

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

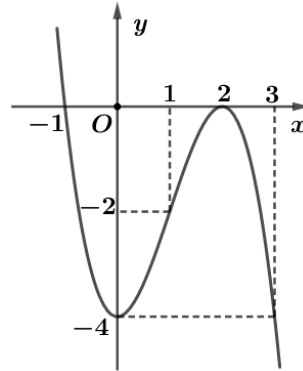
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0		3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2	↘ -4	↗ $+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là

- A. $(0; 2)$. B. $(3; -4)$. C. $x_{CT} = 3$. D. $y_{CT} = -4$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x) + 2024$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; 1)$.

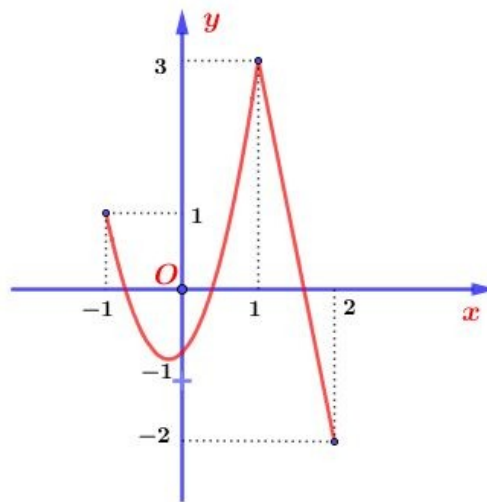
Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Câu 4: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. 1. B. 0. C. $-\frac{4}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ sau



Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

- A. 3. B. -1. C. 1. D. 2

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		-	0	+
y	1		$+\infty$	
		$-\sqrt{2}$		
			$-\infty$	
				-1

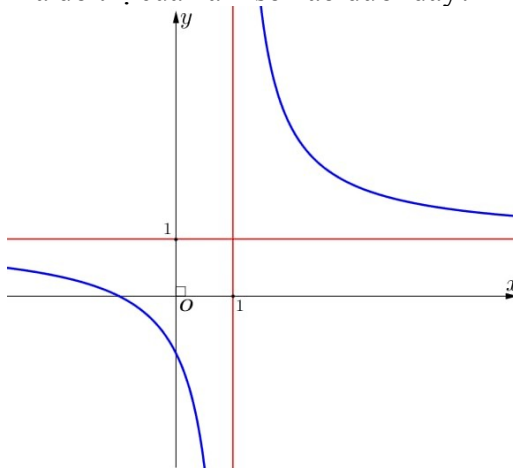
Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$

- A. 1 B. 4 C. 2 D. 3.

Câu 7: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x - 7}{x + 2}$ là

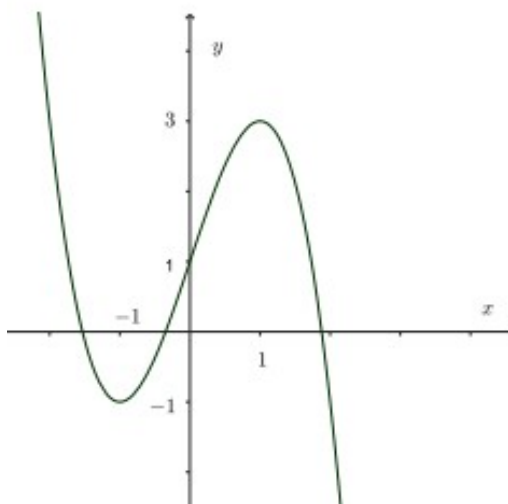
- A. $y = x + 2$ B. $y = x + 4$ C. $y = x - 3$ D. $y = x - 5$

Câu 8: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



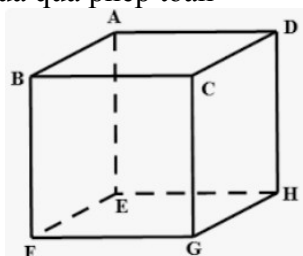
- A. $y = \frac{x+2}{x+1}$. B. $y = \frac{x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{-2x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 9: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong dưới đây?



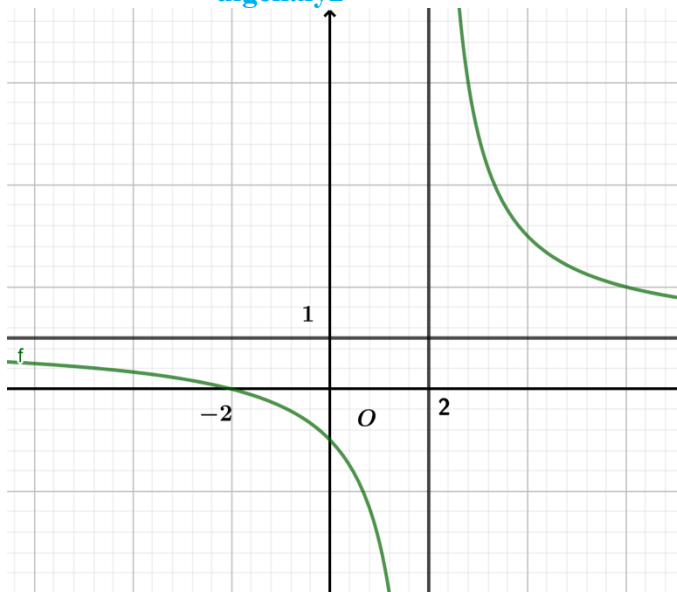
- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{x^2+2x-2}{x-1}$.
C. $y = -x^3+3x+1$. D. $y = x^3-3x+1$.

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Kết quả của phép toán $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH}$ là:



- A. $\overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AE}$. C. $\overrightarrow{DB}$. D. $\overrightarrow{BH}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tính giá trị của biểu thức $S = a+b+c$.



A. 2.

B. 1.

C. -1.

D. 0.

Câu 12: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi hàm $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$, trong đó x là số miligam thuốc được tiêm cho bệnh nhân ($0 < x < 30$). Cần điều trị cho một bệnh nhân bị huyết áp cao, hỏi cần tiêm bao nhiêu miligam thuốc thì huyết áp của bệnh nhân giảm nhiều nhất?

A. 15mg.

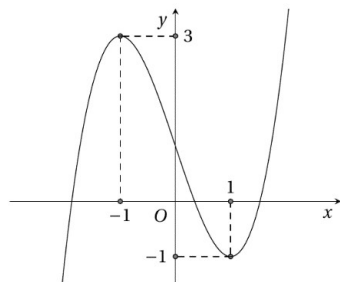
B. 30mg.

C. 20mg.

D. 25mg.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như bên.



a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

b) $\min_{[-1;1]} y + \max_{[-1;1]} y = 4$.

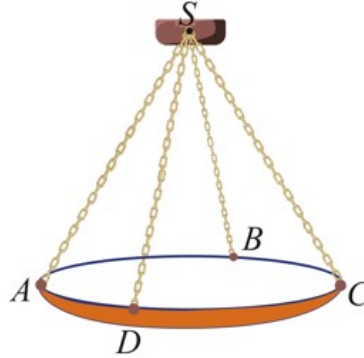
c) Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2}{3f(x) - 2}$ là 3.

d) Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x^2 + x + m)$ nghịch biến trên $(0; 1)$ là 1.

Câu 14: Sau khi tiêm thuốc cho bệnh nhân thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân theo thời gian được thống kê theo công thức $C(x) = \frac{0,05x}{x^2 + x + 1}$ tính theo mg/cm^3 (thời gian tính theo giờ).

- a) Nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân không bao giờ bằng 0 sau khi tiêm thuốc
- b) Sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân giảm dần theo thời gian.
- c) Nồng độ thuốc trong máu lớn nhất ở thời điểm 1 giờ sau khi tiêm.
- d) Có thời điểm nồng độ trong máu của bệnh nhân đạt $0,02 \text{ mg} / \text{cm}^3$.

Câu 15: Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5 \text{ kg}$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 60^\circ$ (Hình).



Biết $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn $10 \text{ m} / \text{s}^2$, $\vec{P}$ là trọng lực tác động vật có đơn vị là N , m là khối lượng của vật có đơn vị kg . Khi đó:

- a) $\vec{SA}, \vec{SB}, \vec{SC}, \vec{SD}$ là 4 vectơ không đồng phẳng
- b) $|\vec{SA}| = |\vec{SB}| = |\vec{SC}| = |\vec{SD}|$
- c) Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm bằng 50 N
- d) Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $\frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ N}$

Câu 16: Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5}$ (Trong đó $f(t)$ được tính bằng nghìn người).

- a) Coi $f(t)$ là một hàm số xác định trên $[0; +\infty)$. Khi đó $f(t)$ luôn nghịch biến và do vậy số dân của thị trấn giảm theo thời gian.
- b) Trong giai đoạn từ năm 1970 đến năm 2000, số dân lớn nhất của thị trấn không vượt quá 23 nghìn người.
- c) Đồ thị hàm số $y = f(t)$ xét trên tập $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$ có tâm đối xứng là $I(-5; 26)$.
- d) Đạo hàm của hàm số f biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm). Khi đó năm 1998 có tốc độ tăng dân số lớn nhất.

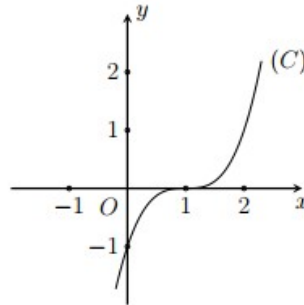
Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$. Tìm m_0 .

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(4x - x^2) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$ trên đoạn $[1; 3]$.

x	$-\infty$	0			4	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	0	-		
$f(x)$	$+\infty$			-3		5		$-\infty$

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Khi đó $f(5)$ bằng:



Câu 20: Một thùng rác thông minh cảm ứng tự động đóng mở dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông và có thể tích là 2000 cm^3 . Thùng rác được làm bằng nhựa ABS có độ bền cao, chịu nhiệt, cách điện, chống nước. Để lượng vật liệu dùng để sản xuất thùng rác là nhỏ nhất thì chiều cao của chiếc hộp bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục)



Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có $AB = 2$, $AD = 4$, $SA = 6$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính độ dài của vec tơ $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB}$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 22: Một chiếc đèn chùm Trazos kiểu tròn dùng để trang trí phòng khách được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ lần lượt trên mỗi dây

OA, OB, OC đều có độ lớn bằng $60N$. Cho biết các đường thẳng OA, OB, OC cùng tạo với mặt phẳng ngang một góc 30° . Tính trọng lượng của chiếc đèn đó.



ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (học sinh trả lời các câu hỏi từ 1 đến 12, mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án, mỗi phương án đúng 0,25 điểm)

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

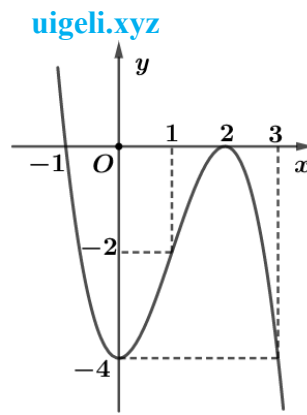
Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là

- A. $(0; 2)$. B. $(3; -4)$. C. $x_{CT} = 3$. D. $y_{CT} = -4$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $(3; -4)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x) + 2024$ đồng biến trên khoảng nào?

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(0; 1)$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số $y = f(x) + 2024$ đồng biến khoảng $(0; 2)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ xác định $\forall x \neq -1$

$$y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$$

Ta có:

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

Câu 4: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A.** 1. **B.** 0. **C.** $-\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

$$y' = \frac{2x(x+1) - x^2 \cdot 1}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$$

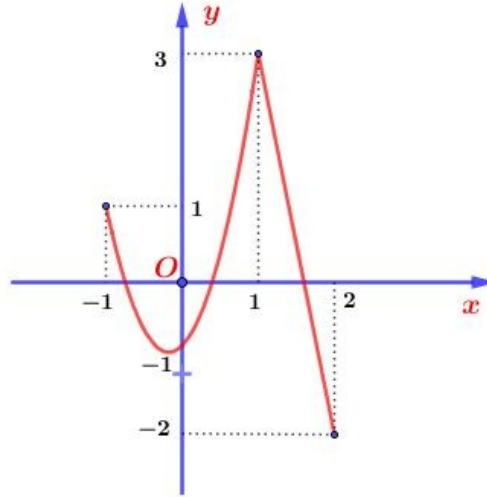
Ta có

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases} . \text{Loại } x = -2 \text{ vì không thuộc đoạn } [0; 2] .$$

$y(0) = 0; y(2) = \frac{4}{3}$. Do đó GTLN của hàm số trên đoạn $[0; 2]$ là $\frac{4}{3}$ đạt được tại $x = 2$.

$$x = 1.$$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ sau



Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

- A.** 3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta có giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ là 3.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	-	0	+	+
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	$-\infty$

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$

- A.** 1 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 3.

Lời giải

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1 \Rightarrow$ đồ thị có 2 tiệm cận ngang là $y = \pm 1$

Câu 7: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x - 7}{x + 2}$ là

- A.** $y = x + 2$ **B.** $y = x + 4$ **C.** $y = x - 3$ **D.** $y = x - 5$

Lời giải

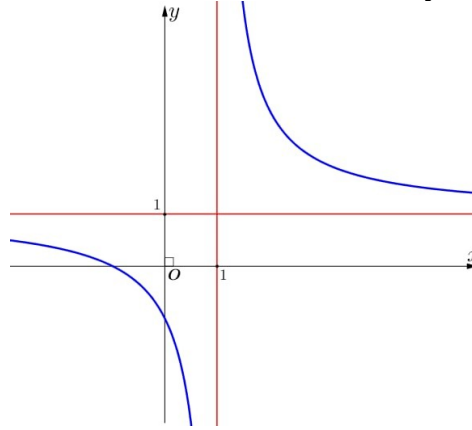
Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ta có: $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x - 7}{x^2 + 2x} = 1$

$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 3x - 7}{x + 2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5x - 7}{x + 2} = -5$

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x - 5$.

Câu 8: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{x+2}{x+1}$ B. $y = \frac{x-1}{x+1}$ C. $y = \frac{-2x+1}{x-1}$ D. $y = \frac{x+1}{x-1}$

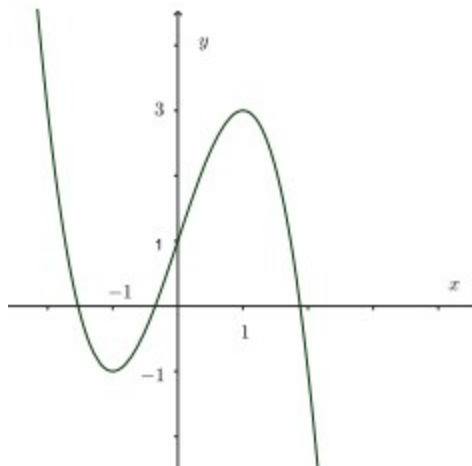
Lời giải

Ta có đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$, nên loại A, B.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$ nên chọn D.

Vì $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{x+1}{x-1} \right) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x+1}{x-1} \right) = +\infty$

Câu 9: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong dưới đây?

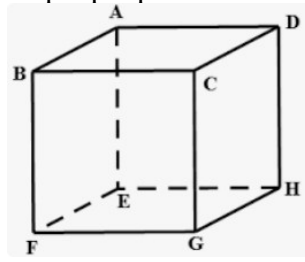


- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$ B. $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x-1}$
 C. $y = -x^3 + 3x + 1$ D. $y = x^3 - 3x + 1$

Lời giải

Đồ thị hình trên là hàm bậc ba với hệ số $a < 0$.

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Kết quả của phép toán $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH}$ là



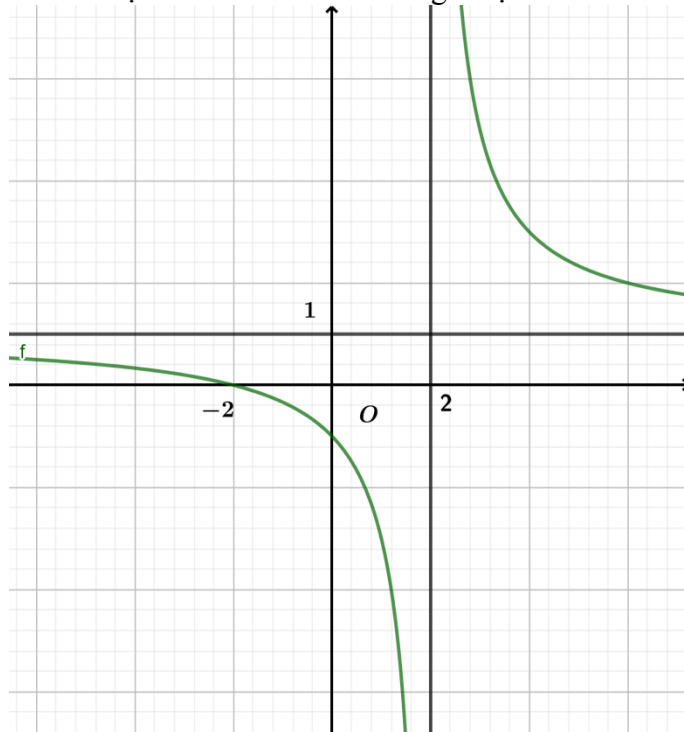
- A. $\overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AE}$. C. $\overrightarrow{DB}$. D. $\overrightarrow{BH}$.

Lời giải

Do $ABCD.EFGH$ là hình hộp nên $EH = AD$ và hai vectơ $\overrightarrow{EH}, \overrightarrow{AD}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AD}$

Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tính giá trị của biểu thức $S = a+b+c$.



- A. 2. B. 1. C. -1. D. 0.

Lời giải

Đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x = 2$ suy ra $-\frac{b}{c} = 2 \Leftrightarrow b = -2c$.

Đồ thị có đường tiệm cận ngang là $y = 1$ suy ra $\frac{a}{c} = 1 \Leftrightarrow a = c$.

Khi đó $y = \frac{cx+2}{cx-2c}$. Đồ thị của hàm số đi qua điểm $(-2; 0)$ nên ta có $c = 1$. Từ đó ta được $a = 1; b = -2; c = 1$ suy ra $S = a + b + c = 0$.

- Câu 12:** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi hàm $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$, trong đó x là số miligam thuốc được tiêm cho bệnh nhân ($0 < x < 30$). Cần điều trị cho một bệnh nhân bị huyết áp cao, hỏi cần tiêm bao nhiêu miligam thuốc thì huyết áp của bệnh nhân giảm nhiều nhất?
- A. 15mg B. 30mg C. 20mg D. 25mg

Lời giải

$$G(x) = 0,025x^2(30 - x) = 0,75x^2 - 0,025x^3$$

$$G'(x) = 1,5x - 0,075x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \text{ (tm)} \\ x = 0 \text{ (l)} \end{cases}$$

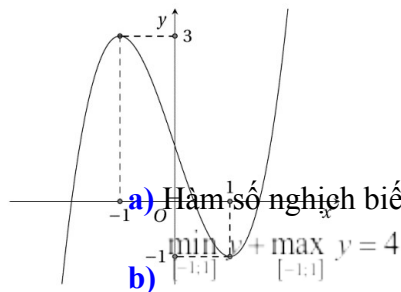
BBT

x	0	20	30	
$G'(x)$		+	0	-
$G(x)$	0	100	0	

Vậy tiêm 20mg thuốc thì huyết áp giảm nhiều nhất.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. (Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chỉ chọn đúng hoặc sai).

- Câu 13:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như bên.



- c) Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2}{3f(x) - 2}$ là 3
- d) Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x^2 + x + m)$ nghịch biến trên $(0; 1)$ là 1

Lời giải

- a) Đồ thị hàm số đi xuống trên khoảng $(-1; 1)$

Vậy a) đúng

- b) $\min_{[-1; 1]} y = -1, \max_{[-1; 1]} y = 3$

Vậy b) sai.

- c) Phương trình $f(x) = \frac{2}{3}$ có 3 nghiệm phân biệt, suy ra có 3 tiệm cận đứng

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{3f(x) - 2} = 0, \text{ suy ra có một tiệm cận ngang}$$

Vậy c) sai.

d)

$$y' = (2x+1)f'(x^2+x+m) \leq 0, \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow f'(x^2+x+m) \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x^2+x+m \leq 1, \forall x \in (0;1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x+m \geq -1 \\ x^2+x+m \leq 1 \end{cases}, \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -x^2-x-1 \\ m \leq -x^2-x+1 \end{cases} \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -1 \end{cases}$$

Vậy d) đúng.

Câu 14: Sau khi tiêm thuốc cho bệnh nhân thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân theo thời gian

được thống kê theo công thức $C(x) = \frac{0,05x}{x^2+x+1}$ tính theo mg/cm^3 (thời gian tính theo giờ).

a) Nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân không bao giờ bằng 0 sau khi tiêm thuốc

b) Sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân giảm dần theo thời gian.

c) Nồng độ thuốc trong máu lớn nhất ở thời điểm 1 giờ sau khi tiêm.

d) Có thời điểm nồng độ trong máu của bệnh nhân đạt $0,02mg/cm^3$.

Lời giải

a) Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} C(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{0,05x}{x^2+x+1} = 0$, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 0$.

Vậy a) đúng

b) $C'(x) = \frac{1-x^2}{20(x^2+x+1)^2}$, Hàm số $C(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$

Vậy b) sai.

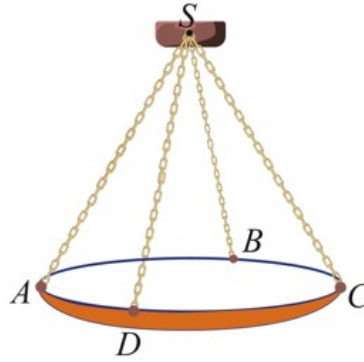
c) Hàm số $C(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$

Vậy c) đúng.

d) $C(x) = \frac{0,05x}{x^2+x+1} = 0,02 \Leftrightarrow 0,02x^2 - 0,03x + 0,02 = 0$, Phương trình vô nghiệm

Vậy d) sai.

Câu 15: Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5kg$ được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 60^\circ$ (Hình).



Biết $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là vector gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2 , $\vec{P}$ là trọng lực tác động vật có đơn vị là N , m là khối lượng của vật có đơn vị kg . Khi đó:

a) $\vec{SA}, \vec{SB}, \vec{SC}, \vec{SD}$ là 4 vec tơ không đồng phẳng

b) $|\vec{SA}| = |\vec{SB}| = |\vec{SC}| = |\vec{SD}|$

c) Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm bằng 50 N

d) Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $\frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ N}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

c) Độ lớn trọng lực tác động lên đèn chùm là: $P = mg = 5 \cdot 10 = 50 \text{ N}$

d) Ta có $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều $\Rightarrow SA = SB = SC = SD$

Mà $\widehat{ASC} = 60^\circ \Rightarrow$ Tam giác SAC đều

Gọi O là trung điểm AC .

Ta có: Hợp lực của 4 sợi xích là: $\vec{F} = \vec{SA} + \vec{SC} + \vec{SB} + \vec{SD} = 2\vec{SO} + 2\vec{SO} = 4\vec{SO}$

Để đèn chùm đứng yên thì hợp lực của các sợi xích phải cân bằng với trọng lực hay $4\vec{SO} = \vec{P}$ hay $4SO = P \Leftrightarrow SO = 12,5$

Xét tam giác đều SAC , có $SO = \frac{\sqrt{3}}{2} SA \Rightarrow SA = \frac{25\sqrt{3}}{3} \text{ N}$

Vậy độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích là $\frac{25\sqrt{3}}{3} \text{ N}$

Câu 16: Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$ (Trong đó $f(t)$ được tính bằng nghìn người).

a) Coi $f(t)$ là một hàm số xác định trên $[0; +\infty)$. Khi đó $f(t)$ luôn nghịch biến và do vậy số dân của thị trấn giảm theo thời gian.

b) Trong giai đoạn từ năm 1970 đến năm 2000, số dân lớn nhất của thị trấn không vượt quá 23 nghìn người.

c) Đồ thị hàm số $y = f(t)$ xét trên tập $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$ có tâm đối xứng là $I(-5; 26)$.

d) Đạo hàm của hàm số f biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm). Khi đó năm 1998 có tốc độ tăng dân số lớn nhất.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) $f'(t) = \frac{120}{(t+5)^2}$ với mọi $t > 0$; $f(t)$ liên tục trên $[0; +\infty)$ (vì liên tục trên khoảng $(-5; +\infty)$). Vậy hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$. Do đó dân số tăng theo thời gian.

b) Do hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0; +\infty)$ nên số dân lớn nhất của thị trấn trong giai đoạn từ năm 1970 đến năm 2000 sẽ đạt vào năm 2000, tương ứng $t = 30$. Khi đó số dân lớn nhất là $f(30) = \frac{158}{7} < 23$. Do vậy số dân lớn nhất của thị trấn không vượt quá 23 nghìn người.

c) Ta thấy đồ thị hàm số $y = f(t)$ xét trên tập $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$ có tiệm cận đứng là $t = -5$, tiệm cận ngang là $y = 26$ nên có tâm đối xứng là $I(-5; 26)$.

d) Tốc độ tăng dân số theo thời gian t là: $f'(t) = \frac{120}{(t+5)^2}$. Xét hàm số $g(t) = f'(t) = \frac{120}{(t+5)^2}$.
 $\Rightarrow g'(t) = -\frac{240}{(t+5)^3} < 0 (\forall t \geq 0)$
 Ta có . Vậy tốc độ tăng dân số lớn nhất khi $t = 0$, tức là năm 1970.

Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. (Học sinh trả lời các câu hỏi từ 1 đến 6 mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm)

Câu 17: Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$. Tìm m_0 .

Lời giải

Đáp số: -9

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 6x + m$, cho $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m = 0$.

Hàm số có hai cực trị x_1, x_2 thì $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Theo định lý Vi-ét ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = \frac{m}{3} \end{cases}$$

Ta có $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 - 13 = 0 \Rightarrow 4 - m = 13 \Leftrightarrow m = -9$ (thỏa mãn).

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(4x - x^2) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$ trên đoạn $[1; 3]$.

x	$-\infty$	0			4	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$				5	
		-3				$-\infty$

Lời giải

Đáp số: 12

Xét hàm số $g(x) = f(4x - x^2) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$.

Ta có $g'(x) = (4 - 2x)f'(4x - x^2) + x^2 - 6x + 8 = (2 - x)[2f'(4x - x^2) + 4 - x]$.

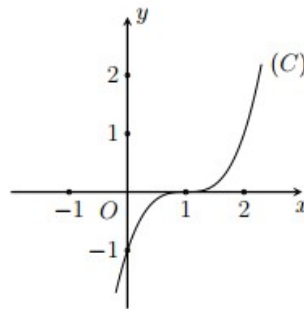
Với $x \in [1; 3]$ thì $4 - x > 0$ và $3 \leq 4x - x^2 \leq 4$ nên dựa vào bảng biến thiên ta suy ra $f'(4x - x^2) > 0$. Vậy $2f'(4x - x^2) + 4 - x > 0, \forall x \in [1; 3]$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x) = f(4x - x^2) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$ trên đoạn $[1; 3]$:

x	1	2	3
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$g(1)$	$g(2)$	$g(3)$

Suy ra $\max_{[1; 3]} g(x) = g(2) = f(4) + 7 = 12$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Khi đó $f(5)$ bằng:



Lời giải

Đáp số: 64

Gọi hàm số bậc 3 cần tìm có dạng là $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Từ đồ thị ta có

$$\begin{cases} d = -1 \\ a + b + c + d = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ b^2 - 3ac = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 3 \\ d = -1 \end{cases} \Rightarrow y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

Suy ra $f(5) = 64$

Câu 20: Một thùng rác thông minh cảm ứng tự động đóng mở dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông và có thể tích là 2000 cm^3 . Thùng rác được làm bằng nhựa ABS có độ bền cao, chịu nhiệt, cách điện, chống nước. Để lượng vật liệu dùng để sản xuất thùng rác là nhỏ nhất thì chiều cao của chiếc hộp bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục)



Lời giải:

Đáp số: 12,6.

