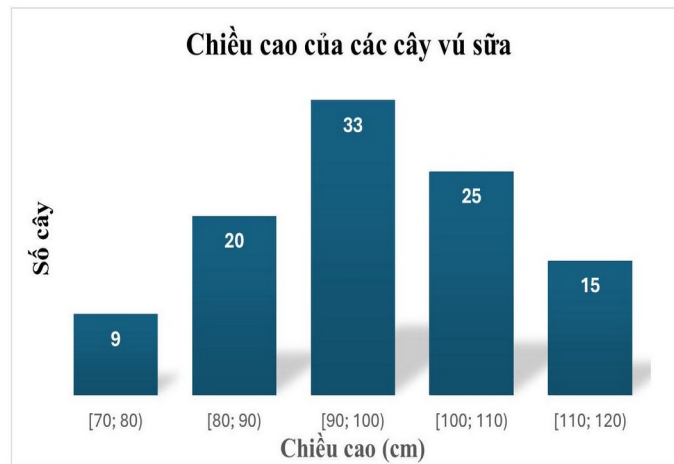
$$r = 0,6875\%$$

b)

c) Tổng số tiền Aria phải trả sau 30 năm gấp hơn 2,5 lần so với giá bán P của ngôi nhà.

d) Mỗi tháng, Aria quyết định trả thêm 250\$ so với số tiền phải trả M . Cô ấy sẽ trả hết tiền mua nhà trong 20 năm.

Câu 16: Số liệu thống kê chiều cao (đơn vị tính chiều cao: cm) của tất cả các cây vú sữa trong vườn ươm của một lâm trường được thể hiện trên biểu đồ tần số sau:



a) Nếu tăng số cây của mỗi nhóm lên gấp 3 lần thì phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm mới cũng tăng lên gấp 3 lần.

b) Chiều cao trung bình (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) của các cây vú sữa trong vườn ươm là 96,66cm.

$$n = 102$$

c) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

d) Nếu trong vườn ươm nói trên, cây vú sữa thấp nhất có chiều cao 71 cm và cây vú sữa cao nhất có chiều cao 117 cm thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho lớn hơn khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là 4 cm.

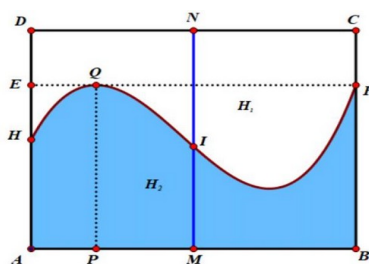
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Kim tự tháp kính Louvre là một kim tự tháp được xây bằng kính và kim loại nằm ở giữa sân Napoléon của bảo tàng Louvre, Paris, Pháp. Kim tự tháp kính Louvre có dạng hình chóp tứ giác đều cao $20,6\text{ m}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy xấp xỉ $39^\circ 46' 22''$. Thể tích của kim tự tháp đó bằng bao nhiêu mét khối? (làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).

Câu 2: Khuôn viên của một công viên có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 100\text{ m}$; $AD = 80\text{ m}$. Người ta muốn chia công viên thành hai khu gồm một khu dành cho trẻ em, một khu dành cho người lớn. Để tạo thiết kế độc đáo và lạ mắt người ta dùng một đường cong chia khuôn viên thành hai phần H_1 (không tô màu) dành cho trẻ em và H_2 (tô màu) dành cho người lớn như hình vẽ bên với $AH = 40\text{ m}$; $AE = 60\text{ m}$; $AP = 20\text{ m}$ và $EF \parallel AB$; $PQ \parallel AD$.

Oxy

Biết rằng khi xét trong một hệ toạ độ Oxy , đường cong trong hình là một phần của một đồ thị hàm số bậc ba. Phần chính giữa của công viên



MN

người ta muốn mắc dây đèn trang trí dọc theo đoạn thẳng MN như hình. Biết giá tiền mỗi mét dây trang trí của phần dành cho trẻ em là 140 nghìn đồng và phần dành cho người lớn là 180

MN

nghìn đồng. Tổng số tiền mắc dây đèn trang trí trên đoạn MN là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 3: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình lập phương $OB'CD \cdot O'B'C'D'$ có cạnh bằng 9 sao cho điểm D thuộc tia Ox , điểm B thuộc tia Oy , và điểm O' thuộc tia Oz . Điểm M thuộc cạnh $O'B'$ sao cho $O'B' = 3O'M$. Một con kiến bò từ vị trí M qua sáu mặt của hình lập phương đã cho rồi quay lại vị trí điểm M sao cho quãng đường đi được của con kiến là ngắn nhất. Hỏi với cách bò như vậy, con kiến đã bò qua bao nhiêu điểm mà điểm đó có hoành độ, tung độ và cao độ là các số nguyên dương?

