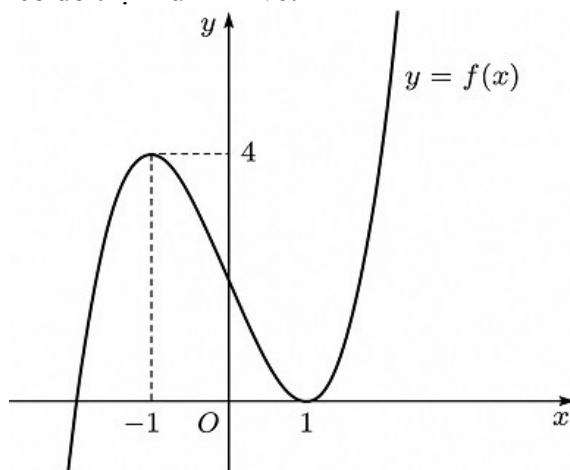


Họ và tên:

Số báo danh: Mã đề 101

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số là:

- A.** $(-1; 4)$ **B.** $x = -1$ **C.** $y = 4$ **D.** $(1; 0)$

Câu 2. Trong không gian O_{xyz} cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$. Véc tơ nào dưới đây **không phải** là 1 véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

- A. $\vec{n} = (-3; 1; -2)$ B. $\vec{n} = (3; -1; 2)$ C. $\vec{n} = (3; 1; 2)$ D. $\vec{n} = (6; -2; 4)$

Câu 3. Kết quả thi khảo sát cuối khóa môn Toán của các thí sinh tại 1 trung tâm luyện thi được cho bởi bảng sau:

Điểm số	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số thí sinh	5	13	35	20	7

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- A.** 0,57 **B.** 0,72 **C.** 5 **D.** 1,29

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	-5 	$-\infty$	1 
			-5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

- A.** 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 4

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1;-1;2); B(2;0;1); C(0;-1;3)$. Giá trị của $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ là:

- A. -2 B. -4 C. 0 D. 20

Câu 6. Gọi a, b, c là độ dài các cạnh tương ứng với các góc A, B, C của $\triangle ABC$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng.

- A.** $a = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

C. $\cos B = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ac}$

D. $S = \frac{1}{2} ab \sin C$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z - 7 = 0$. Khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -6)$ đến mặt phẳng (α) là:

A. 5

B. 15

C. 3

D. $\frac{5}{3}$

Câu 8. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 - 2x + 5}{x + 2}$ là:

A. $y = -x + 1$

B. $x = -2$

C. $y = -x$

D. $y = x + 2$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$. Đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$

Câu 10. Hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành và 2 đường thẳng $x = 1; x = 2$. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng D quay quanh trục hoành là:

A. $V = \int_1^2 e^{2x} dx$

B. $V = \int_1^2 e^x dx$

C. $V = \pi \int_1^2 e^x dx$

D. $V = \pi \int_1^2 e^{2x} dx$

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = 3^x + \sin x$. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên R là:

A. $F(x) = 3^x + \sin x + C$

B. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} - \sin x + C$

C. $F(x) = 3^x \cdot \ln 3 - \cos x + C$

D. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} - \cos x + C$

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2 + 4x} > \frac{1}{32}$ là:

A. $(-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$

B. $(-5; 1)$

C. $(1; +\infty)$

D. $\{-5; 1\}$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một hệ thống AI được sử dụng để kiểm tra đạo văn trong các bài viết học sinh nộp. Theo thống kê có 1% bài viết là đạo văn; 99% bài viết là chính chủ (không đạo văn). Phần mềm kiểm tra có độ chính xác như sau: Nếu bài viết là đạo văn, phần mềm phát hiện đúng với xác suất 98%; Nếu bài viết là chính chủ, phần mềm cảnh báo nhầm là đạo văn với xác suất là 3%.

a. Xác suất để phần mềm cảnh báo bài viết là đạo văn là 0,0395.

b. Xác suất để bài viết thực sự là đạo văn là 0,01.

c. Biết rằng phần mềm cảnh báo bài viết là đạo văn, xác suất bài viết thực sự là đạo văn là 0,7.

d. Trong số những bài viết bị phần mềm cảnh báo là đạo văn, có nhiều khả năng là bài viết chính chủ hơn là đạo văn.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$.

a. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = ax + b$. Khi đó $a - 2b = 5$.

b. Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là $y = 2x - 3$

c. Gọi A, B lần lượt là các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số và O là gốc tọa độ. Diện tích tam giác OAB bằng 6.

d. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho trước, đơn vị trên mỗi trục là 1 mét, có hai chiếc chiến đấu cơ từ hai vị trí $A(40; -15; 15), B(55; -10; 65)$ cần đáp xuống hai vị trí thuộc tàu sân bay hải quân để nạp nhiên liệu.

