

uigeli.xyz ĐỀ 1	ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 Thời gian: 120 phút
--------------------	--

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

Bài 1: (3 điểm) a) Thực hiện phép tính:

b) Chứng minh rằng: Với mọi số nguyên dương n thì : $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10

Bài 2: (2 điểm) Tìm x biết: $\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$

Bài 3: (2 điểm) Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$

Bài 4: (3 điểm) Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của của tia MA lấy điểm E sao cho ME = MA. Chứng minh rằng: a) AC = EB và AC // BE
b) Gọi I là một điểm trên AC ; K là một điểm trên EB sao cho AI = EK . C minh ba điểm I , M , K thẳng hàng

c) Từ E kẻ $EH \perp BC$ ($H \in BC$). Biết $\angle HBE = 50^\circ$; $\angle MEB = 25^\circ$. Tính $\angle HEM$ và $\angle BME$

uigeli.xyz ĐỀ 2	ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 Thời gian: 120 phút
--------------------	--

Bài 1. Tìm giá trị n nguyên dương: a) $\frac{1}{8} \cdot 16^n = 2^n$; b) $27 < 3^n < 243$

Bài 2. Thực hiện phép tính: $\left(\frac{1}{4 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 14} + \frac{1}{14 \cdot 19} + \dots + \frac{1}{44 \cdot 49} \right) \frac{1 - 3 - 5 - 7 - \dots - 49}{89}$

Bài 3. a) Tìm x biết: $|2x + 3| = x + 2$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = |x - 2006| + |2007 - x|$ Khi x thay đổi

Bài 4. Hiện nay hai kim đồng hồ chỉ 10 giờ. Sau ít nhất bao lâu thì 2 kim đồng hồ nằm đối diện nhau trên một đường thẳng.

Bài 5. Cho tam giác vuông ABC ($\angle A = 90^\circ$), đường cao AH, trung tuyến AM. Trên tia đối tia MA lấy điểm D sao cho DM = MA. Trên tia đối tia CD lấy điểm I sao cho CI = CA, qua I vẽ đường thẳng song song với AC cắt đường thẳng AH tại E. Chứng minh: AE = BC.

uigeli.xyz ĐỀ 3	ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 Thời gian: 120 phút
--------------------	--

a/ $\frac{x}{3} = \frac{y}{7}$; $xy = 84$

b/ $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$

Câu 1: Tìm các cặp số (x; y) biết:

Câu 2: Tìm giá trị nhỏ nhất hoặc lớn nhất của các biểu thức sau : $A = |x+1| + 5$; $B = \frac{x^2+15}{x^2+3}$

Câu 3: Cho tam giác ABC có $\hat{A} < 90^\circ$. Vẽ ra phía ngoài tam giác đó hai đoạn thẳng AD vuông góc và bằng AB; AE vuông góc và bằng AC. a, Chứng minh: DC = BE và DC $\perp$ BE
b, Gọi N là trung điểm của DE. Trên tia đối của tia NA lấy M sao cho NA = NM. C/mình: AB = ME và $\triangle ABC = \triangle EMA$

Chứng minh: MA $\perp$ BC

uigeli.xyz ĐỀ 4	ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 Thời gian: 120 phút
--------------------	--

Câu 1 (2 điểm) Thực hiện phép tính : a- $\left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1 \right)$; b- $\frac{\left(\frac{2}{3} \right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{4} \right)^2 \cdot (-1)^{2003}}{\left(\frac{2}{5} \right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{12} \right)^3}$

Câu 2 (2 điểm) a, Tìm số nguyên a để $\frac{a^2+a+3}{a+1}$ là số nguyên; b, Tìm số nguyên x,y sao cho $x-2xy+y=0$

Câu 3 (2 điểm) a, Chứng minh rằng nếu $a+c=2b$ và $2bd = c(b+d)$ thì $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ với b,d khác 0
b, Cần bao nhiêu số hạng của tổng $S = 1+2+3+\dots$ để được một số có ba chữ số giống nhau .

Câu 4 (3 điểm) Cho tam giác ABC có góc B bằng 45° , góc C bằng 120° . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho CD=2CB. Tính góc ADE

Câu 5 (1 điểm) Tìm mọi số nguyên tố thỏa mãn : $x^2-2y^2=1$

uigeli.xyz ĐỀ 5	ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 Thời gian: 120 phút
--------------------	--

Bài 1: a) So sánh hợp lý: $\left(\frac{1}{16} \right)^{200}$ và $\left(\frac{1}{2} \right)^{1000}$; b) Tính $A = \frac{16^3 \cdot 3^{10} + 120 \cdot 6^9}{4^6 \cdot 3^{12} + 6^{11}}$
c) Cho x, y, z là các số khác 0 và $x^2 = yz$, $y^2 = xz$, $z^2 = xy$. Chứng minh rằng: $x = y = z$

Bài 2: Tìm x biết: a) $(2x-1)^4 = 16$ b) $(2x+1)^4 = (2x+1)^6$
c) $|x+3| - 8 = 20$ d) $\frac{x-1}{2009} + \frac{x-2}{2008} = \frac{x-3}{2007} + \frac{x-4}{2006}$

Bài 3: Tìm các số x, y, z biết : a) $(3x-5)^{2006} + (y^2-1)^{2008} + (x-z)^{2100} = 0$

b) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ và $x^2 + y^2 + z^2 = 116$

Bài 4 : a) Cho hai đại lượng tỉ lệ nghịch x và y ; x_1, x_2 là hai giá trị bất kì của x; y_1, y_2 là hai giá trị tương ứng của y. Tính y_1, y_2 biết $y_1^2 + y_2^2 = 52$ và $x_1=2, x_2=3$.

b) Cho hàm số : $f(x) = a.x^2 + b.x + c$ với a, b, c, d $\in \mathbb{Z}$

Biết $f(1):3; f(0):3; f(-1):3$. Chứng minh rằng a, b, c đều chia hết cho 3

c) Chứng minh rằng : Với mọi số nguyên dương n thì : $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10

Bài 5: Cho tam giác ABC vuông cân tại A, M là trung điểm BC. Lấy điểm D bất kì thuộc cạnh BC. H và I thứ tự là hình chiếu của B và C xuống đường thẳng AD. Đường thẳng AM cắt CI tại N. Chứng minh rằng:
a) BH = AI. b) BH² + CI² có giá trị không đổi.

- c) Đường thẳng Dn vuông góc với AC. d) IM là phân giác của góc HIC.

uigeli.xyz ĐỀ 6	ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 <i>Thời gian: 120 phút</i>
--------------------	---

Câu 1. Tìm x biết: a) $3^{x-1} + 5 \cdot 3^{x-1} = 162$ b) $3x + x^2 = 0$ c) $(x-1)(x-3) < 0$

Câu 2. a) Tìm ba số x, y, z thỏa mãn: $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ và $2x^2 + 2y^2 - 3z^2 = -100$

b) Cho $\frac{a}{2b} = \frac{b}{2c} = \frac{c}{2d} = \frac{d}{2a}$ (a, b, c, d > 0)

Tính $A = \frac{2011a - 2010b}{c+d} + \frac{2011b - 2010c}{a+d} + \frac{2011c - 2010d}{a+b} + \frac{2011d - 2010a}{b+c}$

Câu 3. a) Tìm cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn $x + y + xy = 2$.

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \frac{27-2x}{12-x}$ (với x nguyên)

Câu 4. a) Cho đa thức $f(x) = ax^2 + bx + c$. Chứng minh rằng nếu $f(x)$ nhận 1 và -1 là nghiệm thì a và c là 2 số đối nhau.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (|x-3|+2)^2 + |y+3| + 2007$

Câu 5. Cho ΔABC vuông tại A. M là trung điểm BC, trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $AM = MD$. Gọi I và K lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ B và C xuống AD, N là chân đường vuông góc hạ từ M xuống AC.

a) Chứng minh rằng $BK = CI$ và $BK \parallel CI$. b) Chứng minh $KN < MC$.

c) ΔABC thỏa mãn thêm điều kiện gì để $AI = IM = MK = KD$.

d) Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ D xuống BC. Chứng minh rằng các đường thẳng BI, DH, MN đồng quy.

uigeli.xyz ĐỀ 7	ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 <i>Thời gian: 120 phút</i>
--------------------	---

Câu 1: Tìm các số a,b,c biết rằng: $ab = c$; $bc = 4a$; $ac = 9b$

Câu 2: Tìm số nguyên x thỏa mãn:

a, $|5x-3| < 2$ b, $|3x+1| > 4$ c, $|4-x| + 2x = 3$

Câu 3: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = |x| + |8-x|$

Câu 4: Biết rằng: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2 = 385$. Tính tổng: $S = 2^2 + 4^2 + \dots + 20^2$

Câu 5 :

Cho tam giác ABC ,trung tuyến AM .Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AM, BI cắt cạnh AC tại D.

a. Chứng minh $AC = 3 AD$

b. Chứng minh $ID = \frac{1}{4}BD$

uigeli.xyz ĐỀ 8	ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 <i>Thời gian: 120 phút</i>
--------------------	---

Câu 1 . (2đ) Cho: $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$. Chứng minh: $\left(\frac{a+b+c}{b+c+d} \right)^3 = \frac{a}{d}$.

Câu 2. (1đ). Tìm A biết rằng: $A = \frac{a}{b+c} = \frac{c}{a+b} = \frac{b}{c+a}$.

Câu 3. (2đ). Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A \in \mathbb{Z}$ và tìm giá trị đó.

a). $A = \frac{x+3}{x-2}$. b). $A = \frac{1-2x}{x+3}$.

Câu 4. (2đ). Tìm x, biết:

a). $|x-3| = 5$. b). $(x+2)^2 = 81$. c). $5^x + 5^{x+2} = 650$

Câu 5. (3đ). Cho $\triangle ABC$ vuông cân tại A, trung tuyến AM. $E \in BC$, $BH \perp AE$, $CK \perp AE$, ($H, K \in AE$). Chứng minh $\triangle MHK$ vuông cân

uigeli.xyz ĐỀ 9	ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 Thời gian: 120 phút
--------------------	--

Bài 1: (1,5 điểm) Tính $A = \frac{x^3 - x^2 + 03y}{x^2 - y}$ biết $|x| = \frac{1}{2}$; y là số nguyên âm lớn nhất

Bài 2: (2 điểm) Cho $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{16} = \frac{z+9}{25}$ và $\frac{9-x}{7} + \frac{11-x}{9} = 2$. Tìm x+y+z

Bài 3: (1,5 điểm) Tìm $x, y \in \mathbb{Z}$ biết $2xy+3x=4$; $16x^4 - 72x^2 + 90$.

Bài 4: (2 điểm) Cho đa thức: $P = 3x^3 + 4x^2 - 8x + 1$

a/ Chứng minh rằng $x=1$ là nghiệm của đa thức.

b/ Tính giá trị của P biết $x^2+x-3=0$

Bài 5: (3 điểm) Cho tam giác ABC có vuông tại A ($AB < AC$) trên cạnh AC lấy điểm E sao cho $AE = AB$. Tia phân giác của góc BAC cắt đường trung trực của CE tại F. a/ Chứng minh tam giác BFC b/ Biết góc ACB bằng 30° . Chứng minh tam giác BFE đều.

uigeli.xyz ĐỀ 10	ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 Thời gian: 120 phút
---------------------	--

Bài 1: (1 điểm) Tìm số $\overline{xyz}$ biết: $\frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{25}$, và $x - y + z = 4$

Bài 2: (1 điểm) Biết $\frac{a^2}{2c} + ab + \frac{b^2}{3} = 25$; $\frac{c^2}{3} + \frac{b^2}{3} = 9$; $\frac{a^2}{3} + ac + \frac{c^2}{3} = 16$ và $a \neq 0$; $c \neq 0$; $a \neq -c$.

Chứng minh rằng: $\frac{a}{2c} = \frac{a+c}{3}$.

Bài 3: (2,5 điểm) a/ Tìm giá trị của m để đa thức sau là đa thức bậc 3 theo biến x:

$f(x) = (m^2 - 25)x^4 + (20 + 4m)x^3 + 7x^2 - 9$

b/ Tìm giá trị nhỏ nhất của đa thức $g(x) = 16x^4 - 72x^2 + 90$.

Bài 4: (2 điểm) Tìm số chia và số dư biết rằng số bị chia bằng 112 và thương bằng 5.

