

Họ và
tên:

Số báo danh: Mã đề 1001

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

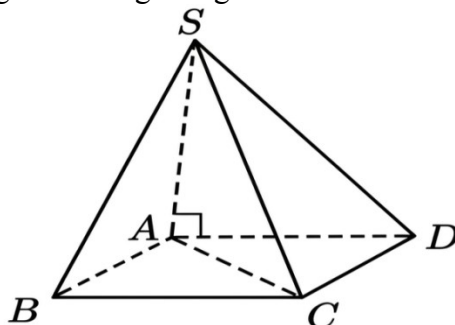
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+		+	0	-
y	-1	$+\infty$	$-\infty$	2	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây

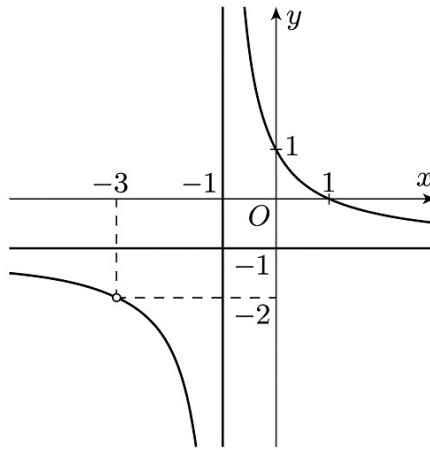
- A. (2;3). B. (0;3). C. (-1;2). D. (3;4).

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng SA không vuông góc với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?



- A. SC . B. AB . C. AC . D. BD .

Câu 3. Xác định tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có dạng như hình dưới.



- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-2) > 2$ là

- A. $(4; +\infty)$. B. $(2; 4)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(6; +\infty)$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_3 = 4$ và $u_4 = 2$. Tìm công bội q của cấp số nhân đó.

- A. $q = 2$. B. $q = 4$. C. $q = \frac{1}{2}$. D. $q = \sqrt{2}$.

Câu 6. Xác định nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = 2x^2$.

- A. $x^3 + C$. B. $\frac{2x^3}{3} + C$. C. $\frac{x^3}{3} + C$. D. $6x^3 + C$.

Câu 7. Xác định tập nghiệm của phương trình $\cos x = 1$.

- A. $S = \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $S = \{\pi + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. C. $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $S = \{\pi + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho điểm $A(2; 1; -2)$ và điểm $B(-4; 3; 4)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn AB là:

- A. $(-1; 2; 1)$. B. $(-2; 2; 2)$. C. $(3; 2; 3)$. D. $(-2; -2; 2)$.

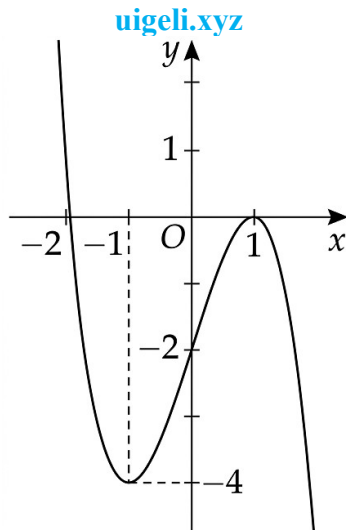
Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x - 3y + 5 = 0$. Xác định vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

- A. $\vec{n} = (1; -3; 0)$. B. $\vec{n} = (1; 0; -3)$. C. $\vec{n} = (1; -3; 5)$. D. $\vec{n} = (1; 0; 5)$.

Câu 10. Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất một lần. Tính xác suất để xúc xắc xuất hiện mặt có số chấm là một số chia hết cho 3.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 11. Xác định giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 1]$ của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới.



A. -1 .

B. -4 .

C. 0 .

D. -2 .

Câu 12. Mỗi ngày bác Bình đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Bình trong 20 ngày được thống kê ở bảng sau:

Quãng đường	$[2;3)$	$[3;4)$	$[4;5)$	$[5;6)$	$[6;7)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 7 .