Bề mặt chứa các đường băng trên tàu là mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 25 = 0$.

a. Đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là

$$\frac{x-40}{3} = \frac{y+15}{1} = \frac{z-15}{-2}$$

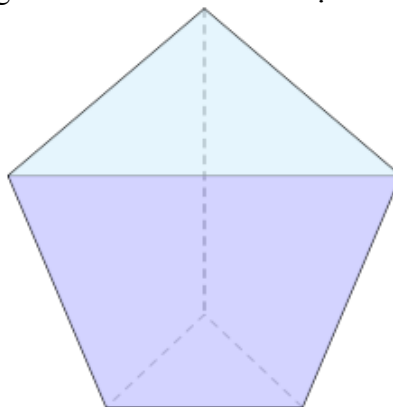
b. Tổng khoảng cách từ hai vị trí chiến đấu cơ đến mặt phẳng chứa đường băng là $110m$ (làm tròn đến hàng đơn vị mét)

c. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (P) là $A'(-20; 5; -25)$.

d. Người chỉ huy ở tàu sân bay phát tín hiệu để hai chiến đấu cơ đáp xuống các vị trí M, N cách nhau $5\sqrt{6}m$. Tổng đường bay ngắn nhất $AM + BN$ bằng $115m$ (làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4. Một cái chậu đựng nước có dạng hình chóp cụt đều có đáy là các tam giác đều cạnh bằng $1dm$ và $3dm$, chiều cao của chậu là $4dm$. Người ta bơm nước vào chậu với lưu lượng không đổi $0,5lit / phút$.



a. Tốc độ dâng lên của nước giảm dần.

b. Thể tích của chậu là $\frac{13\sqrt{3}}{3} dm^3$.

c. Sau 10 phút bơm thì chiều cao của mực nước bằng $3,27dm$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d. Đến phút thứ 10 thì tốc độ dâng lên của nước là $4,32dm / phút$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 5. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai

đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{15}{4}$. Tính thể tích khối chóp $A'.ABC$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 2. Một doanh nghiệp phân bổ ngân sách quảng cáo trên Facebook và YouTube với tổng số tiền không vượt quá 80 triệu đồng. Chi phí cho Facebook nằm trong khoảng từ 20 đến 50 triệu đồng. Chi phí cho YouTube tối thiểu là 15 triệu đồng. Số tiền chi cho chạy quảng cáo trên YouTube không được vượt qua chi phí cho quảng cáo trên Facebook. Biết rằng số khách tiếp cận là 4 nghìn khách cho mỗi triệu tiền chi quảng cáo trên Facebook và 6 nghìn khách cho mỗi triệu quảng cáo trên YouTube. Hỏi lượng khách tiếp cận lớn nhất là bao nhiêu nghìn người.

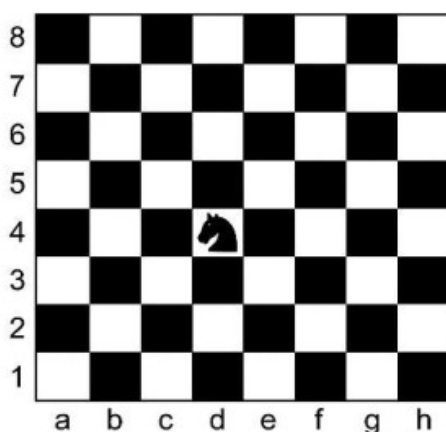
Câu 3. Tốc độ giải ngân 2 tỷ tiền trợ cấp $M'(t)$ dành cho 1 vùng A bị thiệt hại về lũ lụt tỉ lệ thuận với bình phương của $(100-t)$, trong đó t là thời gian tính bằng ngày $(0 \leq t \leq 100)$ và $M(t)$ là số tiền còn lại chưa giải ngân sau t ngày. Hỏi số tiền còn lại chưa giải ngân sau 40 ngày là bao nhiêu triệu đồng, biết rằng toàn bộ số tiền sẽ được giải ngân trong 100 ngày.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là 1 km), coi mặt đất là mặt phẳng (Oxy) . Một máy bay phản lực xuất phát từ vị trí $B(2; -1; 0)$ và bay thẳng với vận tốc $v(t) = -\frac{1}{1200}t^2 + \frac{1}{2}t + 10 (m/s)$ theo hướng véc tơ $\vec{u} = (2; 2; 1)$. Một trạm ra đa đặt tại điểm $A(1; 2; 0)$ với bán kính quét tối đa là 100 km. Khi máy bay đến vị trí C có độ cao 6 km so với mặt đất thì máy bay sẽ chuyển động thẳng đều theo hướng thoát ra khỏi vùng giám sát của ra đa nhanh nhất (giữ nguyên vận tốc tại thời điểm ở vị trí C). Tính thời gian máy bay di chuyển từ lúc xuất phát cho đến khi thoát ra khỏi vùng giám sát của ra đa. (Theo đơn vị phút, làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 5. Một con mã đang được đặt ở vị trí chính giữa tâm ô vuông d_4 trong bàn cờ vua. Thầy Nghĩa di chuyển con mã 4 bước để sau 4 bước đó quân mã quay trở lại vị trí ban đầu với điều kiện 4 bước đi không trùng nhau. Mỗi bước di chuyển thầy Nghĩa đều đặt con mã ở các điểm chính giữa tâm ô vuông đó. (4 điểm đặt mã sau 4 bước được xem là 4 điểm ở tâm ô vuông con mã đi đến). Xác suất đường đi của con