Bài 5: (3 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $AB < AC < BC$. Các tia phân giác của góc A và góc C cắt nhau tại O. Gọi F là hình chiếu của O trên BC; H là hình chiếu của O trên AC. Lấy điểm I trên đoạn FC sao cho $FI = AH$. Gọi K là giao điểm của FH và AI. a/ Chứng minh tam giác FCH cân và $AK = KI$. b/ Chứng minh ba điểm B, O, K thẳng hàng.

uigeli.xyz ĐỀ 11	ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 Thời gian: 120 phút
---------------------	--

Bài 1: (2 đ) a. Tìm x, y biết: $\frac{x+4}{7+y} = \frac{4}{7}$ và $x+y=22$; b. Cho $\frac{x}{3} = \frac{y}{4}$ và $\frac{y}{5} = \frac{z}{6}$. Tính $M = \frac{2x+3y+4z}{3x+4y+5z}$

Bài 2: (2,0 điểm) a. Cho $H = 2^{2010} - 2^{2009} - 2^{2008} \dots - 2 - 1$. Tính 2010^H

b. Thực hiện tính $M = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{16}(1+2+3+\dots+16)$

Bài 3: (2,5 điểm) Tìm x biết: a. $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{12} \dots \frac{30}{62} \cdot \frac{31}{64} = 4^x$

b. $\frac{4^5 + 4^5 + 4^5 + 4^5}{3^5 + 3^5 + 3^5} \cdot \frac{6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5 + 6^5}{2^5 + 2^5} = 8^x$; c. $|4x+3| - |x-1| = 7$

Bài 4: (3,5đ) Cho tam giác ABC có $\widehat{B} < 90^\circ$ và $\widehat{B} = 2\widehat{C}$. Kẻ đường cao AH. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho BE = BH. Đường thẳng HE cắt AC tại D. a. Chứng minh BEH = ACB.

b. Chứng minh DH = DC = DA. d. Chứng minh AE = HC.

c. Lấy B' sao cho H là trung điểm của BB'. Chứng minh tam giác AB'C cân.

uigeli.xyz ĐỀ 12	ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 Thời gian: 120 phút
---------------------	--

$$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

Bài 1: (4 điểm) a) Thực hiện phép tính:

b) Chứng minh rằng : Với mọi số nguyên dương n thì : $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10

Bài 2: (4 điểm) Tìm x biết: a. $\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right|$; b. $(x-7)^{x+1} - (x-7)^{x+1} = 0$

Bài 3: (4 điểm) a, Số A được chia thành 3 số tỉ lệ theo $\frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6}$. Biết rằng tổng các bình phương của ba số

đó bằng 24309. Tìm số A. b, Cho $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{b}$

Bài 4: (4 điểm) Cho tam giác ABC, M là trung điểm của BC. Trên tia đối của của tia MA lấy điểm E sao cho ME = MA. Chứng minh rằng: a) AC = EB và AC // BE

b) Gọi I là một điểm trên AC; K là một điểm trên EB sao cho AI = EK. C/m ba điểm I, M, K thẳng hàng

c) Từ E kẻ $EH \perp BC$ ($H \in BC$). Biết $\widehat{HBE} = 50^\circ$; $\widehat{MEB} = 25^\circ$. Tính $\widehat{HEM}$ và $\widehat{BME}$

Bài 5: (4 điểm) Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{A} = 20^\circ$, vẽ tam giác đều DBC (D nằm trong tam giác ABC). Tia phân giác của góc ABD cắt AC tại M. Chứng minh:

a, Tia AD là phân giác của góc BAC ; b, AM = BC

uigeli.xyz ĐỀ 13	ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 Thời gian: 120 phút
---------------------	--

$$A = \frac{2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}}$$

Câu 1. (3 điểm) Rút gọn biểu thức

Câu 2. (4 điểm) Chứng minh: $P = (3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + \dots + 3^{x+100}) : 120$ ($x \in \mathbb{N}$)

Câu 3. (4 điểm) Cho hai hàm số $y = \frac{5}{4}x$ và $y = \frac{-4}{5}x$

a. Vẽ đồ thị 2 h/số trên cùng hệ trục tọa độ Oxy. b. CMR: đồ thị của hai h/số trên vuông góc với nhau.

Câu 4. (4,5điểm). Cho ΔABC cân, $\angle A = 100^\circ$. Gọi M là điểm nằm trong tam giác sao cho $\angle MBC = 10^\circ, \angle MCB = 20^\circ$. Trên tia đối của AC lấy điểm E sao cho $CE = CB$. a. Chứng minh: ΔBME đều. b. Tính $\angle AMB$

Câu 5. (4,5điểm). Cho ΔABC , trung tuyến BM. Trên tia BM lấy I và K sao cho $BI = \frac{2}{3} BM$ và M là trung điểm của IK. Gọi N là trung điểm của KC. IN cắt AC tại O. Chứng minh:

- a. O là trọng tâm của ΔIKC . b. $IO = \frac{1}{3} BC$.

uigeli.xyz ĐỀ 14	ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 <i>Thời gian: 120 phút</i>
---------------------	---

Câu1: (2 điểm) Cho dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{2a+b+c+d}{a} = \frac{a+2b+c+d}{b} = \frac{a+b+2c+d}{c} = \frac{a+b+c+2d}{d}$

Tìm giá trị biểu thức: $M = \frac{a+b}{c+d} + \frac{b+c}{d+a} + \frac{c+d}{a+b} + \frac{d+a}{b+c}$

Câu2: (1 điểm). Cho $S = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$. Chứng minh rằng S không phải là số chính phương.

Câu3: (2 điểm) Một ô tô chạy từ A đến B với vận tốc 65 km/h, cùng lúc đó một xe máy chạy từ B đến A với vận tốc 40 km/h. Biết khoảng cách AB là 540 km và M là trung điểm của AB. Hỏi sau khi khởi hành bao lâu thì ô tô cách M một khoảng bằng $\frac{1}{2}$ khoảng cách từ xe máy đến M.

Câu4: (2 điểm) Cho tam giác ABC, O là điểm nằm trong tam giác.

a. Chứng minh rằng: $\angle BOC = \angle A + \angle ABO + \angle ACO$

b. Biết $\angle ABO + \angle ACO = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$ và tia BO là tia phân giác của góc B. CMR: Tia CO là tia phân giác của góc C.

Câu 5: (1,5điểm). Cho 9 đường thẳng trong đó không có 2 đường thẳng nào song song. CMR ít nhất cũng có 2 đường thẳng mà góc nhọn giữa chúng không nhỏ hơn 20° .

Câu 6: (1,5điểm). Khi chơi cá ngựa, thay vì gieo 1 con súc sắc, ta gieo cả hai con súc sắc cùng một lúc thì điểm thấp nhất là 2, cao nhất là 12. các điểm khác là 3; 4; 5 ;6... 11. Hãy lập bảng tần số về khả năng xuất hiện mỗi loại điểm nói trên? Tính tần xuất của mỗi loại điểm đó.

uigeli.xyz ĐỀ 15	ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN LỚP 7 <i>Thời gian: 120 phút</i>
---------------------	---

Bài 1: Tính giá trị biểu thức:

$$A = \frac{(a+b)(-x-y) - (a-y)(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)} \quad \text{Với } a = \frac{1}{3}; b = -2; x = \frac{3}{2}; y = 1$$

Bài 2: Chứng minh rằng: Nếu $0 < a_1 < a_2 < \dots < a_9$ thì: $a_3 + a_6 + a_9$

Bài 3: Có 3 mảnh đất hình chữ nhật: A; B và C. Các diện tích của A và B tỉ lệ với 4 và 5, các diện tích của B và C tỉ lệ với 7 và 8; A và B có cùng chiều dài và tổng các chiều rộng của chúng là 27m. B và C có cùng chiều rộng. Chiều dài của mảnh đất C là 24m. Hãy tính diện tích của mỗi mảnh đất đó.

Bài 4: Cho 2 biểu thức: $A = \frac{4x-7}{x-2}; B = \frac{3x^2-9x+2}{x-3}$

- a) Tìm giá trị nguyên của x để mỗi biểu thức có giá trị nguyên
b) Tìm giá trị nguyên của x để cả hai biểu thức cùng có giá trị nguyên.

- Bài 5:** Cho tam giác cân ABC, AB = AC. Trên tia đối của các tia BC và CB lấy theo thứ tự hai điểm D và E sao cho BD = CE. a) Chứng minh tam giác ADE là tam giác cân.
b) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh AM là tia phân giác của góc DAE
c) Từ B và C vẽ BH và CK theo thứ tự vuông góc với AD và AE. Chứng minh BH = CK
d) Chứng minh 3 đường thẳng AM; BH; CK gặp nhau tại 1 điểm.

ĐÁP ÁN

ĐÁP ÁN ĐỀ 1 THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG LỚP 7. Môn: TOÁN

Bài 1:(3 điểm): a) (1.5 điểm)

$$\begin{aligned} A &= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3 - 1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3 + 1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1 - 7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1 + 2^3)} \\ &= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9} \\ &= \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

b) (1.5 điểm) $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n = 3^{n+2} + 3^n - 2^{n+2} - 2^n = 3^n(3^2 + 1) - 2^n(2^2 + 1)$
 $= 3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5 = 3^n \cdot 10 - 2^{n-1} \cdot 10 = 10(3^n - 2^{n-1})$

Vậy $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n \vdots 10$ với mọi n là số nguyên dương.

Bài 2:(2 điểm)

$$\left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right| \Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| \frac{-16}{5} + \frac{2}{5} \right|$$

$$\Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$$

$$\Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{3} = 2 \\ x - \frac{1}{3} = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3} \\ x = -2 + \frac{1}{3} = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

Bài 3: (2 điểm) Từ $\frac{a}{c} = \frac{c}{b}$ suy ra $c^2 = a.b$ khi đó $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + a.b}{b^2 + a.b} = \frac{a(a+b)}{b(a+b)} = \frac{a}{b}$

Bài 4: (3 điểm) a/ (1 điểm) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có :
 $AM = EM$ (gt)

$$\angle AMC = \angle EMB \text{ (đối đỉnh)}$$

$$BM = MC \text{ (gt)}$$

$$\text{Nên: } \triangle AMC = \triangle EMB \text{ (c.g.c)} \Rightarrow AC = EB$$

Vì $\triangle AMC = \triangle EMB \Rightarrow \angle MAC = \angle MEB$ (2 góc có vị trí so le trong được tạo bởi đường thẳng AC và EB cắt đường thẳng AE)

Suy ra $AC \parallel BE$.

b/ (1 điểm) Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có :

$$AM = EM \text{ (gt)}$$

$$\angle MAI = \angle MEK \text{ (vì } \triangle AMC = \triangle EMB \text{)}$$

$$AI = EK \text{ (gt)}$$

$$\text{Nên } \triangle AMI = \triangle EMK \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \angle AMI = \angle EMK$$

$$\text{Mà } \angle AMI + \angle IME = 180^\circ \text{ (tính chất hai góc kề bù)}$$

$$\Rightarrow \angle EMK + \angle IME = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ Ba điểm I; M; K thẳng hàng

c/ (1 điểm) Trong tam giác vuông BHE ($\angle H = 90^\circ$) có $\angle HBE = 50^\circ$

$$\Rightarrow \angle HEB = 90^\circ - \angle HBE = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

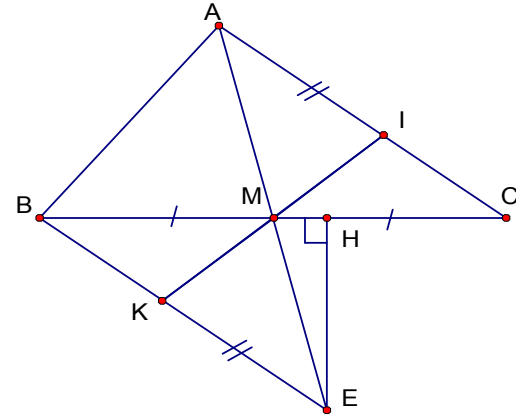
$$\Rightarrow \angle HEM = \angle HEB - \angle MEB = 40^\circ - 25^\circ = 15^\circ$$

$\angle BME$ là góc ngoài tại đỉnh M của $\triangle HEM$

$$\text{Nên } \angle BME = \angle HEM + \angle MHE = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$$

(định lý góc ngoài của tam giác)

(Học sinh giải theo cách khác đúng kết quả vẫn cho điểm tối đa)



ĐÁP ÁN ĐỀ 2 THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG LỚP 7. Môn: TOÁN

Bài 1. Tìm giá trị n nguyên dương: (4 điểm mỗi câu 2 điểm)

$$\text{a) } \frac{1}{8} \cdot 16^n = 2^n \quad ; \quad \Rightarrow 2^{4n-3} = 2^n \Rightarrow 4n-3 = n \Rightarrow n = 1$$

$$\text{b) } 27 < 3^n < 243 \Rightarrow 3^3 < 3^n < 3^5 \Rightarrow n = 4$$

Bài 2. Thực hiện phép tính: (4 điểm)

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{4.9} + \frac{1}{9.14} + \frac{1}{14.19} + \dots + \frac{1}{44.49} \right) \frac{1-3-5-7-\dots-49}{89} \\ &= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} + \frac{1}{14} - \frac{1}{19} + \dots + \frac{1}{44} - \frac{1}{49} \right) \cdot \frac{2-(1+3+5+7+\dots+49)}{12} \\ &= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{49} \right) \cdot \frac{2-(12.50+25)}{89} = -\frac{5.9.7.89}{5.4.7.7.89} = -\frac{9}{28} \end{aligned}$$

Bài 3. (4 điểm mỗi câu 2 điểm)

$$\text{a) Tìm } x \text{ biết: } |2x+3| = x+2$$

Ta có: $x + 2 \leq 0 \Rightarrow x \leq -2$.

+ Nếu $x \leq -\frac{3}{2}$ thì $|2x+3|=x+2 \Rightarrow 2x+3=x+2 \Rightarrow x=-1$ (Thoả mãn)

+ Nếu $-2 \leq x < -\frac{3}{2}$ Thì $|2x+3|=x+2 \Rightarrow -2x-3=x+2 \Rightarrow x=-\frac{5}{3}$ (Thoả mãn)

+ Nếu $-2 > x$ Không có giá trị của x thoả mãn

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $A = |x-2006| + |2007-x|$ Khi x thay đổi

+ Nếu $x < 2006$ thì: $A = -x + 2006 + 2007 - x = -2x + 4013$

Khi đó: $-x > -2006 \Rightarrow -2x + 4013 > -4012 + 4013 = 1 \Rightarrow A > 1$

+ Nếu $2006 \leq x \leq 2007$ thì: $A = x - 2006 + 2007 - x = 1$

+ Nếu $x > 2007$ thì $A = x - 2006 - 2007 + x = 2x - 4013$

Do $x > 2007 \Rightarrow 2x - 4013 > 4014 - 4013 = 1 \Rightarrow A > 1$.