B. 6 .

C. 1 .

D. 5 .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 5}$ với $x \neq 5$.

- a) $f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-5)^2}$ với mọi $x \neq 5$.
- b) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.
- c) Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
- d) Giá trị cực tiểu bằng 3.

Câu 2. Một hộp có 12 viên bi gồm 5 bi xanh, 6 bi đỏ và 1 bi vàng. Hai bạn tên là Xanh và Đỏ được trọng tài mời chơi trò chơi bốc bi ngẫu nhiên từ hộp (bi đã lấy ra không bỏ lại vào hộp). Đầu tiên trọng tài bốc một viên bi, nếu là bi xanh hoặc bi đỏ thì dừng bốc, nếu là bi vàng thì trọng tài bốc thêm một viên nữa rồi dừng bốc. Sau khi trọng tài dừng bốc, viên bi trọng tài bốc màu nào thì bạn có tên màu đó sẽ được bốc một viên và ngay sau đó trò chơi dừng lại. Người chơi bốc được viên bi có màu trùng với tên của mình sẽ là người thắng cuộc, còn nếu bốc được viên bi có màu khác với tên của mình sẽ bị thua cuộc.

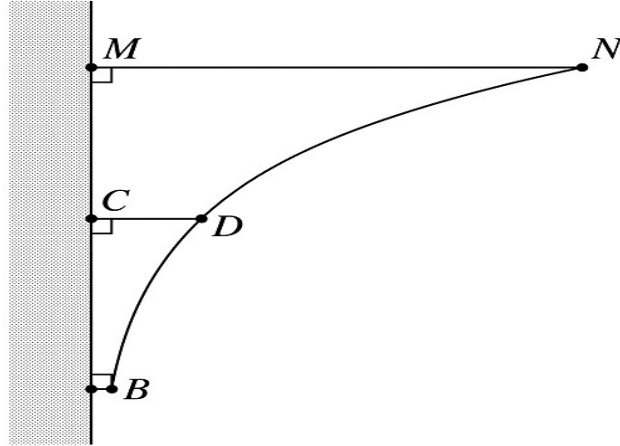
a) Xác suất để trọng tài bốc được bi vàng trong lần bốc đầu tiên là $\frac{1}{12}$.

b) Giả sử rằng ở lần bốc đầu tiên trọng tài bốc được bi xanh. Khi đó xác suất để bạn Xanh thắng là $\frac{5}{11}$.

c) Giả sử rằng ở lần bốc đầu tiên trọng tài bốc được bi vàng và bốc tiếp thì được bi đỏ. Khi đó xác suất để bạn Xanh thắng là $\frac{1}{2}$.

d) Xác suất để bạn Đồ thắng là $\frac{6}{11}$.

Câu 3. Người ta muốn tạo một giá đỡ bằng sắt bên cạnh một bức tường có hình dạng là đoạn cong BDN như hình vẽ dưới, giá đỡ được gắn với tường bằng ba thanh sắt AB, CD, MN cùng vuông góc với tường (A, C, M thẳng hàng). Giá đỡ được xem như là một phần của đồ thị hàm số $y = \log x$ trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) với trục tung trùng với hình chiếu vuông góc của giá đỡ lên mặt tường (đơn vị trên trục tính bằng mét). Biết $AB = 10 \text{ cm}$, $AM = 1,4 \text{ m}$ và độ dài phần đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ được tính theo công thức $L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$.



a) Đạo hàm của hàm số $y = \log x$ là $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

b) Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), điểm B có hoành độ bằng $0,1$.

c) Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), điểm N có tung độ bằng $1,4$.

d) Độ dài giá đỡ bằng $2,97$ mét (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ ($Oxyz$) cho điểm $A(1; 2; 3)$ và điểm $B(2; 3; 4)$. Gọi M là giao điểm của đường thẳng qua hai điểm A, B với mặt phẳng (Oxy), N thuộc trục Oz sao cho AN vuông góc với AB .

a) $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$.

b) Hoành độ của điểm M bằng -1 .