Câu 4: Để treo một chậu cây người ta cần lấy trên miệng của chậu cây đó 3 điểm và sử dụng 3 đoạn dây có độ dài bằng nhau để nối 3 điểm đó với một điểm treo (xem hình minh hoạ). Giả sử trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, ba điểm trên miệng của chậu cây là $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$; điểm treo $M(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + z - 3 = 0$. Bình phương khoảng cách từ điểm M đến gốc toạ độ O bằng bao nhiêu?



Câu 5: Trong một trò chơi bốc thăm trúng thưởng, luật chơi như sau: Trong một hộp có chứa 25 cái phiếu được đánh số từ 1 đến 25, người chơi được bốc thăm ngẫu nhiên 5 phiếu, nếu tổng bình phương các số trên

phiếu bốc được là số chia hết cho 4 thì trúng thưởng. Bạn Hoa là người đầu tiên bốc thăm, xác

suất để Hoa trúng thưởng là $\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $S = b - a$.

Câu 6: Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là x (\$) thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x) = x - 200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x) = 4200 - x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0 = 3200$ \$. Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là a (\$) và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là $4:1$. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.

----- HẾT -----

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(3; -2; 4)$ đến mặt phẳng (Oxz) bằng

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Chọn D.

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình: $y = 0$.

Khi đó $d(A; (Oxz)) = |-2| = 2$.

Câu 18: Nguyên hàm của hàm số $2x + \cos x$ là:

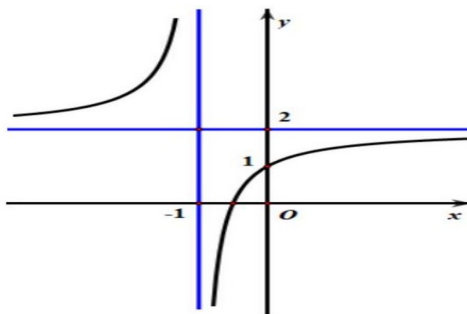
A. $x^2 + \sin x + C$ B. $2x + \sin x + C$ C. $2x - \sin x + C$ D. $x^2 - \sin x + C$

Lời giải.

Chọn A.

$$\int (2x + \cos x) dx = x^2 + \sin x + C$$

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với $c \neq 0; ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là:

A. $x - 2 = 0$ B. $x + 1 = 0$ C. $y + 1 = 0$ D. $y - 2 = 0$

Lời giải.

Chọn B.

Từ đồ thị có đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là: $x = -1 \Leftrightarrow x + 1 = 0$.

Câu 20: Nghiệm của phương trình $5^x = 3$ là:

A. $\sqrt[3]{5}$ B. $\sqrt[5]{3}$ C. $\log_5 3$ D. $\log_3 5$

Lời giải.

Chọn C.

$$5^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_5 3$$

- Câu 5.** [Mức độ 2] Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho là
- A. 200. B. 110. C. 95. **D. 100.**

Lời giải

Áp dụng công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng ta có:

$$S_{10} = \frac{(2u_1 + 9d) \cdot 10}{2} = \frac{(2 \cdot 1 + 9 \cdot 2) \cdot 10}{2} = 100$$

- Câu 6.** [Mức độ 2] Hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây ?
- A. $(-2; 0)$** B. $(-\infty; -2)$ C. $(0; +\infty)$ D. $(-4; 0)$

Lời giải

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$$

Tập xác định:

$$y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2} = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2} = x + 2 + \frac{0}{x + 2} = 1 - \frac{4}{(x + 2)^2}$$

Ta có

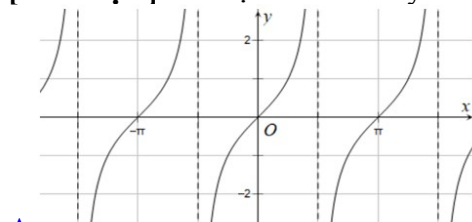
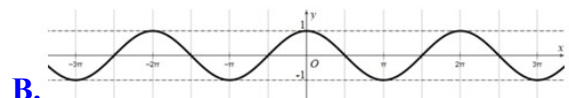
$$y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{(x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases}$$

Lập bảng xét dấu của y' ta được :

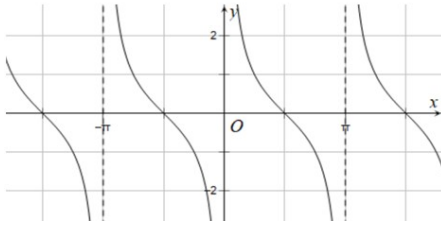
x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$		
y'		+	0	-	-	0	+

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-4; -2)$ và $(-2; 0)$.