Gọi $x(\text{cm})$ là cạnh đáy của chiếc thùng ($x > 0$).

Khi đó diện tích đáy thùng là $x^2 (\text{cm}^2)$

Vì thể tích thùng là 2000 cm^3 nên chiều cao hộp là $h = \frac{2000}{x^2} (\text{cm})$

Tổng diện tích các bề mặt của chiếc thùng là:

$$S = 2x^2 + 4xh = 2x^2 + \frac{8000}{x} \quad (x > 0)$$

Ta có
$$S' = 4x - \frac{8000}{x^2} = \frac{4x^3 - 8000}{x^2}; \quad S' = 0 \Leftrightarrow x = 10\sqrt[3]{2}$$

Bằng cách bảng biến thiên, dễ thấy diện tích bề mặt thùng nhỏ nhất khi cạnh đáy của thùng là

$$10\sqrt[3]{2} \text{ và chiều cao của thùng là } \frac{20}{\sqrt[3]{4}} \approx 12,6.$$

Vậy nguyên liệu để sản xuất chiếc thùng là ít nhất khi chiều cao thùng là 12,6 cm.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có $AB = 2, AD = 4, SA = 6$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính độ dài của vec tơ $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB}$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải:

Đáp số: 8,25.

Cách 1:

+ Vì các vec tơ $\overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}$ đôi một vuông góc nên ta có $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$

Đặt $\vec{u} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB}$. Ta có $|\vec{u}|^2 = (\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB})^2 = AS^2 + AD^2 + 4AB^2 = 68$

+ Vậy $|\vec{u}| = 2\sqrt{17} \approx 8,25$.

Cách 2: Gọi M, I lần lượt là trung điểm của SD, BM . Ta có

+) $\vec{u} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{AI} \Rightarrow |\vec{u}| = 4AI$.

+) Tam giác SAD vuông tại A có M là trung điểm SD nên $AM = \frac{1}{2}SD = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AD^2} = \sqrt{13}$.

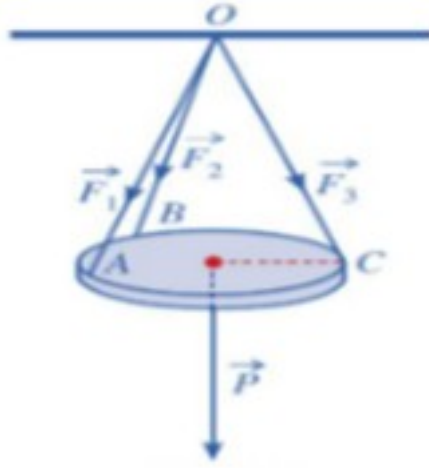
Để thấy tam giác ABM vuông tại A có M là trung điểm BM nên $AI = \frac{1}{2}BM = \frac{1}{2}\sqrt{AM^2 + AB^2} = \frac{\sqrt{17}}{2} \Rightarrow |\vec{u}| = 2\sqrt{17} \approx 8,25$.

Câu 22: Một chiếc đèn chùm Trazos kiểu tròn dùng để trang trí phòng khách được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đều có độ lớn bằng $60N$. Cho biết các đường thẳng OA, OB, OC cùng tạo với mặt phẳng ngang một góc 30° . Tính trọng lượng của chiếc đèn đó.



Lời giải:

Đáp số: 90.



Theo giả thiết, $O.ABC$ là hình chóp đều với $OA = OB = OC = 60$ và góc tạo bởi OA, OB, OC và mặt phẳng (ABC) là 30° .

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC ta có $OG \perp (ABC)$, $\angle OAG = \angle OBG = \angle OCG = 30^\circ$ và $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = 3\vec{OG}$.

Gọi P là trọng lượng của đèn, ta có $P = |\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}| = |3\vec{OG}| = 3OG$

Trong tam giác OAG vuông tại G nên ta có $OG = AB \cdot \sin 30^\circ = 30$

Vậy trọng lượng của đèn là $P = 3 \cdot 30 = 90(N)$

uigeli.xyz

ĐỀ 2

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I-NĂM HỌC 2024-2025

MÔN: TOÁN 12

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(0; 1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 2: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. B. $y = x^2 - 3x$. C. $y = x^3 + x$. D. $y = \frac{x-1}{x+3}$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng :

- A. 2. B. -5. C. 3. D. 0.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	0	2	$-\infty$	5

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Đồ thị hàm số có điểm cực trị là $(0; 2)$.
 B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5.
 C. Hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

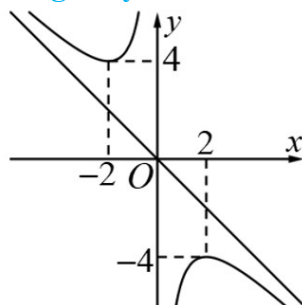
Câu 5: Kí hiệu M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tính giá trị của tỉ số $\frac{M}{m}$.

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{5}{3}$. C. 2. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 2}{x - 2}$ là đường thẳng có phương trình:

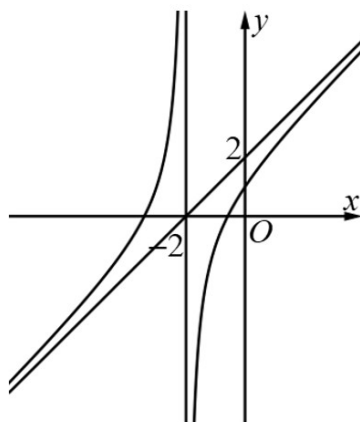
- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = 3$. D. $x = -2$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{px + q}$ ($ac \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng:



- A. $y = -2x$. B. $y = 2x$. C. $x = 0$. D. $y = -x$.

Câu 8: Hàm số nào trong các hàm số dưới đây có đồ thị như hình vẽ sau:



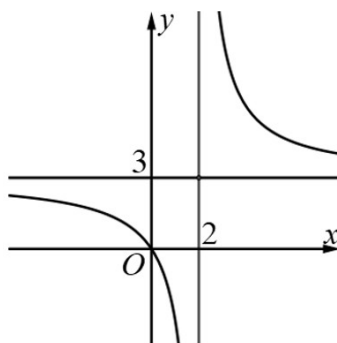
A. $y = \frac{x^2 + 4x + 2}{x + 2}$.

B. $y = \frac{2x + 2}{x + 2}$.

C. $y = \frac{x^2 - 4x + 2}{x + 2}$.

D. $y = \frac{2x - 2}{x - 2}$.

Câu 9: Cho đồ thị hàm số sau:



Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số

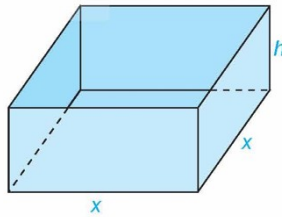
A. $y = \frac{3x}{x + 2}$.

B. $y = \frac{3x}{x - 2}$.

C. $y = \frac{-3x}{x + 2}$.

D. $y = \frac{3x - 2}{x - 2}$.

Câu 10: Một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông cạnh $x(cm)$ và chiều cao $h(cm)$. Biết tổng diện tích bề mặt của chiếc hộp bằng $243cm^2$, tìm x để chiếc hộp có thể tích lớn nhất.



- A. 9,17. B. 9,15. C. 9,2. D. 9.

Câu 11: Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ độ cao $2m$ với vận tốc ban đầu là $24,5m/s$. Trong Vật lý, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí thì độ cao h (mét) của vật sau t (giây) được cho bởi công thức $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$. Sau bao nhiêu giây thì vật đạt độ cao lớn nhất?

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 2,5.

Câu 12: Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng $144 m^2$. Biết độ dài một cạnh của mảnh vườn là x (m). Gọi $P(x)$ (m) là chu vi của mảnh vườn được tính theo x . Biết đồ thị hàm số $P(x)$ có một đường tiệm cận xiên $y = f(x) = ax + b$ và chu vi của mảnh vườn đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = c$. Hỏi giá trị $f(c)$ bằng bao nhiêu?

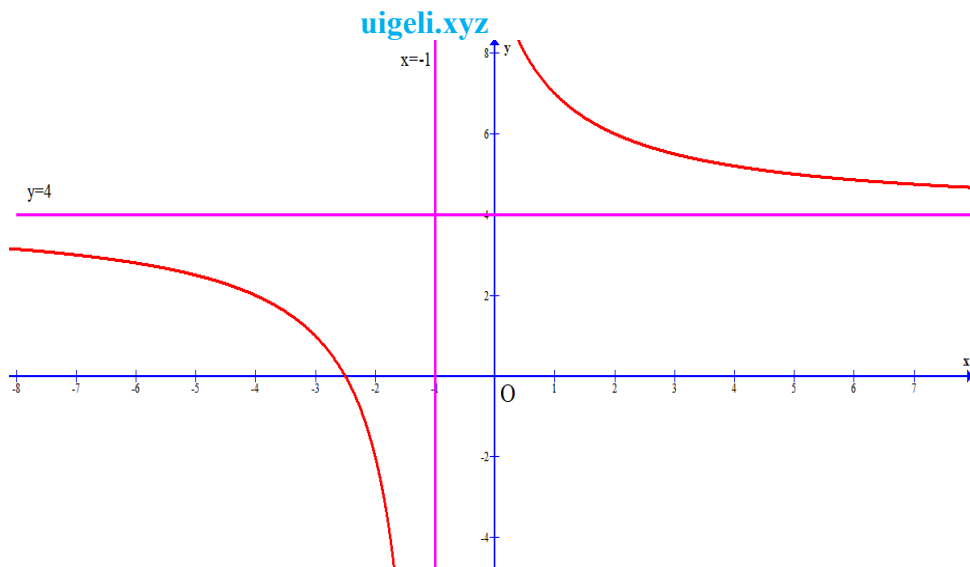
- A. 24. B. 25. C. 28. D. 26.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) . Trong các mệnh đề sau, đâu là mệnh đề đúng đâu là mệnh đề sai?

- a) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.
b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ là 0.
c) Số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ với trục hoành là 3 giao điểm.
d) Có 2 giá trị nguyên của m để phương trình $x^3 - 3x + 2 - m = 0$ (1) có ba nghiệm phân biệt.

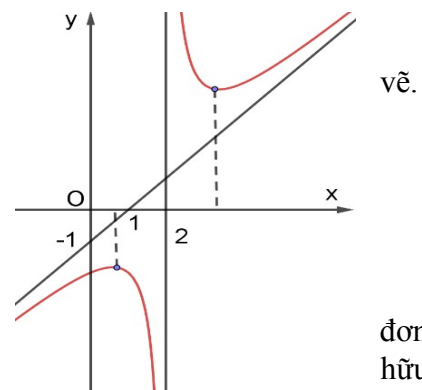
Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{4x+10}{x+1}$ có đồ thị là (C) như hình vẽ



- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- b) Điểm $I(1; 4)$ là giao điểm của các đường tiệm cận của đồ thị (C) .
- c) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 2]$ bằng 10.
- d) Đường thẳng $y = x$ cắt (C) tại hai điểm A, B . Biết đường thẳng $y = x + m$ cắt (C) tại C, D thì $ABCD$ là hình bình hành khi đó $m < 0$.

Câu 15: Cho đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ có đồ thị như hình

- a) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
- b) Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $(2; +\infty)$.
- c) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x - 1$.
- d) $b^2 - 4ac > 0$



Câu 16: Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát (người giám sát sẽ giám sát tất cả các máy). Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Trong 1 giờ, cần 266 máy để sản xuất được 8000 quả bóng tennis.
- b) Trong $\frac{8}{3}$ giờ, cần 100 máy để sản xuất được 8000 quả bóng tennis.
- c) Chi phí hoạt động thấp nhất là 64 triệu đồng.
- d) Để chi phí hoạt động thấp nhất, công ty cần sử dụng 16 máy.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m - 4)x + 5$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

Câu 18: Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 900 con vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo giờ gian bởi công

thức: $N(t) = 900 + \frac{100t}{100 + t^2}$ (con), trong đó t là thời gian tính bằng giây ($t \geq 0$). Trong khoảng thời gian $(a; b)$ từ lúc nuôi cấy thì số lượng vi khuẩn sẽ tăng lên. Tính $3a + 2b$.

Câu 19: Số lượng sản phẩm bán được của một công ty trong x (tháng) được tính theo công thức

$S(x) = 500 \left(3 - \frac{7}{3+x} \right)$, trong đó $x \geq 1$. Số lượng sản phẩm được bán của công ty đó trong x (tháng) khi x đủ lớn gần bằng

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	-2	2	-3	$+\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất ba nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$ bằng

Câu 21: Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất

định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số $f(t) = \frac{5000}{1 + 5e^{-t}}$, $t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành thì tốc độ bán hàng đạt lớn nhất bằng bao nhiêu?

Câu 22: Một quần thể 2000 vi khuẩn được nuôi cấy và phát triển về số lượng theo phương trình:

$$P(t) = 2000 \left(1 + \frac{4t}{49 + t^2} \right), (t > 0)$$

trong đó t được tính bằng giờ. Đạo hàm $P'(t)$ biểu thị tốc độ gia tăng số lượng vi khuẩn. Hỏi từ thời điểm nào thì số lượng vi khuẩn giảm dần?

-----HẾT-----

• **ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI**

**BẢNG ĐÁP ÁN
PHẦN I**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	B	B	A	A	D	A	B	D
11	12								
D	A								

PHẦN II

13	14	15	16
Đ	Đ	S	S
S	S	Đ	Đ
Đ	S	Đ	S
S	S	S	Đ

PHẦN III

16	18	19	20	21	22
6	20	1500	30	1250	7

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(0; 1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. B. $y = x^2 - 3x$. C. $y = x^3 + x$. D. $y = \frac{x-1}{x+3}$.

Lời giải

Ta có $y = x^3 + x$

$$y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Chọn C

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng :

- A. 2. B. -5. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn B

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	0	2	3	5

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Đồ thị hàm số có điểm cực trị là $(0; 2)$. B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5.
C. Hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$ D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$, $(1; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
Hàm số không có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

Câu 5: Kí hiệu M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$ trên

đoạn $[0; 3]$. Tính giá trị của tỉ số $\frac{M}{m}$.

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{5}{3}$. C. 2. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

$$y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 3] \\ x = -3 \notin [0; 3] \end{cases}$$

Ta có:

$$f(0) = 4; f(1) = 3; f(3) = 4.$$

$$\text{Nên } m = \min_{[0; 3]} f(x) = 3; M = \max_{[0; 3]} f(x) = 4 \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{4}{3}.$$

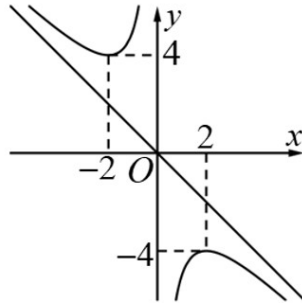
Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:
A. $x = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+2}{x-2} = +\infty$, suy ra tiệm cận đứng: $x = 2$

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{px + q}$ ($ac \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng:

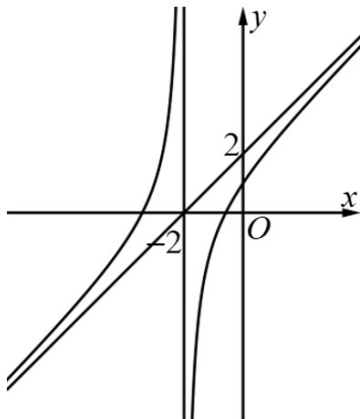


A. $y = -2x$. **B.** $y = 2x$. **C.** $x = 0$. **D.** $y = -x$.

Lời giải

Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho đi qua hai điểm có tọa độ lần lượt là $(-2; 2)$ và $(2; -2)$ nên có phương trình là $y = -x$.

Câu 8: Hàm số nào trong các hàm số dưới đây có đồ thị như hình vẽ sau:



A. $y = \frac{x^2 + 4x + 2}{x + 2}$.

B. $y = \frac{2x + 2}{x + 2}$.

C. $y = \frac{x^2 - 4x + 2}{x + 2}$.

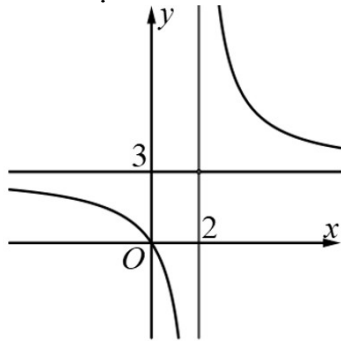
D. $y = \frac{2x - 2}{x - 2}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên lần lượt là $x = -2$ và $y = x + 2$.

Nên đồ thị là đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + 2}{x + 2}$.

Câu 9: Cho đồ thị hàm số sau:



Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số

- A. $y = \frac{3x}{x+2}$ B. $y = \frac{3x}{x-2}$ C. $y = \frac{-3x}{x+2}$ D. $y = \frac{3x-2}{x-2}$

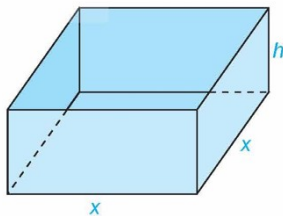
Lời giải

Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang lần lượt là $x = 2$ và $y = 3$.

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$.

Nên đồ thị là đồ thị của hàm số $y = \frac{3x}{x-2}$.

Câu 10: Một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông cạnh $x(cm)$ và chiều cao $h(cm)$. Biết tổng diện tích bề mặt của chiếc hộp bằng $243cm^2$, tìm x để chiếc hộp có thể tích lớn nhất.



- A. 9,17 B. 9,15 C. 9,2 D. 9

Lời giải

Diện tích bề mặt của hình hộp là $243cm^2$ nên $x^2 + 4xh = 243 \Rightarrow h = \frac{243 - x^2}{4x} (cm)$

Thể tích của hình hộp là: $V = x^2 \cdot h = x^2 \cdot \frac{243 - x^2}{4x} = \frac{243x - x^3}{4} (cm^3)$

Khảo sát hàm $f(x) = \frac{243x - x^3}{4}, 0 < x < 9\sqrt{3}$

Ta có: $f'(x) = \frac{-3x^2 + 243}{4}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 9$ (do $x > 0$)

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-9	0	9	$9\sqrt{3}$	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		0	$364,5$		$-\infty$

Dựa vào BBT suy ra thể tích của hộp lớn nhất khi độ dài cạnh đáy $x = 9(cm)$.

Câu 11: Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ độ cao $2m$ với vận tốc ban đầu là $24,5m/s$. Trong Vật lý, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí thì độ cao h (mét) của vật sau t (giây) được cho bởi công thức $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$. Sau bao nhiêu giây thì vật đạt độ cao lớn nhất?

- A. 5. B. 3.
C. 4. D. 2,5.

Lời giải

Xét hàm số: $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$.

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

$$h'(t) = -9,8t + 24,5; h'(t) = 0 \Leftrightarrow -9,8t + 24,5 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{2}$$

Ta có:

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$h'(t)$	$+$	0	$-$
$h(t)$	$-\infty$	$\frac{261}{8}$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có:

Hàm số đạt cực đại tại $t = \frac{5}{2}$

Vậy thời điểm vật đạt độ cao lớn nhất là $t = \frac{5}{2} = 2,5$ giây

Câu 12: Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng $144 m^2$. Biết độ dài một cạnh của mảnh vườn là x (m). Gọi $P(x)$ (m) là chu vi của mảnh vườn được tính theo x . Biết đồ thị hàm số $P(x)$

có một đường tiệm cận xiên $y = f(x) = ax + b$ và chu vi của mảnh vườn đạt giá trị nhỏ nhất

khi $x = c$. Hỏi giá trị $f(c)$ bằng bao nhiêu?

- A. 24. B. 25. C. 28. D. 26.

Lời giải

$$P(x) = 2x + \frac{288}{x} \quad (x > 0)$$

$$P(x) \geq 2\sqrt{2x \cdot \frac{288}{x}} = 48 \Rightarrow$$

Chu vi của mảnh vườn đạt giá trị nhỏ nhất là 48 $\Leftrightarrow x = 12 \Rightarrow c = 12$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [P(x) - 2x] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{288}{x} = 0 \Rightarrow$$

Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $P(x)$ là đường thẳng

$$y = 2x$$

$$\text{Vậy } f(c) = f(12) = 24$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) .

Trong các mệnh đề sau, đâu là mệnh đề đúng đâu là mệnh đề sai?

- a) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ là 0.
 c) Số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ với trục hoành là 3 giao điểm.
 d) Có 2 giá trị nguyên của m để phương trình $x^3 - 3x + 2 - m = 0$ (1) có ba nghiệm phân biệt.

Lời giải

1	Giải chi tiết (giải thích)												
a) Đ	<div>$f'(x) = 3x^2 - 3; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$</div> <div>Ta có</div> <div>Bảng xét dấu của $f'(x)$:</div> <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td></td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table> <div>Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1) \Rightarrow$ mệnh đề a) đúng.</div>	x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$								
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$								

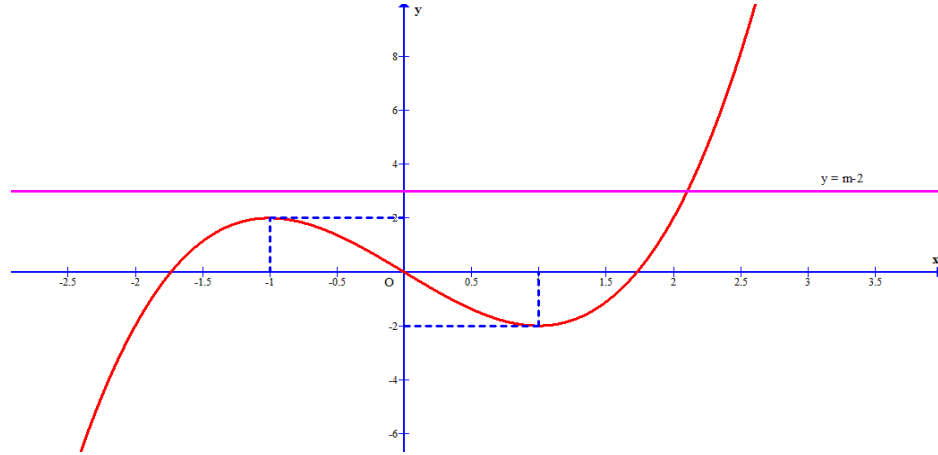
<p>b) S</p>	$f'(x) = 3x^2 - 3; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin (0; 2) \\ x = 1 \in (0; 2) \end{cases}$ <p>Khi đó, $f(1) = -2, f(0) = 0, f(2) = 2$. Suy ra $\min_{[0;2]} f(x) = f(1) = -2$.</p> <p>Vậy mệnh đề $b)$ sai.</p>
<p>c) Đ</p>	<p>Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x = 0 \quad (1)$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{3} \end{cases}$ <p>Số giao điểm của đồ thị hàm số (C) với trục hoành là số nghiệm của phương trình (1). Do đó, số giao điểm của đồ thị hàm số (C) với trục hoành là 3 giao điểm.</p> <p>Vậy mệnh đề $c)$ đúng.</p>

Xét phương trình $x^3 - 3x + 2 - m = 0$ (1)

Hay $x^3 - 3x = m - 2$ (2)

Số nghiệm của phương trình (2) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x$ với đường thẳng $y = m - 2$.

Xét đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x$



Từ đồ thị hàm số, để phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = m - 2$ (song song với trục hoành) cắt đồ thị $y = f(x) = x^3 - 3x$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < m - 2 < 2 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

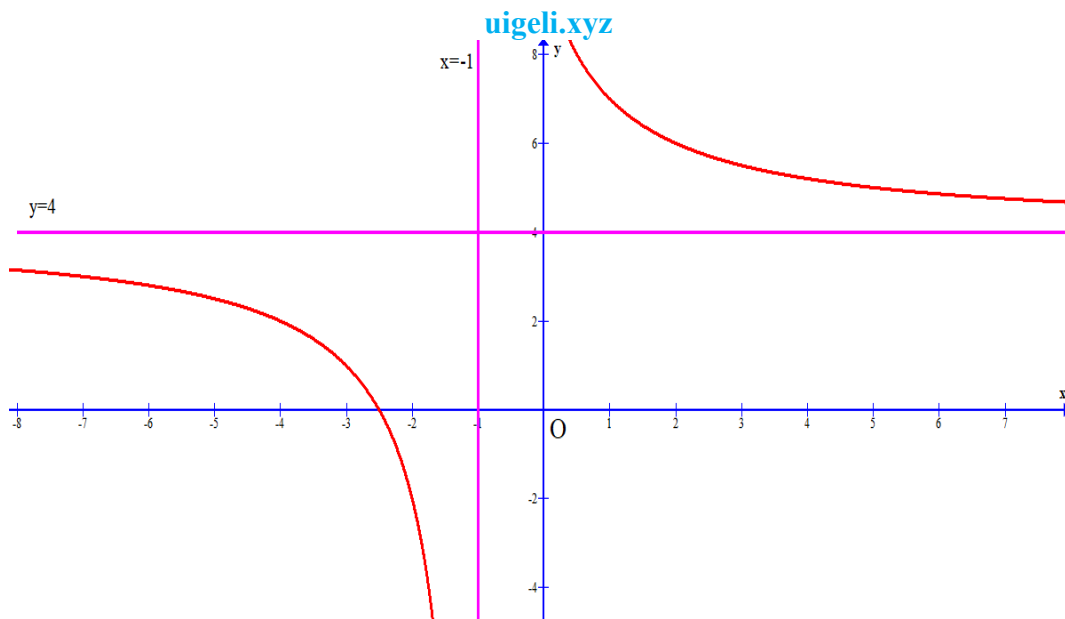
$$m \in \mathbb{Q} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3\}.$$

Do đó có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy mệnh đề $d)$ sai.

d
)
S

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{4x+10}{x+1}$ có đồ thị là (C) như hình vẽ



- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- b) Điểm $I(1; 4)$ là giao điểm của các đường tiệm cận của đồ thị (C) .
- c) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 2]$ bằng 10.
- d) Đường thẳng $y = x$ cắt (C) tại hai điểm A, B . Biết đường thẳng $y = x + m$ cắt (C) tại C, D thì $ABCD$ là hình bình hành khi đó $m < 0$.