mã có 4 điểm đặt đó là 4 đỉnh của một hình vuông có dạng $\frac{a}{b}$ (là phân số tối giản, $a, b \in \mathbb{N}^*$).
Tính $a+2b$.

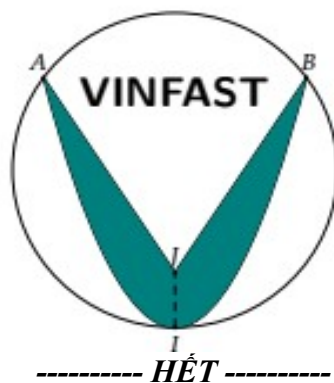
(**Cách di chuyển của quân mã:** Mã di chuyển theo đường chéo của hình chữ nhật 2×3 ô vuông hoặc 3×2 ô vuông).



Câu 6. Lô gô gắn tại các Showroom của hãng ô tô VINFAST là một hình tròn. Phần tô đậm (nằm giữa parabol đỉnh I và đường gấp khúc AJB) được dát bạc với chi phí 10 triệu đồng/ m^2 . Phần còn lại của hình tròn được phủ sơn với chi phí 2 triệu đồng/ m^2 . Biết $AB = 2m$, $IA = IB = \sqrt{5} m$ và

$$JA = JB = \frac{\sqrt{13}}{2} m.$$

Tính tổng số tiền (đơn vị: triệu đồng) để dát bạc và phủ sơn toàn bộ lô gô nói trên (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	C	D	B	A	D	A	C	B	D	D	B

PHẦN II.

Câu	a	b	c	d
1	Đ	Đ	S	Đ
2	Đ	Đ	Đ	S
3	S	S	Đ	Đ
4	Đ	Đ	Đ	S

PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	18	400	432	21,3	26	19,2.

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều phương án

Câu 1. Chọn A

Từ đồ thị, điểm cực đại là điểm có tọa độ $(-1; 4)$.

Vậy chọn A.

Câu 2. Chọn C

Mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là:
 $\vec{n} = (3; -1; 2)$.

Các vector pháp tuyến của mặt phẳng phải cùng phương với $\vec{n}$.

A. $(-3; 1; -2) = -1(3; -1; 2)$: đúng.

B. $(3; -1; 2)$: đúng.

C. $(3; 1; 2)$ không cùng phương với $(3; -1; 2)$.

D. $(6; -2; 4) = 2(3; -1; 2)$: đúng.

Vậy vector **không phải** pháp tuyến là $(3; 1; 2)$.

Chọn C.

Câu 3. Chọn D

Bảng tần số:

Khoảng điểm	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số thí sinh	5	13	35	20	7

Tổng số thí sinh:

$$n = 5 + 13 + 35 + 20 + 7 = 80.$$

Vị trí tứ phân vị thứ nhất:

$$\frac{n}{4} = 20$$

Tần số tích lũy đến lớp $[6; 7)$ là 18, nên Q_1 thuộc lớp $[7; 8)$.

$$Q_1 = 7 + \frac{20-18}{35} \cdot 1 = 7 + \frac{2}{35} \approx 7,06$$

Vị trí tứ phân vị thứ ba:

$$\frac{3n}{4} = 60$$

Tần số tích lũy đến lớp $[7; 8)$ là 53, nên Q_3 thuộc lớp $[8; 9)$.

$$Q_3 = 8 + \frac{60-53}{20} \cdot 1 = 8 + \frac{7}{20} = 8,35$$

Khoảng tứ phân vị:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 8,35 - 7,06 = 1,29$$

Chọn D.

