

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

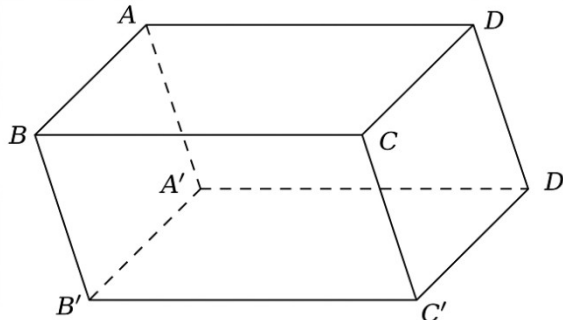
Mã đề thi: 1111

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 2 = 0$. Một vector pháp tuyến của (P) là

- A. $\vec{n} = (2; -1; 2)$. B. $\vec{n} = (3; 2; 1)$. C. $\vec{n} = (3; 2; 2)$. D. $\vec{n} = (3; 2; -1)$.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$. B. $\overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{D'B}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{C'A}$.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Tính u_5 .

- A. $u_5 = 6$. B. $u_5 = 32$. C. $u_5 = 17$. D. $u_5 = 14$.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

- A. $(-1; 3; -5)$. B. $(1; -3; 5)$. C. $(-5; 3; -1)$. D. $(5; -3; 1)$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $\frac{x^4}{4} + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. D. $4x^4 + C$.

Câu 6. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là

- A. $y = 2$. B. $x = -1$. C. $y = -1$. D. $x = 2$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\{1\}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$		$+$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 1 . B. 2 . C. 4 . D. 3 .

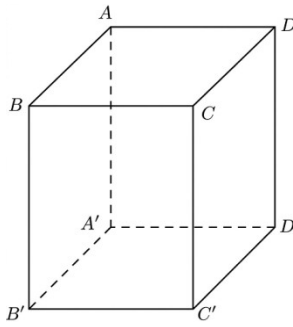
Câu 8. Khi thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của 100 học sinh lớp 12 trường trung học phổ thông X, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Nhóm	[150;156)	[156;162)	[162;168)	[168;174)	[174;180)	[180;186)
Tần số	5	18	40	26	8	3

Nhóm chứa một của mẫu số liệu đã cho là

- A. [180;186) . B. 40 . C. [162;168) . D. [168;174) .

Câu 9. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $AA' = 2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng



- A. $\frac{4a^3}{3}$. B. $4a^3$. C. $2a^3$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_5(2x-1) = 1$ là

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 11. Phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có các nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi; x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 12. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H) xung quanh trục Ox .

- A. $\frac{32}{3}$. B. $\frac{32\pi}{3}$. C. $\frac{32\pi^2}{3}$. D. $\frac{31\pi}{3}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Khi điều tra sức khỏe nhiều người cao tuổi ở một địa phương, người ta thấy rằng có 40% người cao tuổi bị bệnh tiểu đường. Bên cạnh đó, tỉ lệ người bị bệnh huyết áp cao trong những người bị bệnh tiểu đường là 70% và trong những người không bị bệnh tiểu đường là 25%. Chọn ngẫu nhiên một người cao tuổi để kiểm tra sức khỏe.

- a) Xác suất chọn được người bị bệnh tiểu đường là $0,4$.
b) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó bị bệnh tiểu đường là $0,7$.
c) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao, biết người đó không bị bệnh tiểu đường là $0,75$.
d) Xác suất chọn được người bị bệnh huyết áp cao là $0,8$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$.

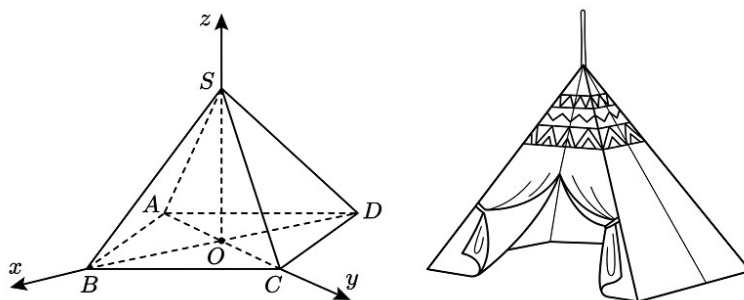
- a) Tập xác định của hàm số đã cho là $\mathbb{R}$.
b) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 3x^2 - 3$.
c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.
d) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-3; 2]$ tại $x = 1$.