Lời giải

2	Giải chi tiết(giải thích)
a) Đ	a) Từ đồ thị ta có, hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. Mệnh đề Đúng
b) S	b) Đường thẳng $x = -1, y = 4$ lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị (C) . Nên giao điểm của các đường tiệm cận của đồ thị (C) là điểm có tọa độ $(-1; 4)$. Mệnh đề Sai .
c) S	$\text{Max}_{[1;2]} y = y(1) = 7 \quad \text{Min}_{[1;2]} y = y(2) = 6$ <p>c) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 2]$ bằng 13. Mệnh đề Sai.</p>

d) S	<p>d) Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $y = x$ là:</p> $\frac{4x+10}{x+1} = x \quad (x \neq -1)$ $\Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow x = -2, x = 5$ $\Rightarrow A(-2; -2), B(5; 5)$ <p>Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $y = x + m$</p> $\frac{4x+10}{x+1} = x + m \quad (x \neq -1)$ $\Rightarrow x^2 + (m-3)x + m - 10 = 0 \quad (1)$ <p>Đường thẳng $y = x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt C, D</p> <p>$\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác -1</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 10m + 49 > 0 \\ (-1)^2 + (m-3)(-1) + m - 10 \neq 0, \forall m \end{cases}$ <p>Khi đó : $C(x_1; x_1 + m), D(x_2; x_2 + m)$,</p> <p>ABCD là hình bình hành</p> $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ $\Leftrightarrow x_2 - x_1 = 7$ $\Leftrightarrow \sqrt{\Delta} = 7 \Leftrightarrow \Delta = 49 \Leftrightarrow m^2 - 10m + 49 = 49 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 10 \end{cases}$ <p>Kiểm tra thấy $m = 10$ là giá trị cần tìm. Mệnh đề Sai.</p>
------	---

Câu 15: Cho đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ có đồ thị như hình vẽ.

- a) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
- b) Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $(2; +\infty)$.
- c) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x - 1$.
- d) $b^2 - 4ac > 0$

Lời giải

Câu 3	
a) S	Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x_0 < 1$
b) Đ	Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất trên $(2; +\infty)$.

c) Đ	Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(0;-1); B(1;0)$ nên đường tiệm cận xiên là $y = x - 1$.
d) S	Đồ thị hàm số không cắt trục hoành nên phương trình $\frac{ax^2 + bx + c}{x + d} = 0$ vô nghiệm, do đó $b^2 - 4ac < 0$

Câu 16: Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát (người giám sát sẽ giám sát tất cả các máy). Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ.

Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Trong 1 giờ, cần 266 máy để sản xuất được 8000 quả bóng tennis.

b) Trong $\frac{8}{3}$ giờ, cần 100 máy để sản xuất được 8000 quả bóng tennis.

c) Chi phí hoạt động thấp nhất là 64 triệu đồng.

d) Để chi phí hoạt động thấp nhất, công ty cần sử dụng 16 máy.

Lời giải

a) Sai

Trong 1 giờ, cần $\frac{8000}{30} = 266,67$ máy, tức là cần tối thiểu 267 máy để sản xuất được 8000 quả bóng tennis.

b) Đúng

Trong $\frac{8}{3}$ giờ, cần $\frac{8000}{30 \cdot \frac{8}{3}} = 100$ máy để sản xuất được 8000 quả bóng tennis.

c) Sai

Gọi số máy móc là x , gọi số giờ hoạt động là y .

Cần sản xuất 8000 quả bóng tennis: $30 \cdot x \cdot y = 8000 \Rightarrow y = \frac{800}{3x}$

Chi phí hoạt động là: $200x + 192 \cdot \frac{800}{3x} = 200x + \frac{51200}{x} \geq 2\sqrt{200 \cdot 51200} = 6400$ (nghìn đồng)

Vậy chi phí hoạt động thấp nhất là 6,4 triệu

d) Đúng

$\Leftrightarrow 200x = \frac{51200}{x} \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow x = 16$
Dấu “=” xảy ra

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (Tự luận). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m-4)x + 5$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

Lời giải

Đáp án: 6

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}, y' = -x^2 + 2mx + 3m - 4.$$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 3m - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 1. \end{cases}$$

Ta có: $m \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1\}$. Vậy có 6 số nguyên cần tìm.

Câu 18: Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 900 con vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo giờ gian bởi công thức:

$N(t) = 900 + \frac{100t}{100+t^2}$ (con), trong đó t là thời gian tính bằng giây ($t \geq 0$). Trong khoảng thời gian $(a; b)$ từ lúc nuôi cấy thì số lượng vi khuẩn sẽ tăng lên. Tính $3a + 2b$.

Lời giải**Đáp án: 20**

$$N'(t) = \frac{100(100+t^2) - 100t \cdot 2t}{(100+t^2)^2} = \frac{100(100-t^2)}{(100+t^2)^2}$$

Ta có:

$$N'(t) = 0 \text{ khi } t = 10.$$

Bảng xét dấu:

t	0	10	$+\infty$
$N'(t)$	+	0	-
$N(t)$	<div><div></div><div>905</div><div></div></div>		

Ta có: $a = 0, b = 10$. Vậy $3a + 2b = 20$.

Câu 19: Số lượng sản phẩm bán được của một công ty trong x (tháng) được tính theo công thức $S(x) = 500 \left(3 - \frac{7}{3+x} \right)$, trong đó $x \geq 1$. Số lượng sản phẩm được bán của công ty đó trong x (tháng) khi x đủ lớn gần bằng

Lời giải**Đáp án: 1500**

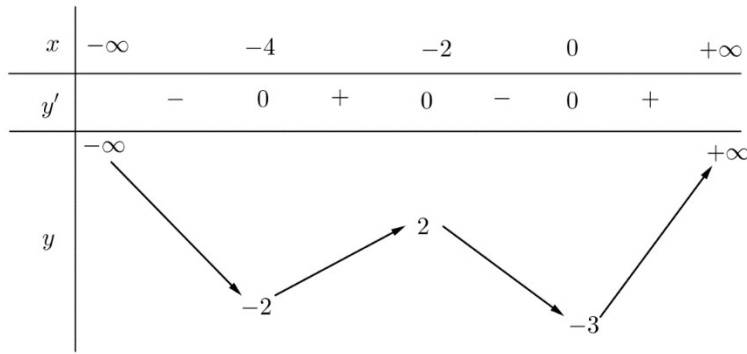
Phân giải chi tiết

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} S(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 500 \left(3 - \frac{7}{3+x} \right) = 1500$$

Ta có:

Vậy đồ thị hàm số $y = S(x)$ nhận đường thẳng $y = 1500$ làm tiệm cận ngang, tức là khi x càng lớn lượng sản phẩm bán ra sẽ tiến gần đến mức 1500 (sản phẩm/tháng).

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất ba nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$ bằng

Lời giải

Đáp án: 30

Phân giải chi tiết

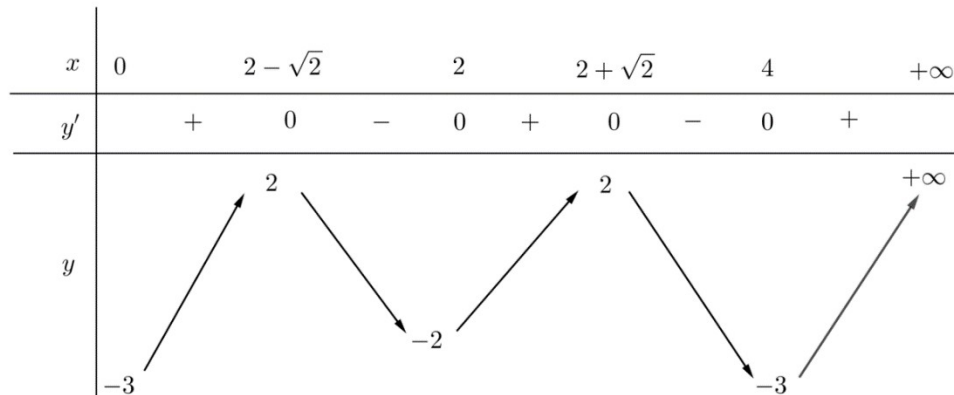
Ta có $6f(x^2 - 4x) = m \Leftrightarrow f(x^2 - 4x) = \frac{m}{6}$. Ta đặt: $g(x) = f(x^2 - 4x)$.

$$g'(x) = (2x - 4)f'(x^2 - 4x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ x^2 - 4x = -4 \\ x^2 - 4x = -2 \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2 \\ x = 2 - \sqrt{2}; x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 0; x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2 - \sqrt{2} \\ x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 0; x = 4 \end{cases}$$

Lại có: $g(2) = f(-4) = -2$; $g(2 - \sqrt{2}) = g(2 + \sqrt{2}) = f(-2) = 2$; $g(0) = g(4) = f(0) = -3$; $g'(5) > 0$.

Ta có bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta được: yêu cầu bài toán tương đương $-3 < \frac{m}{6} \leq 2 \Leftrightarrow -18 < m \leq 12$.

Vậy có tất cả 30 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 21: Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số $f(t) = \frac{5000}{1 + 5e^{-t}}, t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành thì tốc độ bán hàng đạt lớn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 1250

$$f'(t) = \frac{25000e^t}{(e^t + 5)^2}$$

Ta có:

Tốc độ bán hàng là lớn nhất khi $f'(t)$ lớn nhất.

$$h(t) = f'(t) = \frac{25000e^t}{(e^t + 5)^2}$$

Cách 1: Đặt

$$h'(t) = \frac{25000e^t(5 - e^t)}{(e^t + 5)^3}$$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{25000e^t(5 - e^t)}{(e^t + 5)^3} = 0 \Leftrightarrow 5 - e^t = 0 \Leftrightarrow t = \ln 5 \text{ (tm)}$$

Ta có bảng biến thiên với $t \in [0; +\infty)$:

t	0	$\ln 5$	$+\infty$
$h'(t)$		+	0
$h(t)$	$\frac{6250}{9}$	1250	0

Vậy sau khi phát hành khoảng $\ln 5 \approx 1,6$ năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất và giá trị lớn nhất bằng 1250.

Câu 22: Một quần thể 2000 vi khuẩn được nuôi cấy và phát triển về số lượng theo phương trình:

$$P(t) = 2000 \left(1 + \frac{4t}{49 + t^2} \right), (t > 0)$$

trong đó t được tính bằng giờ. Đạo hàm $P'(t)$ biểu thị tốc độ gia tăng số lượng vi khuẩn. Hỏi từ thời điểm nào thì số lượng vi khuẩn giảm dần?

Lời giải

Trả lời: 7(giờ)

$$P'(t) = 8000 \cdot \frac{49 - t^2}{(49 + t^2)^2}$$

Ta có:

$$P'(t) = 0 \Leftrightarrow 49 - t^2 = 0 \Leftrightarrow t = 7$$

Cho

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	7	$+\infty$
$P'(t)$	+	0	-
$P(t)$	2000	$\frac{1800}{7}$	2000

Dựa vào bảng biến thiên suy ra tốc độ gia tăng số lượng vi khuẩn kể từ thời điểm $t = 7$ (giờ) âm nên số vi khuẩn giảm dần.

-----HẾT-----

uigeli.xyz

ĐỀ 3

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I-NĂM HỌC 2024-2025

MÔN: TOÁN 12

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			3			0	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$			2			$+\infty$
	$-\infty$			-4		

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. 0. D. -4.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5	1	7
y'	-	0	+
y	6	2	9

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

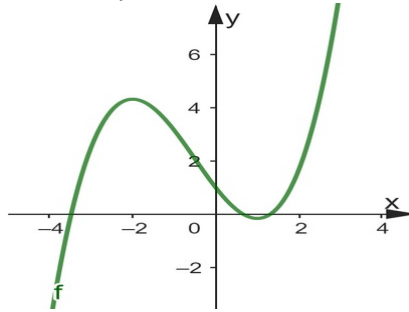
- A. $\min_{[-5;7]} f(x) = 6$ B. $\min_{[-5;7]} f(x) = 2$
 C. $\max_{[-5;7]} f(x) = 9$ D. $\max_{[-5;7]} f(x) = 6$

Câu 4: Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y = -x^3 + 3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm
 A. $x = 0$ B. $x = 3$ C. $x = 1$ D. $x = 2$

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là:
 A. $x = -1$ B. $x = 1$ C. $y = -1$ D. $y = 1$

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{-x+2}{x+2}$ là:
 A. $x = 2$ B. $x = -2$ C. $y = -1$ D. $y = -2$

Câu 7: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 2x$ B. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$
 C. $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ D. $y = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2$

Câu 8: Hàm số nào có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$					

Diagram illustrating the function $f(x)$ and its derivative $f'(x)$ over the domain x .

The domain x is marked with $-\infty$, 1, 3, and $+\infty$.

The derivative $f'(x)$ is marked with $-\infty$, 0, and $+\infty$.

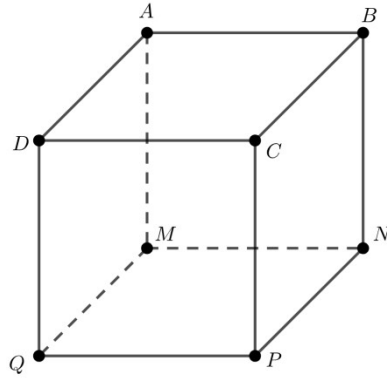
The function $f(x)$ is marked with $+\infty$, 0, and $-\infty$.

Arrows indicate the mapping from the domain x to the function values $f(x)$:

- From $-\infty$ to $+\infty$
- From 1 to 0
- From 3 to $-\infty$

- A. $y = -\frac{7}{4}x^3 + \frac{21}{2}x^2 - \frac{63}{4}x + 7$ B. $y = \frac{7}{4}x^3 + \frac{21}{2}x^2 - \frac{63}{4}x + 7$
 C. $y = -\frac{5}{3}x^3 + \frac{21}{2}x^2 - \frac{63}{4}x$ D. $y = \frac{5}{3}x^3 + \frac{21}{2}x^2 - \frac{63}{4}x$

Câu 9: Cho hình hộp $ABCD.MNPQ$ như hình vẽ sau:



Khi đó $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ bằng

- A. $\overrightarrow{PA}$ B. $\overrightarrow{AP}$ C. $\overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{CA}$

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, giả sử $\vec{p} = 4\vec{k} + 2\vec{j} - 20\vec{i}$ khi đó $\vec{p}$ có tọa độ là
A. $(-20; 2; 4)$ B. $(4; 2; -20)$ C. $(4; 2; 20)$ D. $(2; 4; -20)$

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + (m - 2024)x^2 - \frac{3}{2}x + 2$ (m là tham số thực). Để đồ thị hàm số $f(x)$ có tâm đối xứng nằm trên trục Oy thì giá trị của tham số m bằng
A. 2. B. 1012. C. 2024. D. 2026.

Câu 12: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ có các cạnh $FB = 2$, $AD = 3$, $CD = 4$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có đỉnh F trùng với góc tọa độ O ; các điểm E, G, B lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz sao cho các vector $\overrightarrow{FE}, \overrightarrow{FG}, \overrightarrow{FB}$ lần lượt cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Gọi M là trung điểm của cạnh DH . Tọa độ của vector $\overrightarrow{FM}$ là

- A. $(4; 3; 1)$ B. $(8; 6; 2)$ C. $(8; 3; 2)$ D. $\left(\frac{2}{3}; 1; \frac{8}{3}\right)$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$-\infty$

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.
b) $x = 1$ là điểm cực đại của hàm số.
c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; 5)$.
d) Đường thẳng $x = 1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{m^2x - 1}{x + 1}$.

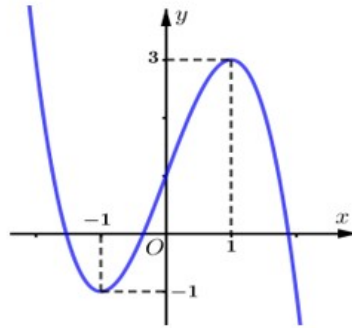
a) $y' = \frac{m^2 + 1}{(x + 1)^2}$ với $x \neq -1$.

b) Với $m = 1$, hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[1; 2]$ là 0.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{m^2x - 1}{x + 1}$ trên đoạn $[1; 2]$ là $f(1)$.

d) Tổng tất cả các giá trị thực của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{m^2x - 1}{x + 1}$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng 4 là 3.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) và có đồ thị là đường cong như hình bên



a) Hệ số $a < 0$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $(1; 3)$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

d) $f(3) = -5$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3; -5; 4)$ và $\overrightarrow{OM} = (x; y; z)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Ta có:
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \\ z = 4 \end{cases}$$

b) $x + 2y - z = -11$.

c) $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 5\sqrt{2}$.

d) Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên $mp(Oxy)$, khi đó: $H(3; 5; 0)$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-15; 10]$ để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx - 5$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

Câu 18: Hằng ngày mực nước của một hồ thủy điện lên và xuống theo lượng nước mưa và các suối nước đổ về hồ. Tính từ thời điểm 8 giờ sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời

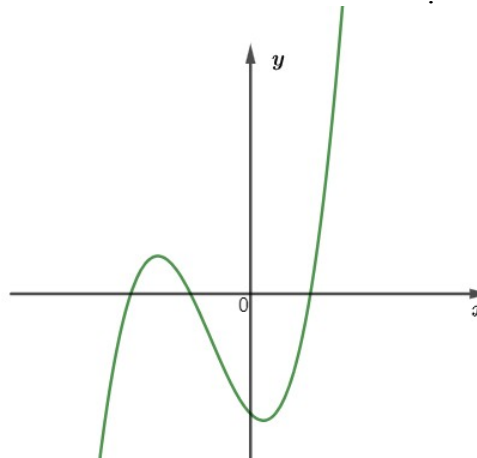
$$h(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 5t^2 + 24t \quad (t > 0)$$

gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức . Biết rằng phải thông báo cho nhân dân phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 giờ. Hỏi cần thông báo cho người dân di dời trước khi xả nước mấy giờ. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

Câu 19: Một cửa hàng bán được 2.000 cái tivi mỗi năm. Để bán được số tivi đó, cửa hàng đặt hàng từ Nhà máy sản xuất thành nhiều lần trong năm, số tivi đặt cho nhà máy là như nhau cho các lần đặt hàng. Mỗi lần lấy hàng từ nhà máy về cửa hàng chỉ để trưng bày được một nửa, một nửa số hàng còn lại phải lưu kho. Chi phí gửi trong kho là 100.000 đồng một cái. Để đặt hàng chi phí cố định cho mỗi lần đặt là 200.000 đồng cộng thêm 100.000 đồng mỗi cái. Hàm tổng chi phí cửa hàng phải trả là $f(x)$ với x là số tivi mà cửa hàng đặt mỗi lần. Hàm $f(x)$ có tiệm

cận xiên dạng $y = ax + b$. Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{b}{a}$?

Câu 20: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ sau



Trong các số thực $a; b; c; d$ có bao nhiêu số dương?

Câu 21: Một chiếc đèn trang trí được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi ba đoạn dây cáp SA, SB, SC biết $SA = SB = SC$ và đĩa đèn được giữ bởi các sợi dây cáp tại các điểm A, B, C tạo thành tam giác đều. Góc tạo bởi các sợi dây cáp và đĩa đèn bằng 60° , độ lớn lực căng của ba sợi dây cáp là

5N. Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn bằng $\frac{a\sqrt{3}}{b}N$, a, b là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $a + b$.

Câu 22: Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $40(km)$ và về phía Nam $60(km)$, đồng thời cách mặt đất $3(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $90(km)$ và về phía Tây $50(km)$, đồng thời cách mặt đất $6(km)$. Chiếc máy bay thứ ba đang trong quá trình bay thì đột ngột mất tín hiệu, biết rằng lần cuối (trước khi mất tín hiệu) máy bay thứ nhất xác định được khoảng cách giữa máy bay thứ nhất và máy bay thứ ba là $2\sqrt{3401}(km)$ và máy

bay thứ ba nằm giữa máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng. Em hãy xác định khoảng cách từ vị trí xuất phát đến lúc máy bay số ba mất tín hiệu.



PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			3			0	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. 0. D. -4.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4 .

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5	1	7
y'	$-$	0	$+$
y	6	2	9

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\min_{[-5; 7)} f(x) = 6$ B. $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$
 C. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 9$ D. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 6$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên trên $[-5; 7)$, ta có: $\min_{[-5; 7)} f(x) = f(1) = 2$.

Câu 4: Trên đoạn $[0; 3]$, hàm số $y = -x^3 + 3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- A. $x = 0$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Lời giải

Tập xác định: $\square$.

$$y' = -3x^2 + 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in (0; 3) \\ x = -1 \notin (0; 3) \end{cases}$$

Ta có $y(0) = 0; y(1) = 2; y(3) = -18$.

Vậy $\max_{[0;3]} y = y(1) = 2$.

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là:

B. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $y = -1$.

D. $y = 1$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$.

Vậy tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{-x+2}{x+2}$.

A. $x = 2$.

B. $x = -2$.

C. $y = -1$.

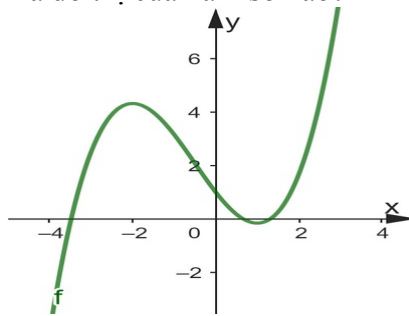
D. $y = -2$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-x+2}{x+2} = +\infty, \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{-x+2}{x+2} = -\infty$.

Vậy tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.

Câu 7: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 2x$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

C. $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$.

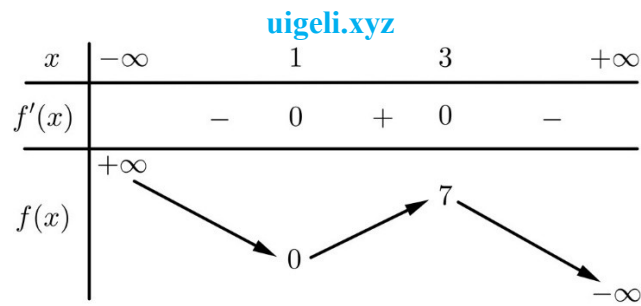
D. $y = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2$.

Lời giải

Đường cong có dạng đồ thị hàm số bậc ba với hệ số $a > 0$ và không đi qua gốc toạ độ, chỉ có hàm số

$y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ thoả mãn.

Câu 8: Hàm số nào có bảng biến thiên như hình dưới đây?



A. $y = -\frac{7}{4}x^3 + \frac{21}{2}x^2 - \frac{63}{4}x + 7$

B. $y = \frac{7}{4}x^3 + \frac{21}{2}x^2 - \frac{63}{4}x + 7$

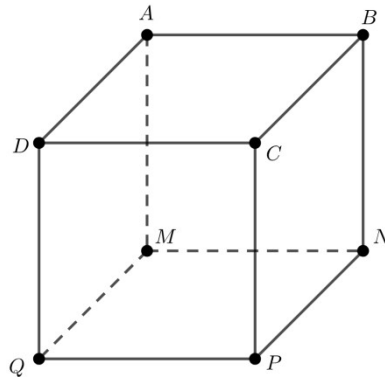
C. $y = -\frac{5}{3}x^3 + \frac{21}{2}x^2 - \frac{63}{4}x$

D. $y = \frac{5}{3}x^3 + \frac{21}{2}x^2 - \frac{63}{4}x$

Lời giải

Đường cong có dạng đồ thị hàm số bậc ba với hệ số $a < 0$ và đi qua điểm $(1; 0)$, hàm số $y = -\frac{7}{4}x^3 + \frac{21}{2}x^2 - \frac{63}{4}x + 7$ thoả mãn.

Câu 9: Cho hình hộp $ABCD.MNPQ$ như hình vẽ sau:



Khi đó $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ bằng

A. $\overrightarrow{PA}$

B. $\overrightarrow{AP}$

C. $\overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{CA}$

Lời giải

Theo quy tắc hình hộp, ta có $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AP}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, giả sử $\vec{p} = 4\vec{k} + 2\vec{j} - 20\vec{i}$ khi đó $\vec{p}$ có tọa độ là

A. $(-20; 2; 4)$

B. $(4; 2; -20)$

C. $(4; 2; 20)$

D. $(2; 4; -20)$

Lời giải

$\vec{p} = 4\vec{k} + 2\vec{j} - 20\vec{i} = -20\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$ nên $\vec{p} = (-20; 2; 4)$

Câu 11: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + (m - 2024)x^2 - \frac{3}{2}x + 2$ (m là tham số thực). Để đồ thị hàm số $f(x)$ có tâm đối xứng nằm trên trục Oy thì giá trị của tham số m bằng

A. 2.

B. 1012.

C. 2024.

D. 2026.

Lời giải

TXĐ: $D = \square$.

Ta có: $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + (m - 2024)x^2 - \frac{3}{2}x + 2$

$$f'(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2(m - 2024)x - \frac{3}{2}$$

$$f''(x) = 3x + 2(m - 2024)$$

Cho $f''(x) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2(m - 2024) = 0$ (1)

Đồ thị hàm số có tâm đối xứng nằm trên trục $Oy \Rightarrow x = 0$

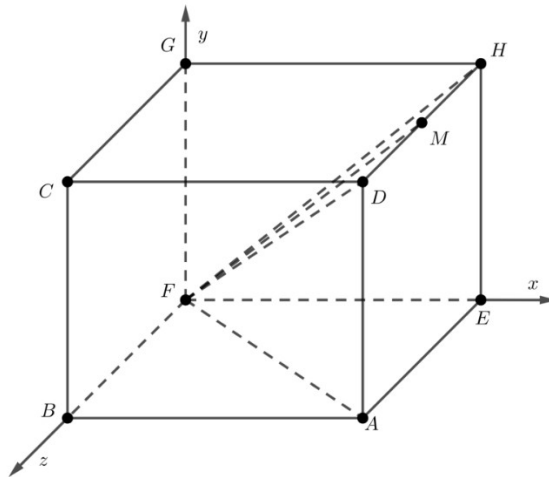
Thay $x = 0$ vào (1) ta được $3 \cdot 0 + 2(m - 2024) = 0 \Leftrightarrow m = 2024$.

Vậy với $m = 2024$ thì đồ thị hàm số $f(x)$ có tâm đối xứng nằm trên trục Oy .

Câu 12: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ có các cạnh $FB = 2$, $AD = 3$, $CD = 4$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có đỉnh F trùng với góc tọa độ O ; các điểm E, G, B lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz sao cho các vector $\overrightarrow{FE}, \overrightarrow{FG}, \overrightarrow{FB}$ lần lượt cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Gọi M là trung điểm của cạnh DH . Tọa độ của vector $\overrightarrow{FM}$ là

- A. $(4; 3; 1)$ B. $(8; 6; 2)$ C. $(8; 3; 2)$ D. $\left(\frac{2}{3}; 1; \frac{8}{3}\right)$

Lời giải



Vì $ABCD.EFGH$ là hình hộp chữ nhật nên ta có $AD = FG = 3$ và $CD = FE = 4$

Do $\overrightarrow{FE}$ cùng hướng với $\vec{i}$ và $|\overrightarrow{FE}| = FE = 4 = 4|\vec{i}|$ nên $\overrightarrow{FE} = 4\vec{i}$ hay $\overrightarrow{FE} = 4\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$

Tương tự, $\overrightarrow{FG} = 0\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}$; $\overrightarrow{FB} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 2\vec{k}$

Ta

có

$$\overrightarrow{FM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{FH} + \overrightarrow{FD}) = \frac{1}{2}((\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{FE}) + (\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{FB})) = \frac{1}{2}((\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{FE}) + (\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FB}))$$

$$= \frac{1}{2} (2\overrightarrow{FG} + 2\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{FB}) = \frac{1}{2} (2(0\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}) + 2(4\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}) + 0\vec{i} + 0\vec{j} + 2\vec{k})$$

$$= \frac{1}{2} (8\vec{i} + 6\vec{j} + 2\vec{k}) = 4\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$$

Nên $\overrightarrow{FM} = (4; 3; 1)$.