Câu 4. Chọn B

Từ bảng biến thiên:

Khi $x \rightarrow -\infty$, $f(x) \rightarrow -5$.

Khi $x \rightarrow +\infty$, $f(x) \rightarrow -5$.

Vậy có một tiệm cận ngang là $y = -5$.

Khi $x \rightarrow 2^-$, $f(x) \rightarrow -\infty$, nên $x = 2$ là tiệm cận đứng.

Tổng số tiệm cận ngang và đứng là:

$$1 + 1 = 2$$

Chọn B.

Câu 5. Chọn A

Ta có: $A(1; -1; 2)$, $B(2; 0; 1)$, $C(0; -1; 3)$.

$$\overrightarrow{AB} = (1; 1; -1) \quad \overrightarrow{AC} = (-1; 0; 1)$$

Suy ra: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 1 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 = -2$.

Chọn A.

Câu 6. Chọn D

Trong tam giác ABC , diện tích có công thức: $S = \frac{1}{2} ab \sin C$.

Các công thức khác sai do nhầm bình phương hoặc nhầm góc.

Chọn D.

Câu 7. Chọn A

Mặt phẳng: $(\alpha): 2x - 2y + z - 7 = 0$.

Điểm $M(1; 2; -6)$.

$$d = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + (-6) - 7|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}}$$

Khoảng cách từ M đến (α) là:

$$= \frac{|2 - 4 - 6 - 7|}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

Chọn A.

Câu 8. Chọn C

$$y = \frac{-x^2 - 2x + 5}{x + 2}$$

Hàm số:

$$\text{Chia đa thức: } -x^2 - 2x + 5 = -x(x + 2) + 5$$

Do đó: $y = -x + \frac{5}{x+2}$.

Khi $x \rightarrow \pm\infty$, $\frac{5}{x+2} \rightarrow 0$.

Tiệm cận xiên là:
 $y = -x$.

Chọn C.

Câu 9. Chọn B

Mặt phẳng:

$$(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$$

Vector pháp tuyến của mặt phẳng là:

$$\vec{n} = (1; -3; 2)$$

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng nhận $\vec{n}$ làm vector chỉ phương.

Đi qua $A(1; 2; -1)$, phương trình tham số là:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

Chọn B.

Câu 10. Chọn D

Hình phẳng giới hạn bởi $y = e^x$, trục hoành, $x = 1$, $x = 2$.

$$V = \pi \int_1^2 (e^x)^2 dx = \pi \int_1^2 e^{2x} dx$$

Quay quanh trục hoành, thể tích là:

Chọn D.

Câu 11. Chọn D

$$f(x) = 3^x + \sin x$$

$$\text{Ta có: } \int 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3},$$

$$\int \sin x dx = -\cos x$$

$$\text{Vậy: } F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} - \cos x + C$$

Chọn D.

Câu 12. Chọn B

Bất phương trình:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32}$$

$$\text{Ta có: } \frac{1}{32} = \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

Vì $0 < \frac{1}{2} < 1$, hàm mũ nghịch biến nên: $x^2 + 4x < 5$.

Suy ra: $x^2 + 4x - 5 < 0$

$$\Leftrightarrow (x+5)(x-1) < 0$$

Vậy: $-5 < x < 1$.

Tập nghiệm là $(-5; 1)$.

Chọn B.

Đáp án Phần I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	C	D	B	A	D	A	C	B	D	D	B

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1

Gọi:

D : bài viết là đạo văn.

C : bài viết chính chủ.

W : phần mềm cảnh báo là đạo văn.

Theo đề:

$$P(D) = 0,01, \quad P(C) = 0,99$$

$$P(W|D) = 0,98, \quad P(W|C) = 0,03$$

a) Đúng

$$\begin{aligned} P(W) &= P(D)P(W|D) + P(C)P(W|C) \\ &= 0,01 \cdot 0,98 + 0,99 \cdot 0,03 \\ &= 0,0098 + 0,0297 = 0,0395 \end{aligned}$$

Vậy a) **đúng**.

b) Đúng

Đề bài cho sẵn xác suất bài viết thực sự là đạo văn là:

$$P(D) = 0,01$$

Vậy b) **đúng**.

c) Sai

Theo công thức Bayes:

$$P(D|W) = \frac{P(D)P(W|D)}{P(W)} = \frac{0,01 \cdot 0,98}{0,0395} \approx 0,248$$

Không phải 0,7.

