

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số: $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

- A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$ B. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$
 C. $F(x) = 2x - 3 - \frac{1}{x^2} + C$ D. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a; x = b$ ($a < b$) cho bởi công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$ B. $S = \int_a^b f(x) dx$ C. $S = \int_b^a |f(x)| dx$ D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$

Câu 3. Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài cát Hòa Lộc được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường như sau.

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

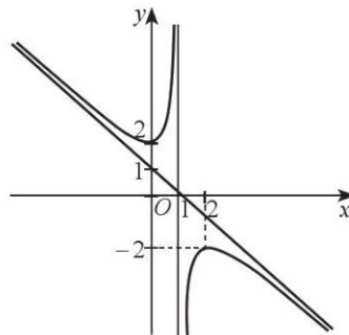
Khoảng tứ phân vị của mẫu thống kê trên là

- A. 319, 23. B. 382, 72. C. 63, 50. D. 65, 43.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(3; -2; 1)$ B. $M(-3; 2; -1)$ C. $M(1; 3; 2)$ D. $M(2; -5; 2)$

Câu 5. Đường cong như hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = \frac{x-2}{x-1}$ B. $y = \frac{x^2+2x-2}{x-1}$ C. $y = \frac{-x^2+2x-2}{x-1}$ D. $y = \frac{-x^2+x-2}{x-1}$

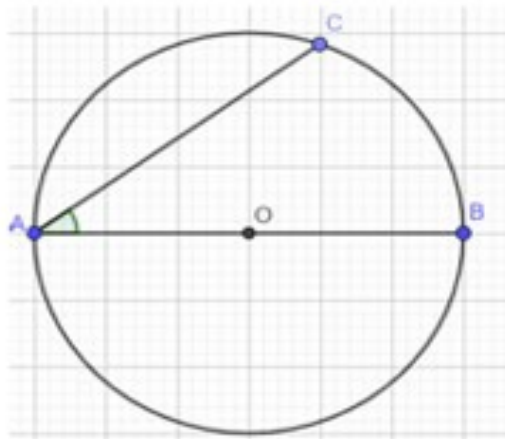
Câu 6. Nghiệm của bất phương trình $2^{x-1} > \frac{5}{2}$ là

- A. $x > \log_2 5$ B. $x > \log_5 2$ C. $x < \log_2 5$ D. $x > \log_2 10 - 1$

- Câu 7.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;1;0)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (3; -1; -1)$ có phương trình là
- A. $3x - y - z + 5 = 0$. B. $3x - y - z - 5 = 0$.
C. $2x + y - 5 = 0$. D. $x + 3y + z - 5 = 0$.
- Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?
- A. $AC \perp (SBD)$. B. $CD \perp (SAD)$.
C. $BD \perp (SAB)$. D. $AD \perp (SCD)$.
- Câu 9.** Nếu $2^{x+1} = 6$ thì 4^x bằng
- A. 6. B. 9. C. 12. D. 8.
- Câu 10.** Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 2$, công sai $d = -5$. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng đó là
- A. -410. B. -205. C. 245. D. -230.
- Câu 11.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khi đó $|\vec{AA'} + \vec{AD}|$ bằng
- A. $2a$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $a\sqrt{6}$.
- Câu 12.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau
- | | | | | |
|---------|-----------|------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 2 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | + | 0 | - | 0 |
| $f(x)$ | $-\infty$ | 1 | -2 | $+\infty$ |
- Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm
- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

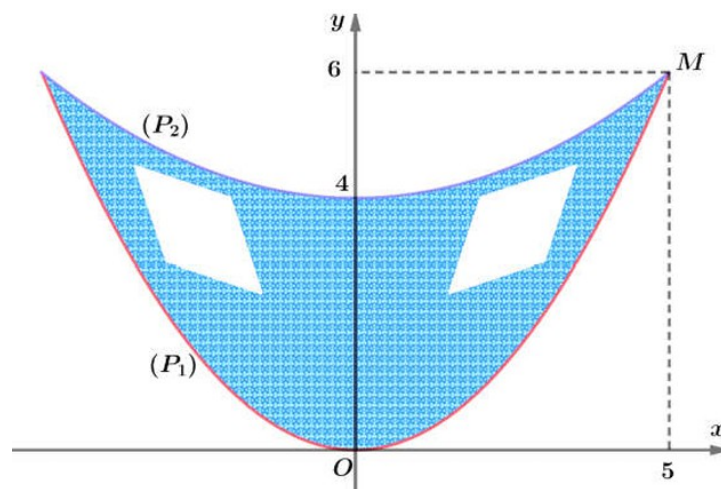
PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

- Câu 1.** Một khu du lịch sinh thái đang khai thác dịch vụ chèo thuyền và ngắm cảnh ven hồ. Hồ nước có dạng hình tròn tâm O , bán kính bằng $1km$ và tại hai vị trí A, B đối xứng nhau qua O người ta xây dựng nơi bán vé vào và nơi kết thúc tham quan. Du khách sẽ được sử dụng dịch vụ chèo thuyền từ vị trí A đến vị trí C trên bờ hồ và sẽ có xe chở ngắm cảnh từ vị trí C men theo bờ hồ đến nơi kết thúc B . Biết rằng vận tốc chèo thuyền là $100m$ mỗi phút và vận tốc xe chạy ngắm cảnh là $200m$ mỗi phút. Gọi x (radian) là số đo góc $\widehat{CAB}$ $\left(0 \leq x < \frac{\pi}{2}\right)$.



- a) Khi $x = 0$ thời gian đi từ A đến B là 20 phút.
- b) Quãng đường xe chở người đi ngắm cảnh là $1000x$ (mét).
- c) Thời gian đi từ A đến B là $20 \cos x + 5x$ (phút).
- d) Thời gian xe đi từ A đến B luôn ít hơn 22 phút 30 giây với mọi cách chọn từ vị trí điểm C .