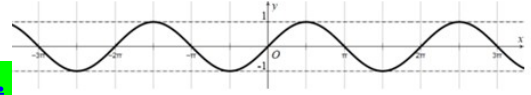
- Câu 7.** [Mức độ 1] Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \sin x$?



C.



D.



Lời giải

Dựa vào hình vẽ, chọn đáp án **D**.

Câu 8. [Mức độ 1] Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;4]$ và

$$F(4) = 9, F(1) = 3. \text{ Giá trị của } \int_1^4 f(x) + 2 dx \text{ bằng}$$

A. 0.

B. 8.

C. -4.

D. 12.

Lời giải

$$\int_1^4 f(x) + 2 dx = \int_1^4 f(x) dx + \int_1^4 2 dx = F(x) \Big|_1^4 + 2x \Big|_1^4 = F(4) - F(1) + 6 = 12$$

Ta có

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) < 1$ là:

A. $(5; +\infty)$.

B. $(-\infty; 5)$.

C. $(0; 5)$.

D. $(2; 5)$.

Lời giải.

Chọn D.

Điều kiện: $x - 2 > 0 \Rightarrow x > 2$.

$$\log_3(x-2) < 1 \Leftrightarrow x-2 < 3 \Leftrightarrow x < 5.$$

Kết hợp với điều kiện, phương trình có tập nghiệm $S = (2; 5)$

Câu 22: Thống kê số điện (kWh) của 30 lớp học ở trường THPT X dùng trong một tháng được kết quả sau:

Số điện (kWh)	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$	$[80; 90)$	$[90; 100)$	$[100; 110)$
Số lớp	1	5	6	9	7	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng bao nhiêu?

A. 50.

B. 40.

C. 10.

D. 60.

Lời giải.

Chọn D

Ta có: $R = x_n - x_1 = 110 - 50 = 60.$

Câu 23: Có hai xạ thủ A, B độc lập cùng bắn vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ A là 0,8 và xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ B là 0,9. Xác suất để có đúng một xạ thủ bắn trúng mục tiêu là:

A. 0,26

B. 0,74.

C. 0,98.

D. 0,72.

Lời giải.

Chọn A

Ta có:

Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ A là $P(A) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,2$.

Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ B là $P(B) = 0,9 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,1$.

Xác suất để có đúng một xạ thủ bắn trúng mục tiêu là:

$$P(A.\bar{B}) + P(\bar{A}.B) = 0,8.0,1 + 0,2.0,9 = 0,26$$

Câu 24: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $SA \perp AB$

B. $AC \perp BD$

C. $BD \perp SC$

D. $SO \perp CD$

Lời giải.

Chọn A

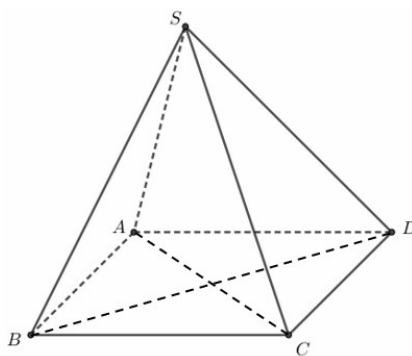
+ Ta có: $S.ABCD$ là hình chóp đều nên tứ giác $ABCD$ là hình vuông. Suy ra $AC \perp BD$.

Vậy B đúng.

$$+ \begin{cases} SO \perp BD \\ AC \perp BD \\ SO \cap AC = O \\ SO, AC \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \perp BD \Rightarrow SC \perp BD$$

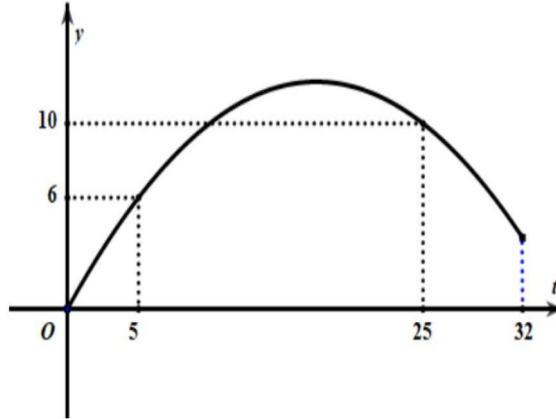
. Vậy C đúng.

+ $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp CD$. Vậy D đúng.



PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Hai vận động viên A và B tham dự một cuộc thi chạy bộ trên một đường thẳng, xuất phát cùng một thời điểm, cùng vạch xuất phát và chạy cùng chiều với vận tốc lần lượt là v_A và v_B . Trong khoảng thời gian 32 giây chạy đầu tiên ta có $v_A = \frac{1}{450}t^3 - \frac{47}{450}t^2 + \frac{64}{45}t$ (m / s); $v_B = at^2 + bt$ (m / s) (với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng giây). Hàm số $y = at^2 + bt$ có đồ thị là một phần của parabol như hình vẽ bên.



- a) Tốc độ chạy lớn nhất của vận động viên A trong khoảng 20 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát là $\frac{6}{5}$ m / s .
- b) Sau 30 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát, hai vận động viên cách nhau một khoảng bằng 120 m.
- c) $a = -\frac{1}{5}$.
- d) Quãng đường vận động viên B chạy được trong 30 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát là 250 m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời Giải

- a) Tốc độ chạy lớn nhất của vận động viên A trong khoảng 20 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát là $\frac{6}{5}$ m / s .

$$v_A = \frac{1}{450}t^3 - \frac{47}{450}t^2 + \frac{64}{45}t \text{ (m / s)} \Rightarrow v'_A = \frac{1}{150}t^2 - \frac{47}{225}t + \frac{64}{45}$$

Ta có:

$$v'_A = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{64}{3} > 20 (l) \\ t = 10 < 20 (n) \end{cases}$$

$$v_A(10) = 6 \text{ m/s}$$

t	$-\infty$	10		$\frac{64}{3}$		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$	6		$\frac{26624}{6075}$		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy tốc độ chạy lớn nhất của vận động viên A trong khoảng 20 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát là 6 m/s tại thời điểm $t = 10(s)$.

Chọn a) Đúng.

b) Sau 30 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát, hai vận động viên cách nhau một khoảng bằng 120 m.

Đồ thị hàm số $y = at^2 + bt$ đi qua điểm $A(5;6); B(25;10)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 25a + 5b = 6 \\ 625a + 25b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{25} \\ b = \frac{7}{5} \end{cases} \Rightarrow y = v_B = -\frac{1}{25}t^2 + \frac{7}{5}t$$

Quãng đường sau 30 giây mà vận động viên A chạy được:

$$S_1 = \int_0^{30} \left(\frac{1}{450}t^3 - \frac{47}{450}t^2 + \frac{64}{45}t \right) dt = 150$$

$$S_2 = \int_0^{30} \left(-\frac{1}{25}t^2 + \frac{7}{5}t \right) dt = 270$$

Quãng đường sau 30 giây mà vận động viên B chạy được:

Sau 30 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát, hai vận động viên cách nhau một khoảng bằng $S_1 - S_2 = 120$

m.

Chọn b) Đúng.

$$a = -\frac{1}{5}$$

c) .

Chọn c) Sai.

d) Quãng đường vận động viên B chạy được trong 30 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát là 250 m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Chọn d) Sai.

Câu 2: Một chiếc đèn được đặt trên đỉnh của một cột đèn cao h (m) để chiếu sáng một vòng xuyến giao thông đồng trục có bán kính 12 m. Cường độ ánh sáng I tại một điểm P trên vòng xuyến tỉ lệ thuận với cosin của góc θ và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách d (m) từ nguồn sáng đến điểm P (xem hình dưới đây).

$$I = f(h) \quad f'(h) = k \frac{-2h^2 + 144}{(h^2 + 144)^2 \sqrt{(h^2 + 144)^3}}$$

a) Nếu I thì

b) Để cường độ ánh sáng I lớn nhất thì cột đèn phải cao $6\sqrt{2}$ m.

$$\cos \theta = \frac{12}{\sqrt{h^2 + 144}}$$

c)

$$I = k \frac{\cos \theta}{d^2} \quad k$$

d) (với k là hằng số dương).

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

$$I = f(h) = k \frac{\cos \theta}{d^2} = k \frac{h}{d^3} = k \frac{h}{\sqrt{(h^2 + 144)^3}} \Rightarrow f'(h) = k \frac{-2h^2 + 144}{(h^2 + 144)^2 \sqrt{h^2 + 144}}$$

a)

$$f'(h) = 0 \Leftrightarrow h = 6\sqrt{2}$$

b)

BBT

h	0	$6\sqrt{2}$	$+\infty$
$f'(h)$		+	0 -
$f(h)$		$\nearrow$	$\searrow$

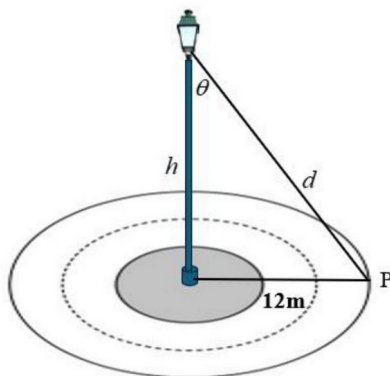
c)

$$\cos \theta = \frac{h}{d} = \frac{h}{\sqrt{h^2 + 144}}$$

d)

$$I = k \frac{\cos \theta}{d^2} \quad (\text{với } k \text{ là hằng số dương}).$$