Vậy c) **sai**.

d) Đúng

Trong số các bài bị cảnh báo:

$$P(C|W) = 1 - P(D|W) \approx 1 - 0,248 = 0,752$$

Do đó bài viết chính chủ có khả năng nhiều hơn bài đạo văn.

Vậy d) **đúng**.

Kết luận Câu 1: **Đúng, Đúng, Sai, Đúng**.

Câu 2

$$\text{Hàm số: } y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$$

$$\text{Chia đa thức: } x^2 - 3x + 6 = (x - 1)(x - 2) + 4$$

$$\text{Do đó: } y = x - 2 + \frac{4}{x - 1}$$

a) Đúng

$$\text{Tiệm cận xiên là: } y = x - 2$$

$$\text{Suy ra } a = 1, \quad b = -2$$

$$a - 2b = 1 - 2(-2) = 5$$

Vậy a) **đúng**.

b) Đúng

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(2x - 3)(x - 1) - (x^2 - 3x + 6)}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$$

$$= \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}$$

Các điểm cực trị ứng với:

$$x = -1 \text{ và } x = 3$$

$$y(-1) = \frac{1+3+6}{-2} = -5$$

$$y(3) = \frac{9-9+6}{2} = 3$$

Hai điểm cực trị là: $A(-1; -5)$, $B(3; 3)$

Đường thẳng qua A , B có hệ số góc:

$$k = \frac{3 - (-5)}{3 - (-1)} = 2$$

Phương trình:

$$y + 5 = 2(x + 1) \Leftrightarrow y = 2x - 3$$

Vậy b) **đúng**.

c) **Đúng**

Diện tích tam giác OAB :

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} |x_A y_B - y_A x_B| = \frac{1}{2} |(-1) \cdot 3 - (-5) \cdot 3| = \frac{1}{2} |-3 + 15| = 6$$

Vậy c) **đúng**.

d) **Sai**

Hàm số không xác định tại $x = 1$.

Khoảng $(-1; 3)$ chứa $x = 1$, nên không thể nói hàm số nghịch biến trên toàn bộ khoảng $(-1; 3)$.

Thực tế hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-1; 1)$ và $(1; 3)$.

Vậy d) **sai**.

Kết luận Câu 2: **Đúng, Đúng, Đúng, Sai**.

Câu 3

Mặt phẳng đường băng: $(P): 3x - y + 2z - 25 = 0$

Vectơ pháp tuyến: $\vec{n} = (3; -1; 2)$

Hai điểm: $A(40; -15; 15)$, $B(55; -10; 65)$

a) **Sai**

Đường thẳng qua A và vuông góc với (P) phải có vectơ chỉ phương $(3; -1; 2)$.

$$\text{Phương trình đúng là: } \frac{x-40}{3} = \frac{y+15}{-1} = \frac{z-15}{2}$$

Đề cho mẫu là $3; 1; -2$, không cùng phương với $(3; -1; 2)$.

Vậy a) **sai**.

b) **Sai**

$$d_A = \frac{|3 \cdot 40 - (-15) + 2 \cdot 15 - 25|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{140}{\sqrt{14}} = 10\sqrt{14}$$

Khoảng cách từ A đến (P) :

Khoảng cách từ B đến (P) :

$$d_B = \frac{|3 \cdot 55 - (-10) + 2 \cdot 65 - 25|}{\sqrt{14}} = \frac{280}{\sqrt{14}} = 20\sqrt{14}$$

Tổng:

$$d_A + d_B = 30\sqrt{14} \approx 112,25 \text{ m.}$$

Làm tròn đến hàng đơn vị là 112 m, không phải 110 m.

Vậy b) **sai**.

c) **Đúng**

Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (P) là:

$$A' = A - 2 \cdot \frac{3x_A - y_A + 2z_A - 25}{3^2 + (-1)^2 + 2^2} \vec{n}$$

Ta có: $3x_A - y_A + 2z_A - 25 = 140$,
 $3^2 + (-1)^2 + 2^2 = 14$

$$A' = A - 2 \cdot \frac{140}{14} (3; -1; 2)$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} &= A - 20(3; -1; 2) \\ &= (40; -15; 15) - (60; -20; 40) \\ &= (-20; 5; -25) \end{aligned}$$

Vậy c) **đúng**.

d) **Đúng**

Vì M, N thuộc mặt phẳng (P) và $MN = 5\sqrt{6}$, ta phản xạ A qua (P) thành A' .