Câu 2: [NB-TH-TH-TH] Để tham gia lễ hội hóa trang, bạn An dự định làm một chiếc mặt nạ nửa mặt bằng chất liệu giấy cứng. Hình dạng của chiếc mặt nạ được bạn thiết kế trên mặt phẳng tọa độ Oxy , là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol $(P_1), (P_2)$ lần lượt có đỉnh là gốc tọa độ O và điểm có tọa độ $(0; 4)$, cùng nhận trục Oy làm trục đối xứng và cùng đi qua điểm $M(5; 6)$. Mỗi đơn vị trên các trục tọa độ có độ dài 3 cm. Sau đó, bạn vẽ hai hình thoi bằng nhau có độ dài các đường chéo là $2\sqrt{2}$ cm và $4\sqrt{2}$ cm để khoét làm mắt.



- a) Diện tích hai hình thoi được khoét để làm mắt là: 16 cm^2 .
- b) Phương trình của parabol $(P_1): y = \frac{6}{25}x^2$ và phương trình của parabol $(P_2): y = \frac{2}{25}x^2 + 4$.
- c) Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và (P_2) là: $\frac{40}{3}$ (đơn vị diện tích).
- d) Diện tích giấy được bạn An sử dụng để làm chiếc mặt nạ này là 224 cm^2 .

Câu 3. Trong một trường THPT tỷ lệ học sinh nữ là 58%. Tỷ lệ học sinh nữ và học sinh nam tham gia CLB Toán học lần lượt là: 10% và 16%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Xét các

biến cố: A là biến cố “Học sinh được chọn là học sinh nữ”, B là biến cố “Học sinh được chọn tham gia CLB Toán học”.

a) Xác suất chọn được học sinh là nữ là: $P(A) = 0,58$.

b) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học, biết rằng học sinh đó là nam, là: $P(B/\bar{A}) = 0,16$.

c) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học là: $P(B) = 0,1252$.

d) Khi mộ bạn tham gia CLB Toán thì xác suất bạn đó là nữ là: $P(A/B) = 0,47$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;1)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = -2 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Một mặt phẳng (P) thay đổi chứa d .

a) d nhận véc tơ $\vec{u} = (-2; 1; 2)$ làm một véc tơ chỉ phương.

b) Mặt phẳng qua A và vuông góc với d có phương trình là $2x - y - 2z - 3 = 0$.

c) Điểm $H(1; -1; 0)$ là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng d .

d) Khi khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất thì (P) đi qua gốc tọa độ O .

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

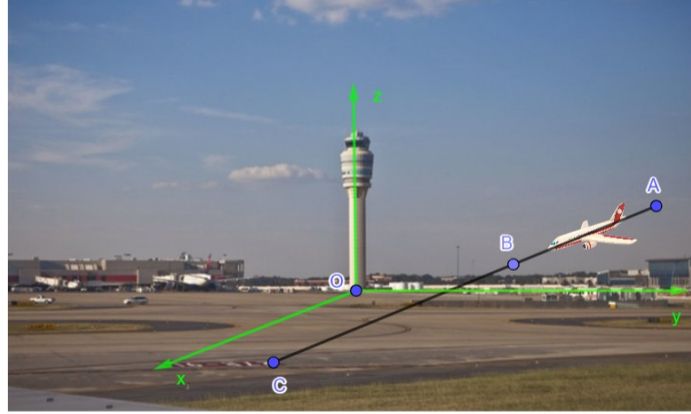
Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng

vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3\sqrt{7}}{7}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

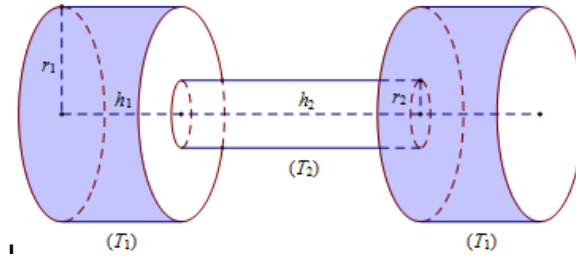
Câu 2. Bạn Nam cần thiết kế hai dụng cụ học tập A và B; Mỗi dụng cụ học tập A cần 9 giờ công để chế tạo và 1 giờ công để hoàn thiện. Mỗi dụng cụ học tập B cần 12 giờ công để chế tạo và 3 giờ công để hoàn thiện. Thời gian làm dụng cụ học tập tối đa ở các khâu chế tạo và hoàn thiện lần lượt là 180 giờ và 30 giờ. Bạn Nam kiếm được lợi nhuận 80 nghìn đồng trên mỗi mẫu A và 120 nghìn đồng trên mỗi mẫu B; Bạn Nam cần lên kế hoạch thiết kế số lượng dụng cụ học tập mỗi loại sao cho lợi nhuận thu được là cao nhất trong thời gian cho phép. Hỏi số tiền (nghìn đồng) bạn Nam có được là bao nhiêu?

Câu 3. Tại một sân bay, người ta chọn hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O tại vị trí chân của đài quan sát, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính theo kilômét). Trên màn hình Rada người ta quan sát một máy bay đang hạ cánh theo đường thẳng từ vị trí $A(4;0;10)$

đến vị trí $B(5; 5; 6)$ và tiếp đất tại vị trí $C(a; b; 0)$. Hỏi vị trí tiếp đất của máy bay cách chân đài quan sát bao nhiêu kilômét? (kết quả làm tròn một chữ số thập phân)

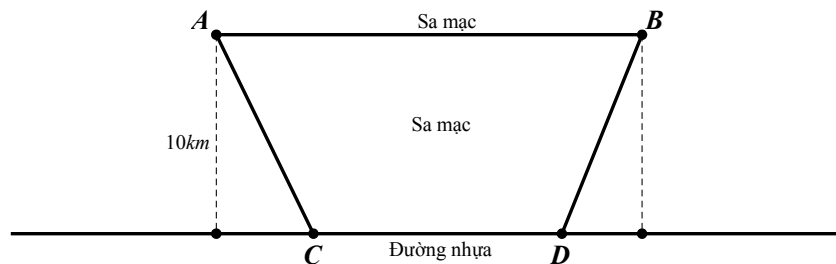


Câu 4. Một chiếc tạ tay có hình dạng gồm 3 khối trụ, trong đó hai khối trụ ở hai đầu bằng nhau và khối trụ làm tay cầm ở giữa. Gọi khối trụ làm đầu tạ là (T_1) và khối trụ làm tay cầm là (T_2) lần lượt có bán kính và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_1 = 4r_2, h_1 = \frac{1}{2}h_2$ (tham khảo hình vẽ bên).