Vậy A đạt giá trị nhỏ nhất là 1 khi $2006 \leq x \leq 2007$

Bài 4. Hiện nay hai kim đồng hồ chỉ 10 giờ. Sau ít nhất bao lâu thì 2 kim đồng hồ nằm đối diện nhau trên một đường thẳng. (4 điểm mỗi)

Gọi x, y là số vòng quay của kim phút và kim giờ khi 10 giờ đến lúc 2 kim đối nhau trên một đường thẳng, ta có:

$$x - y = \frac{1}{3} \quad (\text{ứng với từ số 12 đến số 4 trên đồng hồ})$$

và $x : y = 12$ (Do kim phút quay nhanh gấp 12 lần kim giờ)

$$\text{Do đó: } \frac{x}{y} = \frac{12}{1} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{1} = \frac{x-y}{11} = \frac{1}{3} : 11 = \frac{1}{33}$$

$$\Rightarrow x = \frac{12}{33} (\text{vòng}) \Rightarrow x = \frac{4}{11} (\text{giờ})$$

Vậy thời gian ít nhất để 2 kim đồng hồ từ khi 10 giờ đến lúc nằm đối diện nhau trên một đường thẳng là

$$\frac{4}{11} \text{ giờ}$$

Bài 5. Cho tam giác vuông ABC ($A = 90^\circ$), đường cao AH , trung tuyến AM . Trên tia đối tia MA lấy điểm D sao cho $DM = MA$. Trên tia đối tia CD lấy điểm I sao cho $CI = CA$, qua I vẽ đường thẳng song song với AC cắt đường thẳng AH tại E . Chứng minh: $AE = BC$ (4 điểm mỗi)

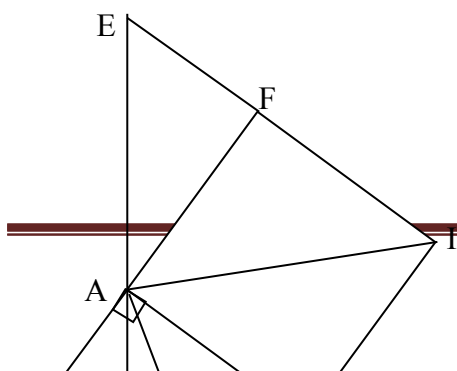
Đường thẳng AB cắt EI tại F

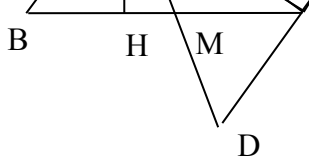
$\Delta ABM = \Delta DCM$ vì:

$AM = DM$ (gt), $MB = MC$ (gt),

$\widehat{AMB} = \widehat{DMC}$ (đđ) $\Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{CDM}$

$\Rightarrow EI \parallel AC$





uigeli.xyz

Và FAI = CIA (so le trong) (1)

IE // AC (gt) $\Rightarrow \widehat{FIA} = \widehat{CAI}$ (so le trong) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta CAI = \Delta FIA$ (AI chung)

$\Rightarrow IC = AC = AF$ (3)

và $\widehat{EFA} = 1v$ (4)

Mặt khác $\widehat{EAF} = \widehat{BAH}$ (dd),

$\widehat{BAH} = \widehat{ACB}$ (cùng phụ ABC)

$\Rightarrow \widehat{EAF} = \widehat{ACB}$ (5)

Từ (3), (4) và (5) $\Rightarrow \Delta AFE = \Delta CAB$

$\Rightarrow AE = BC$

ĐÁP ÁN ĐỀ 3 THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG LỚP 7. Môn: TOÁN

ĐÁP ÁN ĐỀ 3 TOÁN 7

Câu 1: Tìm tất cả các số nguyên a biết $|a| \leq 4$; $0 \leq |a| \leq 4 \Rightarrow |a| = 0; 1; 2; 3; 4$

* $|a| = 0 \Rightarrow a = 0$; * $|a| = 1 \Rightarrow a = 1$ hoặc $a = -1$; * $|a| = 2 \Rightarrow a = 2$ hoặc $a = -2$

* $|a| = 3 \Rightarrow a = 3$ hoặc $a = -3$; * $|a| = 4 \Rightarrow a = 4$ hoặc $a = -4$

Câu 2: Tìm phân số có tử là 7 biết nó lớn hơn $-\frac{9}{10}$ và nhỏ hơn $-\frac{9}{11}$

Gọi mẫu phân số cần tìm là x. Ta có: $-\frac{9}{10} < \frac{7}{x} < -\frac{9}{11} \Rightarrow \frac{63}{-70} < \frac{63}{9x} < \frac{63}{-77}$

$\Rightarrow -77 < 9x < -70$. Vì $9x : 9 \Rightarrow 9x = -72 \Rightarrow x = 8$. Vậy phân số cần tìm là $-\frac{7}{8}$

Câu 3. Cho 2 đa thức: $P(x) = x^2 + 2mx + m^2$ và $Q(x) = x^2 + (2m+1)x + m^2$. Tìm m biết $P(1) = Q(-1)$

$P(1) = 1^2 + 2m \cdot 1 + m^2 = m^2 + 2m + 1$; $Q(-1) = 1 - 2m - 1 + m^2 = m^2 - 2m$

Để $P(1) = Q(-1)$ thì $m^2 + 2m + 1 = m^2 - 2m \Leftrightarrow 4m = -1 \Leftrightarrow m = -1/4$

Câu 4: Tìm các cặp số (x; y) biết: $a/ \frac{x}{3} = \frac{y}{7}; xy=84 \Rightarrow \frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{49} = \frac{xy}{3 \cdot 7} = \frac{84}{21} = 4$

$\Rightarrow x^2 = 4 \cdot 9 = 36 \Rightarrow x = \pm 6 \Rightarrow y^2 = 4 \cdot 7 = 28 \Rightarrow y = \pm 2\sqrt{7}$

Do x, y cùng dấu nên: $x = 6; y = 2\sqrt{7}$; $x = -6; y = -2\sqrt{7}$

b/ $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x}$

áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{1+3y}{12} = \frac{1+5y}{5x} = \frac{1+7y}{4x} = \frac{1+7y-1-5y}{4x-5x} = \frac{2y}{-x} = \frac{1+5y-1-3y}{5x-12} = \frac{2y}{5x-12}$

$\Rightarrow \frac{2y}{-x} = \frac{2y}{5x-12} \Rightarrow -x = 5x-12 \Rightarrow x = 2$. Thay $x = 2$ vào trên ta được: $\frac{1+3y}{12} = \frac{2y}{-2} = -y$

$\Rightarrow 1+3y = -12y \Rightarrow 1 = -15y \Rightarrow y = -\frac{1}{15}$. Vậy $x = 2, y = -\frac{1}{15}$ thỏa mãn đề bài

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất hoặc lớn nhất của các biểu thức sau : $A = |x+1| + 5$

Ta có : $|x+1| \geq 0$. Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow x = -1$. $\Rightarrow A \geq 5$.

Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow x = -1$. Vậy: Min $A = 5 \Leftrightarrow x = -1$.

$$\bullet B = \frac{x^2+15}{x^2+3} = \frac{(x^2+3)+12}{x^2+3} = 1 + \frac{12}{x^2+3}$$

Ta có: $x^2 \geq 0$. Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow x = 0$ $\Rightarrow \frac{12}{x^2+3} \leq 3$ (2 vế dương)

$$\Rightarrow \frac{12}{x^2+3} \leq 3 \Rightarrow \frac{12}{x^2+3} \leq 4 \Rightarrow 1 + \frac{12}{x^2+3} \leq 1+4 \Rightarrow B \leq 5$$

Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow x = 0$. Vậy : Max $B = 5 \Leftrightarrow x = 0$.

ĐA:ĐỀ 3- Câu 6:

a/ Xét $\triangle ADC$ và $\triangle BAF$ ta có:

$DA = BA$ (gt); $AE = AC$ (gt); $\angle DAC = \angle BAE$ (cùng bằng $90^\circ + \angle BAC$)

$\Rightarrow \angle DAC = \angle BAE$ (c.g.c) $\Rightarrow DC = BE$

Xét $\triangle AIE$ và $\triangle TIC$

$\angle I_1 = \angle I_2$ (đđ)

$EI_1 = CI_1$ (do $\angle DAC = \angle BAE$)

$\Rightarrow EI_1 = CI_1$

$\Rightarrow \angle CTI = 90^\circ \Rightarrow DC \perp BE$

b/ Ta có: $\angle MNE = \angle AND$ (c.g.c)

$\Rightarrow D_1 = \angle MEN, AD = ME$

mà $AD = AB$ (gt)

$\Rightarrow AB = ME$ (đpcm) (1)

Vì $D_1 = \angle MEN \Rightarrow DA \parallel ME \Rightarrow \angle DAE + \angle AEM = 180^\circ$ (trong cùng phía)

mà $\angle BAC + \angle DAE = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle BAC = \angle AEM$ (2)

Ta lại có: $AC = AE$ (gt) (3). Từ (1),(2) và (3) $\Rightarrow \angle ABC = \angle EMA$ (đpcm)

c/ Kéo dài MA cắt BC tại H . Từ E hạ $EP \perp MH$

Xét $\triangle AHC$ và $\triangle EPA$ có:

$\angle CAH = \angle AEP$ (do cùng phụ với $\angle PAE$)

$AE = CA$ (gt)

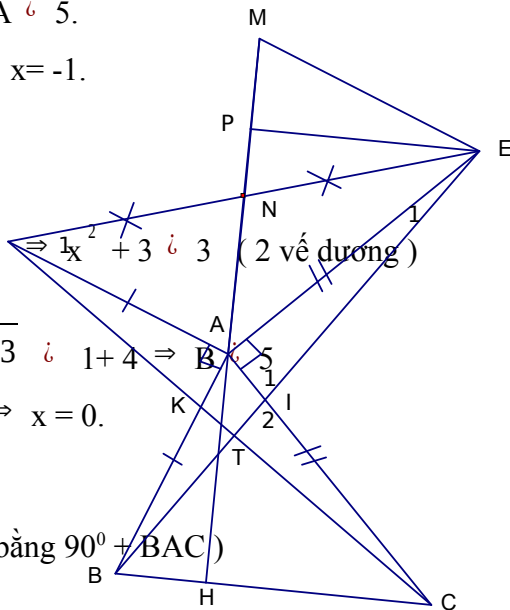
$\angle PAE = \angle HCA$ (do $\angle ABC = \angle EMA$ câu b)

$\Rightarrow \angle AHC = \angle EPA$

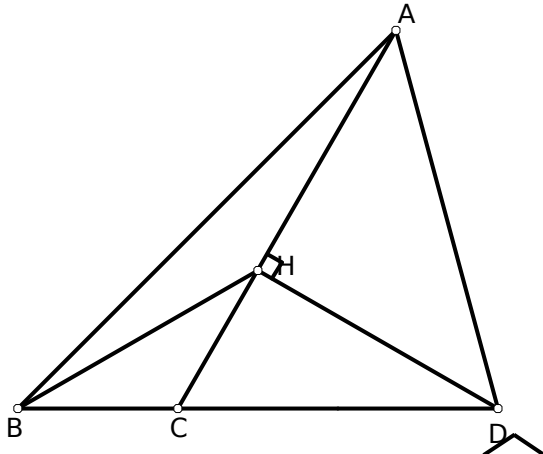
$\Rightarrow \angle EPA = \angle AHC$

$\Rightarrow \angle AHC = 90^\circ$

$\Rightarrow MA \perp BC$ (đpcm)



CÂU	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM										
1.a	Thực hiện theo từng bước đúng kết quả -2 cho điểm tối đa	1Điểm										
1.b	Thực hiện theo từng bước đúng kết quả 14,4 cho điểm tối đa	1Điểm										
2.a	<div>$\frac{a^2+a+3}{a+1} = \frac{a(a+1)+3}{a+1} = a + \frac{3}{a+1}$</div> <p>Ta có :</p> <div>$\frac{a^2+a+3}{a+1} \qquad \frac{3}{a+1}$</div> <p>vì a là số nguyên nên $\frac{a^2+a+3}{a+1}$ là số nguyên khi $\frac{3}{a+1}$ là số nguyên hay a+1 là ước của 3 do đó ta có bảng sau :</p> <table><tr><td>a+1</td><td>-3</td><td>-1</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>a</td><td>-4</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td></tr></table> <p>Vậy với $a \in [-4, -2, 0, 2]$ thì $\frac{a^2+a+3}{a+1}$ là số nguyên</p>	a+1	-3	-1	1	3	a	-4	-2	0	2	<div>0,25</div> <div>0,25</div> <div>0,25</div> <div>0,25</div>
a+1	-3	-1	1	3								
a	-4	-2	0	2								
2.b	<p>Từ : $x-2xy+y=0$ Hay $(1-2y)(2x-1) = -1$ Vì x,y là các số nguyên nên (1-2y)và (2x-1) là các số nguyên do đó ta có các trường hợp sau :</p> <div>$\begin{cases} 1-2y=1 \\ 1-2y=-1 \end{cases}$</div> <p>Hoặc</p> <p>Vậy có 2 cặp số x, y như trên thỏa mãn điều kiện đầu bài</p>	<div>0,25</div> <div>0,25</div> <div>0,25</div>										
3.a	<p>Vì $a+c=2b$ nên từ $2bd = c(b+d)$ Ta có: $(a+c)d=c(b+d)$</p> <div>$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$</div> <p>Hay $ad=bc$ Suy ra $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (ĐPCM)</p>	<div>0,5</div> <div>0,5</div>										
3.b	<p>Giả sử số có 3 chữ số là $\overline{aaa} = 111.a$ (a là chữ số khác 0) Gọi số số hạng của tổng là n , ta có :</p> <div>$\frac{n(n+1)}{2} = 111.a = 3.37.a$</div> <p>Hay $n(n+1) = 2.3.37.a$ Vậy $n(n+1)$ chia hết cho 37 , mà 37 là số nguyên tố và $n+1 < 74$ (Nếu n = 74 không thỏa mãn) Do đó $n=37$ hoặc $n+1 = 37$</p> <p>Nếu $n=37$ thì $n+1 = 38$ lúc đó $\frac{n(n+1)}{2} = 703$ không thỏa mãn</p> <p>Nếu $n+1=37$ thì $n = 36$ lúc đó $\frac{n(n+1)}{2} = 666$ thỏa mãn</p> <p>Vậy số số hạng của tổng là 36</p>	<div>0,25</div> <div>0,25</div> <div>0,5</div>										