Câu 3. Một vận động viên điền kinh đang chạy trên một đoạn đường thẳng thì thấy một vận động viên đua xe đạp ở phía trước với khoảng cách $40m$. Từ thời điểm này, vận động viên điền kinh và vận động viên đua xe đạp chuyển động cùng chiều với hàm vận tốc theo thời gian lần lượt là $v_1(t) = 8e^{-0,1t} \text{ m/s}$ và $v_2(t) = 12 - 12e^{-0,1t} \text{ m/s}$ (t được tính bằng giây với $0 \leq t \leq 60$).



- a) Tại thời điểm ban đầu $t = 0$ giây, vận tốc vận động viên đua xe đạp là 12 m/s .
- b) Tốc độ của vận động viên điền kinh giảm dần theo thời gian, trong khi tốc độ của vận động viên đua xe đạp tăng dần theo thời gian.
- c) Hai vận động viên gần nhau nhất ở thời điểm 8 giây kể từ thời điểm ban đầu $t = 0$ giây.
- d) Vận động viên điền kinh sẽ không bắt kịp được vận động viên đua xe đạp và khoảng cách ngắn nhất giữa họ là $21,3 \text{ m}$ (làm tròn đến hàng phần mười theo đơn vị mét).

Câu 4. Chi đoàn X dự định dựng một lều trại dã ngoại hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh $SB = 5$, $CD = 3\sqrt{2}$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



- a) $C(0; 3; 0); D(-3; 0; 0)$.

b) Phương trình mặt cầu đường kính SC là $x^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + (z - 2)^2 = 25$.

c) Gọi M là trung điểm cạnh SD thì $BM = 2\sqrt{6}$.

d) Gọi G là trọng tâm tam giác SCD . Nếu chi đoàn muốn treo hệ thống đèn led trang trí nối từ một điểm E trên mặt phẳng (SBD) đến hai điểm G, A sao cho $|EG - EA|$ là lớn nhất thì $E\left(-\frac{3}{2}; 0; 2\right)$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 6$, $AD = 4\sqrt{3}$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách giữa AB và SC bằng 6. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

$$s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 10t$$

Câu 2. Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 10t$; với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là vị trí của vật tại thời điểm t . Tính quãng đường mà vật đi được từ khi bắt đầu chuyển động đến thời điểm vận tốc của nó đạt 20 m/s (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

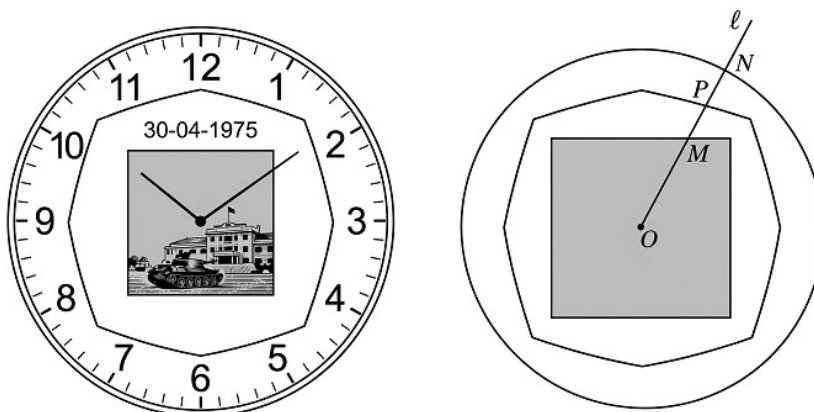
Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; 2)$, $B(2; -2; 0)$. Gọi $I_1(1; 1; -1)$ và $I_2(3; 1; 1)$ lần lượt là tâm của hai đường tròn thuộc hai mặt phẳng phân biệt và cùng nhận AB làm dây cung. Biết rằng tồn tại một mặt cầu (S) qua cả hai đường tròn đó. Tính bán kính R của mặt cầu (S) (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Một công ty tổ chức sự kiện tổng kết cuối năm. Trong buổi dự tiệc có 4320 người tham gia. Để làm tăng tính thú vị hấp dẫn của buổi tiệc, người ta đã tạo ra các lá thăm ghi các số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ được lập từ các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6$. Mỗi người tham gia dự tiệc sẽ chọn cho mình một lá thăm và tất cả các lá thăm được bốc hết. Gần cuối buổi tiệc, ban tổ chức công bố những người chọn được số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$ sẽ được nhận phần thưởng đặc biệt từ công ty. Anh Huy là nhân viên công ty có tham gia dự tiệc và bốc thăm trúng thưởng. Hỏi anh Huy có xác suất trúng thưởng là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5. Một doanh nghiệp chuyên sản xuất ô tô hạng sang, biết nhu cầu của thị trường và chi phí của loại