Cách 2

Theo cách chọn $\overrightarrow{M} = (4; 3; 1)$, do đó $\overrightarrow{FM} = (4; 3; 1)$

DẠNG II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$			1			$-\infty$

$\swarrow$ $-\frac{1}{3}$ $\nearrow$

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.
- b) $x = 1$ là điểm cực đại của hàm số.
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; 5)$.
- d) Đường thẳng $x = 1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Lời giải

	Giải chi tiết(giải thích)
a) S	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ nên hàm số không đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.
b) S	$x = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.
c) Đ	Từ bảng biến thiên hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; 5)$.
d) S	Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên không có tiệm cận đứng.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{m^2x - 1}{x + 1}$.

$$y' = \frac{m^2 + 1}{(x + 1)^2}$$

a) với $x \neq -1$.

b) Với $m = 1$, hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[1; 2]$ là 0.

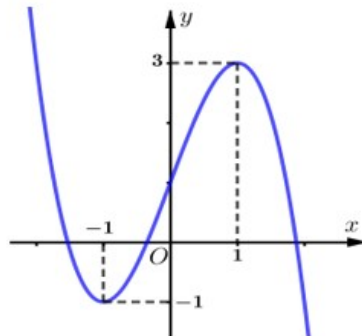
c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{m^2x - 1}{x + 1}$ trên đoạn $[1; 2]$ là $f(1)$.

d) Tổng tất cả các giá trị thực của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{m^2x - 1}{x + 1}$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng 4 là 3.

Lời giải

	Giải chi tiết(giải thích)
a) Đ	$y' = \frac{m^2 + 1}{(x + 1)^2}$, với $x \neq -1$.
b) s	Với $m = 1$, $y = \frac{x - 1}{x + 1}$ và $y' = \frac{2}{(x + 1)^2}$. $f(1) = 0; f(2) = \frac{1}{3}$. Suy ra $\max_{[1; 2]} f(x) = \frac{1}{3}$.
c) s	$y' = \frac{m^2 + 1}{(x + 1)^2} > 0$, " $x \in [1; 2]$ ". Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{m^2x - 1}{x + 1}$ trên đoạn $[1; 2]$ là $f(2)$.
d) s	Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{m^2x - 1}{x + 1}$ trên đoạn $[1; 2]$ là $f(1) = \frac{m^2 - 1}{2}$. $\frac{m^2 - 1}{2} = 4 \Rightarrow m^2 = 9 \Rightarrow m = \pm 3$. Suy ra Tổng bằng 0.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) và có đồ thị là đường cong như hình bên



a) Hệ số $a < 0$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $(-1; -1)$.

- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.
- d) $f(3) = -5$.

Lời giải

	Giải chi tiết(giải thích)
a) Đ	Dựa vào đồ thị ta thấy hệ số $a < 0$
b) S	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $(-1;-1)$
c) Đ	Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$
d) S	<p>Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(-1;-1)$ và $(1;3)$ nên ta có hệ pt</p> $\begin{cases} f(-1) = -1 \Rightarrow -a + b - c + d = -1 \\ f(1) = 3 \Rightarrow a + b + c + d = 3 \end{cases} \Rightarrow a + c = 2 \quad (1)$ <p>$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ có hai nghiệm $x = 1, x = -1$ nên $\begin{cases} 3a + 2b + c = 0 \\ 3a - 2b + c = 0 \end{cases} \quad (2)$</p> <p>Từ (1) và (2), giải hệ pt ta suy ra $a = -1; b = 0; c = 3; d = 1$</p> <p>Do đó $f(x) = -x^3 + 3x + 1 \Rightarrow f(3) = -17$</p>

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3; -5; 4)$ và $\overline{OM} = (x; y; z)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Ta có: $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \\ z = 4 \end{cases}$.
- b) $x + 2y - z = -11$.
- c) $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 5\sqrt{2}$.

d) Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên $mp(Oxy)$, khi đó: $H(3; 5; 0)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

- a) Vì tọa độ $\overline{OM}$ là tọa độ điểm M nên: $\begin{cases} x = 3 \\ y = -5 \\ z = 4 \end{cases}$. Vậy, khẳng định $\begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \\ z = 4 \end{cases}$ là sai.

b) Do $\begin{cases} x=3 \\ y=-5 \\ z=4 \end{cases}$ nên $x+2y-z=3+2(-5)-4=-11$. Nên b) đúng.

c) Do $\begin{cases} x=3 \\ y=-5 \\ z=4 \end{cases}$ nên $\sqrt{x^2+y^2+z^2}=\sqrt{3^2+(-5)^2+4^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$. Vậy c) đúng.

d) Theo cách xác định tọa độ điểm M , hình chiếu của M trên $mp(Oxy)$ là H có tọa độ $H(3;-5;0)$. Vậy, d) sai.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-15; 10]$ để hàm số $y = \ln(x^2 + 1) - mx - 5$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

Đáp án:

Lời giải

Đáp án: 10.

Ta có $y' = \frac{2x}{x^2+1} - m$.

Để hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow y'(x) \leq 0, \forall x \in (0; +\infty)$.

$\Leftrightarrow \frac{2x}{x^2+1} - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{2x}{x^2+1}, \forall x \in (0; +\infty)$

Xét hàm số $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ có $f'(x) = \frac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2} = 0 \Rightarrow -2x^2+2=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	1	0

Dựa vào bảng biến thiên $m \geq \frac{2x}{x^2+1}, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq 1$.

Theo bài ra $m \in [-15; 10]$ và m là số nguyên vậy có 10 giá trị của m .

Câu 18: Hằng ngày mực nước của một hồ thủy điện lên và xuống theo lượng nước mưa và các suối nước đổ về hồ. Tính từ thời điểm 8 giờ sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời

gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức $h(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 5t^2 + 24t$ ($t > 0$). Biết rằng phải thông báo cho nhân dân phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 giờ. Hỏi cần thông báo cho người dân di dời trước khi xả nước mấy giờ. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

Đáp án:

Trả lời: 15.

$$h'(t) = -t^2 + 10t + 24, \quad h'(t) = 0 \Rightarrow t = 12$$

Ta có

Bảng biến thiên:

t	0	-2	12	24		
h'		-	0	+	0	-
h	0			432		-1152

$\swarrow$ $-76/3$ $\nearrow$

Căn cứ BBT, mực nước lên cao nhất thì phải mất 12 tiếng(giờ) khi đó tương đương lúc 20 giờ trong ngày tính từ lúc 8 giờ sáng thì nước đầy và phải thông báo cho dân di dời trước 5 giờ, tức 15 giờ chiều.

Câu 19: Một cửa hàng bán được 2.000 cái tivi mỗi năm. Để bán được số tivi đó, cửa hàng đặt hàng từ Nhà máy sản xuất thành nhiều lần trong năm, số tivi đặt cho nhà máy là như nhau cho các lần đặt hàng. Mỗi lần lấy hàng từ nhà máy về cửa hàng chỉ để trưng bày được một nửa, một nửa số hàng còn lại phải lưu kho. Chi phí gửi trong kho là 100.000 đồng một cái. Để đặt hàng chi phí cố định cho mỗi lần đặt là 200.000 đồng cộng thêm 100.000 đồng mỗi cái. Hàm tổng chi phí cửa hàng phải trả là $f(x)$ với x là số tivi mà cửa hàng đặt mỗi lần. Hàm $f(x)$ có tiệm cận xiên dạng $y = ax + b$. Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{b}{a}$?

Đáp án:

Lời giải

Đáp án: 4.000.

Vì x là số tivi mà cửa hàng đặt mỗi lần nên $x \in \mathbb{N}^+, 1 \leq x \leq 2.000$.

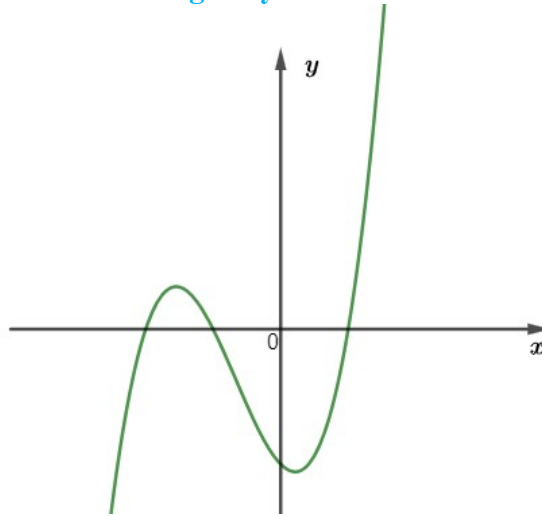
Số tivi trung bình lưu kho là $\frac{x}{2}$ nên chi phí lưu kho là $100.000 \frac{x}{2} = 50.000x$ đồng.

Số lần đặt hàng trong năm là $\frac{2.000}{x}$ và chi phí đặt hàng là: $\frac{2.000}{x}(200.000 + 100.000x)$.
 Tổng số chi phí mà cửa hàng phải trả là:

$$f(x) = \frac{2.000}{x}(200.000 + 100.000x) + 50.000x = 50.000x + 200.000.000 + \frac{400.000.000}{x}$$

Hàm số có tiệm cận xiên $y = 50.000x + 200.000.000$. Vậy $a = 50.000, b = 200.000.000$ nên $T = 4.000$.

Câu 20: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ sau



Trong các số thực $a; b; c; d$ có bao nhiêu số dương?

Đáp án:

Lời giải

Đáp án: 2

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:

- Nhận thấy đây là đồ thị hàm bậc ba với hệ số $a > 0$

- Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \end{cases}$ với $x_1 < 0 < x_2$

Do đó $a \cdot c < 0$, suy ra a và c trái dấu. Vậy $c < 0$.

- Với $x = 0 \Rightarrow y = d < 0$

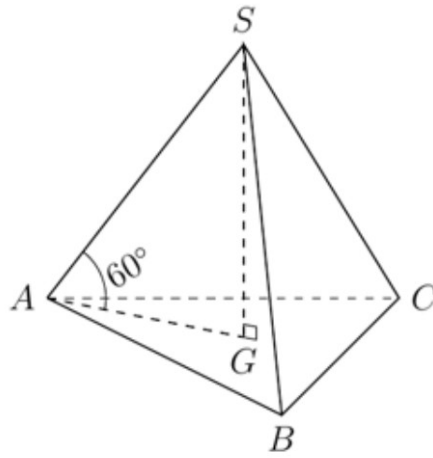
- $x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} < 0 \Rightarrow \frac{b}{a} > 0 \Rightarrow b > 0$

Câu 21: Một chiếc đèn trang trí được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi ba đoạn dây cáp SA, SB, SC biết $SA = SB = SC$ và đĩa đèn được giữ bởi các sợi dây cáp tại các điểm A, B, C tạo thành tam giác đều. Góc tạo bởi các sợi dây cáp và đĩa đèn bằng 60° , độ lớn lực căng của ba sợi dây cáp là $\frac{a\sqrt{3}}{b}N$, a, b là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $a + b$.

Đáp án:

Lời giải

Đáp án: 17



Vì chiếc đèn ở vị trí cân bằng nên $\vec{P} = \vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC}$

$$\text{Do đó } |\vec{P}| = |\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC}| = 3|\vec{SG}|$$

Hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$, đáy ABC là tam giác đều trọng tâm G , các cạnh bên tạo với

$$\text{đáy góc } 60^\circ \text{ nên ta có } \sin 60^\circ = \frac{SG}{SA} \Rightarrow SG = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Khi đó } |\vec{P}| = 3|\vec{SG}| = \frac{15\sqrt{3}}{2} \text{ suy ra } a = 15, b = 2. \text{ Vậy } a + b = 17.$$

Câu 22: Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $40(km)$ và về phía Nam $60(km)$, đồng thời cách mặt đất $3(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $90(km)$ và về phía Tây $50(km)$, đồng thời cách mặt đất $6(km)$. Chiếc máy bay thứ ba đang trong quá trình bay thì đột ngột mất tín hiệu, biết rằng lần cuối (trước khi mất tín hiệu) máy bay thứ nhất xác định được khoảng cách giữa máy bay thứ nhất và máy bay thứ ba là $2\sqrt{3401}(km)$ và máy bay thứ ba nằm giữa máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng. Em hãy xác định khoảng cách từ vị trí xuất phát đến lúc máy bay số ba mất tín hiệu.

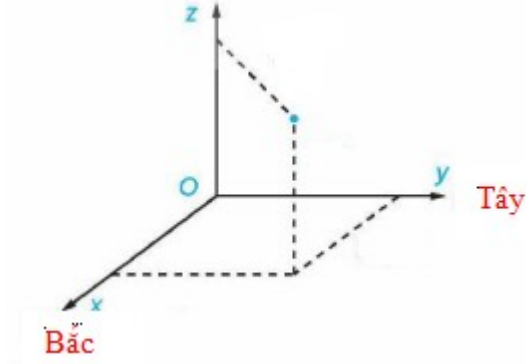


Đáp án:

Lời giải

Đáp án: 45

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của ba chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ $A(-60; -40; 3)$.

Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ $B(90; 50; 6)$.

Gọi tọa độ của máy bay thứ ba lúc mất tín hiệu là: $C(a; b; c)$

Ta có: $\overline{AB} = (150; 90; 3)$; $\overline{AC} = (a + 60; b + 40; c - 3)$

Do ba máy bay thẳng hàng và C nằm giữa A, B nên: $\overline{AB}$ và $\overline{AC}$ cùng hướng

$$\frac{a+60}{150} = \frac{b+40}{90} = \frac{c-3}{3} = t > 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{a+60}{150} = \frac{b+40}{90} \\ \frac{b+40}{90} = \frac{c-3}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+60 = \frac{5}{3}(b+40) \\ c-3 = \frac{b+40}{30} \end{cases}$$

Ta có:

$$\text{Ta có: } AC = \sqrt{(a+60)^2 + (b+40)^2 + (c-3)^2} = 2\sqrt{3401}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\left(\frac{5}{3}(b+40)\right)^2 + (b+40)^2 + \left(\frac{b+40}{30}\right)^2} = 2\sqrt{3401} \Leftrightarrow \frac{3401}{900}(b+40)^2 = 4.3401$$

$$\Leftrightarrow b+40 = 60 \Leftrightarrow b = 20$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a = 40 \\ c = 5 \end{cases} \text{ khi này: } C(40; 20; 5)$$

Vậy khoảng cách từ vị trí xuất phát đến máy bay số ba là: $\sqrt{40^2 + 20^2 + 5^2} = 45(km)$

-----HẾT-----

uigeli.xyz ĐỀ 4	ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I-NĂM HỌC 2024-2025 MÔN: TOÁN 12
---------------------------	---

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq -6$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-7	-6	0	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$	-15	$-\infty$	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-6; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-10; 1)$. D. $(-7; -6)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{8x-9}{x-6}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-\infty; 10)$. B. $(8; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(4; +\infty)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên R và có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	-7	-4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		-6	-3	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A. $x = -6$. B. $x = -4$. C. $x = -3$. D. $x = -7$.

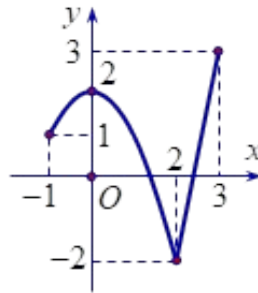
Câu 4: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A. -1 . B. 0 . C. -2 . D. 3 .

Câu 5: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2 - \sin 2x$ bằng

- A. 0 . B. 4 . C. 1 . D. 3 .

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình bên.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 2 . B. 3 . C. 1 . D. 5 .

Câu 7: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{1-x}$ là đường thẳng có phương trình là

- A. $y = 2$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $y = -2$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	5

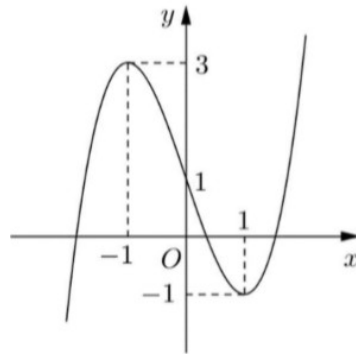
Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

- A. $x = 5$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 9: Cho hàm số $y = 2x + 1 + \frac{3}{x+3}$ (C). Khoảng cách từ $M(2; -1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là

- A. 2 . B. $\frac{4}{\sqrt{5}}$. C. 3 . D. $\frac{6}{\sqrt{5}}$.

Câu 10: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



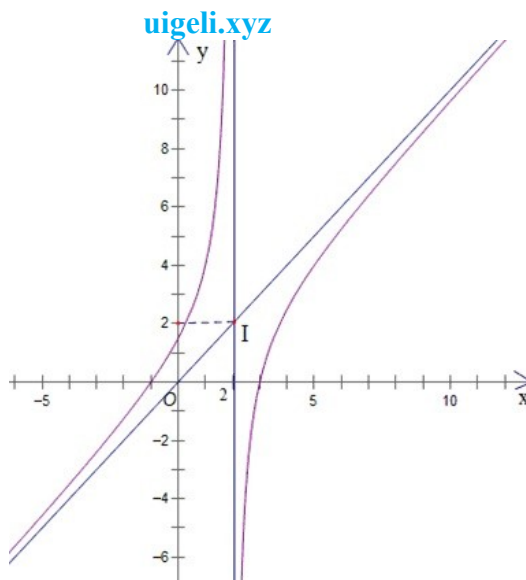
- A. $y = x^3 - 3x - 1$. B. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 11: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	-1	$+\infty$	-1

- A. $y = \frac{-x+3}{x-1}$. B. $y = \frac{x+3}{x-1}$. C. $y = \frac{-x-2}{x+1}$. D. $y = \frac{-x+3}{x+1}$.

Câu 12: Hàm số $y = \frac{x^2 + ax - 3}{x - b}$ có đồ thị như hình vẽ



Khi đó giá trị của biểu thức $P = 2a - b$ là

- A. -6 . B. 6 . C. 2 . D. -2 .

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \frac{-x^2 + 3x + m}{x - 4}$, với m là tham số.

- a) Với $m = 0$ thì đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.
b) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $m \geq 4$.
c) Có đúng một giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có điểm cực trị nằm trên trục tung.
d) Có đúng một giá trị của m để $|y_1 - y_2| = 4$, với y_1, y_2 là các giá trị cực trị của hàm số đã cho.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	$\frac{21}{4}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	4	2	5	$-\infty$

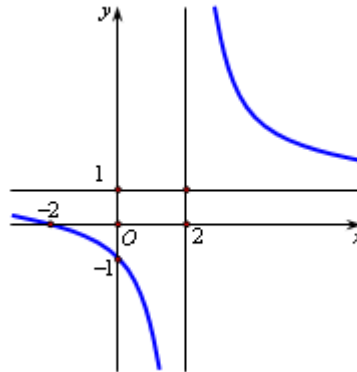
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 0]$ bằng 4.
b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ bằng 2.
c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\left(-1; \frac{21}{4}\right)$ bằng 5.
d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ trên $\left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$ bằng 5.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 3x - 2}{x - 3}$ có đồ thị (C) .

- a) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.
- b) Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.
- c) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = -x$.
- d) Tổng khoảng cách từ điểm bất kì trên (C) đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) có giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt[4]{2}$.

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{ax + 2}{cx + b}$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên dưới



- a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x = 2$.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
- c) Với đồ thị (C) thì $a = 1; b = -2; c = 1$.
- d) Tổng khoảng cách từ điểm M bất kì thuộc (C) đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) nhỏ nhất bằng 4.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có 2 điểm cực trị là A và B . Tính diện tích tam giác OAB với O là gốc tọa độ?

Câu 18: Cho đồ thị $(C): y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2}$. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với tiệm cận xiên của đồ thị (C) .

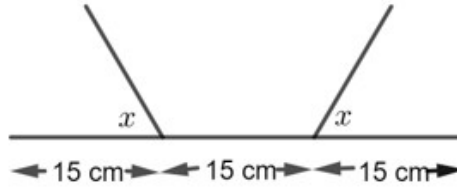
Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{2x - 3}{x - 2}$ có đồ thị (C) . Gọi M là một điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ lớn hơn 2 sao cho tiếp tuyến tại M của đồ thị (C) cắt hai đường tiệm cận của đồ thị (C) tại hai điểm A, B thỏa mãn AB ngắn nhất. Khi đó tổng hoành độ và tung độ của điểm M bằng

Câu 20: Giả sử doanh số bán hàng (đơn vị triệu đồng) của một sản phẩm điện tử mới được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = 600(t^2 + ne^{-t})$, với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng năm kể từ khi phát hành sản phẩm mới, và $n \leq 0$ là tham số. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ biểu thị tốc độ bán hàng. Biết rằng tốc độ bán hàng

luôn tăng trong khoảng thời gian 8 năm đầu từ khi ra mắt sản phẩm. Hỏi giá trị nhỏ nhất của n là bao nhiêu để điều kiện này được thỏa mãn?

Câu 21: Một con cá hồi bơi ngược dòng nước để vượt một khoảng cách là 300 km . Vận tốc dòng nước là $5(\text{km/h})$. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v(\text{km/h})$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$ (trong đó c là hằng số dương, E được tính bằng đơn vị Jun). Cá bơi ngược dòng quãng đường 300 km trong khoảng thời gian t với vận tốc bằng bao nhiêu để năng lượng tiêu hao là thấp nhất?

Câu 22: Một máng nước mưa được làm từ một tấm tôn rộng 45 cm bằng cách gấp hai phía của tấm tôn với kích thước bằng $\frac{1}{3}$ tấm tôn sao cho nó tạo thành một góc x (như hình vẽ).



Hỏi phải chọn x bằng bao nhiêu độ để máng chứa được lượng nước mưa tối đa.

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq -6$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-7	-6	0	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	$\searrow$	-12	$\nearrow$	$+\infty$	
				$-\infty$	$\nearrow$	-15
						$\searrow$
						$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.** $(-6; +\infty)$ **B.** $(0; +\infty)$ **C.** $(-10; 1)$ **D.** $(-7; -6)$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy với mọi $x \in (-7; -6)$, $f'(x) > 0$.

Nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-7; -6)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{8x-9}{x-6}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.** $(-\infty; 10)$ **B.** $(8; +\infty)$ **C.** $(-\infty; +\infty)$ **D.** $(4; +\infty)$

Lời giải

$$y' = \frac{-39}{(x-6)^2} < 0, \forall x \neq 6.$$

Ta có

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	6	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	8 $\searrow$ $-\infty$		$+\infty$ $\searrow$ 8

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên $(8; +\infty)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	-7	-4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$ 	-6 	-3 	$-\infty$	

Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A.** $x = -6$. **B.** $x = -4$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = -7$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -4$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A.** -1 . **B.** 0 . **C.** -2 . **D.** 3 .

Lời giải

$$y' = 3x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Ta có

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	<div><div>$-\infty$</div><div>$\nearrow$</div><div>3</div><div>$\searrow$</div><div>-1</div><div>$\nearrow$</div><div>$+\infty$</div></div>				

Vậy hàm số đạt giá trị cực đại bằng 3.

Câu 5: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2 - \sin 2x$ bằng

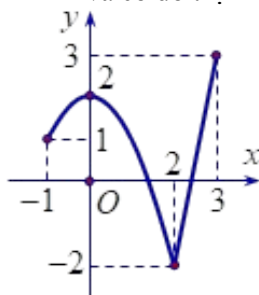
- A.** 0 . **B.** 4 . **C.** 1 . **D.** 3 .

Lời giải

Ta có $-1 \leq \sin 2x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2 - \sin 2x \leq 3$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 3 khi $\sin 2x = -1$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình bên.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 5.

Lời giải

Ta có $M = 3$ và $m = -2 \Rightarrow M - m = 5$

Câu 7: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{1-x}$ là đường thẳng có phương trình là

- A. $y = 2$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $y = -2$.

Lời giải

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là $y = -2$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	5

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

- A. $x = 5$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên có $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty \Rightarrow$ Đường tiệm cận đứng có phương trình là $x = 1$.

Câu 9: Cho hàm số $y = 2x + 1 + \frac{3}{x+3}$ (C). Khoảng cách từ $M(2; -1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là

- A. 2. B. $\frac{4}{\sqrt{5}}$. C. 3. D. $\frac{6}{\sqrt{5}}$.

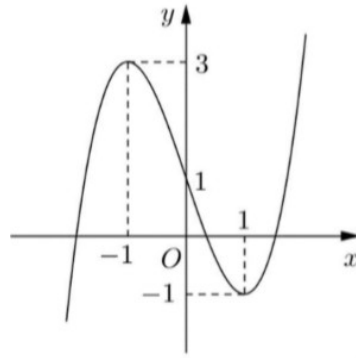
Lời giải

Ta có tiệm cận xiên của đồ thị là $\Delta: y = 2x + 1 \Leftrightarrow 2x - y + 1 = 0$.

$$d(M, \Delta) = \frac{|2 \cdot 2 - (-1) + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

Khoảng cách từ M đến tiệm cận xiên là

Câu 10: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x - 1$ B. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$ C. $y = x^3 - 3x + 1$ D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$

Lời giải

Đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$ và cắt Oy tại $(0;1)$.

Câu 11: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	-1		-1

- A. $y = \frac{-x+3}{x-1}$ B. $y = \frac{x+3}{x-1}$ C. $y = \frac{-x-2}{x+1}$ D. $y = \frac{-x+3}{x+1}$

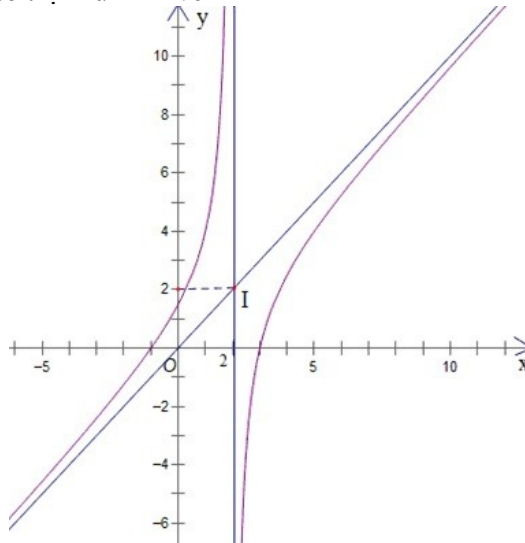
Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy:

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = -1$. Suy ra loại đáp án B.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$. Suy ra loại đáp án C, D.

Câu 12: Hàm số $y = \frac{x^2 + ax - 3}{x - b}$ có đồ thị như hình vẽ



Khi đó giá trị của biểu thức $P = 2a - b$ là

- A.** -6 . **B.** 6 . **C.** 2 . **D.** -2 .

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số, ta nhận thấy:

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$. Suy ra $b = 2$.

Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại $x = -1$ và $x = 3$. Suy ra phương trình $x^2 + ax - 3 = 0$ có hai nghiệm là $x = -1$ và $x = 3$. Suy ra $a = -2$.

Vậy $P = 2a - b = 2(-2) - 2 = -6$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \frac{-x^2 + 3x + m}{x - 4}$, với m là tham số.