4	 <p>ĐA:ĐỀ 4 CAU 4:Kẻ DH Vuông góc với AC vì $\widehat{ACD} = 60^\circ$ do đó $\widehat{CDH} = 30^\circ$</p> <p>Nên $CH = \frac{CD}{2} \Rightarrow CH = BC$</p> <p>Tam giác BCH cân tại C $\Rightarrow \widehat{CBH} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ABH} = 15^\circ$</p> <p>Mà $\widehat{BAH} = 15^\circ$ nên tam giác AHB cân tại H</p> <p>Do đó tam giác AHD vuông cân tại H Vậy $\widehat{ADB} = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$</p>	0,5 0,5 1,0 1,0
5	<p>Từ : $x^2 - 2y^2 = 1$ suy ra $x^2 - 1 = 2y^2$</p> <p>Nếu x chia hết cho 3 vì x nguyên tố nên x=3 lúc đó y= 2 nguyên tố thỏa mãn</p> <p>Nếu x không chia hết cho 3 thì $x^2 - 1$ chia hết cho 3 do đó $2y^2$ chia hết cho 3 Mà $(2;3)=1$ nên y chia hết cho 3 khi đó $x^2 = 19$ không thỏa mãn</p> <p>Vậy cặp số (x,y) duy nhất tìm được thỏa mãn điều kiện đầu bài là (2;3)</p>	0,25 0,25 0,25 0,25

ĐÁP ÁN ĐỀ 5 THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG LỚP 7. Môn: TOÁN

Bài 1: (1,5 điểm):

a) Cách 1: $\left(\frac{1}{16}\right)^{200} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4 \cdot 200} = \left(\frac{1}{2}\right)^{800} > \left(\frac{1}{2}\right)^{1000}$

Cách 2: $\left(\frac{1}{16}\right)^{200} > \left(\frac{1}{32}\right)^{200} = \left(\frac{1}{2}\right)^{5 \cdot 200} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1000}$

b)
$$P = \frac{\left((2^4)^3 \cdot 3^{10} + 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2^2 \cdot (2 \cdot 3)^9\right)}{\left((2^2)^6 \cdot 3^{12} + (2 \cdot 3)^{11}\right)} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} + 3^{10} \cdot 2^{12} \cdot 5}{2^{12} \cdot 3^{12} + 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{2^{12} \cdot 3^{10} (1 + 5)}{2^{11} \cdot 3^{11} (2 \cdot 3 + 1)}$$

$$= \frac{6 \cdot 2^{12} \cdot 3^{10}}{7 \cdot 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{4 \cdot 2^{11} \cdot 3^{11}}{7 \cdot 2^{11} \cdot 3^{11}} = \frac{4}{7}$$

c) Vì x, y, z là các số khác 0 và $x^2 = yz$, $y^2 = xz$, $z^2 = xy \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{z}{x}; \frac{y}{z} = \frac{x}{y}; \frac{z}{x} = \frac{y}{z} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x}$ áp dụng

tính chất dãy tỉ số bằng nhau $\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{x} = \frac{x+y+z}{y+z+x} = 1 \Rightarrow x = y = z$

Bài 2: (1,5 điểm):

- a) $(2x-1)^4 = 16$.Tìm đúng x=1,5 ; x = -0,5 (0,25điểm)
- b) $(2x+1)^4 = (2x+1)^6$.Tìm đúng x = -0,5 ; x = 0; x = -15 (0,5điểm)

$$c) \quad ||x+3|-8|=20$$

$$||x+3|-8|=20 \Rightarrow |x+3|-8=20, |x+3|-8=-20$$

$$|x+3|-8=20 \Rightarrow |x+3|=28 \Rightarrow x=25; x=-31$$

$$|x+3|-8=-20 \Rightarrow |x+3|=-12 : \text{ vô nghiệm}$$

$$d) \quad \frac{x-1}{2009} + \frac{x-2}{2008} = \frac{x-3}{2007} + \frac{x-4}{2006} \Rightarrow \frac{x-1}{2009} - 1 + \frac{x-2}{2008} - 1 = \frac{x-3}{2007} - 1 + \frac{x-4}{2006} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{x-2010}{2009} + \frac{x-2010}{2008} = \frac{x-2010}{2007} + \frac{x-2010}{2006}$$

$$\Rightarrow \frac{x-2010}{2009} + \frac{x-2010}{2008} - \frac{x-2010}{2007} - \frac{x-2010}{2006} = 0$$

$$\Rightarrow (x-2010) \left(\frac{1}{2009} + \frac{1}{2008} - \frac{1}{2007} - \frac{1}{2006} \right) = 0 \Rightarrow x-2010=0 \Rightarrow x=2010$$

Bài 3:

$$a) (3x-5)^{2006} + (y^2-1)^{2008} + (x-z)^{2100} = 0 \Rightarrow (3x-5)^{2006} = 0; (y^2-1)^{2008} = 0; (x-z)^{2100} = 0$$

$$\Rightarrow 3x-5=0; y^2-1=0; x-z=0 \Rightarrow x=z=\frac{5}{3}; y=-1; y=1$$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$$

$$b) \quad \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \text{ và } x^2 + y^2 + z^2 = 116$$

$$\frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{16} = \frac{x^2+y^2+z^2}{4+9+16} = \frac{116}{29} = 4$$

$$\text{Từ giả thiết } \Rightarrow \frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{16} = \frac{x^2+y^2+z^2}{4+9+16} = \frac{116}{29} = 4$$

$$\text{Tìm đúng: } (x=4; y=6; z=8); (x=-4; y=-6; z=-8)$$

Bài 4: a) Vì x, y là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên:

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1} \Rightarrow \frac{y_2}{y_1} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{y_2}{2} = \frac{y_1}{3} \Rightarrow \left(\frac{y_2}{2} \right)^2 = \left(\frac{y_1}{3} \right)^2 \Rightarrow \frac{y_1^2}{9} = \frac{y_2^2}{4} = \frac{y_1^2 + y_2^2}{9+4} = \frac{52}{13} = 4$$

$$+) y_1^2 = 36 \Rightarrow y_1 = \pm 6$$

Với $y_1 = -6$ thì $y_2 = -4$;

Với $y_1 = 6$ thì $y_2 = 4$.

b) Ta có: $f(0) = c$; $f(1) = a + b + c$; $f(-1) = a - b + c$

$$+) f(0) : 3 \Rightarrow c : 3$$

$$+) f(1) : 3 \Rightarrow a + b + c : 3 \Rightarrow a + b : 3(1)$$

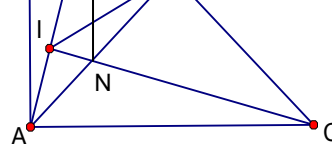
$$+) f(-1) : 3 \Rightarrow a - b + c : 3 \Rightarrow a - b : 3(2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) Suy ra } (a+b) + (a-b) : 3 \Rightarrow 2a : 3 \Rightarrow a : 3 \text{ vì } (2; 3) = 1 \Rightarrow b : 3$$

Vậy a, b, c đều chia hết cho 3

$$c) \quad 3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n = 3^{n+2} + 3^n - 2^{n+2} - 2^n \\ = 3^n(3^2 + 1) - 2^n(2^2 + 1) = 3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5 = 3^n \cdot 10 - 2^{n-1} \cdot 10 = 10(3^n - 2^{n-1})$$

Vậy $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n : 10$ với mọi n là số nguyên dương.



Bài 5:

- a. $\Delta AIC = \Delta BHA \Rightarrow BH = AI$ (0,5điểm)
 b. $BH^2 + CI^2 = BH^2 + AH^2 = AB^2$ (0,75điểm)
 c. AM, CI là 2 đường cao cắt nhau tại N $\Rightarrow N$ là trực tâm $\Rightarrow DN \perp AC$ (0,75điểm)
 d. $\Delta BHM = \Delta AIM \Rightarrow HM = MI$ và $\angle BMH = \angle IMA$ (0,25điểm)
 mà: $\angle IMA + \angle BMI = 90^\circ \Rightarrow \angle BMH + \angle BMI = 90^\circ$ (0,25điểm)
 $\Rightarrow \Delta HMI$ vuông cân $\Rightarrow \angle HIM = 45^\circ$ (0,25điểm)
 mà: $\angle HIC = 90^\circ \Rightarrow \angle HIM = \angle MIC = 45^\circ \Rightarrow IM$ là phân giác $\angle HIC$ (0,25điểm)

*) Ghi chú:

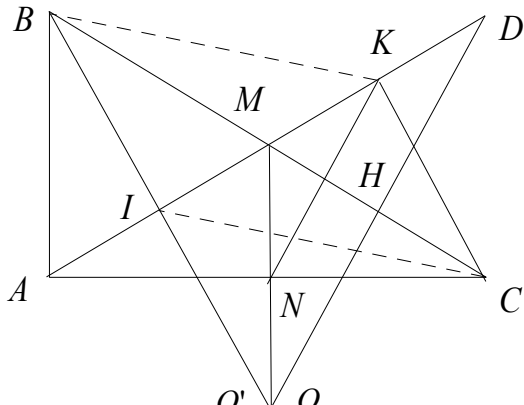
Nếu học sinh có cách giải khác đúng, vẫn được điểm tối đa

ĐÁP ÁN ĐỀ 6 THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG LỚP 7. Môn: TOÁN

ĐÁP ÁN - BIỂU CHẤM

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 1 (4,5 đ)	a) (1,5đ) $3^{x-1}(1+5) = 162 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 27$ $\Rightarrow x-1 = 3 \Rightarrow x = 4$	0,75 0,75
	b) (1,5đ) $3x + x^2 = 0 \Leftrightarrow x(3 + x) = 0$ $x=0$ hoặc $x = -3$	0,75 0,75
	c) (1,5đ) $(x-1)(x-3) < 0$ vì $x-1 > x-3$ nên $(x-1)(x-3) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}$	0,5 1,0
Câu 2 (3,0 đ)	a) (1,5đ) $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ Từ $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5}$ ta có: $\frac{x^2}{9} = \frac{y^2}{16} = \frac{z^2}{25} = \frac{2x^2}{18} = \frac{2y^2}{32} = \frac{3z^2}{75} = \frac{2x^2 + 2y^2 - 3z^2}{-25} = \frac{-100}{-25} = 4$ $\begin{cases} x^2 = 36 \\ y^2 = 64 \end{cases}$ (Vì x, y, z cùng dấu)	0,75 0,75
	b) (1,5 đ) $\frac{a}{2b} = \frac{b}{2c} = \frac{c}{2d} = \frac{d}{2a} = \frac{a+b+c+d}{2b+2c+2d+2a} = \frac{1}{2}$ Ta có $\frac{a}{2b} = \frac{b}{2c} = \frac{c}{2d} = \frac{d}{2a} = \frac{1}{2}$ (do a,b,c,d > 0 $\Rightarrow a+b+c+d > 0$) suy ra $a = b = c = d$ Thay vào tính được $P = 2$	0,5 0,5 0,5
Câu 3 (3,0 đ)	a) (1,5đ) Ta có $x + y + xy = 2 \Leftrightarrow x + 1 + y(x + 1) = 3$ $\Leftrightarrow (x+1)(y+1) = 3$ Do x, y nguyên nên x + 1 và y + 1 phải là ước của 3. Lập bảng ta có:	0,75

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM																				
	<table><tr><td>$x+1$</td><td>1</td><td>3</td><td>-1</td><td>-3</td></tr><tr><td>$y+1$</td><td>3</td><td>1</td><td>-3</td><td>-1</td></tr><tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td><td>-2</td><td>-4</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>0</td><td>-4</td><td>-2</td></tr></table> <p>Vậy các cặp (x,y) là: (0,2); (2,0); (-2,-4); (-4,-2)</p>	$x+1$	1	3	-1	-3	$y+1$	3	1	-3	-1	x	0	2	-2	-4	y	2	0	-4	-2	0,5 0,25
$x+1$	1	3	-1	-3																		
$y+1$	3	1	-3	-1																		
x	0	2	-2	-4																		
y	2	0	-4	-2																		
	<p>b) (1,5 đ)</p> $Q = \frac{27-2x}{12-x} = 2 + \frac{3}{12-x}$ <p>A lớn nhất khi $\frac{3}{12-x}$ lớn nhất</p> <p>* Xét $x > 12$ thì $\frac{3}{12-x} < 0$</p> <p>* Xét $x < 12$ thì $\frac{3}{12-x} > 0$. Vì phân số có tử và mẫu là các số dương, tử không đổi nên phân số có giá trị lớn nhất khi mẫu nhỏ nhất.</p> $\frac{3}{12-x} \text{ lớn nhất thì } \begin{cases} 12-x > 0 \\ x \in \mathbb{Z} \\ 12-x \text{ nhỏ nhất} \end{cases} \Leftrightarrow x = 11$ <p>Vậy để $\frac{3}{12-x}$ lớn nhất thì $x = 11$ A có giá trị lớn nhất là 5 khi $x = 11$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25																				
Câu 4 (4,0 đ)	<p>a) (2,0 đ)</p> <p>Ta có:</p> <p>1 là nghiệm của $f(x) \Rightarrow f(1) = 0$ hay $a + b + c = 0$ (1)</p> <p>-1 là nghiệm của $f(x) \Rightarrow f(-1) = 0$ hay $a - b + c = 0$ (2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra $2a + 2c = 0 \Rightarrow a + c = 0 \Rightarrow a = -c$</p> <p>Vậy a và c là hai số đối nhau.</p> <p>b) (2,0 đ)</p> <p>Ta có $(x-3 +2) \geq 2, \forall x \Rightarrow (x-3 +2)^2 \geq 4$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 3$</p> <p>$y+3 \geq 0, \forall y$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow y = -3$</p> <p>Vậy $P = (x-3 +2)^2 + y+3 + 2007 \geq 4 + 2007 = 2011$.</p> <p>Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 3$ và $y = -3$</p> <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của $P = 2011 \Leftrightarrow x = 3$ và $y = -3$</p>	0,75 0,75 0,5 																				