Biết rằng thể tích của khối trụ tay cầm (T_2) bằng 30cm^3 và chiếc tạ làm bằng inox có khối lượng riêng là $D = 7,7\text{g/cm}^3$. Hỏi khối lượng của chiếc tạ tay bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 5. Một nhà địa chất học đang ở điểm A trên sa mạc. Anh ta muốn đến điểm B và cách A một đoạn là 70km . Trong sa mạc thì xe anh ta chỉ có thể di chuyển với vận tốc là 30km/h . Nhà địa chất phải đến địa điểm B sau 2 giờ. Vì vậy, nếu anh ta đi từ A đến B sẽ không thể đến đúng giờ được. May mắn thay, có một con đường nhựa song song với đường nối A và B và cách AB một đoạn 10km . Trên đường nhựa đó thì xe nhà địa chất này có thể di chuyển với vận tốc 50km/h . Thời gian ngắn nhất để nhà địa chất di chuyển từ A đến B là bao nhiêu phút?



Câu 6. Một thùng thăm đựng 50 thẻ giảm giá cho nhân viên có kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 thẻ xanh và 20 thẻ trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một thẻ, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một thẻ

nữa. Tính xác suất để lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất và một thẻ trắng ở lần thứ hai? (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

❗ HẾT ❗

BẢNG ĐÁP ÁN

Phần 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

1.D	2.A	3.C	4.A	5.C	6.B	7.B	8.B	9.B	10.B	11.	12.D
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	-----	------

Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

Câu	1	2	3	4
a)	Đ	Đ	Đ	Đ
b)	Đ	Đ	Đ	Đ
c)	Đ	S	Đ	Đ
d)	S	S	S	Đ

Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	1,5	168	14,1	3,93	116	0,24

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số: $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$ B. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$

C. $F(x) = 2x - 3 - \frac{1}{x^2} + C$ D. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$

Lời giải

Ta có
$$F(x) = \int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a; x = b$ ($a < b$) cho bởi công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$ B. $S = \int_a^b f(x) dx$ C. $S = \int_b^a |f(x)| dx$ D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$

Lời giải

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

Ta có

Câu 3. Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài cát Hòa Lộc được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường như sau.

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Khoảng tứ phân vị của mẫu thống kê trên là

A. 319, 23.

B. 382, 72.

C. 63, 50.

D. 65, 43.

Lời giải

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5
Tần số tích lũy	3	16	34	45	50

Ta có $\frac{n}{4} = \frac{50}{4} = 12,5$ nên Q_1 thuộc nhóm 2 do đó $Q_1 = 290 + \frac{12,5 - 3}{13} \cdot 40 = \frac{4150}{13}$

Ta có $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 50}{4} = 37,5$ nên Q_3 thuộc nhóm 4 do đó $Q_3 = 370 + \frac{37,5 - 34}{11} \cdot 40 = \frac{4210}{11}$

Do đó $\Delta Q = Q_3 - Q_1 \approx 63,5$

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(3; -2; 1)$

B. $M(-3; 2; -1)$

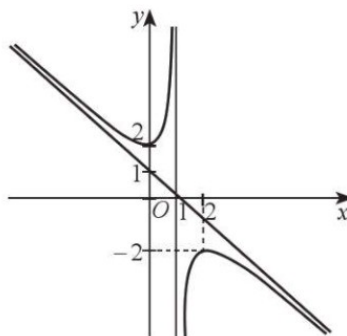
C. $M(1; 3; 2)$

D. $M(2; -5; 2)$

Lời giải

Ta có điểm $M(3; -2; 1)$ thuộc đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$

Câu 5. Đường cong như hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x-2}{x-1}$

B. $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x-1}$

C. $y = \frac{-x^2 + 2x - 2}{x-1}$

D. $y = \frac{-x^2 + x - 2}{x-1}$

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có tiệm cận xiên $y = -x + 1$ do đó $-1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ suy ra loại A, B.
và đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; -2)$ nên chọn C.

Câu 6. Nghiệm của bất phương trình $2^{x-1} > \frac{5}{2}$ là

- A. $x > \log_2 5$. B. $x > \log_5 2$. C. $x < \log_2 5$. D. $x > \log_2 10 - 1$.

Lời giải

Ta có $2^{x-1} > \frac{5}{2} \Leftrightarrow x-1 > \log_2 \left(\frac{5}{2}\right) \Leftrightarrow x > \log_2 5$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; 1; 0)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (3; -1; -1)$ có phương trình là

- A. $3x - y - z + 5 = 0$. B. $3x - y - z - 5 = 0$.
C. $2x + y - 5 = 0$. D. $x + 3y + z - 5 = 0$.

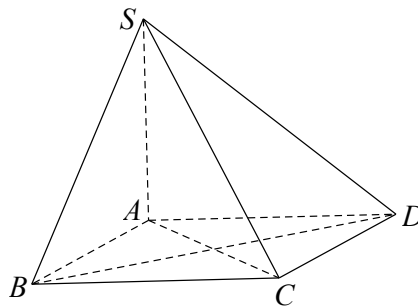
Lời giải

Mặt phẳng đi qua điểm $A(2; 1; 0)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (3; -1; -1)$ có phương trình là
 $3(x-2) - (y-1) - (z-0) = 0$
 $\Leftrightarrow 3x - y - z - 5 = 0$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

- A. $AC \perp (SBD)$. B. $CD \perp (SAD)$.
C. $BD \perp (SAB)$. D. $AD \perp (SCD)$.

Lời giải



$SA \perp CD$ (vì $SA \perp (ABCD)$; $CD \perp AD$ nên $CD \perp (SAD)$).