sản phẩm này lần lượt là $Q = 5000 - \frac{P}{3}$, $C(Q) = Q^2 + 2200Q + 500$, trong đó Q là số sản phẩm và P là giá bán của một sản phẩm. Giả sử Nhà nước đánh thuế đặc biệt t (triệu đồng) trên mỗi đơn vị sản phẩm. Với mỗi mức thuế t , doanh nghiệp lựa chọn sản lượng Q để lợi nhuận đạt lớn nhất. Hãy xác định mức sản lượng Q mà doanh nghiệp sẽ sản xuất nếu Nhà nước chọn mức thuế t sao cho số tiền thuế thu được là lớn nhất.

Câu 6. Ông nội của bạn Kiên là cựu chiến binh, ông từng trực tiếp tham gia trận đánh 30/4/1975 và tiếp quản Dinh Độc Lập. Năm nay ông được đơn vị tặng quà lưu niệm là một chiếc đồng hồ treo tường rất đẹp.



- Phần trong của mặt đồng hồ là hình vuông có tâm O cạnh bằng $2dm$, nơi đây lưu giữ hình ảnh chiếc xe tăng 390 của bộ đội Việt Nam tiến vào Dinh Độc Lập.
- Phần ngoài của mặt đồng hồ là đường tròn có bán kính bằng $2dm$.
- Đường cong trung gian có tên (L) là tập hợp tất cả điểm P sao cho nếu kẻ tia Ot bất kỳ cắt hình vuông và đường tròn lần lượt tại M, N thì P là trung điểm MN (O là tâm đường tròn). Phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (L) và hình vuông bên trong mặt đồng hồ được mạ vàng $18K$. Bạn Kiên rất muốn biết xem diện tích của phần này là bao nhiêu theo đơn vị dm^2 . Em hãy tính giúp bạn. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

HẾT ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	A	D	A	A	A	D	C	C	C	A	B

Phần II.

Câu	a	b	c	d
1	Đ	Đ	S	S
2	Đ	Đ	S	S
3	S	Đ	S	Đ
4	Đ	S	S	S

Phần III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp số	166	54, 2m	3, 79	0, 03	800	3, 67

LỜI GIẢI THAM KHẢO**Phần I.**

Câu 1. Mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 2 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 2; -1)$.

Chọn D.

Câu 2. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{w}$. Khi đó $\overrightarrow{BA} = -\vec{u}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$, $\overrightarrow{BB'} = \vec{w}$. Suy ra $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = -\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \overrightarrow{BD'}$.

Chọn A.

Câu 3. Cấp số cộng có $u_1 = 2$, $d = 3$ nên $u_5 = u_1 + 4d = 2 + 4 \cdot 3 = 14$.

Chọn D.

Câu 4. Vì $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$ nên tọa độ của $\vec{a}$ là $(-1; 3; -5)$.

Chọn A.

Câu 5. Ta có $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$.

Chọn A.

Câu 6. Với $y = \frac{2x+1}{x+1}$, bậc tử bằng bậc mẫu nên tiệm cận ngang là $y = \frac{2}{1} = 2$.

Chọn A.

Câu 7. Từ bảng dấu, $f'(x)$ đổi dấu tại $x = -2$ từ + sang - nên có cực đại; tại $x = 2$ đổi từ + sang - nên có cực đại; tại $x = 3$ đổi từ - sang + nên có cực tiểu. Điểm $x = 1$ không thuộc tập xác định nên không tính là cực trị. Vậy có 3 điểm cực trị.

Chọn D.

Câu 8. Nhóm có tần số lớn nhất là nhóm $[162; 168)$ với tần số 40. Đây là nhóm chứa một.