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 5 (5,5 đ)		
a) (2,0 đ)	<p>- Chứng minh $\triangle IBM = \triangle KCM \Rightarrow IM = MK$</p> <p>- Chứng minh $\triangle IMC = \triangle KMB$ $\Rightarrow CI = BK$ và góc $MKB =$ góc $MIC \Rightarrow BK \parallel CI$</p>	<p>0,5</p> <p>1,0</p> <p>0,5</p>
b) (1,5 đ)	<p>Chỉ ra được $AM = MC \Rightarrow \triangle AMC$ cân tại M $\Rightarrow$ đường cao MN đồng thời là đường trung tuyến của $\triangle AMC$ $\Rightarrow N$ là trung điểm AC</p> <p>$\triangle AKC$ vuông tại K có KN là trung tuyến $\Rightarrow KN = \frac{1}{2} AC$</p> <p>Mặt khác $MC = \frac{1}{2} BC$</p> <p>Lại có $\triangle ABC$ vuông tại A $\Rightarrow BC > AC \Rightarrow \frac{1}{2} BC > \frac{1}{2} AC$ hay $MC > KN$ Vậy $MC > KN$ (ĐPCM)</p>	<p>0,5</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,5</p>
c) (1,0 đ)	<p>Theo CM ý a $IM = MK$ mà $AM = MD$ (gt) $\Rightarrow AI = KD$ Vậy để $AI = IM = MK = KD$ thì cần $AI = IM$ Mặt khác $BI \perp AM \Rightarrow$ khi đó BI vừa là trung tuyến, vừa là đường cao $\triangle ABM$ $\Rightarrow \triangle ABM$ cân tại B (1) Mà $\triangle ABC$ vuông tại A, trung tuyến AM nên ta có $\triangle ABM$ cân tại M (2) Từ (1) và (2) suy ra $\triangle ABM$ đều $\Rightarrow$ góc $ABM = 60^\circ$ Vậy vuông $\triangle ABC$ cần thêm điều kiện góc $ABM = 60^\circ$</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>
d) (1,0 đ)	<p>Xây ra 2 trường hợp: <i>Trường hợp 1:</i> Nếu I thuộc đoạn $AM \Rightarrow H$ thuộc đoạn MC $\Rightarrow BI$ và DH cắt tia MN. Gọi O là giao điểm của BI và tia MN, O' là giao điểm của DH và tia MN Dễ dàng chứng minh $\triangle AIO = \triangle MHO' \Rightarrow MO = MO' \Rightarrow O \equiv O'$ Suy ra BI, DH, MN đồng quy. <i>Trường hợp 2:</i> Nếu I thuộc đoạn $MD \Rightarrow H$ thuộc đoạn MB $\Rightarrow BI$ và DH cắt tia đối của tia MN. Chứng minh tương tự trường hợp 1 Vậy BI, DH, MN đồng quy. (Học sinh có thể sử dụng các cách khác để CM: VD sử dụng tính chất đồng quy của 3 đường cao...)</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>

Lưu ý:

- Lời giải chỉ trình bày tóm tắt, học sinh trình bày hoàn chỉnh, lý luận chặt chẽ mới cho điểm tối đa.
- Học sinh có thể trình bày nhiều cách giải khác nhau nếu đúng thì cho điểm tương ứng.

ĐÁP ÁN ĐỀ 7 THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG LỚP 7. Môn: TOÁN

Câu 1: Nhân từng vế bất đẳng thức ta được : $(abc)^2 = 36abc$

- +, Nếu một trong các số a,b,c bằng 0 thì 2 số còn lại cũng bằng 0
- +, Nếu cả 3 số a,b,c khác 0 thì chia 2 vế cho abc ta được $abc = 36$
- +, Từ $abc = 36$ và $ab = c$ ta được $c^2 = 36$ nên $c = 6; c = -6$
- +, Từ $abc = 36$ và $bc = 4a$ ta được $4a^2 = 36$ nên $a = 3; a = -3$
- +, Từ $abc = 36$ và $ab = 9b$ ta được $9b^2 = 36$ nên $b = 2; b = -2$
- , Nếu $c = 6$ thì avà b cùng dấu nên $a = 3, b = 2$ hoặc $a = -3, b = -2$
- , Nếu $c = -6$ thì avà b trái dấu nên $a = 3, b = -2$ hoặc $a = -3, b = 2$

Tóm lại có 5 bộ số (a,b,c) thỏa mãn bài toán

$$(0,0,0); (3,2,6); (-3,-2,6); (3,-2,-6); (-3,2,-6)$$

Câu 2. (3đ)

a. (1đ) $|5x-3| < 2 \Leftrightarrow -2 < 5x-3 < 2$ (0,5đ)

$\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow 1/5 < x < 1$ (0,5đ)

b. (1đ) $|3x+1| > 4 \Rightarrow 3x+1 > 4$ hoặc $3x+1 < -4$ (0,5đ)

* Nếu $3x+1 > 4 \Rightarrow x > 1$

* Nếu $3x+1 < -4 \Rightarrow x < -5/3$

Vậy $x > 1$ hoặc $x < -5/3$ (0,5đ)

c. (1đ) $|4-x| + 2x = 3$ (1)

* $4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4$ (0,25đ)

(1) $\Leftrightarrow 4-x+2x=3 \Rightarrow x=-1$ (thỏa mãn đk) (0,25đ)

* $4-x < 0 \Rightarrow x > 4$ (0,25đ)

(1) $\Leftrightarrow x-4+2x=3 \Leftrightarrow x=7/3$ (loại) (0,25đ)

Câu 3. (1đ) Áp dụng $|a+b| \leq |a| + |b|$ Ta có

$$A = |x| + |8-x| \geq |x+8-x| = 8$$

$$\text{Min} A = 8 \Leftrightarrow x(8-x) \geq 0 \text{ (0,25đ)}$$

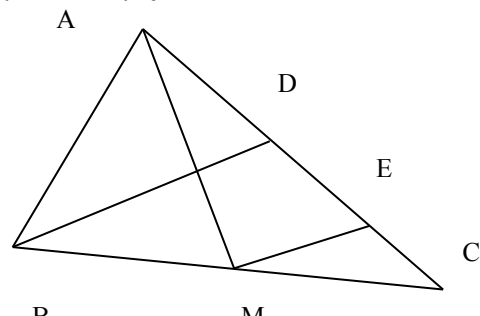
* $\left| \begin{array}{c} x \geq 0 \\ \text{~~~~~} \end{array} \right| \Rightarrow 0 \leq x \leq 8 \text{ (0,25đ)}$

* $\left| \begin{array}{c} x \leq 0 \\ \text{~~~~~} \end{array} \right| \Rightarrow \left| \begin{array}{c} x \leq 0 \\ \text{~~~~~} \end{array} \right|$ không thỏa mãn (0,25đ)

Vậy $\text{min} A = 8$ khi $0 \leq x \leq 8$ (0,25đ)

Câu 4. Ta có $S = (2.1)^2 + (2.2)^2 + \dots + (2.10)^2$ (0,5đ) $= 2^2.1^2 + 2^2.2^2 + \dots + 2^2.10^2$
 $= 2^2(1^2 + 2^2 + \dots + 10^2) = 2^2.385 = 1540$ (0,5đ)

Câu 5. (3đ)



Chứng minh: a (1,5đ)

Gọi E là trung điểm CD trong tam giác BCD có ME là đường trung bình $\Rightarrow ME \parallel BD$ (0,25đ)

Trong tam giác MAE có I là trung điểm của cạnh AM (gt) mà ID//ME(gt)

Nên D là trung điểm của AE $\Rightarrow AD=DE$ (1)(0,5đ)

Vì E là trung điểm của DC $\Rightarrow DE=EC$ (2) (0,5đ)

So sánh (1) và (2) $\Rightarrow AD=DE=EC \Rightarrow AC=3AD$ (0,25đ)

b.(1đ)

Trong tam giác MAE ,ID là đường trung bình (theo a) $\Rightarrow ID=1/2ME$ (1) (0,25đ)

Trong tam giác BCD; ME là Đường trung bình $\Rightarrow ME=1/2BD$ (2)(0,5đ)

So sánh (1) và (2) $\Rightarrow ID=1/4 BD$ (0,25đ)

ĐÁP ÁN ĐỀ 8 THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG LỚP 7. Môn: TOÁN

Câu 1. Ta có $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a}{d}$ (1) Ta lại có $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d} = \frac{a+b+c}{b+c+a}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \left(\frac{a+b+c}{b+c+a} \right)^3 = \frac{a}{d}$

Câu 2. $A = \frac{a}{b+c} = \frac{c}{a+b} = \frac{b}{c+a} = \frac{a+b+c}{2(a+b+c)}$

Nếu $a+b+c \neq 0 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$

Nếu $a+b+c = 0 \Rightarrow A = -1$

Câu 3. a). $A = 1 + \frac{5}{x-2}$ để $A \in \mathbb{Z}$ thì $x-2$ là ước của 5.

$\Rightarrow x-2 = (\pm 1; \pm 5)$

* $x=3 \Rightarrow A=6$

* $x=7 \Rightarrow A=2$

* $x=1 \Rightarrow A=-4$

* $x=-3 \Rightarrow A=0$

b) $A = \frac{7}{x+3} - 2$ để $A \in \mathbb{Z}$ thì $x+3$ là ước của 7.

$\Rightarrow x+3 = (\pm 1; \pm 7)$

* $x=-2 \Rightarrow A=5$

* $x=4 \Rightarrow A=-1$

* $x=-4 \Rightarrow A=-9$

* $x=-10 \Rightarrow A=-3$

Câu 4. a). $x=8$ hoặc -2

b). $x=7$ hoặc -11

c). $x=2$

Câu 5. (Tự vẽ hình)

$\triangle MHK$ là $\triangle$ cân tại M .

Thật vậy: $\triangle ACK = \triangle BAH$. (g.c.g) $\Rightarrow AK=BH$.

$\triangle AMK = \triangle BMH$ (g.c.g) $\Rightarrow MK=MH$.

Vậy: $\triangle MHK$ cân tại M .

ĐÁP ÁN ĐỀ 9 THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG LỚP 7. Môn: TOÁN

Bài 1: (1,5 điểm)

+ Tìm được: $x = \pm \frac{1}{2}$; $y = -1$ (0,5đ)

+ Với $x = -\frac{1}{2}$; $y = -1 \Rightarrow A = -\frac{17}{50}$ (0,5đ)

+ Với $x = \frac{1}{2}$; $y = -1 \Rightarrow A = -\frac{27}{50}$

(0,5đ)

Bài 2: (2 điểm)

+ Từ $\frac{9-x}{7} + \frac{11-x}{9} = 2 \Leftrightarrow (2-x)(\frac{1}{7} + \frac{1}{9}) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

(0,75đ)

+ Thay $x = 2 \Rightarrow \frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{16} = \frac{z-9}{25} = \frac{x+y+z}{50} = \frac{2+16}{9} = 2$. (1đ)

$\Rightarrow x + y + z = 100$

(0,25đ)

Bài 3: (2 điểm)

+ Biến đổi được: $x(2y + 3) = 4$

(0,5đ)

+ Chỉ ra được $x, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in U(4)$ và $2y + 3$ lẻ

(0,5đ)

+ Lập bảng.

(1đ)

x	-4	-2	-1	1	2	4
2y + 3	-1	-2	-4	4	2	1
y	-2	loại	loại	loại	loại	-1

Bài 4: (2 điểm).

a) Chỉ được; $a + b + c + d = 0 \Rightarrow \text{đpcm}$.

(0,5đ)

(hoặc tính được $P(1) = 0 \Rightarrow \text{đpcm}$).

b) + Rút được: $x^2 + x = 3$ (1) (0,25đ)

+ Biến đổi được $P = (3x^3 + 3x^2) + (x^2 + x) - 9x + 1$
 $= 3x(x^2 + x) + (x^2 + x) - 9x + 1$

(1đ)

+ Thay (1) vào: $P = 9x + 3 - 9x + 1 = 4$ (0,25đ)

(Học sinh có thể giải đúng bằng cách khác vẫn cho điểm)

Bài 5: (2,5 điểm)

+ Hình vẽ (phục vụ được câu 1):

(0,25đ)

a) Chỉ ra được F là giao điểm 2 trung trực của ΔBEC

(0,5đ)

$\Rightarrow F \in$ trung trực BC $\Rightarrow \Delta BFC$ cân

(0,5đ)

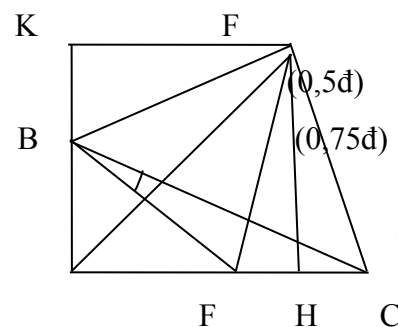
(học sinh có thể chứng minh: $FC = FE$; $FB = FE \Rightarrow \text{đpcm}$).

b) + Tính được $\angle EBC = 15^\circ$.