Câu 3: Aria mua một ngôi nhà với giá bán $P = 290.000$ \$ theo hình thức mua trả góp, lãi suất $8,25\%$ một năm, trong vòng 30 năm, với số tiền phải trả mỗi tháng không đổi bằng M (\$). Gọi r là lãi suất một tháng.



$$A_1 = P(1+r) - M$$

a) Số tiền Aria còn nợ sau tháng đầu tiên là

$$r = 0,6875\%$$

b)

c) Tổng số tiền Aria phải trả sau 30 năm gấp hơn 2,5 lần so với giá bán P của ngôi nhà.

d) Mỗi tháng, Aria quyết định trả thêm 250\$ so với số tiền phải trả M . Cô ấy sẽ trả hết tiền mua nhà trong 20 năm.

Lời giải

Ta có 3 năm = 360 tháng và lãi suất một tháng là $r = \frac{8,25\%}{12} = 0,6875\%$.

Số tiền Aria còn nợ sau tháng đầu tiên là $A_1 = P(1+r) - M$ (a Đúng)

Số tiền còn nợ sau tháng thứ 2 là $A_2 = A_1(1+r) - M = P(1+r)^2 - M(1+r) - M$

Quy nạp, ta có số tiền còn nợ sau tháng thứ n là

$$A_n = A_{n-1}(1+r) - M = P(1+r)^n - M(1+r)^{n-1} - M(1+r)^{n-2} - \dots - M(1+r) - M$$

$$A_n = P(1+r)^n - M \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

Sau tháng thứ 360 là hết nợ, nên ta có $A_{360} = 0 \Leftrightarrow P(1+r)^{360} - M \frac{(1+r)^{360} - 1}{r} = 0 \Leftrightarrow M = \frac{P(1+r)^{360} r}{(1+r)^{360} - 1}$.

$$M = \frac{290000(1+0,6875\%)^{360} 0,6875\%}{(1+0,6875\%)^{360} - 1} \approx 2178,67\$$$

Vậy số tiền phải trả mỗi tháng là

Số tiền trả Aria phải trả sau 30 năm là 2178,67. 360 = 784321,2\$ gấp hơn 2,704 lần với giá P ban đầu.

(c Đúng)

Aria quyết định trả thêm 250 \$ mỗi tháng, tức là Aria trả hàng tháng số tiền là

$$M' = M + 250 = 2428,67\$$$

Gọi n là số tháng trả hết

Ta có
$$A_n = P(1+r)^n - M' \frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0 \Leftrightarrow P(1+r)^n = M' \frac{(1+r)^n - 1}{r}$$

$$\Leftrightarrow (M' - Pr)(1+r)^n = M' \Leftrightarrow n = \log_{1+r} \frac{M'}{M' - Pr}$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{1+0,6875\%} \frac{2428,67}{2428,67 - 290000 \cdot 0,6875\%} \approx 251,03 \text{ tháng}$$

Suy ra số năm trả hết là $\frac{251,03}{12} \approx 20,9$ năm (d sai)

a) Đúng.

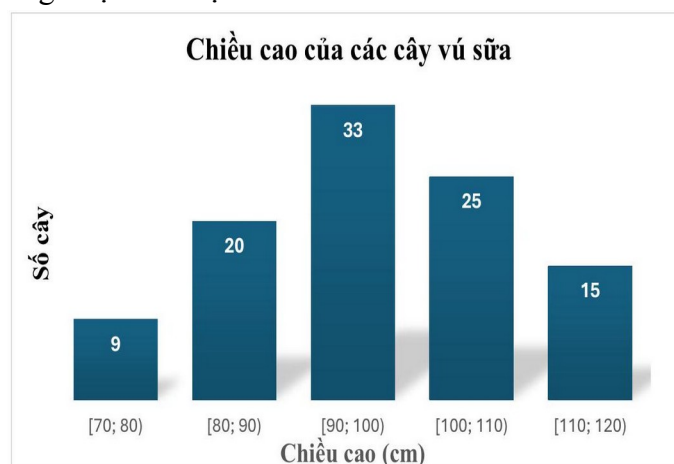
$$r = \frac{8,25\%}{12} = 0,6875\%$$

b) Đúng (vì lãi suất 1 năm là 8,25%, nên lãi suất một tháng là)

c) Đúng

d) Sai

Câu 4: Số liệu thống kê chiều cao (đơn vị tính chiều cao: cm) của tất cả các cây vú sữa trong vườn ươm của một lâm trường được thể hiện trên biểu đồ tần số sau:



a) Nếu tăng số cây của mỗi nhóm lên gấp 3 lần thì phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm mới cũng tăng lên gấp 3 lần.