Chọn C.

Câu 9. Đây là hình vuông cạnh a nên $S_{\text{đáy}} = a^2$. Chiều cao lăng trụ là $AA' = 2a$. Do đó $V = a^2 \cdot 2a = 2a^3$.

Chọn C.

Câu 10. Điều kiện $2x - 1 > 0$. Từ $\log_5(2x - 1) = 1$ suy ra $2x - 1 = 5$, nên $x = 3$.

Chọn C.

Câu 11. Phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có nghiệm $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Chọn A.

Câu 12. Ta có $y^2 = 4x - x^2$, giao với trục hoành tại $x = 0$ và $x = 4$.

$$V = \pi \int_0^4 (4x - x^2) dx = \pi \left(2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^4 = \frac{32\pi}{3}$$

Thể tích khối tròn xoay là

Chọn B.

Phần II.**Câu 1**

Gọi D là biến cố “bị tiểu đường”, H là biến cố “bị huyết áp cao”.

Theo đề: $P(D) = 0,4$, $P(H | D) = 0,7$, $P(H | \bar{D}) = 0,25$.

- a) $P(D) = 0,4$ nên mệnh đề **đúng**.
 b) $P(H | D) = 0,7$ nên mệnh đề **đúng**.
 c) Đề cho $P(H | \bar{D}) = 0,25$, không phải $0,75$, nên **sai**.
 d) $P(H) = P(H | D)P(D) + P(H | \bar{D})P(\bar{D}) = 0,7 \cdot 0,4 + 0,25 \cdot 0,6 = 0,43$, không phải $0,8$, nên **sai**.

Câu 2

Cho $f(x) = x^3 - 3x$.

a) Hàm đa thức xác định trên $\mathbb{R}$, nên **đúng**.

b) $f'(x) = 3x^2 - 3$, nên **đúng**.

c) $f'(x) = 3(x^2 - 1) = 3(x-1)(x+1)$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$, nghịch biến trên $(-1; 1)$.

Vì vậy mệnh đề **sai**.

d) Trên $[-3; 2]$, xét $x = -3$, $x = -1$, $x = 1$, $x = 2$.

Ta có $f(-3) = -18$, $f(-1) = 2$, $f(1) = -2$, $f(2) = 2$. Giá trị nhỏ nhất đạt tại $x = -3$, không phải tại $x = 1$, nên **sai**.

Câu 3

Ta có $v_1(t) = 8e^{-0,1t}$ và $v_2(t) = 12 - 12e^{-0,1t}$.

a) Tại $t = 0$, $v_2(0) = 12 - 12 = 0$, không phải $12m/s$, nên **sai**.

b) $v_1(t) = 8e^{-0,1t}$ giảm dần; còn $v_2(t) = 12 - 12e^{-0,1t}$ tăng dần, nên **đúng**.

c) Gọi $d(t)$ là khoảng cách giữa hai vận động viên. Khi đó

$$d(t) = 40 + \int_0^t (v_2 - v_1)dt = 40 + \int_0^t (12 - 20e^{-0,1t})dt = -160 + 12t + 200e^{-0,1t}.$$

Khoảng cách nhỏ nhất khi $d'(t) = 12 - 20e^{-0,1t} = 0$,

suy ra $e^{-0,1t} = 0,6$, nên $t = -10 \ln 0,6 \approx 5,11$ giây, không phải 8 giây.

Mệnh đề **sai**.

d) Khoảng cách nhỏ nhất là $d(5,11) \approx 21,3m > 0$, nên vận động viên điên kinh không bắt kịp người đi xe đạp. Mệnh đề **đúng**.