Câu 9. Nếu $2^{x+1} = 6$ thì 4^x bằng

- A. 6. B. 9. C. 12. D. 8.

Lời giải

$$2^{x+1} = 6 \Leftrightarrow 2^x = 3 \Leftrightarrow 4^x = 9.$$

- Câu 10.** Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 2$, công sai $d = -5$. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng đó là
- A. -410. B. -205. C. 245. D. -230.

Lời giải

$$\text{Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng đó là } S_{10} = \frac{10[2 \cdot 2 + 9 \cdot (-5)]}{2} = -205$$

- Câu 11.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khi đó $|\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}|$ bằng
- A. $2a$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $a\sqrt{6}$.

Lời giải

$$|\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AD'}| = a\sqrt{2}$$

- Câu 12.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

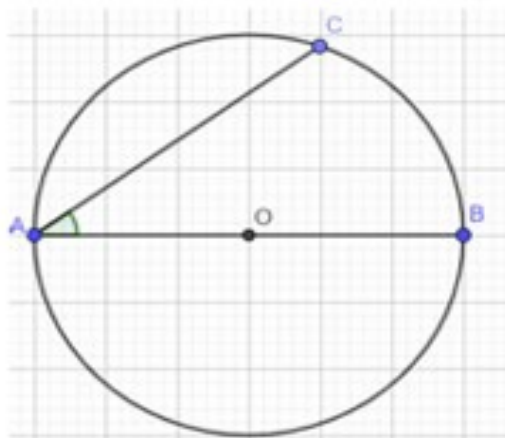
- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Lời giải

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

- Câu 1.** Một khu du lịch sinh thái đang khai thác dịch vụ chèo thuyền và ngắm cảnh ven hồ. Hồ nước có dạng hình tròn tâm O , bán kính bằng $1km$ và tại hai vị trí A, B đối xứng nhau qua O người ta xây dựng nơi bán vé vào và nơi kết thúc thăm quan. Du khách sẽ được sử dụng dịch vụ chèo thuyền từ vị trí A đến vị trí C trên bờ hồ và sẽ có xe chở ngắm cảnh từ vị trí C men theo bờ hồ đến nơi kết thúc B . Biết rằng vận tốc chèo thuyền là $100m$ mỗi phút và vận tốc xe chạy ngắm cảnh là $200m$ mỗi phút. Gọi x (radian) là số đo góc $\widehat{CAB} \left(0 \leq x < \frac{\pi}{2} \right)$.



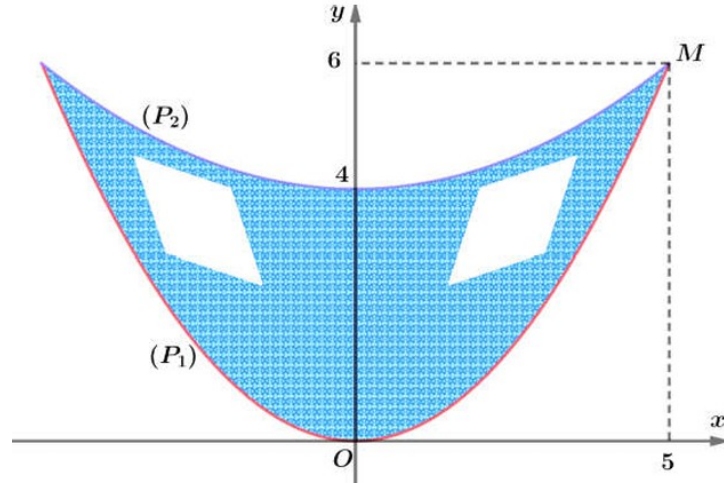
- a) Khi $x = 0$ thời gian đi từ A đến B là 20 phút.
- b) Quãng đường xe chở người đi ngắm cảnh là $1000x$ (mét).
- c) Thời gian đi từ A đến B là $20 \cos x + 5x$ (phút).
- d) Thời gian xe đi từ A đến B luôn ít hơn 22 phút 30 giây với mọi cách chọn từ vị trí điểm C .

Lời giải

1	Giải chi tiết(giải thích)
a) Đúng	Khi $x = 0$ thì người đó chèo thuyền thẳng từ A đến B với quãng đường $AB = 2000m$ nên thời gian đi từ A đến B sẽ là $\frac{2000}{100} = 20$ phút.
b) Đúng	Quãng đường xe chở người đi ngắm cảnh là độ dài cung $l_{CB} = 1000x$ (mét)
c) Đúng	<p>Quãng đường AC dài là $AC = AB \cdot \cos x = 2000 \cos x$.</p> <p>Thời gian đi từ A đến C là $\frac{2000 \cos x}{100} = 20 \cos x$ (phút).</p> <p>Thời gian đi từ C đến B là $\frac{1000x}{200} = 5x$ (phút).</p> <p>Thời gian đi từ A đến B là $20 \cos x + 5x$ (phút).</p>
d) Sai	<p>Do $0 \leq x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{cases} 0 < \cos x \leq 1 \\ 0 \leq 5x < \frac{5\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < 20 \cos x \leq 20 \\ 0 \leq 5x < \frac{5\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow 0 < 20 \cos x + 5x < 20 + \frac{5\pi}{2}$</p> <p>Hay $0 < 20 \cos x + 5x < 27,85$. Vậy với mọi cách chọn vị trí điểm C thì thời gian đi từ A đến B luôn nhỏ hơn 27,85 phút.</p>

Câu 2: [NB-TH-TH-TH] Để tham gia lễ hội hóa trang, bạn An dự định làm một chiếc mặt nạ nửa mặt bằng chất liệu giấy cứng. Hình dạng của chiếc mặt nạ được bạn thiết kế trên mặt phẳng tọa độ

Oxy , là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol $(P_1), (P_2)$ lần lượt có đỉnh là gốc tọa độ O và điểm có tọa độ $(0; 4)$, cùng nhận trục Oy làm trục đối xứng và cùng đi qua điểm $M(5; 6)$. Mỗi đơn vị trên các trục tọa độ có độ dài 3 cm. Sau đó, bạn vẽ hai hình thoi bằng nhau có độ dài các đường chéo là $2\sqrt{2}$ cm và $4\sqrt{2}$ cm để khoét làm mắt.



a) Diện tích hai hình thoi được khoét để làm mắt là: 16 cm^2 .

b) Phương trình của parabol $(P_1): y = \frac{6}{25}x^2$ và phương trình của parabol $(P_2): y = \frac{2}{25}x^2 + 4$.

c) Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và (P_2) là: $\frac{40}{3}$ (đơn vị diện tích).

d) Diện tích giấy được bạn An sử dụng để làm chiếc mặt nạ này là 224 cm^2 .