Khi đó: $AM = A'M$.

Cần tìm giá trị nhỏ nhất của: $A'M + BN$.

Ta có: $\overrightarrow{A'B} = B - A' = (75; -15; 90)$.

$$\frac{|\overrightarrow{A'B} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{|75 \cdot 3 + (-15)(-1) + 90 \cdot 2|}{\sqrt{14}}$$

Độ dài thành phần vuông góc với mặt phẳng là:

$$= \frac{420}{\sqrt{14}} = 30\sqrt{14}$$

Độ dài hình chiếu của $\overrightarrow{A'B}$ lên mặt phẳng:

$$\sqrt{|\overrightarrow{A'B}|^2 - (30\sqrt{14})^2} = \sqrt{13950 - 12600} = \sqrt{1350} = 15\sqrt{6}$$

Do $MN = 5\sqrt{6}$, nên độ dài ngắn nhất là:

$$\sqrt{(30\sqrt{14})^2 + (15\sqrt{6} - 5\sqrt{6})^2} = \sqrt{12600 + 600} = \sqrt{13200} = 20\sqrt{33} \approx 114,89$$

Làm tròn đến hàng đơn vị là 115 m.

Vậy d) **đúng**.

Kết luận Câu 3: **Sai, Sai, Đúng, Đúng**.

Câu 4

Chậu là hình chóp cụt đều, đáy là tam giác đều cạnh 1 dm và 3 dm, chiều cao 4 dm.

Gọi h là chiều cao mực nước tính từ đáy nhỏ lên.

Cạnh tam giác đều tại độ cao h là:

$$a(h) = 1 + \frac{3-1}{4}h = 1 + \frac{h}{2}$$

$$S(h) = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(1 + \frac{h}{2}\right)^2$$

Diện tích mặt cắt ngang:

$$V(h) = \int_0^h \frac{\sqrt{3}}{4} \left(1 + \frac{x}{2}\right)^2 dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(h + \frac{h^2}{2} + \frac{h^3}{12}\right)$$

Thể tích nước đến độ cao h :

a) **Đúng**

Lưu lượng bơm không đổi: $\frac{dV}{dt} = 0,5$ dm³/phút.

$$\text{Mà: } \frac{dV}{dt} = S(h) \cdot \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{0,5}{S(h)}$$

Suy ra:

Khi h tăng thì $S(h)$ tăng, nên $\frac{dh}{dt}$ giảm.

Vậy a) **đúng**.

b) **Đúng**

Thể tích cả chậu ứng với $h = 4$:

$$V(4) = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(4 + \frac{16}{2} + \frac{64}{12} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{52}{3} = \frac{13\sqrt{3}}{3} \text{ dm}^3.$$

Vậy b) **đúng**.

c) **Đúng**

Sau 10 phút, lượng nước bơm vào là: $0,5 \cdot 10 = 5 \text{ dm}^3$.

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \left(h + \frac{h^2}{2} + \frac{h^3}{12} \right) = 5$$

Ta giải:

Suy ra: $h \approx 3,2724 \text{ dm}$.

Làm tròn đến hàng phần trăm: $h \approx 3,27 \text{ dm}$.

Vậy c) **đúng**.

d) **Sai**

Tại $h \approx 3,2724$:

$$S(h) = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(1 + \frac{h}{2} \right)^2 \approx 3,0093 \text{ dm}^2.$$

Tốc độ dâng lên: $\frac{dh}{dt} = \frac{0,5}{3,0093} \approx 0,166 \text{ dm/phút}$.

Không phải $4,32 \text{ dm/phút}$.

Vậy d) **sai**.

Kết luận Câu 4: **Đúng, Đúng, Đúng, Sai**.

Đáp án Phần II

Câu	a	b	c	d
1	Đ	Đ	S	Đ
2	Đ	Đ	Đ	S
3	S	S	Đ	Đ
4	Đ	Đ	Đ	S

PHẦN III. Trả lời ngắn

Câu 1

Đáy ABC là tam giác đều cạnh 5.

Diện tích đáy:

$$S_{ABC} = \frac{5^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{25\sqrt{3}}{4}.$$

Gọi $A'G = h$, với G là trọng tâm tam giác ABC .

Chọn hệ trục sao cho: $A(0;0;0)$, $B(5;0;0)$, $C\left(\frac{5}{2}; \frac{5\sqrt{3}}{2}; 0\right)$.