- a)** Với $m = 0$ thì đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.
b) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $m \geq 4$.
c) Có đúng một giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có điểm cực trị nằm trên trục tung.
d) Có đúng một giá trị của m để $|y_1 - y_2| = 4$, với y_1, y_2 là các giá trị cực trị của hàm số đã cho.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------

a) Với $m = 0$ thì $f(x) = \frac{-x^2 + 3x}{x - 4}$ và phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

b) Ta có $f'(x) = \frac{-x^2 + 8x - m - 12}{(x - 4)^2}$. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $x^2 - 8x + m + 12 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 4 hay

$$\begin{cases} \Delta' = 16 - m - 12 > 0 \\ 16 - 8 \cdot 4 + m + 12 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 4. \quad (*)$$

c) Điều kiện cần để đồ thị hàm số có điểm cực trị nằm trên trục tung là

$$f'(0) = 0 \Rightarrow m = -12.$$

Thử lại, $m = -12$ thỏa mãn.

d) Ta xét hàm số $g(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$, với $u(x)$ và $v(x)$ là các hàm có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Giả sử $M(x_0, y_0)$ một điểm cực trị của đồ thị hàm số $g(x)$. Ta có $g'(x) = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ và $g'(x_0) = 0$ nên $y_0 = \frac{u(x_0)}{v(x_0)} = \frac{u'(x_0)}{v'(x_0)}$. Suy ra M thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{u'(x)}{v'(x)}$.

Áp dụng nhận xét trên, ta có phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ là

$$y = \frac{(-x^2 + 3x + m)'}{(x-4)'} \text{ hay } y = -2x + 3.$$

Theo định lý Viète, ta có $x_1 + x_2 = 8$, $x_1 x_2 = m + 12$. Do đó

$$\begin{aligned} 4 &= |y_1 - y_2| = |-2x_1 + 3 + 2x_2 - 3| \\ &= 2|x_1 - x_2| = 2\sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} \\ &= 4\sqrt{4 - m}. \end{aligned}$$

Giải phương trình, ta được $m = 1$, thỏa mãn (*).

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	$\frac{21}{4}$	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$			
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 0]$ bằng 4.

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ bằng 2.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\left(-1; \frac{21}{4}\right)$ bằng 5.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ trên $\left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$ bằng 5.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 0]$ bằng 4.

b) Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

c) Không tồn tại giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\left(-1; \frac{21}{4}\right)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ trên $\left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$ bằng 5.

Đặt $t = x^2 - 2x$. Ta có $x \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right] \Leftrightarrow -\frac{5}{2} \leq x-1 \leq \frac{5}{2} \Leftrightarrow 0 \leq (x-1)^2 \leq \frac{25}{4}$

$$\Leftrightarrow -1 \leq (x-1)^2 - 1 \leq \frac{21}{4} \quad \text{nên} \quad t \in \left[-1; \frac{21}{4}\right].$$

$$\text{Xét hàm số } y = f(t), t \in \left[-1; \frac{21}{4}\right]$$

$$m = \min_{t \in \left[-1; \frac{21}{4}\right]} f(t) = f(1) = 2, M = \max_{t \in \left[-1; \frac{21}{4}\right]} f(t) = f\left(\frac{21}{4}\right) = 5$$

Từ bảng biến thiên suy ra:

$$y = \frac{-x^2 + 3x - 2}{x - 3}$$

Câu 15: Cho hàm số có đồ thị (C) .

a) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.

b) Đồ thị (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.

c) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = -x$.

d) Tổng khoảng cách từ điểm bất kì trên (C) đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) có giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt[4]{2}$.

Lời giải

a) ĐÚNG	b) SAI	c) ĐÚNG	d) ĐÚNG
---------	--------	---------	---------

$$\text{Ta có } y = \frac{-x^2 + 3x - 2}{x - 3} = -x - \frac{2}{x - 3};$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{3\}.$$

a) ĐÚNG

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 3^+} y = -\infty \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số có TCD: } x = 3 \ (\Delta_1).$$

b) SAI

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số không có TCN.}$$

c) ĐÚNG

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (-x)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-2}{x - 3} = 0 \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số có TCX: } y = -x \ (\Delta_2).$$

d) ĐÚNG

$$\text{TCĐ } \Delta_1 : x - 3 = 0; \text{TCX } \Delta_2 : x + y = 0.$$

$$\text{Xét } M\left(m; -m - \frac{2}{m-3}\right) \in (C) \ (m \neq 3) \quad d(M, \Delta_1) = |m-3|; \quad d(M, \Delta_2) = \frac{\sqrt{2}}{|m-3|}.$$

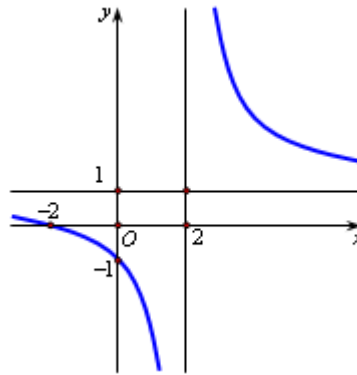
$$d(M, \Delta_1) + d(M, \Delta_2) = |m-3| + \frac{\sqrt{2}}{|m-3|} \geq 2\sqrt{|m-3| \cdot \frac{\sqrt{2}}{|m-3|}} = 2\sqrt[4]{2}$$

$$\Leftrightarrow |m-3| = \frac{\sqrt{2}}{|m-3|} \Leftrightarrow m = 3 \pm \sqrt[4]{2}$$

Dấu “=” xảy ra

Vậy $\min(d(M, \Delta_1) + d(M, \Delta_2)) = 2\sqrt[4]{2}$.

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên dưới



- a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x = 2$.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
- c) Với đồ thị (C) thì $a = 1; b = -2; c = 1$.
- d) Tổng khoảng cách từ điểm M bất kì thuộc (C) đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C) nhỏ nhất bằng 4.

Lời giải

16	Giải chi tiết (giải thích)
	a) Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
	Ta có: Đồ thị hàm số là đường đi xuống từ trái qua phải nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
	<p>Vì đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nên $\frac{-b}{c} = 2 \Leftrightarrow b = -2c$.</p> <p>Và đường thẳng $y = 1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nên $\frac{a}{c} = 1 \Leftrightarrow a = c$.</p> <p>Khi đó $y = \frac{cx+2}{cx-2c}$. Để đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2; 0)$ thì $c = 1$.</p> <p>Vậy ta có $a = 1; b = -2; c = 1$.</p>

<p>Ta có với $a = 1; b = -2; c = 1$ hàm số sẽ là: $y = \frac{x+2}{x-2}$,</p> <p>Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x = 2, (\Delta_1)$.</p> <p>Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình $y = 1, (\Delta_2)$.</p> <p>Gọi khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận là</p> $d_1(M; \Delta_1) = x_0 - 2 ,$ $d_2(M; \Delta_2) = \left \frac{x_0 + 2}{x_0 - 2} - 1 \right = \frac{4}{ x_0 - 2 }$ $d_1(M; \Delta_1) + d_2(M; \Delta_2) = x_0 - 2 + \frac{4}{ x_0 - 2 } \geq 4$ <p>Ta có</p> $ x_0 - 2 = \frac{4}{ x_0 - 2 } \Leftrightarrow x_0 - 2 ^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 4 \end{cases}$ <p>Dấu bằng xảy ra khi</p> <p>Tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận nhỏ nhất bằng 4 khi $M(0; -1); M(4; 3)$.</p>

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17: Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có 2 điểm cực trị là A và B . Tính diện tích tam giác OAB với O là gốc tọa độ?

Lời giải

Trả lời : 1

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow A(0; 1), B(2; -3)$$

$$\Rightarrow AB = 2\sqrt{5}, AB: 2x + y - 1 = 0$$

$$d(O, AB) = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(O, AB) = 1$$

Câu 18: Cho đồ thị $(C): y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2}$. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với tiệm cận xiên của đồ thị (C) .

Lời giải

Trả lời : 2

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$y = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2} = x - 1 + \frac{1}{x + 2} \Rightarrow y'(x) = 1 - \frac{1}{(x + 2)^2}$$

Tiệm cận xiên của (C) là $y = x - 1$, nên tiếp tuyến vuông góc với tiệm cận xiên có hệ số góc là $k = -1$.

$$y'(x) = -1 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{(x+2)^2} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình

Với $x = -2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = \frac{3\sqrt{2}}{2} - 3 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến là $d_1: y = -x + 2\sqrt{2} - 5.$

Với $x = -2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow y = -\frac{3\sqrt{2}}{2} - 3 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến là $d_2: y = -x - 2\sqrt{2} - 5.$

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C). Gọi M là một điểm thuộc đồ thị (C) có hoành độ lớn hơn 2 sao cho tiếp tuyến tại M của đồ thị (C) cắt hai đường tiệm cận của đồ thị (C) tại hai điểm A, B thỏa mãn AB ngắn nhất. Khi đó tổng hoành độ và tung độ của điểm M bằng

Lời giải

Trả lời: 6

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

$$y' = -\frac{1}{(x-2)^2}$$

Đồ thị (C) có đường tiệm cận ngang $y = 2$, tiệm cận đứng $x = 2$.

Lấy điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ suy ra $M\left(x_0; 2 + \frac{1}{x_0 - 2}\right)$.

Tiếp tuyến (d) tại M của (C) có phương trình: $y = -\frac{1}{(x_0 - 2)^2}(x - x_0) + 2 + \frac{1}{x_0 - 2}$.

Giao điểm của (d) với tiệm cận đứng là $A\left(2; 2 + \frac{2}{x_0 - 2}\right)$.

Giao điểm của (d) với tiệm cận ngang là $B(2x_0 - 2; 2)$.

$$AB^2 = 4(x_0 - 2)^2 + \frac{4}{(x_0 - 2)^2} = 4\left[(x_0 - 2)^2 + \frac{1}{(x_0 - 2)^2}\right] \geq 8.$$

Ta có:

$$(x_0 - 2)^2 = \frac{1}{(x_0 - 2)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

Do điểm M có hoành độ lớn hơn 2 nên ta có $M(3; 3)$.

Khi đó tổng hoành độ và tung độ của điểm M tìm được là: $3+3=6$.

Câu 20: Giả sử doanh số bán hàng (đơn vị triệu đồng) của một sản phẩm điện tử mới được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = 600(t^2 + ne^{-t})$, với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng năm kể từ khi phát hành sản phẩm mới, và $n \leq 0$ là tham số. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ biểu thị tốc độ bán hàng. Biết rằng tốc độ bán hàng luôn tăng trong khoảng thời gian 8 năm đầu từ khi ra mắt sản phẩm. Hỏi giá trị nhỏ nhất của n là bao nhiêu để điều kiện này được thỏa mãn?

Lời giải

Đáp án: -2

Ta có $f'(t) = 600(2t - ne^{-t})$ và $f''(t) = 600(2 + ne^{-t})$.

Tốc độ bán hàng luôn tăng trong khoảng thời gian 8 năm đầu từ khi ra mắt sản phẩm

$\Leftrightarrow f'(t)$ là hàm số đồng biến trên $[0; 8] \Leftrightarrow f''(t) \geq 0, \forall t \in [0; 8]$.

$\Leftrightarrow 600(2 + ne^{-t}) \geq 0, \forall t \in [0; 8]$

$\Leftrightarrow 2 + ne^{-t} \geq 0, \forall t \in [0; 8] \Leftrightarrow ne^{-t} \geq -2, \forall t \in [0; 8] \Leftrightarrow n \geq -2e^t, \forall t \in [0; 8]$.

$\Leftrightarrow n \geq -2e^0 = -2$ (do hàm số $y = -2e^t$ nghịch biến trên $[0; 8]$).

Vậy giá trị nhỏ nhất của n là -2 .

Câu 21: (MỨC ĐỘ 4) Một con cá hồi bơi ngược dòng nước để vượt một khoảng cách là 300 km . Vận tốc dòng nước là $5(\text{km/h})$. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v(\text{km/h})$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$ (trong đó c là hằng số dương, E được tính bằng đơn vị Jun). Cá bơi ngược dòng quãng đường 300 km trong khoảng thời gian t với vận tốc bằng bao nhiêu để năng lượng tiêu hao là thấp nhất?

Lời giải

Đáp án: 7.5

Vận tốc khi cá bơi ngược dòng sẽ là: $v - 5(\text{km/h})$, (với $v > 5$).

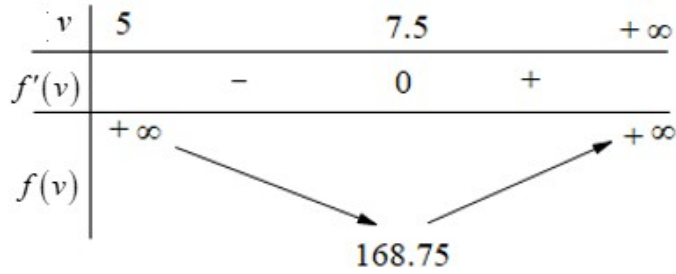
Thời gian để cá bơi quãng đường 300 km là $t = \frac{300}{v-5}(\text{h})$.

Năng lượng tiêu hao là: $E(v) = 300c \frac{v^3}{v-5}(\text{J})$.

Do $c > 0 \Rightarrow E(v)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $f(v) = \frac{v^3}{v-5}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

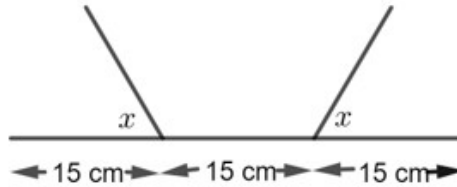
Ta có: $f'(v) = \frac{3v^2(v-5) - v^3}{(v-5)^2} = \frac{2v^3 - 15v^2}{(v-5)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} v = 0 \\ v = 7.5 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:



Vậy để năng lượng tiêu hao là thấp nhất thì vận tốc là $7.5(km/h)$.

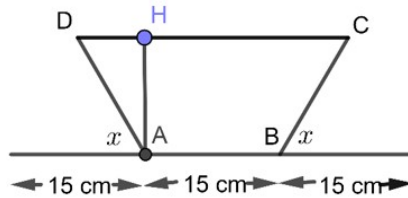
Câu 22: Một máng nước mưa được làm từ một tấm tôn rộng 45 cm bằng cách gấp hai phía của tấm tôn với kích thước bằng $\frac{1}{3}$ tấm tôn sao cho nó tạo thành một góc x (như hình vẽ).



Hỏi phải chọn x bằng bao nhiêu độ để máng chứa được lượng nước mưa tối đa.

Lời giải

Đáp số: 60.



Mặt cắt ngang của máng nước mưa là hình thang cân $ABCD$ như hình vẽ.

Để thấy $x \in [0^\circ; 180^\circ]$.

Để máng nước chứa được lượng nước mưa tối đa thì diện tích $ABCD$ là lớn nhất.

Kẻ $AH \perp CD, H \in CD$.

Vì $AB \parallel CD$ nên $\widehat{D} = x$.

Suy ra $AH = AD \cdot \sin D = 15 \cdot \sin x$, $DH = AD \cdot \cos D = 15 \cdot \cos x$.

Ta có: $CD = AD + 2 \cdot DH$ (vì $ABCD$ là hình thang cân)

$$= 15 + 2 \cdot 15 \cdot \cos x$$

$$= 15 + 30 \cdot \cos x.$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot (AB + CD) \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot (15 + 15 + 30 \cdot \cos x) \cdot 15 \sin x$$

$$= 225 \left(\sin x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) = f(x).$$

Ta có: $f'(x) = 225(\cos x + \cos 2x)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x + \cos 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 180^\circ \\ x = 60^\circ \end{cases} \text{ (vì } x \in [0^\circ; 180^\circ]).$$

Vì $f(0^\circ) = 0$, $f(60^\circ) = \frac{675\sqrt{3}}{4}$, $f(180^\circ) = 0$ nên diện tích $ABCD$ lớn nhất là $\frac{675\sqrt{3}}{4}$ khi $x = 60^\circ$.

Vậy đáp số: 60.

-----Hết-----

uigeli.xyz

ĐỀ 5

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I-NĂM HỌC 2024-2025

MÔN: TOÁN 12

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

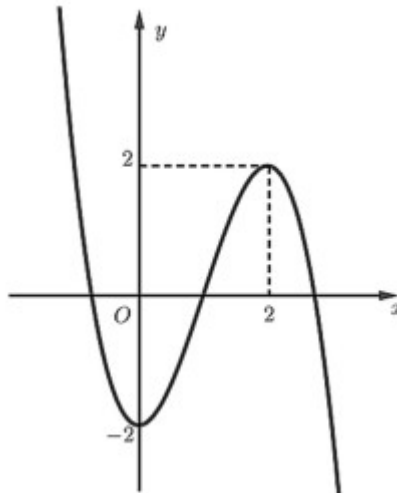
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$ B. $(2; +\infty)$ C. $(-1; 1)$ D. $(-1; +\infty)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

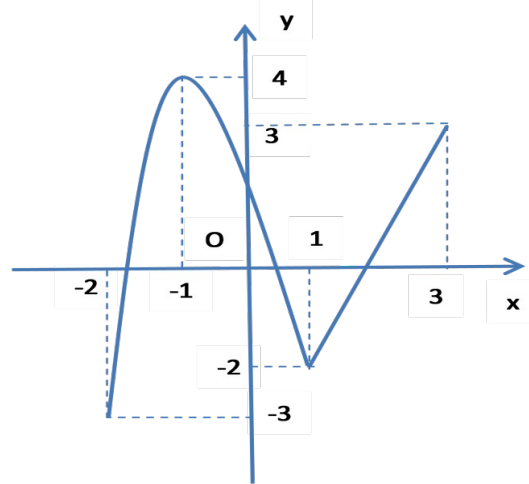
B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;3]$. Giá trị của $3M$ bằng:

A. 12.

B. 4.

C. -9.

D. -6.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		3		-2		$+\infty$

A. $\min_{(-\infty; +\infty)} f(x) = -2$ B. $\max_{(-\infty; +\infty)} f(x) = -2$ C. $\max_{(-\infty; +\infty)} f(x) = 3$ D. $\min_{(-\infty; +\infty)} f(x) = 3$

Câu 5: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x = 2$.B. $y = 2$.C. $y = 1$.D. $x = 1$.

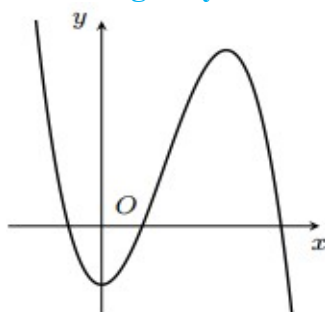
Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		+	+
y	3	$+\infty$	3

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y = 1$.B. $y = 3$.C. $x = 1$.D. $x = 3$.

Câu 7: Hàm số nào có đồ thị là đường cong dưới đây



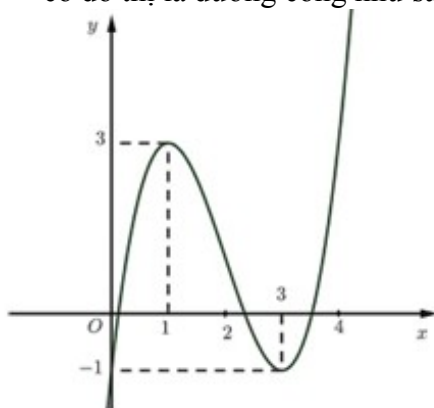
A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$

B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$

C. $y = x^3 + 3x^2$

D. $y = x^3 - 3x^2$

Câu 8: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như sau



Số nghiệm thực của phương trình $f'(x) = 3$ là

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Góc giữa hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC'}$ bằng

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{a} = (2; -1; 4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

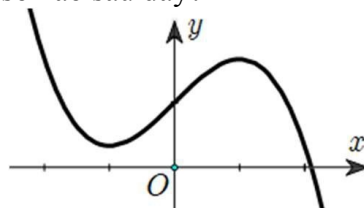
A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -13$

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -11$

Câu 11: Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$

B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$

C. $y = x^3 - 2x + 1$

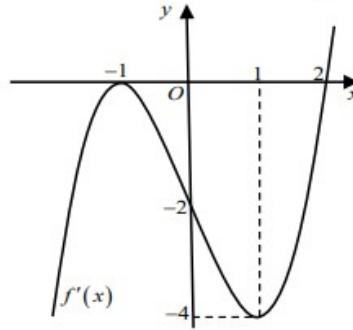
D. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x + 1$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O , các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và có $AB = 4, AD = 3, AA' = 6$. Khi đó vectơ $\overrightarrow{AC'}$ có tọa độ là

- A. $(4; 3; 6)$ B. $(3; 6; 4)$ C. $(3; 4; 6)$ D. $(6; 3; 4)$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới.



- a) Với mọi $x \in (2; 3)$, ta có $f(2) > f(x)$
 b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
 c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
 d) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 14: Cho hàm số $y = \sin^2 x - 4 \sin x + 3$. Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

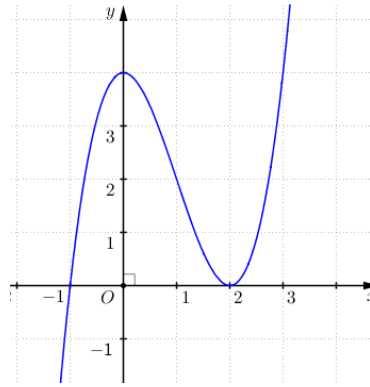
- a) Đặt $t = \sin x$ thì $t \in [-1; 1]$.
 b) Với $t = \sin x$ thì $y = f(t)$ có $f'(t) = 2t - 5$.
 c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số là 0.
 d) Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số là 8.

Câu 15: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

- a) $y' = 3x^2 - 6x$
 b) Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt là 0 và 2.
 c) Hàm số đã cho có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		4		0		$-\infty$

- d) Hàm số đã cho có đồ thị như sau



Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(2;1;0), B(1;1;3), C(2;-1;3), D(1;-1;0)$. Khi đó

a) Khi đó $\overrightarrow{OA}(2;1;0)$.

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (-1; 2; 3)$.

c) M là trung điểm của CD . Khi đó $M\left(\frac{3}{2}; 1; \frac{3}{2}\right)$

d) Tọa độ $\overrightarrow{AB}(-1; 0; 3)$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2		1		3	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	$-$
$f(x)$	$+\infty$						$-\infty$

Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 + 2x)$ có bao nhiêu điểm cực đại.

Đáp án :

Câu 18: Người ta muốn xây một cái bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích $972 m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Xác định các kích thước của bể hợp lý để chi phí xây bể sẽ thấp nhất. Hỏi chi phí xây bể thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng. Biết tiền chi phí xây bể là $1000\,000$ đồng/ m^2

Đáp án :

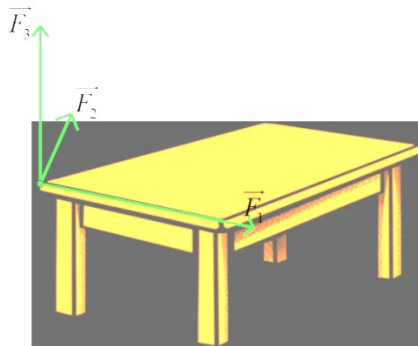
Câu 19: Một chủ xây dựng cần đổ $x(m^3)$ khối bê tông tươi cho một công trình, để đổ bê tông cần phải thuê xe phun bê tông giá 2,5 triệu và mua bê tông tươi với giá $1,7$ triệu/ m^3 . Gọi $f(x)$ là chi phí đổ bê tông trung bình cho $1 m^3$ bê tông. Biết đường tiệm cận ngang của đồ thị $f(x)$ là $y = a$. Khi đó, giá trị của a là

Đáp án:

Câu 20: Cho hàm số phân thức: $y = f(x) = \frac{-x^2 + ax + b}{x - 1}$ có đồ thị (C). Biết (C) đi qua điểm $A(0; 5)$ và nhận điểm $I(1; 1)$ làm tâm đối xứng. Tính $T = \frac{a}{b}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Đáp án:

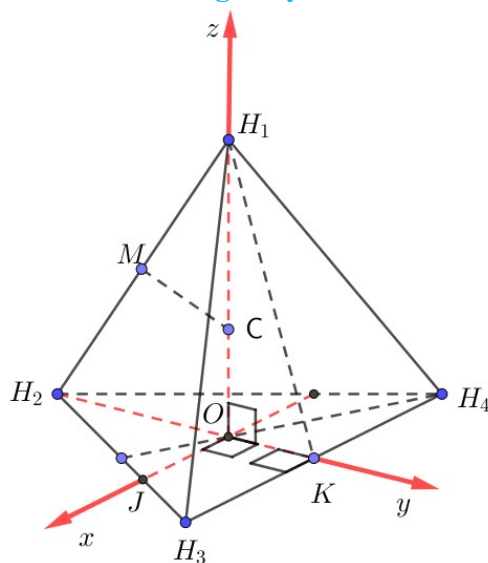
Câu 21: Có ba lực cùng tác động vào một cái bàn như hình vẽ. Trong đó hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ tạo với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là $9N$ và $4N$, lực $\vec{F}_3$ vuông góc hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ và có độ lớn $7N$. Độ lớn hợp lực của ba lực trên là $a(N)$, tìm giá trị của a (làm tròn số đến hàng đơn vị).



Đáp án:

Câu 22: Khí metan (methane) hay còn có tên gọi khác là khí bunn ao, được kí hiệu là CH_4 trong hóa học. Là một hidrocarbon nằm trong dãy đồng đẳng akan. Chúng là thành phần chính của khí dầu mỏ, có trong tự nhiên khá nhiều. Metan được tạo ra trong quá trình chế biến, chưng cất hay sản xuất khí dầu mỏ. Chính vì vậy nó cũng xuất hiện trong gia đình của bạn vì nó có trong các bình gas. Trong Hoá học, cấu tạo của phân tử Metan (CH_4) có dạng tứ diện đều $H_1H_2H_3H_4$ với H_1, H_2, H_3, H_4 là vị trí của bốn nguyên tử hydrogen (H) và điểm C cách đều 4 điểm H_1, H_2, H_3, H_4 là nguyên tử carbon (C). Góc tạo bởi liên kết H-C-H, có hai cạnh là hai đoạn thẳng nối C với hai trong bốn điểm H_1, H_2, H_3, H_4 (chẳng hạn như $\overline{H_1CH_2}$) (hình1), được gọi là góc liên kết của phân tử CH_4 . Góc này xấp xỉ $109,5^\circ$ (Nguồn: <https://en.wikipedia.org/wiki/Methane>)

Hình 1



Hình 2

Trong không gian $Oxyz$, cho một phân tử CH_4 được biểu diễn bởi tứ diện đều $H_1H_2H_3H_4$ với O là tâm của đáy. Nguyên tử carbon được biểu diễn bởi điểm C , cách đều các đỉnh H_1, H_2, H_3, H_4 , thuộc trục Oz , bốn nguyên tử hydrogen ở các vị trí H_1, H_2, H_3, H_4 , trong đó $H_2(0; -2; 0)$ và H_3H_4 song song với trục Ox (Hình 2). Gọi tọa độ nguyên tử carbon $C(x; y; z)$, hãy tính giá trị biểu thức $T = 2x - 3y + 4z$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án• **ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI****PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (12 CÂU)**

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

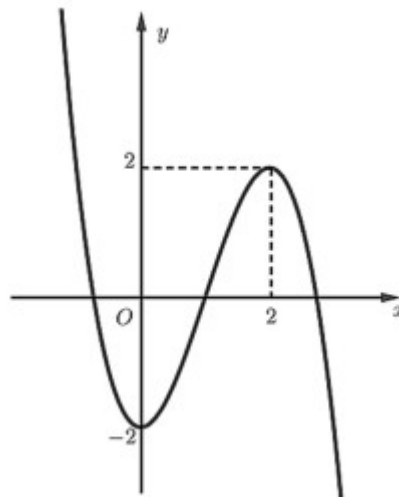
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$ B. $(2; +\infty)$ C. $(-1; 1)$ D. $(-1; +\infty)$

Lời giải

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

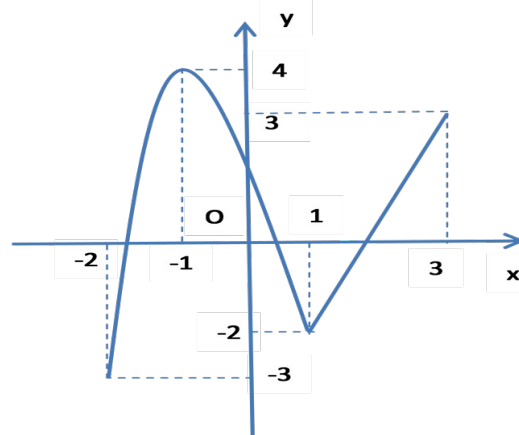


Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;3]$. Giá trị của $3M$ bằng:

- A. 12. B. 4. C. -9. D. -6.