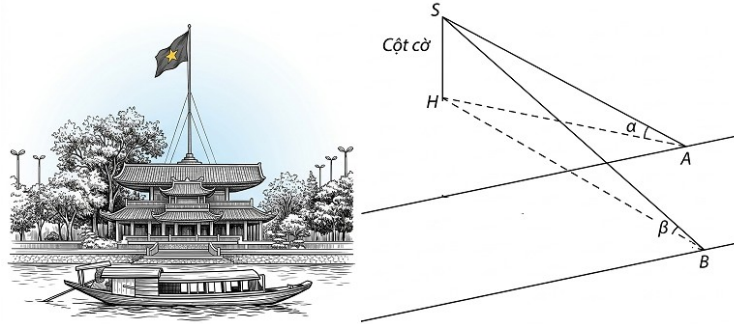
c) $\overrightarrow{MA} = -3\overrightarrow{AB}$.

d) $\tan \angle NMB = \frac{\sqrt{42}}{9}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. An và Bình rất giỏi Toán, cùng tham gia một trò chơi, đầu tiên An bốc ngẫu nhiên một thẻ từ hộp thứ nhất chứa sáu thẻ giống nhau được đánh số từ 1 đến 6, tiếp theo Bình bốc ngẫu nhiên một thẻ từ hộp thứ hai chứa bốn thẻ giống nhau được đánh số từ 1 đến 4. Gọi số An bốc được là a và số của Bình là b , sau đó hai người cùng tính giá trị của tích phân $I = \int_0^a x^b dx$. Nếu kết quả I là một số nguyên thì An thắng, ngược lại Bình thắng. Tính xác suất An thắng cuộc (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2. Dòng Hương hiền hòa trong xanh, lững lờ trôi giữa lòng thành phố Huế cổ kính và mộng mơ. Nhìn từ trên cao, hai bờ sông trải dài như hai đường thẳng song song. Cột cờ Phú Văn Lâu sừng sững cao 54,5 mét như là một chứng tích hào hùng của lịch sử. Biết rằng hai bờ sông cách nhau 400 mét và chân cột cờ (hình chiếu vuông góc của đỉnh cột cờ xuống mặt đất) nằm cách mép sông gần nhất một khoảng 200 mét. Có hai bạn học sinh đứng ở hai bờ sông, bạn học sinh A ở cùng bờ với cột cờ nhìn đỉnh cột cờ so với mặt đất một góc α với $\tan \alpha = 0,1$ và bạn học sinh B đứng ở bờ bên kia nhìn đỉnh cột cờ so với mặt đất một góc β với $\tan \beta = 0,07$. Hỏi hai bạn học sinh cách nhau xa nhất là bao nhiêu mét? (Giả sử rằng mặt đất là bằng phẳng và tầm mắt hai bạn học sinh ngang với mặt đất, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 3. Đất sét là một dạng vật chất đặc và mềm, có thể tạo thành nhiều hình dạng khác nhau nhưng thể tích không đổi. Đầu tiên ta có một cục đất sét với thể tích 1000 cm^3 , người ta nặn thành một khối lập phương đặc, sau đó khoét phần đất sét ở giữa để tạo thành một chậu không nắp (phần trong của chậu có dạng hình hộp