+ Hạ $FK \perp AB \Rightarrow \Delta FKB = \Delta FHC$ (ch + cgv)

$\Rightarrow \Delta BFC$ vuông cân $\Rightarrow \angle FBC = 45^\circ$.

+ Kết luận ΔBFE đều.



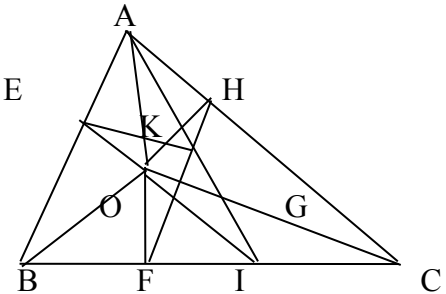
(0,5đ)

(0,75đ)

(0,25đ)

(0,25đ)

<p>Bài 1: (1điểm)</p> $\frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{25} \text{ và } x, y, z \in \mathbb{N}, x \neq 0 \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5}$ $\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = \frac{x-y+z}{2-3+5} = \frac{4}{4} = 1$ $\Rightarrow x = 2; y = 3; z = 5. \text{ Vậy } \overline{xyz} = 235$	0,5đ 0,25đ 0,25đ										
<p>Bài 2: (1,5 điểm)</p> <p>Ta có: $c^2 + \frac{b^2}{3} + a^2 + ac + c^2 = a^2 + ab + \frac{b^2}{3}$ (vì $9 + 16 = 25$)</p> <p>Suy ra: $2c^2 = a(b - c)$</p> $\Rightarrow \frac{2c}{a} = \frac{b-c}{c} \text{ (vì } a \neq 0; c \neq 0)$ $\Rightarrow \frac{2c}{a} = \frac{b-c}{c} = \frac{2c+b-c}{a+c} = \frac{b+c}{a+c} \text{ (vì } a \neq -c \text{ nên } a + c \neq 0)$	0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ										
<p>Bài 3: (2,5điểm)</p> <p>a/ (1 điểm) $f(x) = (m^2 - 25)x^4 + (20 + 4m)x^3 + 7x^2 - 9$ là đa thức bậc 3 biến x khi: $m^2 - 25 = 0$ và $20 + 4m \neq 0$</p> $\Rightarrow m = \pm 5 \text{ và } m \neq -5$ <p>Vậy $m = 5$ thì $f(x)$ là đa thức bậc 3 biến x.</p>	0,5đ 0,25đ 0,25đ										
<p>b/ (1,5 điểm) $g(x) = 16x^4 - 72x^2 + 90 = (4x^2)^2 - 2 \cdot 4x^2 \cdot 9 + 9^2 + 9$</p> $g(x) = (4x^2 - 9)^2 + 9$ <p>Với mọi giá trị của x ta có: $(4x^2 - 9)^2 \geq 0 \Rightarrow g(x) = (4x^2 - 9)^2 + 9 \geq 9$.</p> <p>Giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ là 9</p> <p>Khi và chỉ khi $(4x^2 - 9)^2 = 0$</p> $\Rightarrow 4x^2 - 9 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{3}{2}.$	0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ										
<p>Bài 4: (2 điểm)</p> <p>Gọi số chia là a và số dư là r ($a, r \in \mathbb{N}^*; a > r$)</p> <p>Ta có: $*112 = 5a + r$</p> $\Rightarrow 5a < 112 \Rightarrow a \leq 22 \text{ (1)}$ $*a > r \Rightarrow 5a + r < 5a + a$ $112 < 6a$ $a > 112 : 6$ $a \geq 19 \text{ (2)}$ <p>Từ (1) và (2) $\Rightarrow a = 19; 20; 21; 22$</p> <p>lập bảng số:</p> <table><tr><td>a</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td></tr><tr><td>$r = 112 - 5a$</td><td>17</td><td>12</td><td>7</td><td>2</td></tr></table>	a	19	20	21	22	$r = 112 - 5a$	17	12	7	2	0,5đ 0,5đ 0,5đ
a	19	20	21	22							
$r = 112 - 5a$	17	12	7	2							
<p>Bài 5: (3 điểm)</p> <p>a/ (1,5 điểm) - Chứng minh $\Delta CHO = \Delta CFO$ (cạnh huyền – góc nhọn)</p>	0,25đ										

<p>suy ra: $CH = CF$. Kết luận ΔFCH cân tại C.</p> <p>-Vẽ $IG \parallel AC$ ($G \in FH$). Chứng minh ΔFIG cân tại I.</p> <p>- Suy ra: $AH = IG$, và $\angle IGK = \angle AHK$.</p> <p>- Chứng minh $\Delta AHK = \Delta IGK$ (g-c-g).</p> <p>- Suy ra $AK = KI$.</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>
<p>b/ (1,5 điểm)</p> <p>Vẽ $OE \perp AB$ tại E. Tương tự câu a ta có: ΔAEH, ΔBEF thứ tự cân tại A, B. Suy ra: $BE = BF$ và $AE = AH$.</p> <p>$BA = BE + EA = BF + AH = BF + FI = BI$. Suy ra: ΔABI cân tại B.</p> <p>Mà BO là phân giác góc B, và BK là đường trung tuyến của ΔABI nên: B, O, K là ba điểm thẳng hàng.</p> 	<p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p> <p>0,5đ</p>

ĐÁP ÁN ĐỀ 11 THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG LỚP 7. Môn: TOÁN

Bài 1: (2,0 điểm)

$\Rightarrow 28+7x = 28+4y$	0,25
$\Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{x+y}{4+7}$	0,25
$\Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{y}{7} = \frac{22}{11} = 2 \Rightarrow x=8; y=14$	0,25
$\frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{20}; \frac{y}{5} = \frac{z}{6} \Rightarrow \frac{y}{20} = \frac{z}{24} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{20} = \frac{z}{24}$	0,25
$\Rightarrow \frac{2x}{30} = \frac{3y}{60} = \frac{4z}{96} = \frac{2x+3y+4z}{30+60+96}$	0,25
$\Rightarrow \frac{3x}{45} = \frac{4y}{80} = \frac{5z}{120} = \frac{3x+4y+5z}{45+80+120}$	0,25
$\Rightarrow \frac{2x+3y+4z}{30+60+96} : \frac{3x+4y+5z}{45+80+120} = \frac{2x}{30} : \frac{3x}{45}$	0,25
$\Rightarrow \frac{2x+3y+4z}{186} \cdot \frac{245}{3x+4y+5z} = 1 \Rightarrow M = \frac{2x+3y+4z}{3x+4y+5z} = \frac{186}{245}$	0,25

Bài 2: (2,0 điểm)

Ta có $2H = 2^{2011} - 2^{2010} - 2^{2009} \dots - 2^2 - 2$	0,25
$2H-H = 2^{2011} - 2^{2010} - 2^{2010} \dots - 2^{2009} + 2^{2009} \dots - 2^2 + 2^2 - 2 + 2 + 1$	0,25

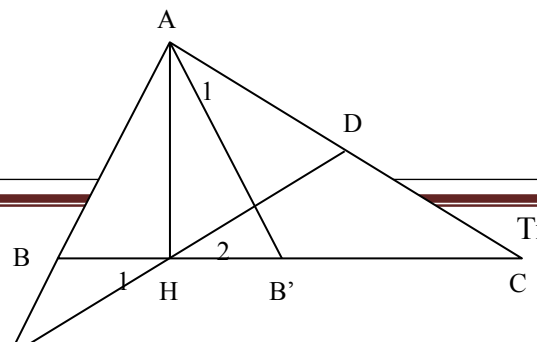
$H = 2^{2011} - 2 \cdot 2^{2010} + 1$	0,25
$H = 2^{2011} - 2^{2011} + 1 = 1 \Rightarrow 2010^H = 2010$	0,25
Thực hiện tính: $M = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} + \dots + \frac{1}{16} \cdot \frac{16 \cdot 17}{2}$	0,25
$= \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{17}{2}$	0,25
$= \frac{1}{2} (1 + 2 + 3 + \dots + 17 - 1)$	0,25
$= \frac{1}{2} \left(\frac{17 \cdot 18}{2} - 1 \right) = 76$	0,25

Bài 3: (2,5 điểm)

$\frac{1}{2 \cdot 2} \cdot \frac{2}{2 \cdot 3} \cdot \frac{3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{4}{2 \cdot 5} \cdot \frac{5}{2 \cdot 6} \dots \frac{30}{2 \cdot 31} \cdot \frac{31}{2^6} = 4^x$	0,25
$\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 30 \cdot 31}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots 30 \cdot 31 \cdot 2^{30} \cdot 2^6} = 2^{2x}$	0,25
$\frac{1}{2^{36}} = 2^{2x} \Rightarrow x = -18$	0,25
$\frac{4 \cdot 4^5}{3 \cdot 3^5} \cdot \frac{6 \cdot 6^5}{2 \cdot 2^5} = 8^x$	0,25
$\frac{4^6}{3^6} \cdot \frac{6^6}{2^6} = 2^{3x}$	0,25
$\left(\frac{6}{3} \right)^6 \cdot \left(\frac{4}{2} \right)^6 = 2^{3x}$	0,25
$2^{12} = 2^{3x} \Rightarrow x = 4$	0,25
$\frac{3}{x} < -\frac{4}{3} \Rightarrow -(4x+3) - (1-x) = 7 \Rightarrow x = -\frac{11}{3}$ (Thỏa mãn)	0,25
$\frac{3}{x} < -\frac{4}{3} \Rightarrow 4x+3 - (1-x) = 7 \Rightarrow x = 1$ (Loại)	0,25
$x < 1 \Rightarrow 4x+3 - (x-1) = 7 \Rightarrow x = 1$ (Thỏa mãn)	0,25

Bài 4: (3,5 điểm)

Câu a: 0,75 điểm	Hình vẽ:
BEH cân tại B nên $\widehat{E} = \widehat{H_1}$	0,25
$\widehat{ABC} = \widehat{E} + \widehat{H_1} = 2 \widehat{E}$	0,25
$\widehat{ABC} = 2 \widehat{C} \Rightarrow \widehat{BEH} = \widehat{ACB}$	0,25
Câu b: 1,0 điểm	
Chúng tỏ được ΔDHC cân tại D nên $DC = DH$.	0,25



ΔDAH có: $\widehat{DAH} = 90^\circ - \widehat{C}$	0,25
$\widehat{DHA} = 90^\circ - \widehat{H_2} = 90^\circ - \widehat{C}$	0,25
$\Rightarrow \Delta DAH$ cân tại D nên $DA = DH$.	0,25
Câu c: 0,75 điểm	
$\Delta ABB'$ cân tại A nên $\widehat{B'} = \widehat{B} = 2\widehat{C}$	0,25
$\widehat{B'} = \widehat{A_1} + \widehat{C}$ nên $2\widehat{C} = \widehat{A_1} + \widehat{C}$	0,25
$\Rightarrow \widehat{C} = \widehat{A_1} \Rightarrow \Delta AB'C$ cân tại B'	0,25
Câu d: 0,75 điểm	
$AB = AB' = CB'$	0,25
$BE = BH = B'H$	0,25
Có: $AE = AB + BE$ $HC = CB' + B'H$ $\Rightarrow AE = HC$	0,25

ĐÁP ÁN ĐỀ 12 THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG LỚP 7. Môn: TOÁN

Bài 1:(4 điểm):

a) (2 điểm)
$A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3} = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6 + 2^{12} \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot (3-1)}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot (3+1)} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot (1+2^3)}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^5 \cdot 4} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 \cdot (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9}$ $= \frac{1}{6} - \frac{-10}{3} = \frac{7}{2}$
b) (2 điểm)
$3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n = 3^{n+2} + 3^n - 2^{n+2} - 2^n$ $= 3^n (3^2 + 1) - 2^n (2^2 + 1)$ $= 3^n \cdot 10 - 2^n \cdot 5 = 3^n \cdot 10 - 2^{n-1} \cdot 10$ $= 10(3^n - 2^{n-1})$
Vậy $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n \vdots 10$ với mọi n là số nguyên dương.

Bài 2:(4 điểm)

a) (2 điểm)

$$\begin{aligned} \left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} &= \left| (-3, 2) + \frac{2}{5} \right| \Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} = \left| \frac{-16}{5} + \frac{2}{5} \right| \\ \Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| + \frac{4}{5} &= \frac{14}{5} \\ \Leftrightarrow \left| x - \frac{1}{3} \right| &= 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{3} = 2 \\ x - \frac{1}{3} = -2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3} \\ x = -2 + \frac{1}{3} = -\frac{5}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

b) (2 điểm)

$$\begin{aligned} (x-7)^{x+1} - (x-7)^{x+1} &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-7)^{x+1} [1 - (x-7)^{10}] &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-7)^{(x+1)} [1 - (x-7)^{10}] &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} (x-7)^{x+1} = 0 \\ 1 - (x-7)^{10} = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x-7=0 \Rightarrow x=7 \\ (x-7)^{10}=1 \Rightarrow x=8 \end{cases} \end{aligned}$$

Bài 3: (4 điểm)

a) (2,5 điểm)

Gọi a, b, c là ba số được chia ra từ số A.

$$\text{Theo đề bài ta có: } a : b : c = \frac{2}{5} : \frac{3}{4} : \frac{1}{6} \quad (1)$$

$$\text{và } a^2 + b^2 + c^2 = 24309 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow \frac{a}{\frac{2}{5}} = \frac{b}{\frac{3}{4}} = \frac{c}{\frac{1}{6}} = k \Rightarrow a = \frac{2}{5}k; b = \frac{3}{4}k; c = \frac{k}{6}$$

$$\text{Do đó (2)} \Leftrightarrow k^2 \left(\frac{4}{25} + \frac{9}{16} + \frac{1}{36} \right) = 24309$$

$$\Rightarrow k = 180 \text{ và } k = -180$$

+ Với $k = 180$, ta được: $a = 72$; $b = 135$; $c = 30$.