b) Chiều cao trung bình (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) của các cây vú sữa trong vườn ươm là 96,66cm.

$$n = 102$$

c) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là .

d) Nếu trong vườn ươm nói trên, cây vú sữa thấp nhất có chiều cao 71 cm và cây vú sữa cao nhất có chiều cao 117 cm thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho lớn hơn khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là 4 cm.

Lời giải

e) Sai. Phương sai không đổi.

f) Sai. 96,67cm.

g) Đúng.

h) Đúng.

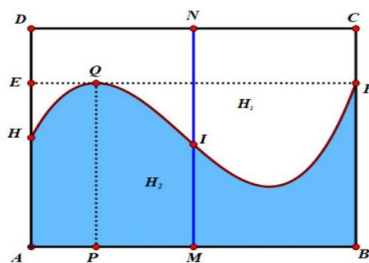
Khoảng biến thiên của msl gốc: $117 - 71 = 46$

Khoảng biến thiên của msl ghép nhóm: $120 - 70 = 50$

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Kim tự tháp kính Louvre là một kim tự tháp được xây bằng kính và kim loại nằm ở giữa sân Napoléon của bảo tàng Louvre, Paris, Pháp. Kim tự tháp kính Louvre có dạng hình chóp tứ giác đều cao $20,6\text{ m}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy xấp xỉ $39^\circ 46' 22''$. Thể tích của kim tự tháp đó bằng bao nhiêu mét khối? (làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).

Câu 2: Khuôn viên của một công viên có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 100\text{ m}$; $AD = 80\text{ m}$. Người ta muốn chia công viên thành hai khu gồm một khu dành cho trẻ em, một khu dành cho người lớn. Để tạo thiết kế độc đáo và lạ mắt người ta dùng một đường cong chia khuôn viên thành hai phần H_1 (không tô màu) dành cho trẻ em và H_2 (tô màu) dành cho người lớn như hình vẽ bên với $AH = 40\text{ m}$; $AE = 60\text{ m}$; $AP = 20\text{ m}$ và $EF \parallel AB$; $PQ \parallel AD$. Biết rằng khi xét trong một hệ toạ độ Oxy , đường cong trong hình là một phần của một đồ thị hàm số bậc ba. Phần chính giữa của công viên



MN

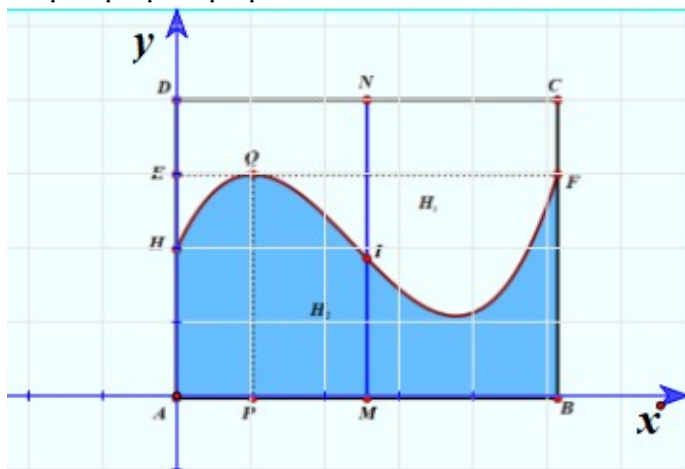
người ta muốn mắc dây đèn trang trí dọc theo đoạn thẳng MN như hình. Biết giá tiền mỗi mét dây trang trí của phần dành cho trẻ em là 140 nghìn đồng và phần dành cho người lớn là 180

MN

nghìn đồng. Tổng số tiền mắc dây đèn trang trí trên đoạn MN là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Chọn hệ trục toạ độ như hình vẽ



$A(0;0), H(0;40), P(20;0), Q(20;60), M(50;0), F(100;60)$

Khi đó

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Phương trình đường cong có dạng

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Vì $H(0; 40), F(100; 60)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có

$$\begin{cases} d = 40 \\ 1000000a + 10000b + 100c + d = 60 \end{cases} \quad (1)$$