Khi đó: $G\left(\frac{5}{2}; \frac{5\sqrt{3}}{6}; 0\right)$, $A'\left(\frac{5}{2}; \frac{5\sqrt{3}}{6}; h\right)$.

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC , ta được: $d(AA', BC) = \frac{15}{4}$.

Giải ra: $h = 5$.

Thể tích khối chóp $A'.ABC$:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{25\sqrt{3}}{4} \cdot 5 = \frac{125\sqrt{3}}{12} \approx 18,04$$

Làm tròn đến hàng đơn vị: $V \approx 18$.

Đáp án: **18**.

Câu 2

Gọi:

x là số tiền quảng cáo Facebook, đơn vị triệu đồng.

y là số tiền quảng cáo YouTube, đơn vị triệu đồng.

$$\begin{cases} x + y \leq 80 \\ 20 \leq x \leq 50 \\ y \geq 15 \\ y \leq x \end{cases}$$

Điều kiện:

Số khách tiếp cận là:

$$F = 4x + 6y \text{ nghìn người.}$$

Vì quảng cáo YouTube cho hiệu quả cao hơn Facebook, ta ưu tiên tăng y .

Trên đường $x + y = 80$:

$$F = 4x + 6(80 - x) = 480 - 2x$$

Muốn F lớn nhất thì x nhỏ nhất.

Do $y \leq x$ và $x + y = 80$, ta có: $80 - x \leq x \Rightarrow x \geq 40$.

Vậy chọn: $x = 40$, $y = 40$.

$$\text{Khi đó: } F_{\max} = 4 \cdot 40 + 6 \cdot 40 = 160 + 240 = 400$$

Đáp án: **400** nghìn người.

Câu 3

Gọi $M(t)$ là số tiền còn lại chưa giải ngân sau t ngày, đơn vị triệu đồng.

Ban đầu có 2 tỷ đồng, tức: $M(0) = 2000$.

Sau 100 ngày giải ngân hết: $M(100) = 0$.

Tốc độ giải ngân tỉ lệ thuận với $(100 - t)^2$, nên: $M'(t) = -k(100 - t)^2$.

$$M(100) - M(0) = \int_0^{100} M'(t) dt = -k \int_0^{100} (100 - t)^2 dt = -k \cdot \frac{100^3}{3}$$

Ta có:

$$\text{Do } M(100) - M(0) = -2000, \text{ nên: } k \cdot \frac{100^3}{3} = 2000$$

$$M(40) = k \int_{40}^{100} (100 - t)^2 dt$$

Số tiền còn lại sau 40 ngày:

$$\left(\frac{100 - 40}{100} \right)^3 = \left(\frac{60}{100} \right)^3 = 0,216$$

Tỉ lệ phần tiền còn lại là:

$$\text{Vậy: } M(40) = 2000 \cdot 0,216 = 432 \text{ triệu đồng.}$$

Đáp án: **432**.

Câu 4

Máy bay xuất phát từ: $B(2; -1; 0)$.

Hướng bay ban đầu: $\vec{u} = (2; 2; 1)$.

Độ dài: $|\vec{u}| = 3$.

$$\vec{e} = \left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3} \right)$$

Vectơ đơn vị theo hướng bay:

Vận tốc: $v(t) = -\frac{1}{1200}t^2 + \frac{1}{2}t + 10$ m/s.

Quãng đường bay được sau t giây:

$$s(t) = \int_0^t \left(-\frac{1}{1200}u^2 + \frac{1}{2}u + 10 \right) du$$

$$= -\frac{t^3}{3600} + \frac{t^2}{4} + 10t$$

Máy bay đạt độ cao 6 km, tức 6000 m.

Vì thành phần theo trục z chiếm $\frac{1}{3}$ quãng đường nên: $\frac{1}{3}s(t) = 6000$
 $\Rightarrow s(t) = 18000$

Giải:

$$-\frac{t^3}{3600} + \frac{t^2}{4} + 10t = 18000$$

Nhận được: $t = 300$ giây.

Khi đó vị trí C có:

Độ dịch chuyển theo x và y là: $\frac{2}{3} \cdot 18 = 12$ km.

Vậy: $C = (14; 11; 6)$.

Trạm ra đa đặt tại: $A(1; 2; 0)$.

Khoảng cách:

$$AC = \sqrt{(14-1)^2 + (11-2)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{13^2 + 9^2 + 6^2} = \sqrt{286} \approx 16,91 \text{ km.}$$

Bán kính quét là 100 km, nên quãng đường ngắn nhất để thoát vùng quét là:
 $100 - 16,91 = 83,09$ km.