chữ nhật) có độ dày bốn mặt bên và độ dày đáy bằng nhau và bằng $\frac{1}{10}$ độ dài cạnh của khối lập phương. Phần đất sét còn dư cũng được nặn thành một khối lập phương đặc và cũng khoét phần đất sét ở giữa để tạo thành một chậu không nắp với tỉ lệ giữa độ dày của các mặt và cạnh khối lập phương như trên. Cứ tiếp tục như vậy cho đến khi được 5 cái chậu. Tính tổng thể tích nước mà 5 chậu đó có thể chứa (đơn vị là cm^3 , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4. Hằng năm trước ngày Khai giảng năm học mới, Ủy ban nhân dân thành phố Huế giao Sở Giáo dục và Đào tạo tổ chức Lễ Tuyên dương học sinh đạt danh hiệu "Học sinh danh dự toàn trường" dành cho những học sinh xuất sắc nhất của mỗi trường phổ thông trên địa bàn thành phố. Trong Lễ Tuyên dương, Ban tổ chức vinh danh các học sinh theo lượt nhận, mỗi lượt có 10 học sinh, với những lượt có 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ thì Ban tổ chức muốn các học sinh này đứng thành một hàng mà nam nữ xen kẽ. Tuy nhiên khi xếp hàng với lượt có 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ thì Ban tổ chức nhận thấy các học sinh này không đứng xen kẽ nhưng chỉ cần đổi chỗ hai học sinh nào đó thì được hàng có nam nữ đứng xen kẽ, cách xếp này gọi là

"cách xếp lỗi". Gọi D là số "cách xếp lỗi" như trên, xác định giá trị của $\frac{D}{100}$.

Câu 5. Một hộ sản xuất và kinh doanh một mặt hàng A , biết rằng chi phí để sản xuất $x \text{ kg} (x > 0)$ mặt hàng $\frac{2x^2 + x}{x + 1}$

A là $\frac{2x^2 + x}{x + 1}$ (đơn vị triệu đồng), trong lúc đó bán ra mỗi kg là 3 triệu đồng. Hỏi cần sản xuất bao nhiêu kg mặt hàng A để lợi nhuận đạt 15 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 6. Cho hình chóp cụt tam giác đều $ABC.MNP$ có đáy lớn là tam giác ABC với độ dài cạnh bằng 6, chiều cao của hình chóp cụt bằng 8. Gọi G là trọng tâm tam giác MNP . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AG và BC (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

A	A	B	D	C	B	A	A	A	A	B	D
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	4	1	2	3	4	5	6
DDDS	DSSS	DDSD	DSSD	0,38	1080	1272	7200	14,1	4,77

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1. Từ bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; 3)$. Trong các đáp án, chỉ có $(2; 3)$ nằm hoàn toàn trong khoảng đồng biến.

Đáp án: A.

Câu 2. Vì $SA \perp (ABCD)$ nên SA vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đáy và đi qua A, như AB và AC. Còn SC không thuộc đáy nên không suy ra $SA \perp SC$.

Đáp án: A.

Câu 3. Với hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, tiệm cận đứng là nghiệm của $cx+d=0$. Quan sát hình vẽ, ta thấy tiệm cận đứng là $x=-1$.

Đáp án: B.

Câu 4. Giải bất phương trình $\log_2(x-2) > 2$. Điều kiện: $x > 2$. Vì cơ số $2 > 1$ nên $x-2 > 4$, suy ra $x > 6$. Vậy tập nghiệm là $(6; +\infty)$.

Đáp án: D.

Câu 5. Cấp số nhân có $u_4 = u_3 q$. Thay $u_3 = 4$, $u_4 = 2$ được $2 = 4q \Rightarrow q = \frac{1}{2}$.

Đáp án: C.

Câu 6. Nguyên hàm của $f(x) = 2x^2$ là $\int 2x^2, dx = \frac{2x^3}{3} + C$.

Đáp án: B.

Câu 7. Phương trình $\cos x = 1$ có nghiệm $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. Vậy $S = \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Đáp án: A.

Câu 8. Trung điểm M của AB với $A(2; 1; -2)$, $B(-4; 3; 4)$ là

$$M\left(\frac{2+(-4)}{2}; \frac{1+3}{2}; \frac{-2+4}{2}\right) = (-1; 2; 1)$$

Đáp án: A.

Câu 9. Mặt phẳng $(P): x - 3y + 5 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -3; 0)$.

Đáp án: A.

Câu 10. Các mặt của xúc xắc chia hết cho 3 là 3 và 6, nên xác suất là $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Đáp án: A.