Khi đó ta có số $A = a + b + c = 237$.

+ Với $k = -180$, ta được: $a = -72$; $b = -135$; $c = -30$

Khi đó ta có số $A = -72 + (-135) + (-30) = -237$.

b) (1,5 điểm)

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{b} \text{ suy ra } c^2 = a.b$$

$$\text{khi đó } \frac{a^2 + c^2}{b^2 + c^2} = \frac{a^2 + a.b}{b^2 + a.b}$$

$$= \frac{a(a+b)}{b(a+b)} = \frac{a}{b}$$

Bài 4: (4 điểm)

a/ (1 điểm) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có :

$$AM = EM \quad (\text{gt})$$

$$\angle AMC = \angle EMB \quad (\text{đối đỉnh})$$

$$BM = MC \quad (\text{gt})$$

$$\text{Nên : } \triangle AMC = \triangle EMB \quad (\text{c.g.c})$$

$$\Rightarrow AC = EB$$

$$\text{Vì } \triangle AMC = \triangle EMB \Rightarrow \angle MAC = \angle MEB$$

(2 góc có vị trí so le trong được tạo bởi đường thẳng EB cắt đường thẳng AE)

Suy ra $AC \parallel BE$.

b/ (1 điểm)

Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có :

$$AM = EM \quad (\text{gt})$$

$$\angle MAI = \angle MEK \quad (\text{vì } \triangle AMC = \triangle EMB)$$

$$AI = EK \quad (\text{gt})$$

$$\text{Nên } \triangle AMI = \triangle EMK \quad (\text{c.g.c})$$

$$\text{Suy ra } \angle AMI = \angle EMK$$

$$\text{Mà } \angle AMI + \angle IME = 180^\circ \quad (\text{tính chất hai góc kề bù})$$

$$\Rightarrow \angle EMK + \angle IME = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ Ba điểm I; M; K thẳng hàng

c/ (1,5 điểm)

Trong tam giác vuông BHE ($\angle H = 90^\circ$) có $\angle HBE = 50^\circ$

$$\Rightarrow \angle HBE = 90^\circ - \angle HEB = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

$$\Rightarrow \angle HEM = \angle HEB - \angle MEB = 40^\circ - 25^\circ = 15^\circ$$

$\angle BME$ là góc ngoài tại đỉnh M của $\triangle HEM$

$$\text{Nên } \angle BME = \angle HEM + \angle MHE = 15^\circ + 90^\circ = 105^\circ$$

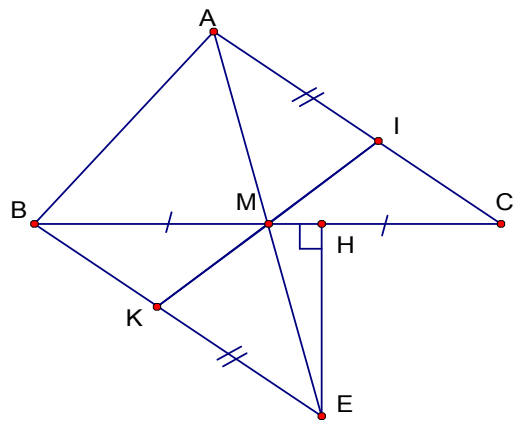
(định lý góc ngoài của tam giác)

Bài 5: (4 điểm)

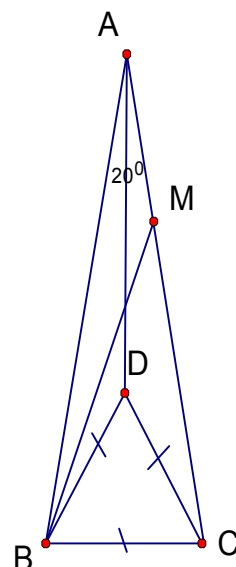
a) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADC$ (c.c.c)

$$\text{suy ra } \angle DAB = \angle DAC$$

$$\text{Do đó } \angle DAB = 20^\circ : 2 = 10^\circ$$



AC và



b) $\triangle ABC$ cân tại A, mà $\angle A = 20^\circ$ (gt) nên $\angle ABC = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$

$\triangle ABC$ đều nên $\angle DBC = 60^\circ$

Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC suy ra $\angle ABD = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$.

Tia BM là phân giác của góc ABD

nên $\angle ABM = 10^\circ$

Xét tam giác ABM và BAD có:

AB cạnh chung ; $\angle BAM = \angle ABD = 20^\circ$; $\angle ABM = \angle DAB = 10^\circ$

Vậy: $\triangle ABM = \triangle BAD$ (g.c.g)

suy ra $AM = BD$, mà $BD = BC$ (gt) nên $AM = BC$

ĐÁP ÁN ĐỀ 13 THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG LỚP 7. Môn: TOÁN

Câu 1: (3 điểm)

$$A = \frac{2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}} = \frac{2^{19} \cdot 3^9 + 3 \cdot 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^8}{2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^{10} + (2^2 \cdot 3)^{10}} = \frac{2^{18} \cdot 3^9 \cdot (2+5)}{2^{19} \cdot 3^9 \cdot (1+6)} = \frac{1}{2}$$

(mỗi bước đúng 1 điểm)

Câu 2: 4 điểm. (Phân tích đúng 1 bước 1 điểm)

$$\begin{aligned} P &= (3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4}) + (3^{x+5} + 3^{x+6} + 3^{x+7} + \dots + 3^{x+8}) + \dots + (3^{x+97} + 3^{x+98} + 3^{x+99} + \dots + 3^{x+100}) \\ &= 3^x \cdot (3 + 3^2 + 3^3 + 3^4) + 3^{x+4} \cdot (3 + 3^2 + 3^3 + 3^4) + \dots + 3^{x+96} \cdot (3 + 3^2 + 3^3 + 3^4) \\ &= 3^x \cdot 120 + 3^{x+4} \cdot 120 + \dots + 3^{x+96} \cdot 120 \\ &= 120 \cdot (3^x + 3^{x+4} + \dots + 3^{x+96}) : 120 \end{aligned}$$

Câu 3: 4 điểm. Vẽ đồ thị 1 điểm

a) (mỗi bảng 0,25 điểm)

x	0	5
$y = \frac{-4}{5}x$	0	-4

Đồ thị $y = \frac{5}{4}x$ là đường thẳng qua
(0,25 điểm)

điểm $O(0;0)$ và điểm $A(4;5)$

Đồ thị $y = \frac{-4}{5}x$ là đường thẳng qua điểm $O(0;0)$ và điểm $B(5;-4)$

b) Cần chứng minh $OA \perp OB$

Xét $\triangle OMA$ và $\triangle ONB$ có:

$$\left. \begin{aligned} OM &= ON = 5 \\ \angle M &= \angle N = 90^\circ \\ MA &= NB = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle OMA = \triangle ONB (c.g.c)$$

(1 điểm)

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} \angle AOM &= \angle BON \\ \text{mà } \angle AOM + \angle AON &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle BOA = \angle BON + \angle AON = 90^\circ$$

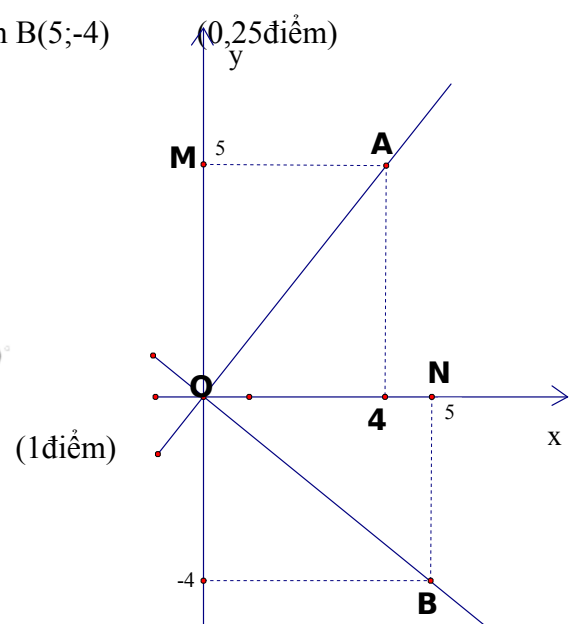
Vậy $OA \perp OB$

Câu 4: 4,5 điểm

a) Chứng minh $\triangle BME$ đều

$$\triangle ABC \text{ cân (gt), } \angle A = 100^\circ \Rightarrow \angle ABC = \angle C = 40^\circ \quad (0,25\text{đ})$$

$$CB = CE \Rightarrow \triangle BCE \text{ cân tại C} \quad (0,25\text{đ})$$



$$\angle C = 40^\circ \Rightarrow \angle BEC = \angle EBC = 70^\circ \quad (0,25đ)$$

$$\Rightarrow \angle EBM = \angle EBC - \angle MBC = 70^\circ - 10^\circ = 60^\circ \quad (1) \quad (0,25đ)$$

$$\angle MCE = \angle BCE - \angle MCB = 40^\circ - 20^\circ = 20^\circ \quad (0,25đ)$$

$$\left. \begin{array}{l} CE = CB \\ \angle MCE = \angle MCB = 20^\circ \\ CM \text{ chung} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta MCE = \Delta MCB \text{ (c.g.c)}$$

$$\text{Vi} \Rightarrow ME = MB \Rightarrow \Delta EMB \text{ cân tại M} \quad (1đ)$$

$$\Rightarrow \angle EBM = \angle EMB \text{ cân tại M} \quad (2) \quad (0,25đ)$$

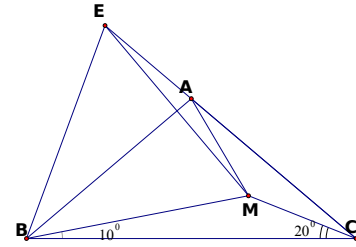
$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \Delta BME \text{ đều.} \quad (0,25đ)$$

$$\text{b) } \angle ABM = \angle ABC - \angle MBC = 40^\circ - 10^\circ = 30^\circ \quad (0,25đ)$$

$$\Rightarrow \angle ABE = \angle EBM - \angle ABM = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ \quad (0,25đ)$$

$$\left. \begin{array}{l} BE = BM \\ \angle ABE = \angle ABM = 30^\circ \\ BM \text{ chung} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABE = \Delta ABM \text{ (c.g.c)}$$

$$\text{Vi} \Rightarrow \angle AMB = \angle AEB = 70^\circ \quad (1,25đ)$$



$$5. \text{ a) } \Delta IKC \text{ có } MI = MK \text{ và } NK = NC \text{ (gt)} \quad (0,5đ)$$

$$\text{Nên CM và IN là hai trung tuyến.} \quad (0,25đ)$$

$$\text{Mà CM cắt IN tại O nên O là trọng tâm.} \quad (0,25đ)$$

$$\text{b) } \Delta AMI \text{ và } \Delta CMK \text{ có } MI = MK \text{ (gt)} \quad (0,25đ)$$

$$\angle M_1 = \angle M_2 \text{ (đđ); } MA = MC \text{ (gt)} \quad (0,5đ)$$

$$\text{Nên } \Delta AMI = \Delta CMK \text{ (c.g.c)} \quad (0,25đ)$$

$$\Rightarrow \angle K = \angle I_1 \text{ và } AI = KC \quad (1) \quad (0,25đ)$$

$$\Delta ABC \text{ có I là trọng tâm} \Rightarrow IE = \frac{1}{2} AI \quad (2) \quad (0,25đ)$$

$$\Rightarrow KN = \frac{1}{2} KC \quad (3) \quad (0,25đ)$$

$$\text{Mặt khác} \quad (0,25đ)$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3)} \Rightarrow KN = IE \quad (0,25đ)$$

$$\Delta IBE \text{ và } \Delta KIN \text{ có } KN = IE \text{ (cmt)} \quad (0,25đ)$$

$$\angle K = \angle I_2 (= \angle I_1); IB = IK \quad (0,25đ)$$

$$\text{Nên } \Delta IBE = \Delta KIN \text{ (c.g.c)} \quad (0,25đ)$$

$$\Rightarrow IN = BE \text{ mà } BE = \frac{1}{2} BC \Rightarrow IN = \frac{1}{2} BC \quad (4) \quad (0,25đ)$$

$$\Delta IKC \text{ có O là trọng tâm nên } IO = \frac{2}{3} IN \quad (5) \quad (0,25đ)$$

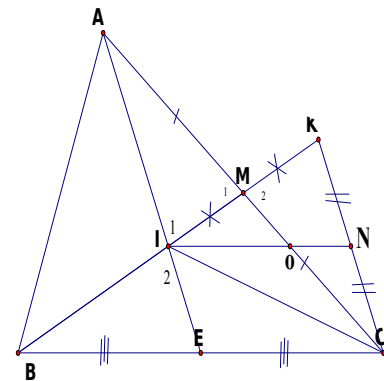
$$\Rightarrow IO = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} BC = \frac{1}{3} BC \quad (0,25đ)$$

$$\text{Từ (4) và (5)} \quad (0,25đ)$$

ĐÁP ÁN ĐỀ 14 THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG LỚP 7. Môn: TOÁN

Câu 1:

Mỗi tỉ số đã cho đều bớt đi 1 ta được:



$$\frac{2a+b+c+d}{a} - 1 = \frac{a+2b+c+d}{b} - 1 = \frac{a+b+2c+d}{c} - 1 = \frac{a+b+c+2d}{d} - 1$$

$$\frac{a+b+c+d}{a} = \frac{a+b+c+d}{b} = \frac{a+b+c+d}{c} = \frac{a+b+c+d}{d}$$

+, Nếu $a+b+c+d \neq 0$ thì $a = b = c = d$ lúc đó $M = 1+1+1+1=4$

+, Nếu $a+b+c+d = 0$ thì $a+b = -(c+d)$; $b+c = -(d+a)$; $c+d = -(a+b)$;

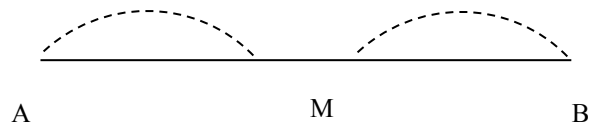
$d+a = -(b+c)$, lúc đó $M = (-1) + (-1) + (-1) + (-1) = -4$.