Câu 4

Vì $CD = 3\sqrt{2}$ nên nửa đường chéo đáy bằng 3. Lại có $SB = 5$, suy ra chiều cao $SO = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$. Chọn được $S(0; 0; 4)$, $B(3; 0; 0)$, $C(0; 3; 0)$, $D(-3; 0; 0)$, $A(0; -3; 0)$.

a) $C(0; 3; 0)$ và $D(-3; 0; 0)$ nên **đúng**.

b) Mặt cầu đường kính SC có tâm là trung điểm của SC , tức $I\left(0; \frac{3}{2}; 2\right)$, bán kính $R = \frac{SC}{2} = \frac{5}{2}$. Phương

trình đúng phải là $x^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + (z - 2)^2 = \frac{25}{4}$, không phải 25, nên **sai**.

c) Trung điểm M của SD là $M\left(-\frac{3}{2}; 0; 2\right)$. Khi đó $BM = \sqrt{\left(3 + \frac{3}{2}\right)^2 + 0^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{\frac{97}{4}} = \frac{\sqrt{97}}{2}$,

không bằng $2\sqrt{6}$, nên **sai**.

d) Mặt phẳng (SBD) có phương trình $y = 0$.

Trọng tâm G của tam giác SCD là $G\left(-1; 1; \frac{4}{3}\right)$.

Để $|EG - EA|$ lớn nhất, E phải nằm trên giao điểm của đường thẳng AG với mặt phẳng $y = 0$.

Tính được $E\left(-\frac{3}{4}; 0; 1\right)$, không phải $E\left(-\frac{3}{2}; 0; 2\right)$, nên **sai**.

Phần III.

Câu 1

Đặt hệ trục sao cho $A(-3; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(-3; 4\sqrt{3}; 0)$, $C(3; 4\sqrt{3}; 0)$. Vì tam giác SAB cân tại S và mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy nên $S(0; 0; h)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (6; 0; 0)$, $\overrightarrow{SC} = (3; 4\sqrt{3}; -h)$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC là $d = \frac{|\overrightarrow{AS} \cdot (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{SC})|}{|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{SC}|} = \frac{4\sqrt{3}h}{\sqrt{h^2 + 48}}$.

Theo đề $d = 6$, nên $\frac{4\sqrt{3}h}{\sqrt{h^2 + 48}} = 6$.

Bình phương hai vế: $\frac{48h^2}{h^2 + 48} = 36$,

suy ra $48h^2 = 36h^2 + 1728$, nên $h^2 = 144$, do đó $h = 12$.

Diện tích đáy là $S_{ABCD} = AB \cdot AD = 6 \cdot 4\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$.

Vậy thể tích là $V = \frac{1}{3} \cdot 24\sqrt{3} \cdot 12 = 96\sqrt{3} \approx 166,28$. Làm tròn đến hàng đơn vị được $V = 166$.

Câu 2

Ta có $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 10t$.

Vận tốc là $v(t) = s'(t) = t^2 - 3t + 10$.

Khi vận tốc đạt $20m/s$, ta có $t^2 - 3t + 10 = 20$,

suy ra $t^2 - 3t - 10 = 0$, nên $t = 5$ hoặc $t = -2$.

Vì $t \geq 0$, lấy $t = 5$.

Trên đoạn $[0; 5]$, $v(t) = t^2 - 3t + 10 > 0$, nên quãng đường bằng $s(5) - s(0)$. Ta có

$$s(5) = \frac{125}{3} - \frac{3}{2} \cdot 25 + 50 = \frac{325}{6} \approx 54,17$$

Vậy quãng đường là $54,2m$.

Câu 3

Ta có $A(0; 2; 2)$, $B(2; -2; 0)$, $I_1(1; 1; -1)$, $I_2(3; 1; 1)$.

Bán kính của mỗi đường tròn là $I_1A = I_1B = I_2A = I_2B = \sqrt{11}$.

Mặt phẳng chứa đường tròn thứ nhất là mặt phẳng (ABI_1) , có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AI_1} = (10; 4; 2)$, chọn $\vec{n}_1 = (5; 2; 1)$.

Mặt phẳng chứa đường tròn thứ hai là (ABI_2) , có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; -2; 5)$.

Tâm mặt cầu phải nằm trên đường thẳng qua I_1 vuông góc với mặt phẳng (ABI_1) và đồng thời nằm trên đường thẳng qua I_2 vuông góc với mặt phẳng (ABI_2) .

Do đó gọi tâm mặt cầu là O , ta có $O = I_1 + \lambda(5; 2; 1) = I_2 + \mu(1; -2; 5)$.

Giải hệ được $\lambda = \frac{1}{3}$, $\mu = -\frac{1}{3}$, suy ra $O\left(\frac{8}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

Khi đó $OI_1^2 = \frac{10}{3}$.