Lời giải

a) Đúng.

Diện tích hai hình thoi bằng $2 \cdot \frac{2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm}^2$.

b) Đúng

Gọi $(P_1): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

Vì trục Oy làm trục đối xứng nên $x = \frac{-b}{2a} = 0 \Rightarrow b = 0$.

Vì $O(0; 0); M(5; 6) \in (P_1)$ nên $\begin{cases} c = 0 \\ 6 = a \cdot 5^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = \frac{6}{25} \end{cases}$

Do đó $(P_1): y = \frac{6}{25}x^2$.

Gọi $(P_2): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), tương tự $b = 0$

$$\text{Vì } (0;4); M(5;6) \in (P_2) \text{ nên } \begin{cases} 4 = 0 + c \\ 6 = a \cdot 5^2 + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 4 \\ a = \frac{2}{25} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } (P_2): y = \frac{2}{25}x^2 + 4$$

c) Sai.

$$\text{Vì mặt nà đối xứng qua } O_y \text{ nên ta có: } S = 2 \cdot \int_0^5 \left| \frac{6}{25}x^2 - \left(\frac{2}{25}x^2 + 4 \right) \right| dx = \frac{80}{3}.$$

d) Sai.

$$\text{Diện tích giấy là } \frac{80}{3} - 16 = \frac{32}{3} \text{ cm}^2.$$

Câu 3. Trong một trường THPT tỷ lệ học sinh nữ là 58%. Tỷ lệ học sinh nữ và học sinh nam tham gia CLB Toán học lần lượt là: 10% và 16%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Xét các biến cố: A là biến cố “Học sinh được chọn là học sinh nữ”, B là biến cố “Học sinh được chọn tham gia CLB Toán học”.

a) Xác suất chọn được học sinh là nữ là: $P(A) = 0,58$.

b) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học, biết rằng học sinh đó là nam, là $P(B / \bar{A}) = 0,16$.

c) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học là: $P(B) = 0,1252$.

d) Khi mộ bạn tham gia CLB Toán thì xác suất bạn đó là nữ là: $P(A / B) = 0,47$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

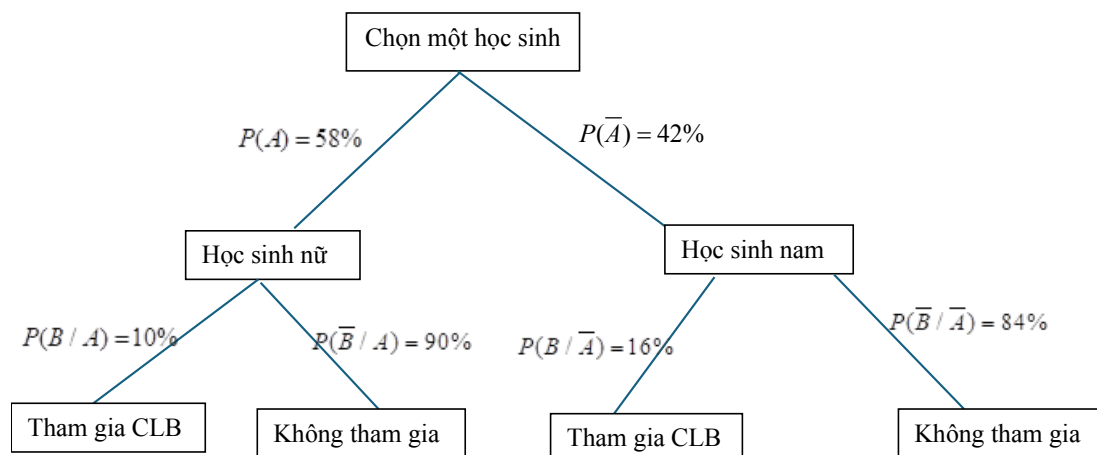
a	b	c	D
Đúng	Đúng	Đúng	Sai

a) Xác suất chọn được học sinh là nữ là: $P(A) = 58\% = 0,58$.

b) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học, biết rằng học sinh đó là nam, là: $P(B / \bar{A}) = 16\% = 0,16$.

c) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học là: $P(B) = 0,1252$.

Ta có sơ đồ cây



$$P(A | B) = \frac{P(A \cdot B)}{P(B)} = \frac{\frac{58}{100} \cdot \frac{10}{100}}{0,1252} = 0,46$$

d) Ta có:

(Sai)

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; 1; 1)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = -2 - 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Một mặt phẳng (P) thay đổi chứa d .

- d nhận véc tơ $\vec{u} = (-2; 1; 2)$ làm một véc tơ chỉ phương.
- Mặt phẳng qua A và vuông góc với d có phương trình là $2x - y - 2z - 3 = 0$.
- Điểm $H(1; -1; 0)$ là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng d .
- Khi khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất thì (P) đi qua gốc tọa độ O .

Lời giải

a. Đúng

b. Đúng

Mặt phẳng qua $A(3; 1; 1)$, nhận véc tơ $\vec{u} = (-2; 1; 2)$ là véc tơ pháp tuyến có phương trình là $-2x + y + 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 2z - 3 = 0$.

c. Đúng

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng $d \Rightarrow H(3 + 2t; -2 - t; -2 - 2t)$ và $\vec{AH} = (2t; -3 - t; -3 - 2t)$.