Vận tốc tại thời điểm $t = 300$:

$$v(300) = -\frac{300^2}{1200} + \frac{300}{2} + 10 = -75 + 150 + 10 = 85 \text{ m/s.}$$

Thời gian bay thêm: $\frac{83,09 \cdot 1000}{85} \approx 977,51$ giây.

Tổng thời gian: $300 + 977,51 = 1277,51$ giây.

$$\frac{1277,51}{60} \approx 21,29$$

Đổi ra phút: 21,3 phút.

Làm tròn đến hàng phần chục: 21,3 phút.

Đáp án: **21,3**.

Câu 5

Quân mã bắt đầu ở ô $d4$.

Ta xét các đường đi gồm 4 bước, sau bước thứ tư quay lại vị trí ban đầu, các bước đi không trùng nhau.

Khi liệt kê các đường đi hợp lệ, ta có bảng:

Ô đến sau bước 1	Số đường đi khép kín hợp lệ	Số đường đi tạo thành hình vuông
b3	5	2
b5	5	2
c2	5	2
c6	6	2
e2	5	2
e6	6	2
f3	6	2

Ô đến sau bước 1	Số đường đi khép kín hợp lệ	Số đường đi tạo thành hình vuông
f5	6	2

Tổng số đường đi hợp lệ: $5 + 5 + 5 + 6 + 5 + 6 + 6 + 6 = 44$.

Số đường đi mà 4 điểm đặt mã tạo thành hình vuông: $2 \cdot 8 = 16$.

$$P = \frac{16}{44} = \frac{4}{11}.$$

Xác suất: $P = \frac{16}{44} = \frac{4}{11}$.

Vậy: $a = 4$, $b = 11$.

Do đó: $a + 2b = 4 + 2 \cdot 11 = 26$.

Đáp án: **26**.

Câu 6

Đặt hệ trục tọa độ sao cho đỉnh parabol là: $I(0;0)$.

Do $AB = 2$ và hình đối xứng, ta đặt: $A(-1;2)$, $B(1;2)$.

Kiểm tra: $IA^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5$

$$\Rightarrow IA = \sqrt{5}.$$

Parabol có đỉnh $I(0;0)$ và đi qua A , B nên có dạng: $y = ax^2$.

Thay $A(-1;2)$ vào: $2 = a$.

Vậy parabol là: $y = 2x^2$.

Gọi $J(0; y_J)$.

$$JA = JB = \frac{\sqrt{13}}{2},$$

Vì:

$$JA^2 = 1 + (2 - y_J)^2 = \frac{13}{4}.$$

nên:

$$(2 - y_J)^2 = \frac{9}{4}.$$

Suy ra:

Theo hình vẽ, J nằm phía trong dưới đoạn AB , nên: $y_J = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$.

Vậy: $J\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Đường thẳng JB có phương trình: $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ với $0 \leq x \leq 1$.

$$S_{\text{bạc}} = 2 \int_0^1 \left(\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} - 2x^2 \right) dx$$

Do đối xứng, diện tích phần dát bạc là:

$$= 2 \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right) = 2 \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{6} \text{ m}^2.$$

Tiếp theo, hình tròn đi qua A , B , I .

Tâm hình tròn nằm trên trục đối xứng Oy , giả sử là $O(0; k)$.

Vì $OA = OI$, ta có: $1 + (2 - k)^2 = k^2$.

Suy ra: $1 + 4 - 4k + k^2 = k^2$

$$\Rightarrow 5 - 4k = 0 \Rightarrow k = \frac{5}{4}.$$

$$R = \frac{5}{4}.$$

Bán kính hình tròn:

Diện tích hình tròn:

$$S_{\text{tròn}} = \pi R^2 = \pi \cdot \frac{25}{16} = \frac{25\pi}{16} \text{ m}^2.$$

Chi phí:

Phần đất bạc: 10 triệu đồng/m².

Phần còn lại: 2 triệu đồng/m².

Tổng tiền: $T = 10S_{\text{bạc}} + 2(S_{\text{tròn}} - S_{\text{bạc}})$

$$= 2S_{\text{tròn}} + 8S_{\text{bạc}} = 2 \cdot \frac{25\pi}{16} + 8 \cdot \frac{7}{6} = \frac{25\pi}{8} + \frac{28}{3}$$

$\approx 19,15$ triệu đồng.

Làm tròn đến hàng phần chục: $T \approx 19,2$ triệu đồng.

Đáp án: **19,2**.

Đáp án Phần III

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	$\frac{1}{8}$	400	432	$\frac{21}{3}$	26	19,2.