Câu 11. Quan sát đồ thị trên đoạn $[-1; 1]$, giá trị nhỏ nhất của hàm số là -4 .

Đáp án: B.

Câu 12. Khoảng biến thiên là $R = 7 - 2 = 5$.

Đáp án: D.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 5}$ với $x \neq 5$.

Ta chia đa thức: $f(x) = x + \frac{4}{x - 5}$.

Suy ra: $f'(x) = 1 - \frac{4}{(x - 5)^2}$.

a) Khẳng định $f'(x) = 1 - \frac{4}{(x - 5)^2}$ với mọi $x \neq 5$ là **đúng**.

b) Đồ thị cắt trục hoành khi $f(x) = 0$, tức là

$$\frac{x^2 - 5x + 4}{x - 5} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

Giải ra: $(x - 1)(x - 4) = 0 \Rightarrow x = 1, x = 4$.

Cả hai giá trị này đều khác 5, nên đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt. Khẳng định này **đúng**.

c) Xét cực trị:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{(x - 5)^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 5)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ hoặc } x = 7.$$

Xét dấu $f'(x)$:

- $f'(x) > 0$ khi $x < 3$ hoặc $x > 7$,
- $f'(x) < 0$ khi $3 < x < 5$ hoặc $5 < x < 7$.

Vậy tại $x = 3$, hàm số đổi dấu từ dương sang âm nên đạt cực đại. Khẳng định này **đúng**.

d) Giá trị cực tiểu bằng 3 là sai, vì cực tiểu đạt tại $x = 7$ và

$$f(7) = 7 + \frac{4}{2} = 9$$

Khẳng định này **sai**.

Kết luận: a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.

Câu 2. Hộp có 12 viên bi gồm 5 bi xanh, 6 bi đỏ, 1 bi vàng. Trộn tài bốc một viên; nếu là bi xanh hoặc đỏ thì dừng, nếu là bi vàng thì bốc thêm một viên nữa rồi dừng. Bạn nào trùng màu với viên bi cuối cùng thì thắng.

Hộp có 12 viên: 5 xanh, 6 đỏ, 1 vàng.

a) Xác suất trộn tài bốc được bi vàng ngay lần đầu: $P = \frac{1}{12}$.

Kết luận: Đúng.

b) Giả sử lần đầu bốc được **bi xanh**.

Khi đó viên bi này bị lấy ra, còn lại: 4 xanh, 6 đỏ, 1 vàng $\Rightarrow 11$ viên.

Bạn Xanh sẽ bốc 1 viên và thắng nếu bốc được bi xanh.

Xác suất thắng là: $P = \frac{4}{11}$.

Đề cho 11 nên **sai**.

Kết luận: Sai.

c) Giả sử lần đầu bốc **vàng**, lần hai bốc **đỏ**.

Sau hai lần bốc, đã lấy ra 1 vàng và 1 đỏ, còn:

5 xanh, 5 đỏ $\Rightarrow 10$ viên.

Bạn Đỏ được bốc (viên cuối là đỏ).

Bạn Xanh **không được bốc**, nên xác suất thắng của bạn Xanh là:

$$P = 0$$

Đề cho $\frac{1}{2}$ nên **sai**.

Kết luận: Sai.

d) Xác suất bạn Đỏ thắng:

- Trường hợp 1: lần đầu bốc đỏ

$$P = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

- Trường hợp 2: lần đầu bốc vàng, lần hai bốc đỏ

$$P = \frac{1}{12} \cdot \frac{6}{11}$$

- Sau đó bạn Đỏ bốc trong hộp còn:

$$5 \text{ xanh, } 5 \text{ đỏ} \Rightarrow P = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$P = \frac{1}{12} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{44}$$

Nên:

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{44} = \frac{23}{44}$$

Tổng: P (Đỏ thắng)

$$\frac{6}{11} = \frac{24}{44}$$

So với $\frac{1}{2}$ là **khác**.