Vì $Q(20; 60)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số nên ta có

$$\begin{cases} y(20) = 60 \\ y'(20) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8000a + 400b + 20c + d = 60 \\ 1200a + 40b + c = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ

$$\begin{cases} d = 40 \\ 1000000a + 10000b + 100c + d = 60 \\ 8000a + 400b + 20c + d = 60 \\ 1200a + 40b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1/2000 \\ b = -7/100 \\ c = 11/5 \\ d = 40 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{2000}x^3 - \frac{7}{100}x^2 + \frac{11}{5}x + 40$$

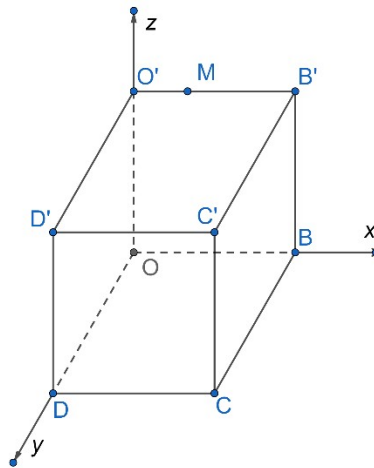
Khi đó với $x = 50 \Rightarrow y = 37,5 \Rightarrow I(50; 37,5) \Rightarrow IM = 37,5; IN = 42,5$

Tổng số tiền mắc dây đèn trang trí là

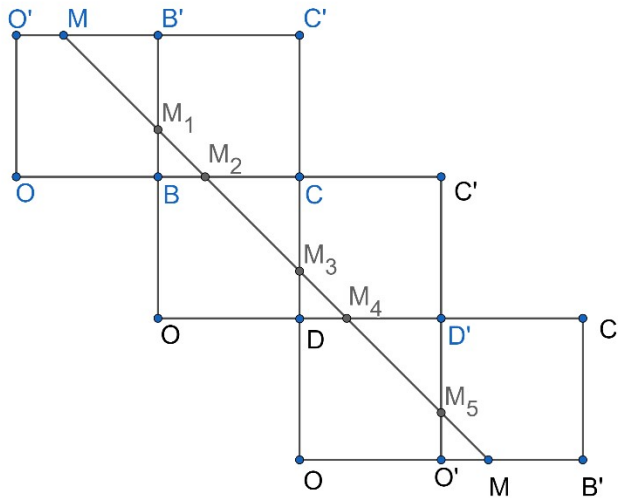
$$T = 42,5 \cdot 140000 + 37,5 \cdot 180000 = 12700000 \text{ đồng} = 12,7 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $OB'CD \cdot O'B'C'D'$ có cạnh bằng 9 sao cho điểm D thuộc tia Ox , điểm B thuộc tia Oy , và điểm O' thuộc tia Oz . Điểm M thuộc cạnh $O'B'$ sao cho $O'B' = 3O'M$. Một con kiến bò từ vị trí M qua sáu mặt của hình lập phương đã cho rồi quay lại vị trí điểm M sao cho quãng đường đi được của con kiến là ngắn nhất. Hỏi với cách bò như vậy, con kiến đã bò qua bao nhiêu điểm mà điểm đó có hoành độ, tung độ và cao độ là các số nguyên dương?

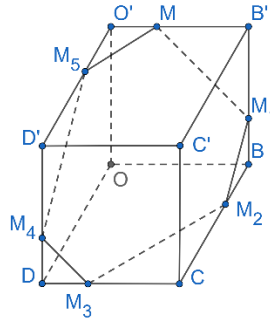
Lời giải



Trải phẳng ta có:



Khi đó ta có:



Vì mặt phẳng $(Oxy) \equiv (OBCD); (Oxz) \equiv (OBB'O'); (Ozy) \equiv (OO'D'D)$ các điểm trên các mặt phẳng trên không thỏa mãn yêu cầu có hoành độ, tung độ và cao độ là các số nguyên dương.

Cho nên ta chỉ đếm các điểm có hoành độ dương trên các đoạn thẳng: $M_1M_2; M_3M_4; M_5M$.
Ta có tọa độ các điểm như sau:

$$M(3;0;9); M_1(9,0,3); M_2(9,3,0); M_3(3,9,0); M_4(0,9,3); M_5(0,3,9)$$

Khi đó phương trình đường thẳng M_1M_2 là:
$$\begin{cases} x = 9 \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$$
 vì các điểm nằm trên đoạn M_1M_2 nên

$$0 < t < 3 \text{ . Suy ra } \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases} .$$

Khi đó phương trình đường thẳng M_3M_4 là:
$$\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 9 \\ z = t \end{cases}$$
 vì các điểm nằm trên đoạn M_3M_4 nên

$$0 < t < 3 \text{ . Suy ra } \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases} .$$

Khi đó phương trình đường thẳng M_5M_0 là:
$$\begin{cases} x = 3 - t \\ y = t \\ z = 9 \end{cases}$$
 vì các điểm nằm trên đoạn M_5M_0 nên

$$0 < t < 3 \text{ . Suy ra } \begin{cases} t = 1 \\ t = 2 \end{cases} .$$

Khi đó có 6 điểm thỏa mãn yêu cầu của đề bài.