Câu 2: $S = (100a+10b+c)+(100b+10c+a)+(100c+10a+b) = 111(a+b+c) = 37.3(a+b+c)$.

Vì $0 < a+b+c \leq 27$ nên $a+b+c \nmid 37$. Mặt khác $(3; 37) = 1$ nên $3(a+b+c) : 37 \Rightarrow S$ không thể là số chính phương.

Câu 3:

Quãng đường AB dài 540 Km; nửa quãng đường 270 Km. Gọi quãng đường ô tô và xe máy đã đi S_1 . Trong cùng 1 thời gian thì quãng đường tỉ lệ



AB dài
là S_1 ,
thuận
gian

với vận tốc do đó $\frac{S_1}{V_1} = \frac{S_2}{V_2} = t$ (t chính là thời
cần tìm).

$$t = \frac{270-a}{65} = \frac{270-2a}{40}; t = \frac{540-2a}{130} = \frac{270-2a}{40} = \frac{(540-2a)-(270-2a)}{130-40} = \frac{270}{90} = 3$$

Vậy sau khi khởi hành 3 giờ thì ô tô cách M một khoảng bằng $1/2$ khoảng cách từ xe máy đến M.

Câu 4:

a, Tia CO cắt AB tại D.

+, Xét $\triangle BOD$ có $\angle BOC$ là góc ngoài nên $\angle BOC = \angle B_1 + \angle D_1$

+, Xét $\triangle ADC$ có góc D_1 là góc ngoài nên $\angle D_1 = \angle A + \angle C_1$

Vậy $\angle BOC = \angle A + \angle C_1 + \angle B_1$

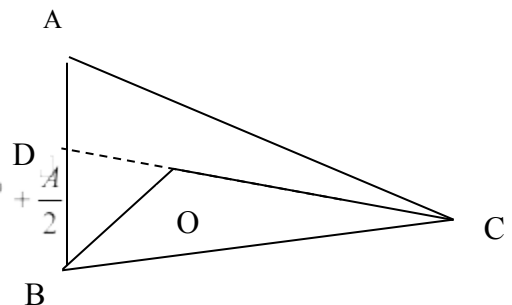
b, Nếu $\angle ABO + \angle ACO = 90^\circ - \frac{\angle A}{2}$ thì $\angle BOC = \angle A + 90^\circ - \frac{\angle A}{2} = 90^\circ + \frac{\angle A}{2}$

Xét $\triangle BOC$ có:

$$\angle C_2 = 180^\circ - (\angle O + \angle B_2) = 180^\circ - \left(90^\circ + \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2}\right)$$

$$\angle C_2 = 90^\circ - \frac{\angle A + \angle B}{2} = 90^\circ - \frac{180^\circ - \angle C}{2} = \frac{\angle C}{2}$$

$\Rightarrow$ tia CO là tia phân giác của góc C.



Câu 5:

Lấy điểm O tùy ý. Qua O vẽ 9 đường thẳng lần lượt song song với 9 đường thẳng đã cho. 9 đường thẳng qua O tạo thành 18 góc không có đỉnh trong chung, mỗi góc này tương ứng bằng góc giữa hai đường thẳng trong số 9 đường thẳng đã cho. Tổng số đo của 18 góc đỉnh O là 360° do đó ít nhất có 1 góc không nhỏ hơn $360^\circ : 18 = 20^\circ$, từ đó suy ra ít nhất cũng có hai đường thẳng mà góc nhọn giữa chúng không nhỏ hơn 20° .

Câu 6:

Tổng số điểm ghi ở hai mặt trên của hai con súc sắc có thể là:

$$2 = 1+1$$

$$3 = 1+2 = 2+1$$

$$4 = 1+3 = 2+2 = 3+1$$

$$5 = 1+4 = 2+3 = 3+2 = 4+1$$

$$6 = 1+5 = 2+4 = 3+3 = 4+2 = 5+1$$

$$7 = 1+6 = 2+5 = 3+4 = 4+3 = 5+2 = 6+1$$

$$8 = 2+6 = 3+5 = 4+4 = 5+3 = 6+2$$

$$9 = 3+6 = 4+5 = 5+4 = 6+3$$

$$10 = 4+6 = 5+5 = 6+4$$

$$11 = 5+6 = 6+5$$

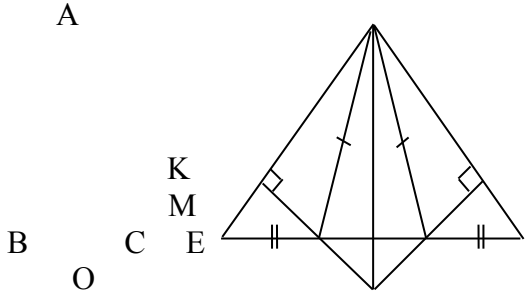
$$12 = 6+6$$

§ iỐm sè (x)	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
T Ỗn sè (n)	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1	
T Ỗn sè (f)	2,8%	5,6%	8,3%	11,1%	13,9%	16,7%	13,9%	11,1%	8,3%	5,6%	2,8%	

Như vậy tổng số 7 điểm có khả năng xảy ra nhất tới 16,7%

ĐÁP ÁN ĐỀ ... THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG LỚP 7. Môn: TOÁN

Bài	Cách giải	Tổng
1	$A = \frac{(a+b)(-x-y) - (a-y)(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)} = \frac{a(-x-y) + b(-x-y) - a(b-x) + y(b-x)}{abxy(xy+ay+ab+by)}$ $= \frac{-ax - ay - bx - by - ab + ax + by - xy}{abxy(xy+ay+ab+by)} = \frac{-ay - bx - ab - xy}{abxy(xy+ay+ab+by)}$ $= \frac{-(xy+ay+ab+by)}{abxy(xy+ay+ab+by)} = \frac{-1}{abxy}$ <p>Với $a = \frac{1}{3}$; $b = -2$; $x = \frac{3}{2}$; $y = 1$ ta được: $A = \frac{-1}{\frac{1}{3} \cdot (-2) \cdot \frac{3}{2} \cdot 1} = 1$</p>	2,5
2	<p>Ta có: $0 < a_1 < a_2 < \dots < a_9$ nên suy ra:</p> $a_1 + a_2 + a_3 < 3a_3 \quad (1)$ $a_4 + a_5 + a_6 < 3a_6 \quad (2)$ $a_7 + a_8 + a_9 < 3a_9 \quad (3)$ <p>Cộng về với về của (1) (2) (3) ta được: $a_1 + a_2 + \dots + a_9 < 3(a_3 + a_6 + a_9)$</p> $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_9}{a_3 + a_6 + a_9} < 3$ <p>Vì $a_1 + a_2 + \dots + a_9 > 0$ nên ta được:</p>	2
3	<p>Gọi diện tích, chiều dài, chiều rộng của các mảnh đất A, B, C theo thứ tự là $S_A, d_A, r_A, S_B, d_B, r_B, S_C, d_C, r_C$. Theo bài ra ta có: $\frac{S_A}{S_B} = \frac{4}{5}$; $\frac{S_B}{S_C} = \frac{7}{8}$; $d_A = d_B$; $r_A + r_B = 27(m)$; $r_B = r_C$; $d_C = 24(m)$</p> <p>Hai hình chữ nhật A và B có cùng chiều dài nên các diện tích của chúng tỉ lệ thuận với các chiều rộng. Ta có: $\frac{S_A}{S_B} = \frac{4}{5} = \frac{r_A}{r_B} \Rightarrow \frac{r_A}{4} = \frac{r_B}{5} = \frac{r_A + r_B}{4+5} = \frac{27}{9} = 3 \Rightarrow r_A = 12(m)$; $r_B = 15(m)$ $= r_C$</p> <p>Hai hình chữ nhật B và C có cùng chiều rộng nên các diện tích của chúng tỉ lệ thuận với các chiều dài. Ta có: $\frac{S_B}{S_C} = \frac{7}{8} = \frac{d_B}{d_C} \Rightarrow d_B = \frac{7d_C}{8} = \frac{7 \cdot 24}{8} = 21(m) = d_A$</p>	4,5

	<p>Do đó: $S_A = d_A \cdot r_A = 21 \cdot 12 = 252 \text{ (m}^2\text{)}$ $S_B = d_B \cdot r_B = 21 \cdot 15 = 315 \text{ (m}^2\text{)}$ $S_C = d_C \cdot r_C = 24 \cdot 15 = 360 \text{ (m}^2\text{)}$</p>	
4	<p>a) Ta có: $A = \frac{4x-7}{x-2} = \frac{4(x-2)+1}{x-2} = 4 + \frac{1}{x-2}$ Với $x \in \mathbb{Z}$ thì $x-2 \in \mathbb{Z}$.</p> <p>Để A nguyên thì $\frac{1}{x-2}$ nguyên. $\Rightarrow x-2$ là ước của 1 Ta có: $x-2 = 1$ hoặc $x-2 = -1$. Do đó: $x = 3$ hoặc $x = 1$ Vậy để A nguyên thì $x = 3$ hoặc $x = 1$</p> <p>b) $B = \frac{3x^2-9x+2}{x-3} = \frac{3x(x-3)+2}{x-3} = 3x + \frac{2}{x-3}$ Với $x \in \mathbb{Z}$ thì $x-3 \in \mathbb{Z}$.</p> <p>Để B nguyên thì $\frac{2}{x-3}$ nguyên. $\Rightarrow x-3$ là ước của 2 Ta có: $x-3 = \pm 2$ hoặc $x-3 = \pm 1$. Do đó $x = 5$; $x = 1$; $x = 4$; $x = 2$ Vậy để B nguyên thì $x = 5$ hoặc $x = 1$ hoặc $x = 4$ hoặc $x = 2$</p> <p>b) Từ câu a) suy ra: Để A và B cùng nguyên thì $x = 1$</p>	3
5	<p>ΔABC có $AB = AC$.</p> <p>GT $DB = CE$ ($D \in$ tia đối của CB; $E \in$ tia đối của BC)</p> <p>a) ΔADE cân</p> <p>b) $MB = MC$, chứng minh AM là tia phân giác góc DAE</p> <p>c) $BH \perp AD = H$; $CK \perp AE = K$ chứng minh: $BH = CK$</p> <p>d) $AM \cap BH \cap CK$ tại 1 điểm</p>  <p style="text-align: center;">Chứng minh:</p> <p>a) ΔABC cân có $AB = AC$ nên: $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ Suy ra: $\widehat{ABD} = \widehat{ACE}$ Xét ΔABD và ΔACE có: $AB = AC$ (gt) $\widehat{ABD} = \widehat{ACE}$ (CM trên) $DB = CE$ (gt) Do đó $\Delta ABD = \Delta ACE$ (c - g - c) $\Rightarrow AD = AE$ (2 cạnh tương ứng). Vậy ΔADE cân tại A.</p> <p>b) Xét ΔAMD và ΔAME có: $MD = ME$ (Do $DB = CE$ và $MB = MC$ theo gt) AM: Cạnh chung $AD = AE$ (CM trên) Do đó $\Delta AMD = \Delta AME$ (c - c - c) $\Rightarrow \widehat{MAD} = \widehat{MAE}$. Vậy AM là tia phân giác của $\widehat{DAE}$</p> <p>c) Vì ΔADE cân tại A (CM câu a)). Nên $\widehat{ADE} = \widehat{AED}$ Xét ΔBHD và ΔCKE có: $\widehat{BDH} = \widehat{CEK}$ (Do $\widehat{ADE} = \widehat{AED}$) $DB = CE$ (gt) $\Rightarrow \Delta BHD = \Delta CKE$ (Cạnh huyền- góc nhọn). Do đó: $BH = CK$.</p> <p>d) Gọi giao điểm của BH và CK là O. Xét ΔAHO và ΔAKO có:</p>	8

	<p>OA: Cạnh chung</p> <p>$AH = AK$ (Do $AD = AE$; $DH = KE$ (vì $\triangle BHD = \triangle CKE$))</p> <p>$\Rightarrow \triangle AHO = \triangle AKO$ (Cạnh huyền- Cạnh góc vuông)</p> <p>Do đó $\widehat{OAH} = \widehat{OKA}$ nên AO là tia phân giác của $\widehat{KAH}$ hay AO là tia phân giác của $\widehat{DAE}$.</p> <p>Mặt khác theo câu b) AM là tia phân giác của $\widehat{DAE}$.</p> <p>Do đó $AO \equiv AM$, suy ra 3 đường thẳng AM; BH; CK cắt nhau tại O.</p>	
--	---	--