Vì mặt cầu chứa đường tròn tâm I_1 , bán kính $\sqrt{11}$ nên $R^2 = OI_1^2 + 11 = \frac{10}{3} + 11 = \frac{43}{3}$.

$$R = \sqrt{\frac{43}{3}} \approx 3,79$$

Suy ra

Câu 4

Tổng số lá thăm là số các số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau lập từ 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6, chữ số đầu khác 0. Số đó là ${}^7P_6 - 6P_5 = 5040 - 720 = 4320$, đúng bằng số người tham gia.

Cần đếm các số thỏa mãn $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$. Xét các cặp chữ số khác nhau có cùng tổng. Các tổng có thể tạo được đủ 3 cặp rời nhau là:

Với tổng 5: (0; 5), (1; 4), (2; 3).

Với tổng 6: (0; 6), (1; 5), (2; 4).

Với tổng 7: (1; 6), (2; 5), (3; 4).

Với tổng 5 hoặc 6, có một cặp chứa chữ số 0.

Nếu chưa xét điều kiện chữ số đầu khác 0, mỗi trường hợp có $3! \cdot 2^3 = 48$ cách.

Số cách sai do cặp chứa 0 nằm ở vị trí (a_1, a_2) và $a_1 = 0$ là $2! \cdot 1 \cdot 2^2 = 8$.

Vậy mỗi tổng 5 hoặc 6 có $48 - 8 = 40$ cách.

Với tổng 7 không có chữ số 0, có $3! \cdot 2^3 = 48$ cách.

Vậy số lá thăm trúng thưởng là $40 + 40 + 48 = 128$.

Xác suất là $P = \frac{128}{4320} = \frac{4}{135} \approx 0,02963$.

Làm tròn đến hàng phần trăm: $P \approx 0,03$, tức khoảng 2,96%.

Câu 5

Từ $Q = 5000 - \frac{P}{3}$, suy ra $P = 15000 - 3Q$.

Lợi nhuận sau thuế là $L(Q) = P \cdot Q - C(Q) - tQ = (15000 - 3Q)Q - (Q^2 + 2200Q + 500) - tQ$.

Rút gọn được $L(Q) = -4Q^2 + (12800 - t)Q - 500$.

Với mỗi mức thuế t , doanh nghiệp chọn Q để lợi nhuận lớn nhất.

Vì đây là tam thức bậc hai có hệ số âm, giá trị lớn nhất đạt tại $Q = \frac{12800 - t}{8}$.

Tiền thuế Nhà nước thu được là $T = tQ = t \cdot \frac{12800 - t}{8} = \frac{12800t - t^2}{8}$.

Hàm này đạt lớn nhất khi $t = \frac{12800}{2} = 6400$.

Khi đó $Q = \frac{12800 - 6400}{8} = 800$.

Vậy sản lượng doanh nghiệp sẽ sản xuất là 800 sản phẩm.

Câu 6

Gọi r là khoảng cách từ tâm O đến cạnh hình vuông theo một tia tạo với trục hoành góc θ .

Hình vuông có cạnh $2dm$ nên nửa cạnh bằng $1dm$.

Trên góc phần tám $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$, ta có $r = \frac{1}{\cos \theta} = \sec \theta$.

Đường tròn ngoài có bán kính $2dm$.

Điểm P là trung điểm của MN , nên bán kính đến đường cong (L) là $r_L = \frac{r+2}{2}$.

Diện tích phần mạ vàng là diện tích giữa đường cong (L) và hình vuông.

Do đối xứng qua 8 phần bằng nhau, ta có
$$S = 8 \int_0^{\pi/4} \frac{1}{2} (r_L^2 - r^2) d\theta$$

Thay $r = \sec \theta$ và $r_L = \frac{\sec \theta + 2}{2}$, được
$$S = 8 \int_0^{\pi/4} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sec \theta - \frac{3}{8} \sec^2 \theta \right) d\theta$$

Tính tích phân:
$$S = 8 \left[\frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} \ln |\sec \theta + \tan \theta| - \frac{3}{8} \tan \theta \right]_0^{\pi/4}$$

Suy ra $S = \pi + 4 \ln(1 + \sqrt{2}) - 3 \approx 3,6671$.

Vậy diện tích phần mạ vàng là $3,67 dm^2$.