Lời giải

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		3		-2		$+\infty$

- A. $\min_{(-\infty; +\infty)} f(x) = -2$ B. $\max_{(-\infty; +\infty)} f(x) = -2$
 C. $\max_{(-\infty; +\infty)} f(x) = 3$ D. $\min_{(-\infty; +\infty)} f(x) = 3$

Lời giải

Câu 5: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $x = 2$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = 1$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

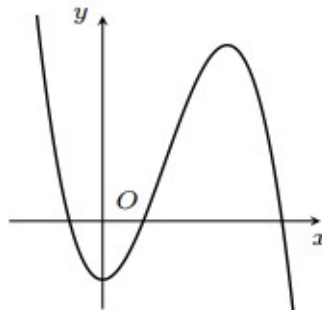
x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	3	$+\infty$	$-\infty$

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y = 1$. **B.** $y = 3$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

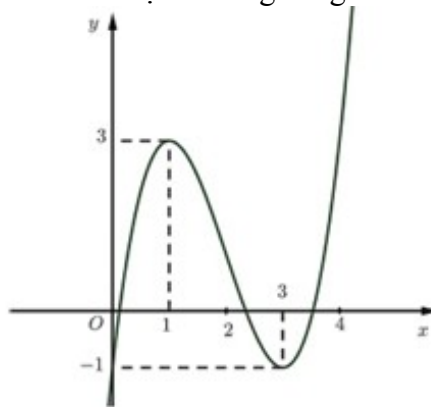
Câu 7: Hàm số nào có đồ thị là đường cong dưới đây



A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$. **C.** $y = x^3 + 3x^2$. **D.** $y = x^3 - 3x^2$.

Lời giải

Câu 8: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như sau



Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 3$ là

A. 0 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 3 .

Lời giải

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ bên).

Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC'}$ bằng

- A. 30° . B. 45° .
C. 60° . D. 90° .

Lời giải

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC'}) = (\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DC'}) = \angle CDC' = 45^\circ \quad (\text{do } CDD'C' \text{ là hình vuông})$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -1; 4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

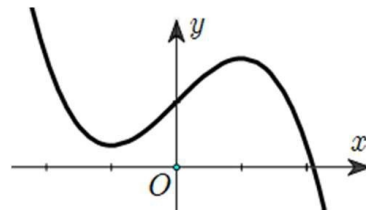
- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -13$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$.
C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -11$.

Lời giải

$$\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{b} = (1; 0; -3)$$

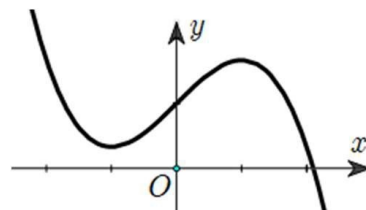
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2.1 + (-1).0 + 4.(-3) = -10$$

Câu 11: Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
C. $y = x^3 - 2x + 1$. D. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x + 1$.

Lời giải



$$a < 0 \Rightarrow$$

Nhánh cuối của đồ thị đi xuống nên hệ số

loại đáp án B, C

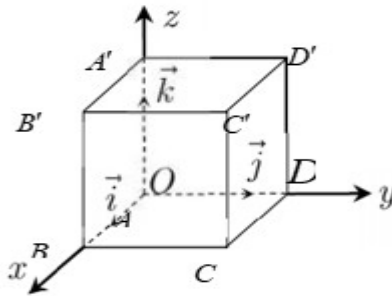
$$A \Rightarrow d > 0$$

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O , các vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và có độ $AB = 4, AD = 3, AA' = 6$ theo thứ tự cùng hướng với các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và có $\overrightarrow{AC'}$. Khi đó vec tơ có tọa độ là

- A.** $(4; 3; 6)$ **B.** $(3; 6; 4)$ **C.** $(3; 4; 6)$ **D.** $(6; 3; 4)$

Lời giải



$$AB = 4 \Rightarrow B(4; 0; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (4; 0; 0)$$

;

$$AD = 3 \Rightarrow D(0; 3; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = (0; 3; 0)$$

;

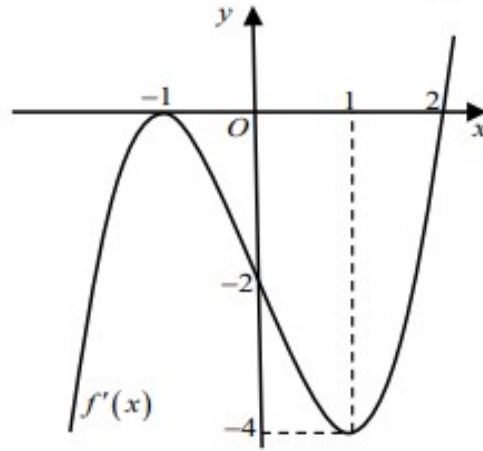
$$AA' = 6 \Rightarrow A'(0; 0; 6) \Rightarrow \overrightarrow{AA'} = (0; 0; 6)$$

.

$$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = (4; 3; 6)$$

DẠNG II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới.



- a) Với mọi $x \in (2; 3)$, ta có $f(2) > f(x)$
- b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- d) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải

a) Sai; b) Sai; c) Đúng; d) Sai

Từ đồ thị, ta có $f'(x)$ dương trên khoảng $(2; +\infty)$ và âm trên khoảng $(-\infty; 2)$. Do đó hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

a) Sai

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ nên $f(2) < f(x)$

b) Sai

c) Đúng

d) Sai

Câu 14: Cho hàm số $y = \sin^2 x - 4 \sin x + 3$. Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

$$t = \sin x \quad t \in [-1; 1]$$

a) Đặt thì .

$$t = \sin x \quad y = f(t) \quad f'(t) = 2t - 5$$

b) Với thì có .

0

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số là .

8.

d) Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số là

Lời giải

1. Đ	2. S	3. Đ	4. Đ
------	------	------	------

$$t = \sin x \quad -1 \leq \sin x \leq 1 \quad t \in [-1; 1]$$

a) **Đúng.** Đặt do nên .

$$y = f(t) = t^2 - 4t + 3 \quad f'(t) = 2t - 4$$

b) **Sai.** Hàm số đã cho trở thành suy ra ta có .

c) **Đúng.** Ta có $f'(t) < 0$ với $\forall t \in [-1; 1]$ nên hàm số $f(t)$ nghịch biến trên $[-1; 1]$ do đó
 $\min_{t \in [-1; 1]} f(t) = f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 0$

d) **Đúng.** Từ ý c) ta có $\min_{t \in [-1; 1]} f(t) = f(1) = 1^2 - 4 \cdot 1 + 3 = 0$ và
 $\max_{t \in [-1; 1]} f(t) = f(-1) = (-1)^2 - 4 \cdot (-1) + 3 = 8$

Vậy tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số là 8.

Câu 15: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

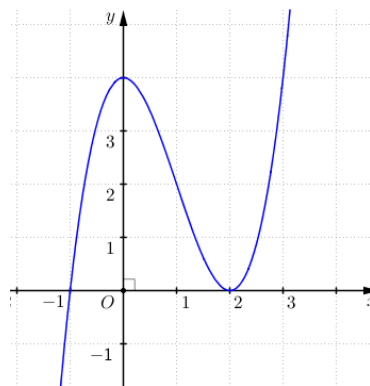
a) $y' = 3x^2 - 6x$

b) Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt là 0 và 2.

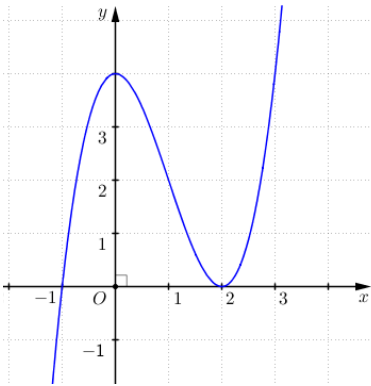
c) Hàm số đã cho có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		4		0		$-\infty$

d) Hàm số đã cho có đồ thị như sau



Lời giải

1	Giải chi tiết(giải thích)
a) Đ	Ta có $y' = 3x^2 - 6x$
b) Đ	$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$
c) s	$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ Vì nên BBT sai
d) Đ	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;">Từ bảng biến thiên của hàm số ta có đồ thị sau:</div>  </div>

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(2;1;0), B(1;1;3), C(2;-1;3), D(1;-1;0)$. Khi đó

a) Khi đó $\overrightarrow{OA}(2;1;0)$.

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (-1; 2; 3)$.

c) M là trung điểm của CD . Khi đó $M\left(\frac{3}{2}; 1; \frac{3}{2}\right)$

d) Tọa độ $\overrightarrow{AB}(-1; 0; 3)$.

Lời giải

4	Giải chi tiết(giải thích)
---	-----------------------------------

a) Đ	Ta có $A(2;1;0) \Leftrightarrow \overline{OA}(2;1;0)$.
b) Sai	$\overline{OA}(2;1;0), \overline{OB}(1;1;3) \Rightarrow \overline{OA} + \overline{OB} = (3;2;3)$.
c) Sai	$\overline{OM} = \frac{1}{2}(\overline{OC} + \overline{OD}) = \frac{1}{2}(2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} + \vec{i} - \vec{j} + 0\vec{k}) = \frac{1}{2}(3\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}) = \frac{3}{2}\vec{i} - \vec{j} + \frac{3}{2}\vec{k}$ Vậy $\overline{OM}\left(\frac{3}{2}; -1; \frac{3}{2}\right) \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; -1; \frac{3}{2}\right)$.
d) Đúng	Do $\overline{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}, \overline{OB} = \vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA} = \vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} - (2\vec{i} + \vec{j}) = -\vec{i} + 3\vec{k}$ Vậy $\overline{AB}(-1;0;3)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (Tự luận). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$								$-\infty$

Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 + 2x)$ có bao nhiêu điểm cực đại.

Đáp án :

Lời giải

Đáp án : 2

Ta có: $g'(x) = (2x + 2) \cdot f'(x^2 + 2x)$.

$$\text{Khi đó: } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2 = 0 \\ f'(x^2 + 2x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x^2 + 2x = -2 \\ x^2 + 2x = 1 \\ x^2 + 2x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 - \sqrt{2} \\ x = -1 + \sqrt{2} \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	$-1-\sqrt{2}$	-1	$-1+\sqrt{2}$	1	$+\infty$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	$-\infty$							$-\infty$

Vậy hàm số $g(x) = f(x^2 + 2x)$ có hai điểm cực đại

Câu 18: Người ta muốn xây một cái bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích $972m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Xác định các kích thước của bể hợp lý để chi phí xây bể sẽ thấp nhất. Hỏi chi phí xây bể thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng. Biết tiền chi phí xây bể là $1000\ 000$ đồng/ m^2

Đáp án :

Lời giải

Đáp án : 486

Gọi $x(m)$ là chiều rộng của bể, $x > 0$.

Chiều dài của bể là $2x(m)$ và chiều cao của bể là $h(m)$.

$$V = 2x^2 h = 972 \Rightarrow h = \frac{486}{x^2} (m)$$

Thể tích của bể:

$$S_{TP} = 2(2x + x) \frac{486}{x^2} + 2x^2 = \frac{2916}{x} + 2x^2 (m^2)$$

Diện tích toàn phần của bể:

Để chi phí xây bể thấp nhất thì S_{TP} nhỏ nhất

$$S'_{TP} = \frac{-2916}{x^2} + 4x = \frac{-2916 + 4x^3}{x^2}$$

$$S'_{TP} = 0 \Leftrightarrow -2916 + 4x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 9$$

x	0	9	$+\infty$
S'_{TP}	$-$	0	$+$
S_{TP}	$+\infty$	486	$+\infty$

486

S_{TP} nhỏ nhất bằng $486 m^2$ khi $x = 9$.

Vậy chi phí xây bể thấp nhất là 486 triệu đồng.

Trả lời: 486 triệu đồng.

Câu 19: Một chủ xây dựng cần đổ $x \text{ (m}^3\text{)}$ khối bê tông tươi cho một công trình, để đổ bê tông cần phải thuê xe phun bê tông giá 2,5 triệu và mua bê tông tươi với giá 1,7 triệu/ m^3 . Gọi $f(x)$ là chi phí đổ bê tông trung bình cho 1 m^3 bê tông. Biết đường tiệm cận ngang của đồ thị $f(x)$ là $y = a$. Khi đó, giá trị của a là

Đáp án:

Lời giải

Trả lời: 1,7.

Tổng số tiền để đổ $x \text{ (m}^3\text{)}$ bê tông là $C(x) = 1,7x + 2,5$ (triệu)

Chi phí đổ bê tông trung bình cho 1 m^3 bê tông là $f(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{1,7x + 2,5}{x}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1,7x + 2,5}{x} = 1,7$. Vậy đường tiệm cận ngang của đồ thị $f(x)$ là $y = 1,7$.

Câu 20: Cho hàm số phân thức: $y = f(x) = \frac{-x^2 + ax + b}{x - 1}$ có đồ thị (C). Biết (C) đi qua điểm $A(0; 5)$ và nhận điểm $I(1; 1)$ làm tâm đối xứng. Tính $T = \frac{a}{b}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Đáp án:

Lời giải

Đáp án: -0,6

Vì $A(0; 5) \in (C)$ nên $b = -5$. Suy ra: $f(x) = \frac{-x^2 + ax - 5}{x - 1}$

Gọi $A'(x_{A'}, y_{A'})$ là điểm đối xứng với $A(0; 5)$ qua điểm $I(1; 1)$, ta được:
$$\begin{cases} \frac{x_{A'} + 0}{2} = 1 \\ \frac{y_{A'} + 5}{2} = 1 \end{cases}$$

Suy ra: $A'(2; -3)$

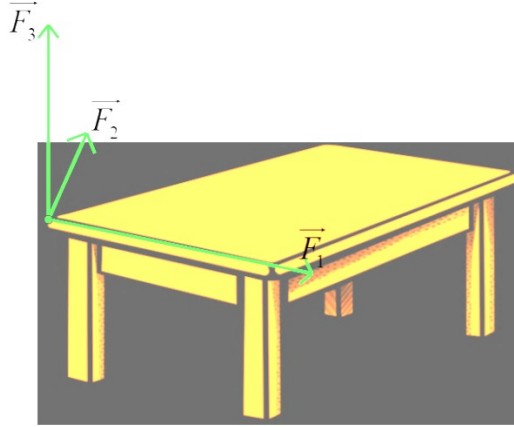
Vì (C) nhận điểm $I(1; 1)$ làm tâm đối xứng nên $A'(2; -3) \in (C)$. Suy ra:

$$\frac{-2^2 + 2a - 5}{2 - 1} = -3 \Leftrightarrow a = 3$$

$$\text{Vậy } T = \frac{a}{b} = \frac{3}{-5} = -0,6$$

Câu 21: Có ba lực cùng tác động vào một cái bàn như hình vẽ. Trong đó hai lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ tạo với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là $9N$ và $4N$, lực $\overrightarrow{F_3}$ vuông góc hai lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$ và có độ

lớn $7N$. Độ lớn hợp lực của ba lực trên là $a(N)$, tìm giá trị của a (làm tròn số đến hàng đơn vị).

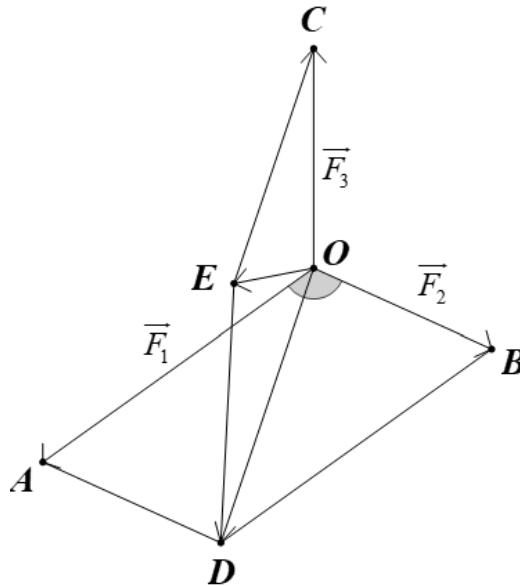


Đáp án:

Lời giải

Đáp án: 12

Theo đề bài ta có hình vẽ sau:



Hợp lực tác động vào ba vật là $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{OC} = \vec{OE}$

Áp dụng định lý cosin trong $\triangle OAD$, ta có:

$$OD^2 = OA^2 + AD^2 - 2OA \cdot AD \cdot \cos \angle OAD = 9^2 + 4^2 - 2 \cdot 9 \cdot 4 \cdot \cos 80^\circ = 97 - 72 \cos 80^\circ$$

Vì $OC \perp (OBDA)$ nên $OC \perp OD \Rightarrow ODEC$ là hình chữ nhật.

Do đó $\triangle OCE$ vuông tại C nên:

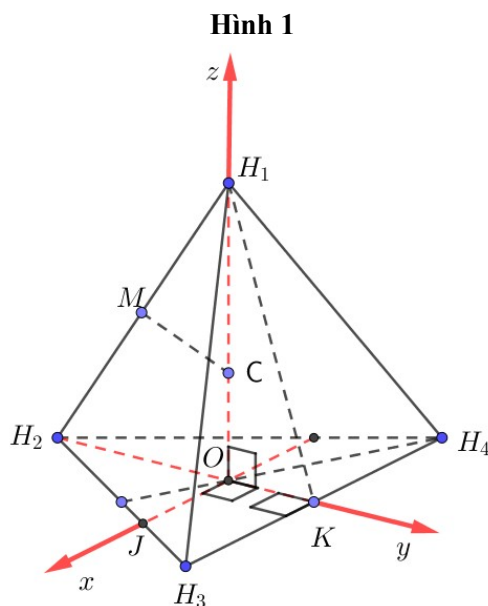
$$OE^2 = OC^2 + EC^2 = 7^2 + 97 - 72 \cos 80^\circ = 146 - 72 \cos 80^\circ$$

$$\Rightarrow OE = \sqrt{146 - 72 \cos 80^\circ} \approx 11,55$$

Suy ra độ lớn của hợp lực của ba lực trên khoảng $12N$.

Vậy $a=12$.

Câu 22: Khí metan (methane) hay còn có tên gọi khác là khí bunn ao, được kí hiệu là CH_4 trong hóa học. Là một hidrocarbon nằm trong dãy đồng đẳng alkane. Chúng là thành phần chính của khí dầu mỏ, có trong tự nhiên khá nhiều. Metan được tạo ra trong quá trình chế biến, chưng cất hay sản xuất khí dầu mỏ. Chính vì vậy nó cũng xuất hiện trong gia đình của bạn vì nó có trong các bình gas. Trong Hoá học, cấu tạo của phân tử Metan (CH_4) có dạng tứ diện đều $H_1H_2H_3H_4$ với H_1, H_2, H_3, H_4 là vị trí của bốn nguyên tử hydrogen (H) và điểm C cách đều 4 điểm H_1, H_2, H_3, H_4 là nguyên tử carbon (C). Góc tạo bởi liên kết H–C–H, có hai cạnh là hai đoạn thẳng nối C với hai trong bốn điểm H_1, H_2, H_3, H_4 (chẳng hạn như $\overline{H_1CH_2}$) (hình1), được gọi là góc liên kết của phân tử CH_4 . Góc này xấp xỉ $109,5^\circ$ (Nguồn: <https://en.wikipedia.org/wiki/Methane>)



Hình 2

Trong không gian $Oxyz$, cho một phân tử CH_4 được biểu diễn bởi tứ diện đều $H_1H_2H_3H_4$ với O là tâm của đáy. Nguyên tử carbon được biểu diễn bởi điểm C , cách đều các đỉnh H_1, H_2, H_3, H_4 , thuộc trục Oz , bốn nguyên tử hydrogen ở các vị trí H_1, H_2, H_3, H_4 , trong đó $H_2(0; -2; 0)$ và H_3H_4 song song với trục Ox (Hình 2). Gọi tọa độ nguyên tử carbon $C(x; y; z)$, hãy tính giá trị biểu thức $T = 2x - 3y + 4z$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Đáp án

Lời giải

Đáp án 2,83

Ta có $H_2O = 2$ và $H_2K = \frac{3}{2}H_2O = 3$

Gọi M là trung điểm H_1H_2 .

Đặt $a = H_1H_2$.

$$\Rightarrow H_2K = a \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = 2\sqrt{3}.$$

Tam giác OH_1H_2 vuông tại O .

$$OH_1 = \sqrt{H_1H_2^2 - H_2O^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$$

Trong mặt phẳng (H_1H_2O) , dựng đường trung trực (Δ) của đoạn thẳng H_1H_2 , cắt OH_1 tại C .

$$\begin{cases} CH_1 = CH_2 & (C \in (\Delta)) \\ CH_2 = CH_3 = CH_4 & (C \in OH_1) \end{cases}$$

Ta có $\Rightarrow CH_1 = CH_2 = CH_3 = CH_4$

$$\Delta CH_1M \sim \Delta H_2H_1O \Rightarrow CH_1 = \frac{H_1M \cdot H_2H_1}{H_1O} = \frac{H_2H_1^2}{2H_1O} = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{ta có } CH_1 = CH_2 = CH_3 = CH_4 = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Gọi K là trung điểm H_3H_4 .

$$\overrightarrow{OK} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{OH}$$

Ta có

$$\Rightarrow K(0; 1; 0).$$

$$\text{Ta có } OC = OH_1 - CH_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$C\left(0; 0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

Suy ra

$$\text{Vậy } T = 2x - 3y + 4z = 2\sqrt{2} \approx 2,83.$$

uigeli.xyz

ĐỀ 6

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I-NĂM HỌC 2024-2025

MÔN: TOÁN 12

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

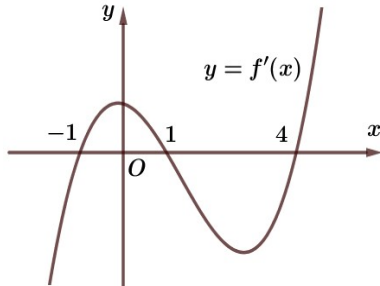
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{-2024x}{(x-2)^2}$. Số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 4 - x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào đúng?

- A. $f(3) < f(-2)$. B. $f(-3) < f(-2)$.
C. $f(2) < f(0)$. D. $f(2) > f(3)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Trên đoạn $[-1; 4]$, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là

- A. $f(0)$. B. $f(-4)$. C. $f(-1)$. D. $f(1)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			2		-2	$+\infty$
	$-\infty$					

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(-2; +\infty)$ là

- A. $\min_{(-2; +\infty)} f(x) = -2$. B. $\min_{(-2; +\infty)} f(x) = 2$.
C. $\min_{(-2; +\infty)} f(x) = -1$. D. $\min_{(-2; +\infty)} f(x) = 1$.

Câu 5: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x^2}$ trên đoạn $[1; 4]$.

Khi đó biểu thức $\log_m(9^M)$ có giá trị bằng

- A. 18. B. 27. C. 10. D. 15.

Câu 6: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ có phương trình là

- A. $y = x + 1$. B. $y = x$. C. $y = x - 1$. D. $y = 1$.

Câu 7: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ là

- A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = -1$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

Câu 8: Đồ thị của hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

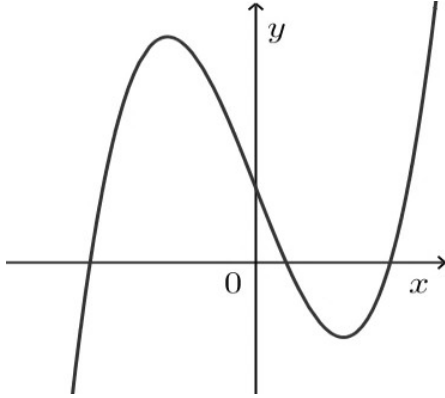
A. -5.

B. 0.

C. -1.

D. 2.

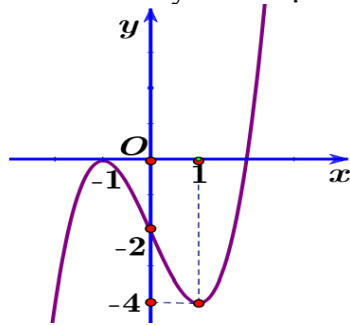
Câu 9: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x + 1$ B. $y = -x^3 + 3x + 1$

C. $y = x^2 - x^2 + 1$ D. $y = -x^2 + x - 1$

Câu 10: Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y = x^3 - 3x + 2$ B. $y = -x^3 + 3x - 2$

C. $y = x^3 - 3x - 2$ D. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{3}x + 2$

Câu 11: Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$		
y'		+	0	-	-	0	+
y			-4		$+\infty$		$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		4	$\nearrow$

A. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$ B. $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$ C. $y = \frac{1 - x^2}{x}$ D. $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$ B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$

$$\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$$

C.

$$\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$$

D.

☞ **Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$.

- a) Hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng $x = -3$.
- b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- c) $f(x) < f(x+1) \forall x \geq 0$.
- d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -3$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x-1}$

Xét tính Đúng - Sai trong các khẳng định sau:

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x-1)^2}$$

- a) Hàm số có đạo hàm là
- b) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(4; +\infty)$.
- c) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.
- d) Hàm số $y = f(x^2 - 1)$ có 3 cực tiểu.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết rằng: cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB , SD . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

- a) Hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ là hai vectơ cùng hướng.
- b) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60° .

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$$

- c) Tích vô hướng

- d) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -1; 2)$, $B(-1; 3; -4)$, $C(2; -3; 5)$.

- a) Điểm A không nằm trong mặt phẳng (Oyz) .

- b) Trọng tâm tam giác OAB là $G(0; 1; -1)$.

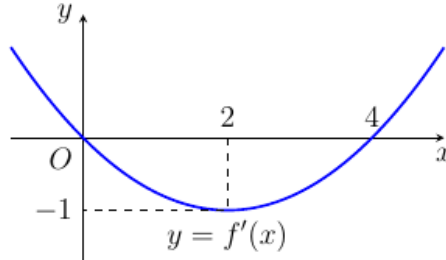
- c) Vectơ $\overrightarrow{AB}$ cùng phương vectơ $\overrightarrow{AC}$.

- d) Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$ có tọa độ $M\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$.