Câu 4: Để treo một chậu cây người ta cần lấy trên miệng của chậu cây đó 3 điểm và sử dụng 3 đoạn dây có độ dài bằng nhau để nối 3 điểm đó với một điểm treo (xem hình minh hoạ). Giả sử trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, ba điểm trên miệng của chậu cây là $A(0; 1; 2), B(2; -2; 1), C(-2; 0; 1)$; điểm treo $M(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + z - 3 = 0$. Bình phương khoảng cách từ điểm M đến gốc toạ độ O bằng bao nhiêu?



Lời giải.

Trả lời: 62

Ta có:

$$\begin{cases} M \in (\alpha) \\ MA = MB \\ MA = MC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 2b + c - 3 = 0 \\ \sqrt{a^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2} = \sqrt{(a-2)^2 + (b+2)^2 + (c-1)^2} \\ \sqrt{a^2 + (b-1)^2 + (c-2)^2} = \sqrt{(a+2)^2 + b^2 + (c-1)^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 2b + c = 3 \\ 4a - 6b - 2c = 4 \\ -4a - 2b - 2c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = -7 \end{cases}$$

Khi đó tọa độ của điểm M là $M(2; 3; -7)$.

$$OM^2 = 62$$

Vậy .

Câu 5: Trong một trò chơi bốc thăm trúng thưởng, luật chơi như sau: Trong một hộp có chứa 25 cái phiếu được đánh số từ 1 đến 25, người chơi được bốc thăm ngẫu nhiên 5 phiếu, nếu tổng bình phương các số trên phiếu bốc được là số chia hết cho 4 thì trúng thưởng. Bạn Hoa là người đầu tiên bốc thăm, xác suất để Hoa trúng thưởng là $\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $S = b - a$.

Lời giải.

Trả lời: 663

Ta có: $n(\Omega) = C_{25}^5 = 53130$.

Theo đề ta có các số từ 1 đến 25.

- Có bình phương của số đó chia hết cho 4 là: 2;4;6;8;10;12;14;16;18;20;22;24. (12 số).

- Có bình phương của số đó chia 4 dư 1 là: 25 – 12=13 số.

Để tổng bình phương 5 phiếu được bốc ra chia hết cho 4 thì.

Trường hợp 01:

5 số được bốc ra chia hết cho 4.

Khi đó số cách bốc ra là: $C_{12}^5 = 792$ (cách).

Trường hợp 02:

4 số được bốc ra chia 4 dư 1 và 1 số chia hết cho 4.

Khi đó số cách bốc ra là: ${}^{12}C_{13}^4 = 8580$ (cách).

Vậy $n(A) = 9372$

Khi đó $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{9372}{53130} = \frac{142}{805}$. Suy ra $S = b - a = 805 - 142 = 663$.

Câu 6: Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là x (\$) thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x) = x - 200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x) = 4200 - x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0 = 3200$ \$. Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là a (\$) và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là $4:1$. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.

Lời giải.

Trả lời: 100

- Gọi giá (chi phí) một sản phẩm là x . Điều kiện: $200 \leq x \leq 4200$
- Số sản phẩm sản xuất là: $R(x) = x - 200$
- Số sản phẩm bán được trong nước là $Q(x) = 4200 - x$
- Số sản phẩm còn dư là: $R(x) - Q(x) = 2x - 4400$
- Doanh thu trên thị trường quốc tế là: $P(x) = 3200(2x - 4400)$
- Thuế cho nhà nước là: $T(x) = a(2x - 4400)$

- Lãi xuất khẩu là:

$$L(x) = 3200(2x - 4400) - x(2x - 4400) - a(2x - 4400) = (2x - 4400)(3200 - x - a) \quad (1) \text{ Theo}$$

bài ra: Lãi chia cho thuế = 4:1

$$\frac{(2x - 4400)(3200 - x - a)}{a(2x - 4400)} = \frac{4}{1} \Rightarrow 5a = 3200 - x \Leftrightarrow x = 3200 - 5a$$

thay vào (1) ta có:

$$L(a) = [2(3200 - 5a) - 4400](3200 - 3200 + 5a - a) = 40a(-a + 200) \quad (\text{trên } [0; 200])$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $L(a)$ trên $[-200; 600]$ (trên $[0; 200]$) ta được

$$\text{Max} L(a) = L(100) = 4000000$$

Vậy $a = 100$

----- HẾT -----