Vì $\vec{AH} \perp \vec{u} \Rightarrow \vec{AH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow -2 \cdot 2t - 3 - t + 2(-3 - 2t) = 0 \Rightarrow t = -1$. Vậy $H(1; -1; 0)$

d. Đúng

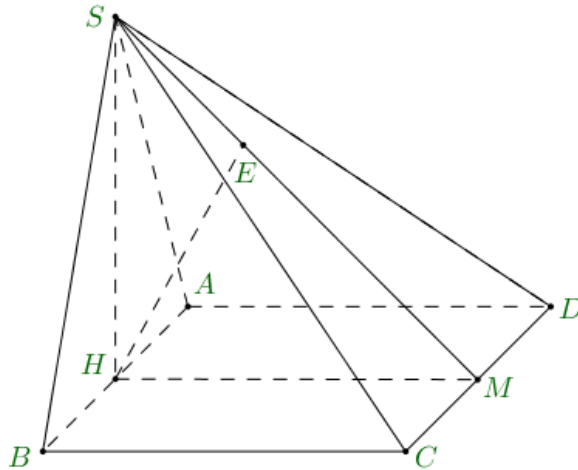
Vì $d \subset (P)$ nên $d(A; (P)) \leq d(A; d) = AH$. Vậy $\max d(d; (P)) = AH$, xảy ra khi $\vec{AH} \perp (P)$

Khi đó mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(1; -1; 0)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{AH} = (-2; -2; -1)$ có phương trình tổng quát là $-2x - 2y - z = 0$. Ta thấy (P) đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3\sqrt{7}}{7}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải



Gọi H, M lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Tam giác SAB đều, suy ra $SH \perp AB$, mà $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Gọi E là hình chiếu của H trên SM .

Suy ra: $HE \perp SM$ và $HE \perp CD$ (do $CD \perp (SHM)$ vì $CD \perp SH, HM$). Do đó: $HE \perp (SCD)$.

Vậy $d(H, (SCD)) = HE = \frac{3\sqrt{7}}{7}$.

Xét tam giác SHM vuông tại H , có $MH = AB, SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra: $\frac{1}{HE^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{HS^2} = \frac{7}{3AB^2} = \frac{7}{9} \Rightarrow AB = \sqrt{3}, SH = \frac{3}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot (\sqrt{3})^2 = 1,5$.

Câu 2. Bạn Nam cần thiết kế hai dụng cụ học tập A và B; Mỗi dụng cụ học tập A cần 9 giờ công để chế tạo và 1 giờ công để hoàn thiện. Mỗi dụng cụ học tập B cần 12 giờ công để chế tạo và 3 giờ công để hoàn thiện. Thời gian làm dụng cụ học tập tối đa ở các khâu chế tạo và hoàn thiện lần lượt là 180 giờ và 30 giờ. Bạn Nam kiếm được lợi nhuận 80 nghìn đồng trên mỗi mẫu A và 120 nghìn đồng trên mỗi mẫu B; Bạn Nam cần lên kế hoạch thiết kế số lượng dụng cụ học tập mỗi loại sao cho lợi nhuận thu được là cao nhất trong thời gian cho phép. Hỏi số tiền (nghìn đồng) bạn Nam có được là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 1680

A: 1 dụng cụ _ 9 giờ chế tạo _ 1 giờ hoàn thiện _ 80 nghìn đồng.

$$x \quad 9x \quad x \quad 80x$$

B: 1 dụng cụ _ 12 giờ chế tạo _ 3 giờ hoàn thiện _ 120 nghìn đồng.

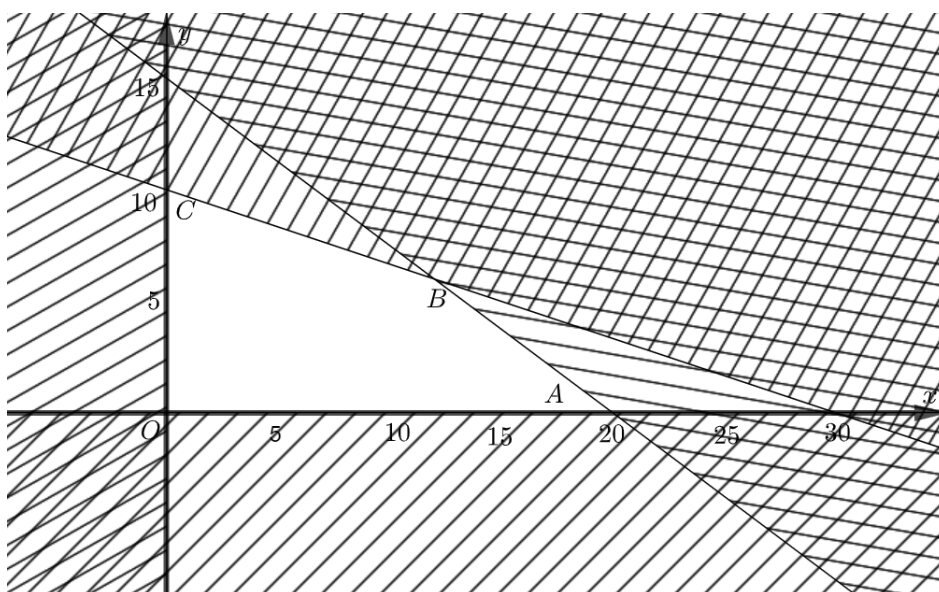
$$y \quad 12y \quad 3y \quad 120y$$

Gọi x, y (dụng cụ) lần lượt là số dụng cụ học tập A và B.

Điều kiện $x \geq 0, y \geq 0$.

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 9x + 12y \leq 180 \\ x + 3y \leq 30 \end{cases}$$

Theo đề ta có hệ bất phương trình



Miền nghiệm của hệ bpt là miền tứ giác $OABC$ với $O(0;0), A(20;0), B(12;6), C(0;10)$.

Gọi F (nghìn đồng) là lợi nhuận thu được. Khi đó $F = 80x + 120y$.