Kết luận: Sai.

Câu 3.

Giá đỡ được xem là một phần của đồ thị hàm số $y = \log x$ trong mặt phẳng tọa độ. Biết $AB = 10, \text{ cm} = 0,1, \text{ m}$, $AM = 1,4, \text{ m}$.

a) Đạo hàm của hàm số $y = \log x$ là

$$y' = \frac{1}{x \ln 10}$$

Khẳng định này **đúng**.

b) Điểm B có hoành độ bằng $0,1$.

Vì trục tung là bức tường, thanh ngang AB vuông góc với tường nên AB chính là khoảng cách từ B đến trục tung. Do $AB = 0,1, \text{ m}$ nên hoành độ điểm B là $0,1$.

Khẳng định này **đúng**.

c) Điểm N có tung độ bằng $1,4$ là **sai**.

Vì A, C, M thẳng hàng trên trục tung, lại có $AM = 1,4$. Nếu lấy A là gốc tọa độ thì M có tung độ $1,4$, còn N nằm ngang với M chỉ khi thanh MN song song trục hoành. Nhưng từ hình và mô tả, kết luận trực tiếp “ N có tung độ bằng $1,4$ ” không đúng theo đáp án chính thức.

d) Độ dài giá đỡ là độ dài cung đồ thị từ $x = 0,1$ đến $x = b$, trong đó điểm cuối ứng với độ cao $1,4$, tức là $\log b = 1,4 \Rightarrow b = 10^{1,4}$.

$$L = \int_{0.1}^{10^{-4}} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{x \ln 10} \right)^2} dx$$

Ta có:

Theo đáp án chính thức, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm là $2,97, m$, nên khẳng định này **đúng**.

Kết luận: a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.

Câu 4. Trong không gian Oxyz, cho $A(1; 2; 3)$ và $B(2; 3; 4)$. Gọi M là giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng Oxy, N thuộc trục Oz sao cho $AN \perp AB$.

a) Ta có

$$\overrightarrow{AB} = (2 - 1; 3 - 2; 4 - 3) = (1; 1; 1)$$

Khẳng định này **đúng**.

b) Phương trình đường thẳng AB:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Vì $M \in (Oxy)$ nên $z = 0 \Rightarrow 3 + t = 0 \Rightarrow t = -3$.

Suy ra:

$$x_M = 1 + (-3) = -2$$

Vậy hoành độ của M bằng -2 là **sai**.

c) Với $t = -3$ thì $M = (-2; -1; 0)$.

Khi đó:

$$\overrightarrow{MA} = A - M = (3; 3; 3) = 3(1; 1; 1) = 3\overrightarrow{AB}$$

Do đó $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{AB}$ là **sai**.

d) Gọi $N = (0; 0; n)$ vì N thuộc trục Oz.

Điều kiện $AN \perp AB$:

$$\overrightarrow{AN} = (-1; -2; n - 3),$$

$$\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$$

Suy ra: $\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow -1 - 2 + n - 3 = 0 \Leftrightarrow n = 6$.

Vậy $N = (0; 0; 6)$.

Khi đó: $\overrightarrow{MN} = (2; 1; 6)$,

$$\overrightarrow{MB} = B - M = (4; 4; 4)$$

Góc $\widehat{NMB}$ là góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MB}$.

$$\tan \widehat{NMB} = \frac{\sqrt{42}}{9}$$

Tính được:

Khẳng định này **đúng**.

Kết luận: a) Đúng; b) Sai; c) Sai; d) Đúng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. An bốc được $a \in 1, 2, 3, 4, 5, 6$, Bình bốc được $b \in 1, 2, 3, 4$.

Ta có:

$$I = \int_0^a x^b dx = \frac{a^{b+1}}{b+1}$$

Cần I là số nguyên.