☞ **Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Hàm số $y = \frac{mx+2}{x-2}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định khi $m \in (a; +\infty)$. Giá trị của a bằng?

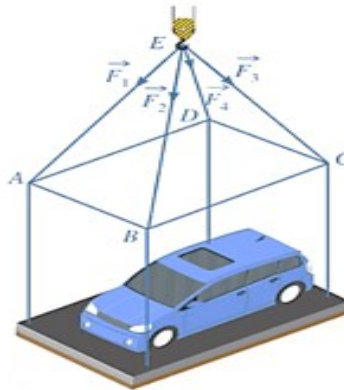
Câu 18: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) . Biết $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ và tâm đối xứng của đồ thị (C) thuộc trục hoành. Tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị (C) . (Quy tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Câu 19: Công ti truyền hình cáp Vista hiện có 100000 thuê bao. Mỗi thuê bao đang trả cước thuê bao 40\$/ tháng. Một cuộc khảo sát cho thấy cứ mỗi lần giảm 0,25\$ cước thuê bao, công ti có thể có thêm 1000 thuê bao. Để doanh thu thu được là tối đa, công ti cần xác định mức cước thuê bao mỗi tháng là bao nhiêu?

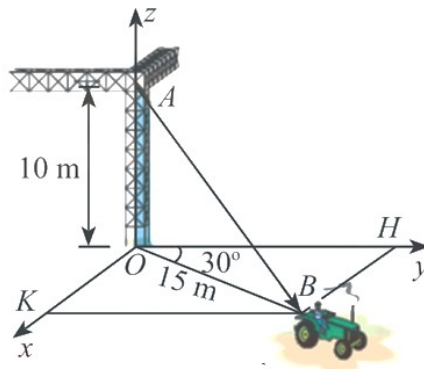
Câu 20: Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-10; 10]$ sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{3x^2+6x+m-2}$ có hai đường tiệm cận đứng?

Câu 21: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng.



Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô, biết rằng các lực căng F_1, F_2, F_3, F_4 đều có cường độ là 4700N và trọng lượng của khung sắt là 3000N. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 22: Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1m. Biết $\vec{AB} = (x; y; z)$. Tính $x + y + z$ (làm tròn đến hàng phần chục).



• **ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{-2024x}{(x-2)^2}$. Số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

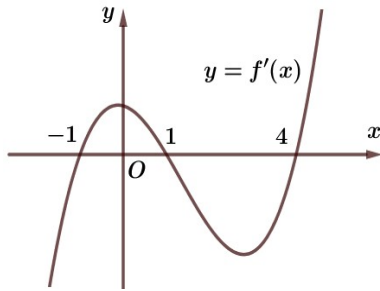
Chọn D

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 4 - x^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào đúng?
A. $f(3) < f(-2)$. **B.** $f(-3) < f(-2)$.
C. $f(2) < f(0)$. **D.** $f(2) > f(3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Trên đoạn $[-1; 4]$, giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là
A. $f(0)$. **B.** $f(-4)$. **C.** $f(-1)$. **D.** $f(1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			2		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(-2; +\infty)$ là

A. $\min_{(-2; +\infty)} f(x) = -2$. **B.** $\min_{(-2; +\infty)} f(x) = 2$.
C. $\min_{(-2; +\infty)} f(x) = -1$. **D.** $\min_{(-2; +\infty)} f(x) = 1$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên của hàm số, ta thấy $\min_{(-2;+\infty)} f(x) = f(1) = -2$.

Câu 5: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x^2}$ trên đoạn $[1; 4]$.

Khi đó biểu thức $\log_m(9^M)$ có giá trị bằng

- A. 18? B. 27. C. 10. D. 15.

Lời giải

Ta có $y' = 1 - \frac{8}{x^3} = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Và $y(1) = 5; y(2) = 3; y(4) = \frac{17}{4}$ nên $\max_{[1; 4]} y = 5, \min_{[1; 4]} y = 3$.

Vậy $M = 5, m = 3$, do đó $\log_m(9^M) = \log_3 9^5 = 10$.

Câu 6: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ có phương trình là

- A. $y = x + 1$. B. $y = x$. C. $y = x - 1$. D. $y = 1$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{1}{x + 1} \right) = 0$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x$.

Câu 7: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ là:

- A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = -1$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x + 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2$$

Ta có . Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 8: Đồ thị của hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. -5. B. 0. C. -1. D. 2.

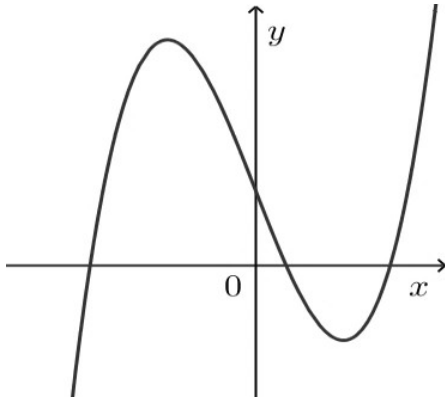
Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$ và trục tung, ta có:

$$x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -5$$

Câu 9: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

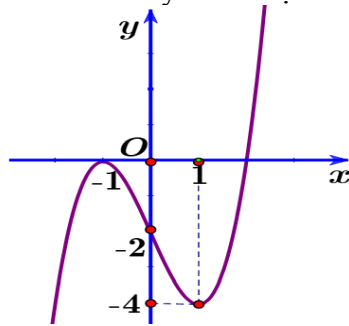


- A. $y = x^3 - 3x + 1$ B. $y = -x^3 + 3x + 1$
 C. $y = x^2 - x^2 + 1$ D. $y = -x^2 + x - 1$

Lời giải

Từ đồ thị : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và đây là đồ thị hàm bậc ba nên ta chọn phương án $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 10: Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào ?



- A. $y = x^3 - 3x + 2$ B. $y = -x^3 + 3x - 2$
 C. $y = x^3 - 3x - 2$ D. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{3}x + 2$

Lời giải

đồ thị đi lên nên $a > 0$ suy ra loại đáp án B

đồ thị cắt trục tung tại $(0; -2)$ suy ra loại đáp án A

đồ thị có 2 điểm cực trị $(-1; -2)$ và $(1; -4)$ suy ra loại đáp án D

Vậy đáp án C

Câu 11: Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
y'		+	0	-	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$+\infty$
				4	

- A. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$ B. $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$

C. $y = \frac{1-x^2}{x}$ D. $y = \frac{x^2+2x+5}{x+1}$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có tiệm cận đứng $x = -1$ suy ra loại đáp án C

Hàm số có điểm cực đại $(-3; -4)$ và cực tiểu $(1; 4)$ suy ra loại đáp án A và B

Vậy đáp án D đúng

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Chọn đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$ B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$
 C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$ D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$

Lời giải

$$\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$$

Theo quy tắc hình hộp:

$$\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC_1} \quad \text{nên} \quad \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$.

- a) Hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng $x = -3$.
 b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 c) $f(x) < f(x+1) \forall x \geq 0$.
 d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -3$.

Lời giải

1	Giải chi tiết (giải thích)
a) Đ	Hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng $x = -3$
b) s	$f'(x) = \frac{7}{(x+3)^2} > 0 \forall x \neq -3$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-3; +\infty)$
c) Đ	Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; +\infty)$ suy ra $f(x) < f(x+1) \forall x \geq 0$
d) s	Hàm số không có cực trị

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2-2x+5}{x-1}$

Xét tính Đúng - Sai trong các khẳng định sau:

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x-1)^2}$$

- a) Hàm số có đạo hàm là .
 b) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(4; +\infty)$.
 c) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.
 d) Hàm số $y = f(x^2 - 1)$ có 3 cực tiểu.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$$

(a) Ta có

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$$

(b) Ta có

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-4	$+\infty$	4	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

Như vậy, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(4; +\infty)$.

(c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ và giá trị cực tiểu bằng 4.

(d) Ta có $y = f(x^2 - 1) \Rightarrow y' = 2x \cdot f'(x^2 - 1)$.

Hàm số $y = f(x^2 - 1)$ xác định khi $x^2 - 1 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \sqrt{2} \\ x \neq -\sqrt{2}. \end{cases}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 1 = -1 \\ x^2 - 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2. \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$		$+\infty$	CT	$-\infty$	CT	$+\infty$

Vậy hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết rằng: cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB , SD . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

a) Hai vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ là hai vector cùng hướng.

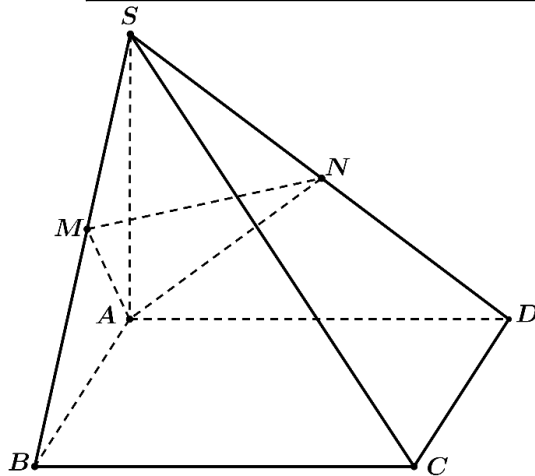
b) Góc giữa hai vector $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60° .

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.

d) Độ dài của vector $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------



(a) Sai: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ là hai vector ngược hướng.

(b) Sai: Ta có $ABCD$ là hình chữ nhật nên: $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{5}$.

Suy ra: $\tan \angle SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{a\sqrt{5}} \Rightarrow \angle SCA \approx 41^\circ 48'$

Ta có: $(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{CS}, \overrightarrow{CA}) = \angle SCA \approx 41^\circ 48'$

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB}) \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}^2 = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{a^2}{2}$$

(c) Đúng:

(d) Sai: Ta có: M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD nên MN là đường trung bình

$$\text{của tam giác } SBD. \text{ Do đó: } MN = \frac{1}{2} BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Suy ra: } |\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}| = |\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -1; 2), B(-1; 3; -4), C(2; -3; 5)$.

a) Điểm A không nằm trong mặt phẳng (Oyz) .

b) Trọng tâm tam giác OAB là $G(0; 1; -1)$.

c) Vector $\overrightarrow{AB}$ cùng phương vector $\overrightarrow{AC}$.

d) Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$ có tọa độ $M\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

(a) Điểm A có hoành độ $x_A = 1$ nên điểm A không nằm trong mặt phẳng (Oyz) .

(b) Gọi G là trọng tâm tam giác OAB .

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_O + x_A + x_B}{3} \\ y_G = \frac{y_O + y_A + y_B}{3} \\ z_G = \frac{z_O + z_A + z_B}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(0; \frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$$

Ta có:

(c) $\overrightarrow{AB} = (-2; 4; -6), \overrightarrow{AC} = (1; -2; 3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC} \Rightarrow$ vector $\overrightarrow{AB}$ cùng phương vector $\overrightarrow{AC}$.

(d) Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = -2(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = -2(y_B - y_M) \\ z_A - z_M = -2(z_B - z_M) \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{3}; -2\right)$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

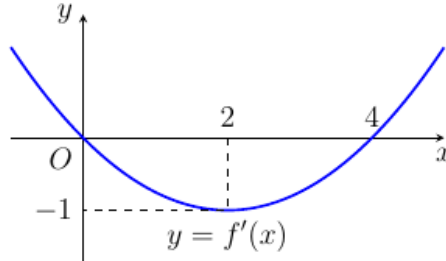
Câu 17: Hàm số $y = \frac{mx+2}{x-2}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định khi $m \in (a; +\infty)$. Giá trị của a bằng?

Lời giải

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y' = \frac{-2m-2}{(x-2)^2} < 0 \quad \forall x \in D \Leftrightarrow -2m-2 < 0 \Leftrightarrow m > -1$.
 Vậy $a = -1$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) . Biết $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ và tâm đối xứng của đồ thị (C) thuộc trục hoành. Tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị (C) . (Quy tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Lời giải

Parabol $y' = f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ có đỉnh $(2; -1)$ và đi qua $O(0; 0)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -\frac{2b}{6a} = 2 \\ 12a + 4b + c = -1 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{12} \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = 0 \end{cases}$$

Tâm đối xứng của (C) thuộc trục hoành nên suy ra tâm đối xứng có tọa độ $(2; 0)$.

Do đó $\frac{2^3}{12} - \frac{2^2}{2} + d = 0 \Leftrightarrow d = \frac{4}{3}$.

Khi đó, đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^3}{12} - \frac{x^2}{2} + \frac{4}{3}$ có hai điểm cực trị là $A\left(0; \frac{4}{3}\right)$ và $B\left(4; -\frac{4}{3}\right)$.

Vậy $AB = \sqrt{4^2 + \left(-\frac{8}{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{13}}{3} \approx 4,81$

Câu 19: Công ti truyền hình cáp Vista hiện có 100000 thuê bao. Mỗi thuê bao đang trả cước thuê bao 40\$/ tháng. Một cuộc khảo sát cho thấy cứ mỗi lần giảm $0,25\$$ cước thuê bao, công ti có thể có thêm 1000 thuê bao. Để doanh thu thu được là tối đa, công ti cần xác định mức cước thuê bao mỗi tháng là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x là số lần giảm $0,25\$$. Cước thuê bao hàng tháng lúc này là $40 - 0,25x$ với $0 \leq x \leq 160$ (do mức cước không thể âm), và số thuê bao mới là $1000x$.

Do đó, tổng số thuê bao là $100000 + 1000x$.

Hàm doanh thu được cho bởi $R = (\text{số thuê bao}) \times (\text{cước mỗi thuê bao trả})$

$$R = (100000 + 1000x)(40 - 0,25x) = 1000(100 + x)(40 - 0,25x) = 1000(4000 + 15x - 0,25x^2)$$

Đạo hàm $R' = 0$, ta được $R' = 1000(15 - 0,5x) = 0 \Leftrightarrow x = 30$.

Ta có: $R(0) = 4000000$; $R(30) = 4225000$; $R(160) = 0$.

Vậy doanh thu tối đa khi $x = 30$. Điều này tương ứng với 30 lần giảm $0,25\$$, tức là cước thuê bao hàng tháng là $40\$ - 7,5\$ = 32,5\$$.

Câu 20: Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-10; 10]$ sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{3x^2+6x+m-2}$ có hai đường tiệm cận đứng?

Lời giải

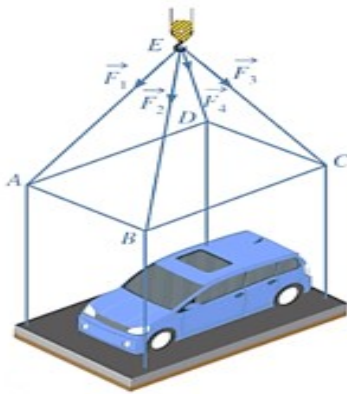
Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{3x^2+6x+m-2}$ có hai đường tiệm cận đứng khi phương trình

$$3x^2 + 6x + m - 2 = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^2 - 3(m-2) > 0 \\ 3 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m \neq -7 \end{cases}$$

Từ đó ta suy ra tập các giá trị nguyên của m thỏa mãn là $\{-10; -9; -8; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

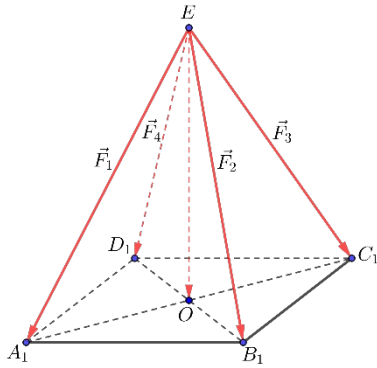
Vậy có 14 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 21: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng.



Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô, biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là $4700N$ và trọng lượng của khung sắt là $3000N$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải



Gọi A_1, B_1, C_1, D_1 lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{EA_1} = \vec{F_1}, \overrightarrow{EB_1} = \vec{F_2}, \overrightarrow{EC_1} = \vec{F_3}, \overrightarrow{ED_1} = \vec{F_4}$.

Vì EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° nên EA_1, EB_1, EC_1, ED_1 có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(A_1B_1C_1D_1)$ một góc bằng 60° .

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $A_1B_1C_1D_1$ cũng là hình chữ nhật.

Gọi O là tâm của hình chữ nhật $A_1B_1C_1D_1$. Ta suy ra $EO \perp (A_1B_1C_1D_1)$.

Do đó góc giữa đường thẳng EA_1 và mặt phẳng $(A_1B_1C_1D_1)$ bằng góc $\angle EA_1O$ suy ra $\angle EA_1O = 60^\circ$

Ta có $|\vec{F_1}| = |\vec{F_2}| = |\vec{F_3}| = |\vec{F_4}| = 4700N$ nên $EA_1 = EB_1 = EC_1 = ED_1 = 4700N$.

Tam giác EOA_1 vuông tại O nên $EO = EA_1 \cdot \sin \angle EA_1O = 4700 \cdot \sin 60^\circ = 2350\sqrt{3}$.

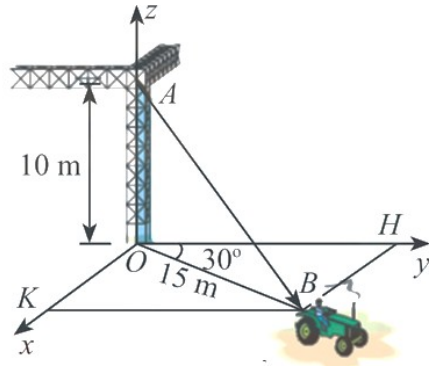
Ta có: $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = \overrightarrow{EA_1} + \overrightarrow{EB_1} + \overrightarrow{EC_1} + \overrightarrow{ED_1} = 4\overrightarrow{EO} + \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OC_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OD_1} = 4\overrightarrow{EO}$.

Vì chiếc khung sắt chứa xe ô tô ở vị trí cân bằng nên $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = \vec{P}$, với $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên khung sắt chứa xe ô tô.

Suy ra trọng lượng của khung sắt chứa chiếc xe ô tô là: $|\vec{P}| = 4|\overrightarrow{EO}| = 4 \cdot 2350\sqrt{3} = 9400\sqrt{3}N$

Vì trọng lượng của khung sắt là $3000N$ nên trọng lượng của chiếc xe ô tô là: $9400\sqrt{3} - 3000 \approx 13281N$.

Câu 22: Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới với độ dài đơn vị trên các trục toạ độ bằng $1m$. Biết $\overrightarrow{AB} = (x; y; z)$. Tính $x + y + z$ (làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OA} = 10\vec{k} \Rightarrow A(0; 0; 10)$; $OH = OB \cdot \cos 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{2}$; $OK = OB \cdot \cos 60^\circ = \frac{15}{2}$.

Trong hình bình hành $OKBH$, ta có $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OK} + \overrightarrow{OH} = \frac{15}{2}\vec{i} + \frac{15\sqrt{3}}{2}\vec{j}$

$$\Rightarrow B\left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; 0\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; -10\right)$$

Do đó $x + y + z = \frac{15\sqrt{3} - 5}{2} \approx 10,5$

uigeli.xyz

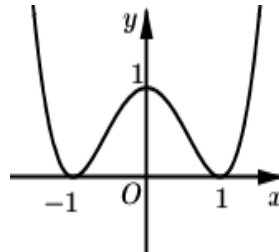
ĐỀ 7

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I-NĂM HỌC 2024-2025

MÔN: TOÁN 12

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



- A. $(-\infty; -1)$ B. $(-\infty; +\infty)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(0; 1)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x+3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 3: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$. Khi đó tổng $M + m$ bằng

- A. 48. B. 11. C. -1. D. 55.

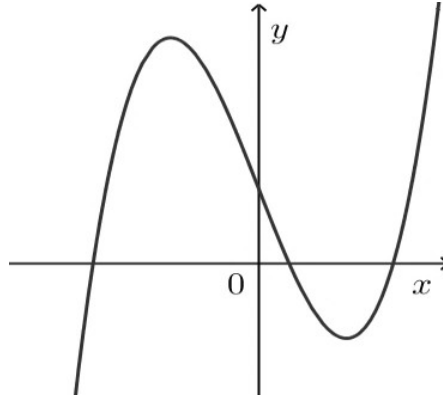
Câu 4: Cho hàm số: $y = \frac{x+1}{2x-5}$. Đồ thị hàm số có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	—	—	0	+
y	2	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$

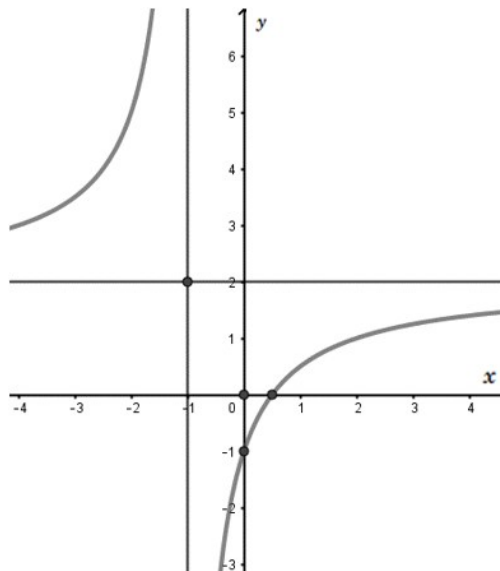
Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.
Câu 6: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



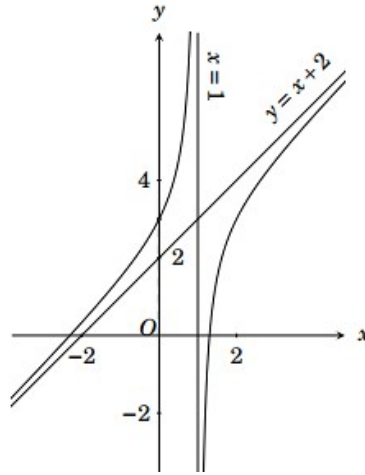
A. $y = x^3 - 3x + 1$ **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$
C. $y = x^3 - x^2 - 1$ **D.** $y = -x^2 + x - 1$

Câu 7: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$ B. $y = \frac{2x+3}{x+1}$ C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$ D. $y = \frac{2x-2}{x-1}$

Câu 8: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{x^2+3}{x-1}$ B. $y = \frac{x^2+x-3}{x-1}$ C. $y = \frac{x^2-2x+3}{-x+1}$ D. $y = \frac{x^2+3}{-x+1}$

Câu 9: Trong không gian, cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng và đều khác vector $\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$ D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1;-1;-3)$ B. $(3;1;1)$ C. $(1;1;3)$ D. $(3;3;-1)$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của điểm A nằm trên tia đối của tia Oy thỏa mãn $OA = 4$ là

A. $(0;4;0)$ B. $(4;0;4)$ C. $(0;-4;0)$ D. $(-4;0;-4)$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (Oxz) .

A. $M'(-3;-5;7)$ B. $M'(3;5;-7)$ C. $M'(-3;5;7)$ D. $M'(3;-5;-7)$

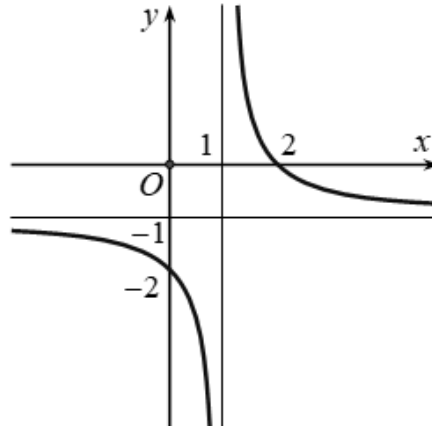
Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 2x + 2}{-x + 1}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	+	0	-
y	$+\infty$		$+\infty$		-6	
		2		$-\infty$		$-\infty$

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right]$ bằng $-\frac{19}{3}$.
- d) Đồ thị của hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $2x + y = 0$

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị (C) như hình vẽ.



- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 3]$ là $f(2)$.
- c) Đường cong ở hình trên là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.
- d) Điểm $I(1; -1)$ là tâm đối xứng của đồ thị (C) .

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-6	$+\infty$	2	$+\infty$	

- a) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -4)$ và $(0; +\infty)$.
- b) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2 .
- c) Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang.
- d) Biết hàm số $f(x)$ có dạng $f(x) = \frac{x^2 + bx + c}{x + n}$, khi đó $f(1) = \frac{5}{3}$.

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$, $\vec{b} = (3; 1; 5)$.

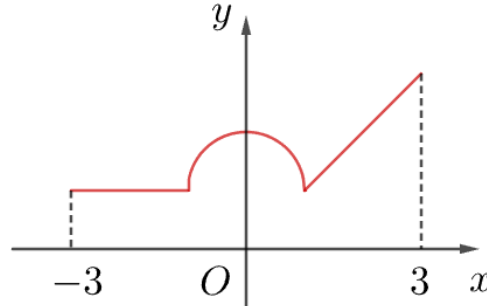
- a) $\vec{a} + \vec{b} = (4; 3; 2)$.
- b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 20$.

c) $a^2 = 4$.

d) Góc $\left(\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{b}\right)$ có số đo làm tròn đến phút là $115^\circ 51'$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-3; 3)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số trên khoảng $(-3; 3)$ là?



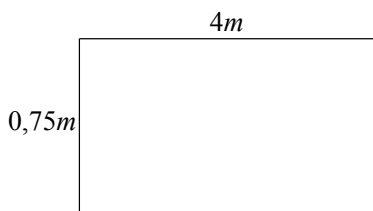
Câu 18: Cho hàm số $f(x) = \frac{3x - m^2}{2x + 1}$, với m là tham số. Tổng các giá trị của m để $7 \max_{[1;3]} f(x) + 3 \min_{[1;3]} f(x) = 4$ bằng

Câu 19: Đồ thị của hàm số $y = f(x) = \frac{2x^3 + 9x^2 + 5}{x^2 + 2x + 2}$ có một tiệm cận xiên là đường thẳng d . Đường thẳng d đi qua một điểm M có tung độ bằng 2007 thì hoành độ điểm M là bao nhiêu?

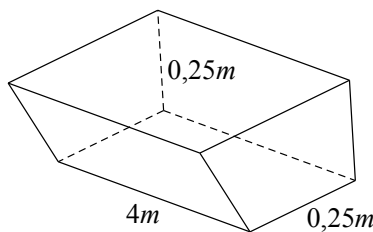
Câu 20: Một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $8m$, rộng $6m$ và cao $4m$ có hai chiếc quạt treo tường. Chiếc quạt A treo chính giữa bức tường $8m$ và cách trần $1m$, chiếc quạt B treo chính giữa bức tường $6m$ và cách trần $1,5m$. Hỏi khoảng cách giữa hai chiếc quạt A và B cách nhau bao nhiêu m (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 21: Một sợi dây kim loại dài $60cm$ được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất được uốn thành một hình vuông, đoạn thứ hai được uốn thành một vòng tròn. Hỏi khi tổng diện tích của hình vuông và hình tròn ở trên nhỏ nhất thì chiều dài đoạn dây uốn thành hình vuông bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần chục)?

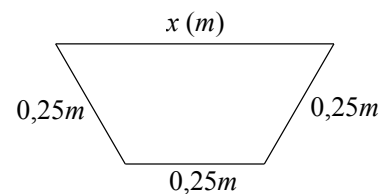
Câu 22: Để làm một máng xối nước có dạng hình lăng trụ, từ một tấm tôn kích thước $0,75m \times 4m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới. Biết mặt cắt của máng xối (được cắt bởi mặt phẳng song song với hai đầu máng xối) là một hình thang cân có đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng $0,25m$; còn đáy lớn có độ dài bằng $x(m)$. Tìm thể tích lớn nhất máng xối được tạo thành? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị m^3).