Tại $O(0;0): F = 80 \times 0 + 120 \times 0 = 0$

Tại $A(20;0): F = 80 \times 20 + 120 \times 0 = 1600$

Tại $B(12;6): F = 80 \times 12 + 120 \times 6 = 1680$

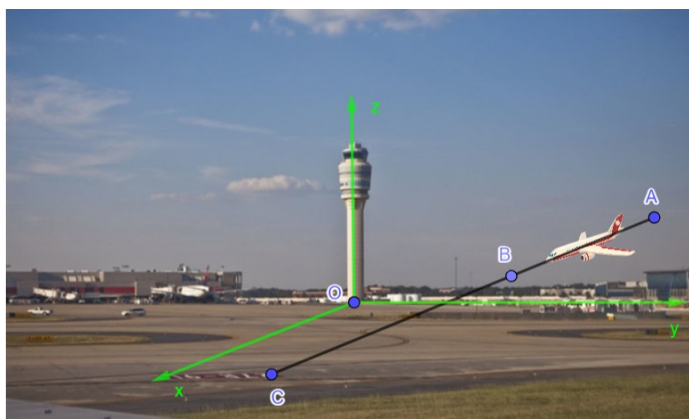
Tại $C(0;10): F = 80 \times 0 + 120 \times 10 = 1200$

F đạt giá trị lớn nhất bằng 1680 tại đỉnh $B(12;6)$.

Vậy số tiền bạn Nam có được là 1680 nghìn đồng.

Câu 3. [Mức độ 3] Tại một sân bay, người ta chọn hệ tọa độ O_{xyz} có gốc O tại vị trí chân của đài quan sát, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính theo

kilômét). Trên màn hình Rađa người ta quan sát một máy bay đang hạ cánh theo đường thẳng từ vị trí $A(4;0;10)$ đến vị trí $B(5;5;6)$ và tiếp đất tại vị trí $C(a;b;0)$. Hỏi vị trí tiếp đất của máy bay cách chân đài quan sát bao nhiêu kilômét? (kết quả làm tròn một chữ số thập phân)



Lời giải

Đường bay của máy bay là đường thẳng AB đi qua $A(4;0;10)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (1;5;-4)$.

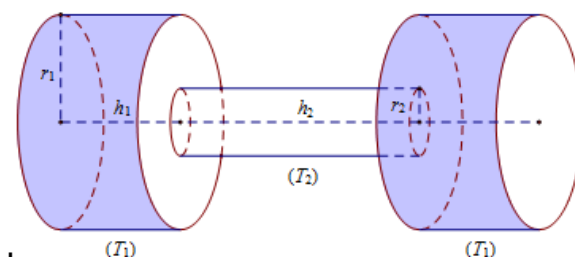
$$\Rightarrow AB: \frac{x-4}{1} = \frac{y}{5} = \frac{z-10}{-4}$$

$$\text{Vì } C(a;b;0) \in AB \text{ nên } \frac{a-4}{1} = \frac{b}{5} = \frac{0-10}{-4} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{13}{2} \\ b = \frac{25}{2} \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{13}{2}; \frac{25}{2}; 0\right)$$

$$\text{Ta có } OC = \sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 + \left(\frac{25}{2}\right)^2 + 0^2} = \frac{\sqrt{794}}{2} \approx 14,1$$

Vậy vị trí tiếp đất của máy bay cách chân đài quan sát khoảng $14,1$ km.

Câu 4. Một chiếc tạ tay có hình dạng gồm 3 khối trụ, trong đó hai khối trụ ở hai đầu bằng nhau và khối trụ làm tay cầm ở giữa. Gọi khối trụ làm đầu tạ là (T_1) và khối trụ làm tay cầm là (T_2) lần lượt có bán kính và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_1 = 4r_2, h_1 = \frac{1}{2}h_2$ (tham khảo hình vẽ bên).



Biết rằng thể tích của khối trụ tay cầm (T_2) bằng 30cm^3 và chiếc tạ làm bằng inox có khối lượng riêng là $D = 7,7\text{g/cm}^3$. Hỏi khối lượng của chiếc tạ tay bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 3,93.

$$T_2 \quad V_2 = \pi r_2^2 h_2 = 30 \text{ cm}^3 \Rightarrow h_2 = \frac{30}{\pi r_2^2}$$

Thể tích khối trụ là

$$h_1 = \frac{1}{2} h_2 \Rightarrow h_1 = \frac{15}{\pi r_2^2}$$

Ta có

$$T_1 \quad V_1 = \pi r_1^2 h_1$$

Thể tích khối trụ là

$$r_1 = 4r_2 \quad h_1 = \frac{15}{\pi r_2^2} \quad V_1 = \pi \cdot 16r_2^2 \cdot \frac{15}{\pi r_2^2} = 240 \text{ cm}^3$$

Mà và nên

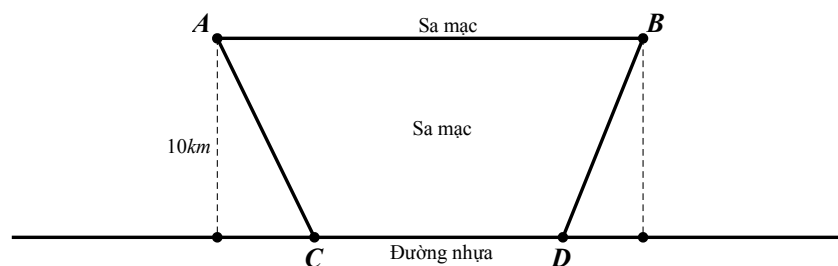
$$V = 2V_1 + V_2 = 2 \cdot 240 + 30 = 510 \text{ cm}^3$$

Tổng thể tích tạ tay là

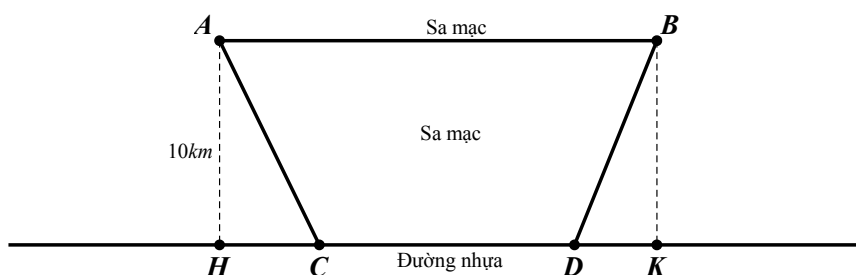
$$m = V \cdot D = 510 \cdot 7,7 = 3927 \text{ g} = 3,927 \text{ kg} \approx 3,93 \text{ kg}$$