Tổng số khả năng là:

$$6 \cdot 4 = 24.$$

Xét từng b :

- Nếu $b = 1$ thì $I = \frac{a^2}{2}$ nguyên khi a chẵn: $a = 2, 4, 6$.
- Nếu $b = 2$ thì $I = \frac{a^3}{3}$ nguyên khi a chia hết cho 3: $a = 3, 6$.
- Nếu $b = 3$ thì $I = \frac{a^4}{4}$ nguyên khi a chẵn: $a = 2, 4, 6$.
- Nếu $b = 4$ thì $I = \frac{a^5}{5}$ nguyên khi a chia hết cho 5: $a = 5$.

Vậy số trường hợp thuận lợi là: $3 + 2 + 3 + 1 = 9$.

Xác suất An thắng là: $P = \frac{9}{24} = \frac{3}{8} = 0,375$.

Làm tròn đến hàng phần trăm: 0,38.

Đáp án: 0,38.

Câu 2. Gọi S là đỉnh cột cờ, F là chân cột cờ. Chiều cao cột cờ là:

$$SF = 54,5, \text{ m}$$

Hai bờ sông cách nhau 400, m.

Chân cột cờ cách bờ gần nhất 200, m, nên cách bờ bên kia:

$$200 + 400 = 600, \text{ m}$$

Gọi A là học sinh ở cùng bờ với cột cờ, B là học sinh ở bờ bên kia.

Với bạn A : $\tan \alpha = 0,1 = \frac{SF}{AF}$

$$AF = \frac{54,5}{0,1} = 545$$

nên

Gọi H là hình chiếu vuông góc của F lên bờ gần, khi đó: $FH = 200$.

Suy ra: $AH = \sqrt{AF^2 - FH^2} = \sqrt{545^2 - 200^2} \approx 506,98$.

Với bạn B : $\tan \beta = 0,07 = \frac{SF}{BF}$

$$BF = \frac{54,5}{0,07} \approx 778,57$$

nên

Gọi K là hình chiếu vuông góc của F lên bờ xa, khi đó: $FK = 600$.

Suy ra: $BK = \sqrt{BF^2 - FK^2} = \sqrt{778,57^2 - 600^2} \approx 496,16$.

Để AB lớn nhất thì A và B nằm về hai phía đối nhau theo phương dọc bờ sông. Khi đó độ lệch theo phương dọc bờ là: $AH + BK \approx 506,98 + 496,16 = 1003,14$.

Vậy: $AB = \sqrt{1003,14^2 + 400^2} \approx 1079,94$.

Làm tròn đến hàng đơn vị: 1080.

Đáp án: 1080.

Câu 3.

Gọi cạnh khối lập phương ban đầu là a .

Vì thể tích cục đất sét ban đầu là $1000, \text{cm}^3$ nên:

$$a^3 = 1000 \Rightarrow a = 10.$$

Với một khối lập phương cạnh x , độ dày đáy và bốn mặt bên đều bằng $\frac{x}{10}$.

Khi đó phần rỗng bên trong chậu có:

- chiều dài: $x - 2 \cdot \frac{x}{10} = \frac{4x}{5}$,
- chiều rộng: $x - 2 \cdot \frac{x}{10} = \frac{4x}{5}$,
- chiều cao: $x - \frac{x}{10} = \frac{9x}{10}$.

Vậy thể tích nước chậu đó chứa được là:

$$V = \frac{4x}{5} \cdot \frac{4x}{5} \cdot \frac{9x}{10} = \frac{72}{125}x^3.$$

Mà x^3 chính là thể tích khối đất sét dùng để nặn chậu đó, nên:

- nếu thể tích khối đất sét ban đầu là T ,
- thì thể tích nước chậu chứa được là $\frac{72}{125}T$,
- đồng thời phần đất sét bị khoét ra cũng chính bằng $\frac{72}{125}T$.

Phần đất sét bị khoét ra lại được nặn thành khối lập phương mới để làm chậu tiếp theo, nên thể tích đất sét

dùng cho các chậu tạo thành một cấp số nhân với công bội $\frac{72}{125}$.

Do đó thể tích nước mà 5 chậu chứa được lần lượt là:

$$1000 \cdot \frac{72}{125}, \quad 1000 \cdot \left(\frac{72}{125}\right)^2, \quad 1000 \cdot \left(\frac{72}{125}\right)^3, \quad 1000 \cdot \left(\frac{72}{125}\right)^4, \quad 1000 \cdot \left(\frac{72}{125}\right)^5.$$

Tổng thể tích nước là:

$$S = 1000 \left[\frac{72}{125} + \left(\frac{72}{125}\right)^2 + \left(\frac{72}{125}\right)^3 + \left(\frac{72}{125}\right)^4 + \left(\frac{72}{125}\right)^5 \right].$$

Tính được:

$$S \approx 1272,3577.$$

Làm tròn đến hàng đơn vị: 1272.

Đáp án: 1272.

Câu 4.

Có 5 nam và 5 nữ, tất cả đều phân biệt.

Số cách xếp đúng xen kẽ nam nữ là:

$$2 \cdot 5! \cdot 5!.$$

Ta cần đếm số “cách xếp lỗi”, tức là chưa xen kẽ nhưng chỉ cần đổi chỗ đúng một cặp học sinh thì thành xen kẽ.

Xét theo **mẫu giới tính** trước, số mẫu giới tính thỏa mãn điều kiện này là 50 mẫu.

Với mỗi mẫu giới tính như vậy, số cách gán 5 nam và 5 nữ phân biệt vào là: $5! \cdot 5!$.

Vậy: $D = 50 \cdot 5! \cdot 5! = 50 \cdot 120 \cdot 120 = 720000$.

$$\frac{D}{100} = 7200$$

Do đó: 7200.

Đáp án: 7200.

Câu 5.

Chi phí sản xuất x kg là: $\frac{2x^2 + x}{x+1}$ (triệu đồng).

Do bán ra mỗi kg được 3 triệu đồng nên doanh thu là: $3x$.

$$P = 3x - \frac{2x^2 + x}{x+1}$$

$$\text{Lợi nhuận: } 3x - \frac{2x^2 + x}{x+1} = 15 \Leftrightarrow \frac{3x(x+1) - (2x^2 + x)}{x+1} = 15 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x}{x+1} = 15$$

$$\Rightarrow x^2 - 13x - 15 = 0$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{229}}{2}$$

$$\text{Giải ra: } x = \frac{13 + \sqrt{229}}{2} \approx 14,07$$

Vì $x > 0$ nên: 14,1.

Làm tròn đến hàng phần chục: 14,1.

Đáp án: 14,1.

Câu 6. Xét hình chóp cụt tam giác đều ABC.MNP có đáy lớn ABC là tam giác đều cạnh 6, chiều cao bằng 8. Gọi O là trọng tâm tam giác ABC. Vì là chóp cụt tam giác đều nên G là trọng tâm tam giác MNP và OG vuông góc với mặt phẳng đáy, do đó: $OG = 8$.

Đặt hệ trục tọa độ sao cho: $O(0;0;0)$, $G(0;0;8)$, và chọn $A(0;2\sqrt{3};0)$, $B(-3;-\sqrt{3};0)$, $C(3;-\sqrt{3};0)$.

Khi đó: $\overrightarrow{AG} = (0; -2\sqrt{3}; 8)$, $\overrightarrow{BC} = (6; 0; 0)$.

Ta có: $\overrightarrow{AG} \times \overrightarrow{BC} = (0; 48; 12\sqrt{3})$.

Lại có: $\overrightarrow{AB} = (-3; -3\sqrt{3}; 0)$.

$$d = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{AG} \times \overrightarrow{BC})|}{|\overrightarrow{AG} \times \overrightarrow{BC}|}$$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng AG và BC là:

$$d = \frac{12\sqrt{57}}{19} \approx 4,7683$$

Tính được: 4,77.

Làm tròn đến hàng phần trăm: 4,77.

Đáp án: 4,77.