Khối lượng tạ tay là

Câu 5. Một nhà địa chất học đang ở điểm A trên sa mạc. Anh ta muốn đến điểm B và cách A một đoạn là 70 km . Trong sa mạc thì xe anh ta chỉ có thể di chuyển với vận tốc là 30 km/h . Nhà địa chất phải đến địa điểm B sau 2 giờ. Vì vậy, nếu anh ta đi từ A đến B sẽ không thể đến đúng giờ được. May mắn thay, có một con đường nhựa song song với đường nối A và B và cách AB một đoạn 10 km . Trên đường nhựa đó thì xe nhà địa chất này có thể di chuyển với vận tốc 50 km/h . Thời gian ngắn nhất để nhà địa chất di chuyển từ A đến B là bao nhiêu phút?



Lời giải:



- Nếu không đi trên đường nhựa thì đi thẳng từ A đến B là hết ít thời gian nhất.

- Muốn đến B hết ít thời gian hơn thời gian đi thẳng từ A đến B thì nhà địa chất phải đi một đoạn đường nhựa CD .

- Ta chứng minh được C, B cùng phía đối với AH :

Thật vậy, nếu C, B không cùng phía đối với AH , khi đó gọi C' là điểm đối xứng với C qua H . Nhà địa chất phải đi con đường $A-C-C'$

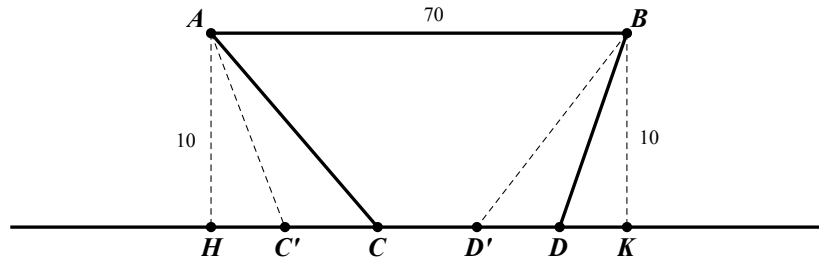
Để thấy $t_{ACC'} = t_{AC} + t_{CC'} = t_{AC} + t_{CC'} > t_{AC'}$

- Tương tự thì D cùng phía A so với BK .

- Hiển nhiên, nếu con đường $A-C-D-B$ là tối ưu về thời gian thì bốn điểm H, C, D, K thẳng hàng theo thứ tự như trong hình.

- Ta chứng minh được $HC = DK$:

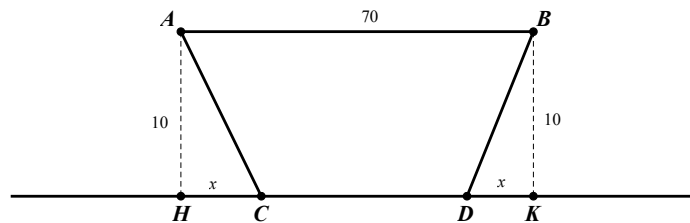
Thật vậy, giả sử $HC > DK$, khi đó tồn tại C, D' trên HK sao cho $HC' = DK$ và $D'K = HC$.



Vì con đường $A-C-D-B$ là tối ưu về thời gian nên $t_{AC} < t_{AC'C} \Rightarrow t_{D'B} < t_{D'DB} \Rightarrow t_{ACDB} > t_{ACD'B}$.

Vô lí. Do đó $HC = DK = x$

- Với $HC = DK = x$ ta có mô hình bài toán:



Thời gian đi hết con đường $A-C-D-B$ là:

$$t_{AC} + t_{CD} + t_{DB} = \frac{\sqrt{10^2 + x^2}}{30} + \frac{70 - 2x}{50} + \frac{\sqrt{10^2 + x^2}}{30} = \frac{\sqrt{10^2 + x^2}}{15} + \frac{35 - x}{25}$$

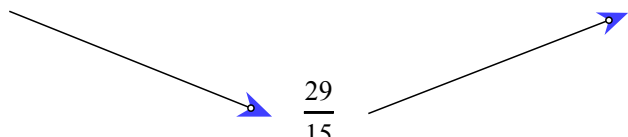
$$f(x) = \frac{\sqrt{10^2 + x^2}}{15} + \frac{35 - x}{25} \quad \text{với } 0 < x < 35$$

Xét hàm số:

$$f'(x) = \frac{x}{15\sqrt{100 + x^2}} - \frac{1}{25}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{15\sqrt{100 + x^2}} - \frac{1}{25} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{15\sqrt{100 + x^2}} = \frac{1}{25} \Leftrightarrow (25x)^2 = 15^2(100 + x^2) \Leftrightarrow x = 7,5$$

Bảng biến thiên:

x	0	7,5	35
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

- Từ bảng biến thiên suy ra: Thời gian ngắn nhất để nhà địa chất di chuyển từ A đến B là $\frac{29}{15}h = 116p$

Câu 6. Một thùng thăm đựng 50 thẻ giảm giá cho nhân viên có kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 thẻ xanh và 20 thẻ trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một thẻ, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một thẻ nữa. Tính xác suất để lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất và một thẻ trắng ở lần thứ hai? (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố “lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất”.

Gọi B là biến cố “lấy được một thẻ trắng ở lần thứ hai”.

Vậy AB là biến cố “lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất và một thẻ trắng ở lần thứ hai”.

Ta có:
$$P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5},$$

Sau khi lấy thẻ xanh ở lần thứ nhất số thẻ còn lại là 49 thẻ nên
$$P(B|A) = \frac{20}{49}.$$

Ta có
$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Rightarrow P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{49} = 0,24$$