(a) Tấm tôn



(b) Máng xối



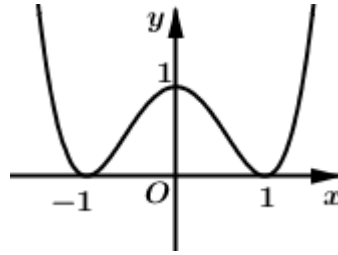
(c) Mặt cắt

-----HẾT-----

• **ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI**

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



- A. $(-\infty; -1)$ B. $(-\infty; +\infty)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(0; 1)$

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x+3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có

Vì $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua $x = -3, x = 1$ và không đổi dấu khi qua $x = 2$ nên hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 3: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$. Khi đó tổng $M + m$ bằng

- A. 48. B. 11. C. -1. D. 55.

Lời giải

Xét hàm số đã cho liên tục trên $[-4; 4]$, ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-4; 4] \\ x = 3 \in [-4; 4] \end{cases}$.

$$\begin{cases} y(-4) = -41 \\ y(-1) = 40 \\ y(3) = 8 \\ y(4) = 15 \end{cases}$$

Tính được . Vậy $M + m = 40 + (-41) = -1$.

Câu 4: Cho hàm số: $y = \frac{x+1}{2x-5}$. Đồ thị hàm số có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải

$$D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

Tập xác định:

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^-} \frac{x+1}{2x-5} = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^+} \frac{x+1}{2x-5} = +\infty \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	—	—	0	+
y	2	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$

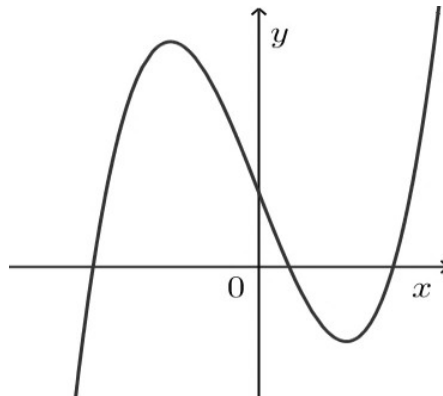
Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$ và tiệm cận đứng là $x = 0$.

Câu 6: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

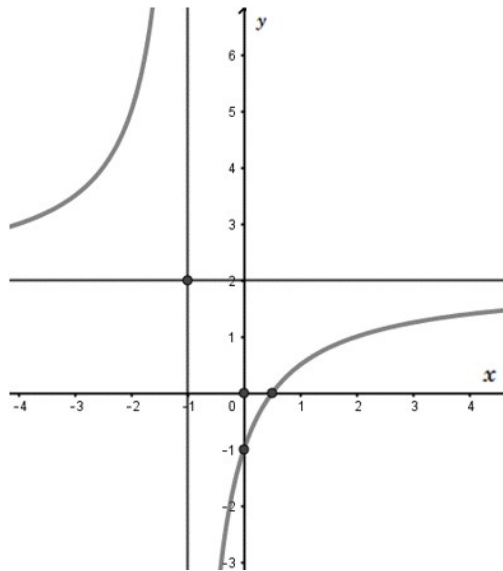


- A. $y = x^3 - 3x + 1$ B. $y = -x^3 + 3x + 1$ C. $y = x^3 - x^2 - 1$ D. $y = -x^2 + x - 1$

Lời giải

Từ đồ thị: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và đây là đồ thị hàm bậc ba, cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên ta chọn phương án $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 7: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



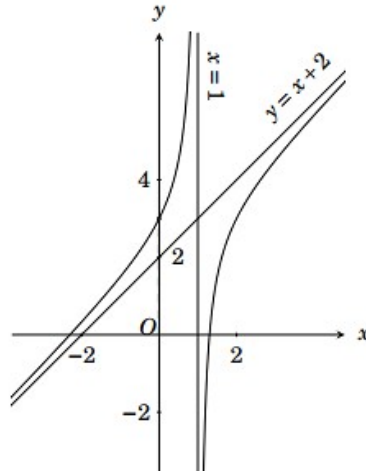
- A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{2x+3}{x+1}$. C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. D. $y = \frac{2x-2}{x-1}$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị suy ra tiệm cận đứng $x = -1$ loại A, D.

Đồ thị hàm số giao với trục hoành tại điểm có hoành độ dương suy ra chọn C.

Câu 8: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = \frac{x^2+3}{x-1}$. B. $y = \frac{x^2+x-3}{x-1}$. C. $y = \frac{x^2-2x+3}{-x+1}$. D. $y = \frac{x^2+3}{-x+1}$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy:

Tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và tiệm cận xiên $y = x + 2$, đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3.

Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.

Do đó hàm số cần tìm là $y = \frac{x^2+x-3}{x-1}$.

Câu 9: Trong không gian, cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng và đều khác vector $\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$ D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

Lời giải

Do $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng nên $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1$. Vậy $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1;-1;-3)$ B. $(3;1;1)$ C. $(1;1;3)$ D. $(3;3;-1)$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2-1; 2-1; 1-(-2))$ hay $\overrightarrow{AB} = (1;1;3)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của điểm A nằm trên tia đối của tia Oy thỏa mãn $OA = 4$ là

A. $(0;4;0)$ B. $(4;0;4)$ C. $(0;-4;0)$ D. $(-4;0;-4)$

Lời giải.

Chọn C

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (Oxz) .

- A. $M'(-3;-5;7)$ B. $M'(3;5;-7)$ C. $M'(-3;5;7)$ D. $M'(3;-5;-7)$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k} \Rightarrow M(3;5;-7)$.

Hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng (Oxz) là điểm $H(3;0;-7)$.

Gọi $M'(a;b;c)$ là điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) , suy ra $\overrightarrow{MH} = \overrightarrow{HM'}$ mà

$$\overrightarrow{MH} = (0;-5;0), \quad \overrightarrow{HM'} = (a-3;b;c+7) \quad \text{nên} \quad \begin{cases} a-3=0 \\ b=-5 \\ c+7=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-5 \\ c=-7 \end{cases} \quad \text{Vậy } M'(3;-5;-7).$$

PHẦN II. (4,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 2x + 2}{-x + 1}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	+	0	-
y	$+\infty$		$+\infty$		-6	
		2		$-\infty$		$-\infty$

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right]$ bằng $-\frac{19}{3}$.

d) Đồ thị của hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $2x + y = 0$

Lời giải

a	b	c	d
S	S	S	Đ

Ta có $y' = \frac{-2x^2 + 4x}{(-x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'		-	0	+	
y	$+\infty$		$+\infty$		$-\infty$

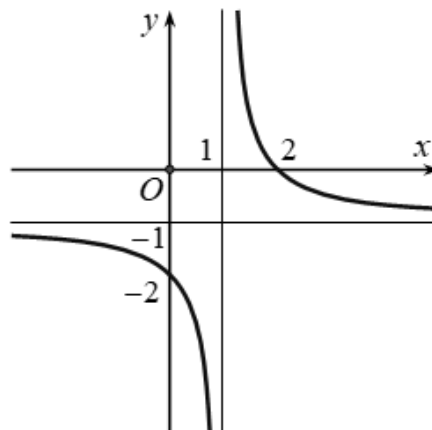
a) Sai: Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(0;1)$ và $(1;2)$.

b) Sai: Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

c) Sai: Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right]$ bằng -7 đạt tại $x = \frac{3}{2}$.

d) Đúng: Ta có $2x + y = 0 \Rightarrow y = -2x$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{2x^2 - 2x + 2}{-x + 1} - (-2x) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{-x + 1} \right) = 0$ nên đồ thị có tiệm cận xiên là đường thẳng $2x + y = 0$ hay $y = -2x$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị (C) như hình vẽ.



a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2;3]$ là $f(2)$.

- c) Đường cong ở hình trên là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$.
- d) Điểm $I(1; -1)$ là tâm đối xứng của đồ thị (C) .

Lời giải

a	b	c	d
S	Đ	S	Đ

- a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi xuống từ trái qua phải và nhận đường thẳng $x=1$ làm tiệm cận đứng. Do đó hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. Vậy a sai.
- b) Do hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ nên trên đoạn $[2; 3]$ hàm số nghịch biến suy ra giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 3]$ là $f(2)$. Vậy b đúng.
- c) Do hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $A(0; -2)$ mà đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ không đi qua điểm $A(0; -2)$ nên đường cong ở hình trên không phải là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. Vậy c sai.
- d) Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$ nên đồ thị hàm số (C) nhận $y = -1$ làm đường tiệm cận ngang. $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số (C) nhận $x = 1$ làm đường tiệm cận đứng. Vậy điểm $I(1; -1)$ là tâm đối xứng đồ thị (C) . d đúng

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-6	$+\infty$	2	$+\infty$	

- a) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -4)$ và $(0; +\infty)$.
- b) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2 .
- c) Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang.
- d) Biết hàm số $f(x)$ có dạng $f(x) = \frac{x^2 + bx + c}{x + n}$, khi đó $f(1) = \frac{5}{3}$.

Lời giải

GV phản biện: Nguyễn Thị Lan

a	b	c	d
Đ	Đ	S	S

- a) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -4)$ và $(0; +\infty) \Rightarrow a$ đúng

b) Hàm số đạt cực đại tại: $x = -4$, giá trị cực đại $y_{CD} = -6$,

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, giá trị cực tiểu $y_{CT} = 2$. $\Rightarrow b$ đúng

c) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang. Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. $\Rightarrow c$ sai

d) Từ bảng biến thiên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -2 \Rightarrow n = 2$

$$f'(x) = \frac{x^2 + 4x + 2b - c}{(x+2)^2} \quad \text{vì } f'(x) = 0 \quad \text{có nghiệm} \quad \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases} \quad \text{và } f(0) = 2 \quad \text{nên } b = 2; c = 4 \quad \text{ta có}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{x+2} \Rightarrow f(1) = \frac{7}{3} \Rightarrow d \text{ sai.}$$

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$, $\vec{b} = (3; 1; 5)$.

a) $\vec{a} + \vec{b} = (4; 3; 2)$.

b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 20$.

c) $|\vec{a}|^2 = 14$.

d) Góc $(\vec{a}, \vec{b})$ có số đo làm tròn đến phút là $115^\circ 51'$.

Lời giải

a	b	c	d
Đ	S	S	Đ

a) $\vec{a} + \vec{b} = (1+3; 2+1; -3+5) = (4; 3; 2)$.

b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + (-3) \cdot 5 = -10$.

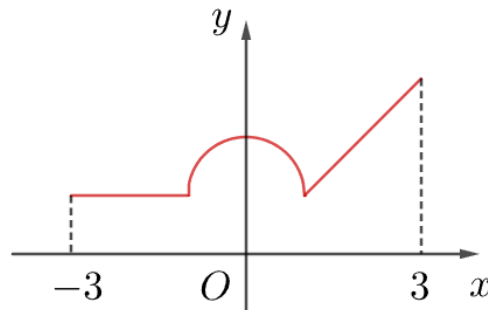
c) $|\vec{a}|^2 = |\vec{a}|^2 = \left(\sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2} \right)^2 = 14$.

d) Ta có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-10}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2 + 5^2}} = \frac{-\sqrt{10}}{7}$.

Ta có $(\vec{a}, \vec{b}) \approx 115^\circ 51'$.
Suy ra

PHẦN III. (3,0 điểm) Trắc nghiệm lựa chọn câu trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-3; 3)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số trên khoảng $(-3; 3)$ là?



Lời giải

Trả lời: 2.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy hàm số có hai điểm cực trị trên khoảng $(-3;3)$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x) = \frac{3x - m^2}{2x + 1}$, với m là tham số. Tổng các giá trị của m để $7 \max_{[1;3]} f(x) + 3 \min_{[1;3]} f(x) = 4$ bằng

Lời giải

Trả lời: 0

$$f'(x) = \frac{3 + 2m^2}{(2x + 1)^2} > 0, \forall x \in [1; 3]$$

Ta có:

$$\Rightarrow \min_{[1;3]} f(x) = f(1) = \frac{3 - m^2}{3}; \max_{[1;3]} f(x) = f(3) = \frac{9 - m^2}{7}$$

$$\text{Do đó: } 7 \max_{[1;3]} f(x) + 3 \min_{[1;3]} f(x) = 4 \Leftrightarrow 3 \cdot \frac{3 - m^2}{3} + 7 \cdot \frac{9 - m^2}{7} = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2.$$

Vậy tổng các giá trị của m là 0.

Câu 19: Đồ thị của hàm số $y = f(x) = \frac{2x^3 + 9x^2 + 5}{x^2 + 2x + 2}$ có một tiệm cận xiên là đường thẳng d . Đường thẳng d đi qua một điểm M có tung độ bằng 2007 thì hoành độ điểm M là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 1001

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^3 + 9x^2 + 5}{x^3 + 2x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2 + \frac{9}{x} + \frac{5}{x^3}}{1 + \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}} = 2$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - 2x] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{2x^3 + 9x^2 + 5}{x^2 + 2x + 2} - 2x \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{5x^2 - 4x + 5}{x^2 + x + 2} = 5$$

Vậy $d: y = 2x + 5$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Vì $M \in d$ và $y_M = 2007$ nên $2007 = 2x_M + 5 \Rightarrow x_M = 1001$.

Câu 20: Một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $8m$, rộng $6m$ và cao $4m$ có hai chiếc quạt treo tường. Chiếc quạt A treo chính giữa bức tường $8m$ và cách trần $1m$, chiếc quạt B treo chính giữa bức tường $6m$ và cách trần $1,5m$. Hỏi khoảng cách giữa hai chiếc quạt A và B cách nhau bao nhiêu m (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 5,03.



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, khi đó ta có điểm $A(4; 0; 3)$ và điểm $B\left(0; 3; \frac{5}{2}\right)$

Suy ra $\overrightarrow{AB} = \left(-4; 3; -\frac{1}{2}\right)$.

Do đó độ dài đoạn thẳng $AB = 5,03$.

Câu 21: Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất được uốn thành một hình vuông, đoạn thứ hai được uốn thành một vòng tròn. Hỏi khi tổng diện tích của hình vuông và hình tròn ở trên nhỏ nhất thì chiều dài đoạn dây uốn thành hình vuông bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần chục)?

Lời giải

Trả lời: 33,6

Gọi x ($0 < x < 60$) là độ dài của đoạn thứ hai, suy ra $60 - x$ là độ dài đoạn thứ nhất.

Khi đó cạnh hình vuông là $15 - \frac{x}{4}$ nên diện tích hình vuông là $\left(15 - \frac{x}{4}\right)^2$.

Chu vi của vòng tròn là $2\pi R = x \Rightarrow R = \frac{x}{2\pi}$ nên diện tích hình tròn là $\pi R^2 = \frac{x^2}{4\pi}$.

Do đó tổng diện tích của hai hình là $f(x) = \frac{x^2}{4\pi} + \left(15 - \frac{x}{4}\right)^2$.

Khi đó ta có $f'(x) = \frac{x}{2\pi} - \frac{1}{2}\left(15 - \frac{x}{4}\right) = \frac{x}{2}\left(\frac{1}{\pi} + \frac{1}{4}\right) - \frac{15}{2}$.

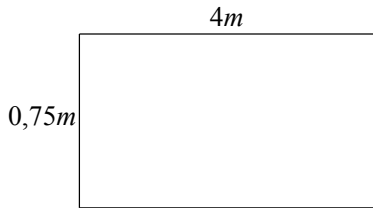
$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{15}{\frac{1}{\pi} + \frac{1}{4}} = \frac{60\pi}{4 + \pi}$. Ta có bảng biến thiên

x	0	$\frac{60\pi}{4+\pi}$	60	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$				

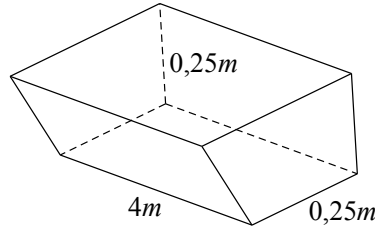
Suy ra tổng diện tích hai hình nhỏ nhất khi $x = \frac{60\pi}{4+\pi}$.

Khi đó cạnh hình vuông sẽ là $60 - \frac{60\pi}{4+\pi} \approx 33,6$.

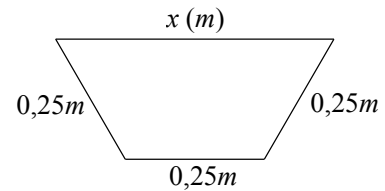
Câu 22: Để làm một máng xối nước có dạng hình lăng trụ, từ một tấm tôn kích thước $0,75m \times 4m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới. Biết mặt cắt của máng xối (được cắt bởi mặt phẳng song song với hai đầu máng xối) là một hình thang cân có đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng $0,25m$; còn đáy lớn có độ dài bằng $x (m)$. Tìm thể tích lớn nhất máng xối được tạo thành? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị m^3).



(a) Tấm tôn



(b) Máng xối



(c) Mặt cắt

Lời giải

Trả lời: 0,08

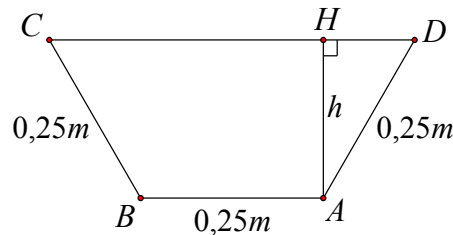
Gọi h là chiều cao của hình thang. Vì chiều cao bằng chiều dài tấm tôn nên thể tích máng xối khi diện tích hình thang cân (mặt cắt) lớn nhất.

$$S = \frac{1}{2}h(x + 0,25).$$

Ta có

Kẻ $AH \perp CD$.

Ta



lăng trụ
lớn nhất

Ta có

$$HD = \frac{x - 0,25}{2} \Rightarrow h = AH = \sqrt{(0,25)^2 - \left(\frac{x - 0,25}{2}\right)^2}.$$

Điều kiện: $0,25 < x < 0,75$.

$$S = \frac{1}{4}(x + 0,25)\sqrt{4 \cdot (0,25)^2 - (x - 0,25)^2}.$$

Khi đó,

$$\text{Xét hàm số } S(x) = (x + 0,25)\sqrt{4 \cdot (0,25)^2 - (x - 0,25)^2} \text{ với } 0,25 < x < 0,75.$$

$$S'(x) = \sqrt{4.(0,25)^2 - (x-0,25)^2} + (x+0,25) \frac{-(x-0,25)}{\sqrt{4.(0,25)^2 - (x-0,25)^2}}$$

Ta có

$$= \frac{4.(0,25)^2 - (x-0,25)^2 - (x+0,25)(x-0,25)}{\sqrt{4.(0,25)^2 - (x-0,25)^2}} = \frac{-2x^2 + 0,5x + 0,25}{\sqrt{4.(0,25)^2 - (x-0,25)^2}}$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 0,5x + 0,25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,5 \\ x = -0,25 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Khi đó

Bảng biến thiên

x	0,25	0,5	0,75
$S'(x)$	+	0	-
$S(x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3\sqrt{3}}{64}$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $S(x)$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{3\sqrt{3}}{64}$ tại $x = 0,5$.

Do đó, máng xối có thể tích lớn nhất bằng: $\frac{1}{4} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{64} \cdot 4 \approx 0,08 \text{ (m}^3\text{)}$ khi $x = 0,5 \text{ (m)}$.

-----HẾT-----

☞ **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

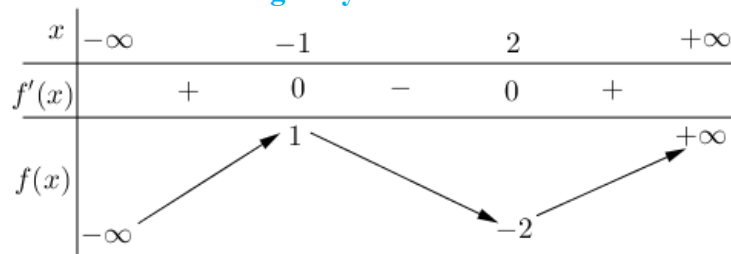
Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			4			$+\infty$
			-1		-1		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$.

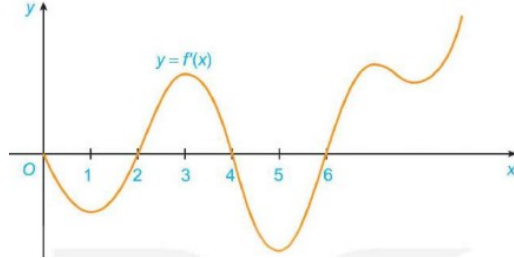
Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $[0; +\infty)$. Đồ thị của đạo hàm bậc nhất $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ sau:



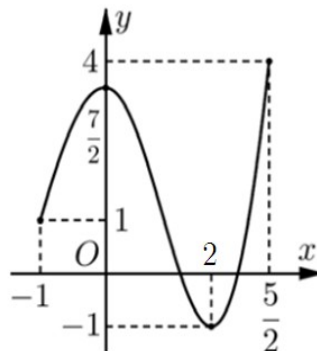
Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.
 B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3; 5)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 2$.
 D. Hàm số $y = f(x)$ có 2 cực tiểu, 1 cực đại.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x - 1}$ trên đoạn $[2, 3]$ bằng

- A. $\frac{7}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. 2. D. 1.

Câu 5: hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[-1; \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-1; \frac{5}{2}\right]$. Tính $M - 2m$.

- A. 6. B. 5. A. 4. D. 7.

Câu 6: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$.

- A. $x = 1$. B. $y = 1$. C. $x = 2$. D. $y = 2$.

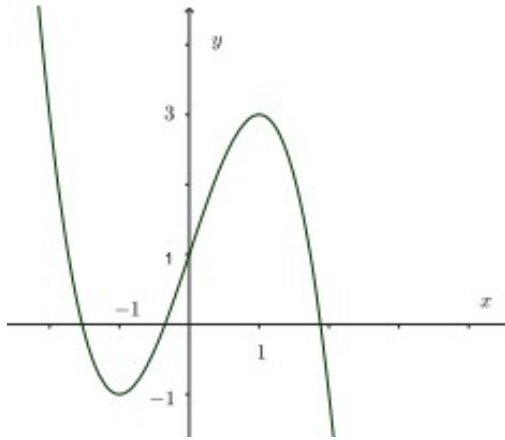
Câu 7: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 8: Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{2025}{x+3}$ (C). Khoảng cách từ $M(2; -1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là

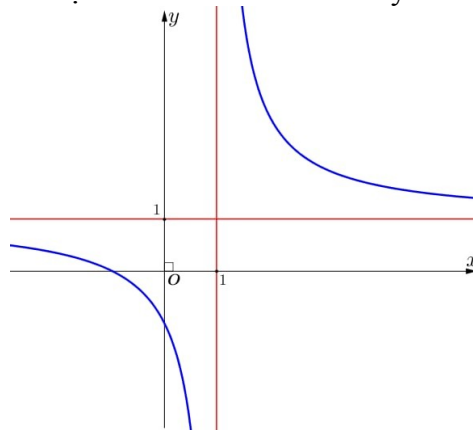
- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{4}{\sqrt{5}}$. C. 2. D. 4.

Câu 9: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong dưới đây?



- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{x^2+2x-2}{x-1}$.
C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 10: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{x+2}{x+1}$. B. $y = \frac{x^2-x+1}{x-1}$.
C. $y = \frac{x^2-x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

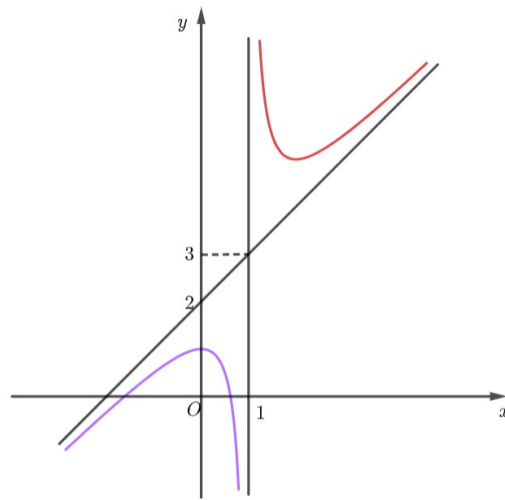
Câu 11: Cho hàm số

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{x}, (ac \neq 0)$$

có

đồ thị như Hình 7.

Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng:



Hình 7

- A. $y = x$ B. $y = 2x$ C. $x = 1$ D. $y = x + 2$

Câu 12: Khi máu di chuyển từ tim qua các động mạch chính rồi đến các mao mạch và quay trở lại qua các tĩnh mạch, huyết áp tâm thu (tức là áp lực của máu lên động mạch khi tim co bóp) liên tục giảm xuống. Giả sử một người có huyết áp tâm thu P (tính bằng mmHg) được cho bởi hàm

số $P(t) = \frac{2t^2 - 90}{t^2 + 1}$, ($0 \leq t \leq 10$), trong đó thời gian t được tính bằng giây. Tốc độ thay đổi của huyết áp sau 5 giây kể từ khi máu rời tim là:

- A. $\frac{375}{13}$ B. $\frac{125}{13}$ C. $\frac{250}{169}$ D. $\frac{375}{169}$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

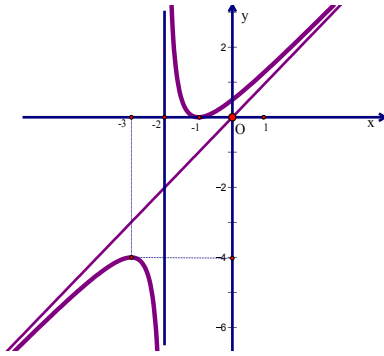
Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 3}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và $(4; +\infty)$.
b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; 4)$.
c) Giá trị cực tiểu của hàm số là $y = 3$.
d) Các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $(2; -1), (4; 3)$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{(x - m)(2 - x)}{x^2 - 4x + 4}$ với m là tham số. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.
b) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận xiên.
c) Với $m = 3$, đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.
d) Với mọi giá trị của tham số m , đồ thị hàm số luôn nhận đường thẳng $x = 2$ làm đường tiệm cận đứng.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



a) $\min_{(-2; +\infty)} y = -4$.

b) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị bằng $2\sqrt{5}$.

c) Hàm số nghịch biến trên $(-2; -1)$.

d) Đồ thị hàm số có điểm cực đại $x = -3$.

Câu 16: Một công ty sản xuất và bán sản phẩm với chi phí sản xuất được cho bởi hàm: $C(x) = 500 + 40x$ và doanh thu được cho bởi hàm: $R(x) = 100x - 0.5x^2$ trong đó x là số lượng sản phẩm. Hỏi các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Lợi nhuận $P(x)$ khi sản xuất và bán x sản phẩm được tính bởi công thức $P(x) = R(x) - C(x)$

b) Đạo hàm của hàm lợi nhuận $P'(x)$ cho biết tốc độ thay đổi lợi nhuận theo số lượng sản phẩm.

c) Điểm tối ưu, tức là điểm mà lợi nhuận đạt cực đại, xảy ra khi $P'(x) = 0$.

d) Số lượng sản phẩm tối ưu mà công ty nên sản xuất và bán là 80 đơn vị.

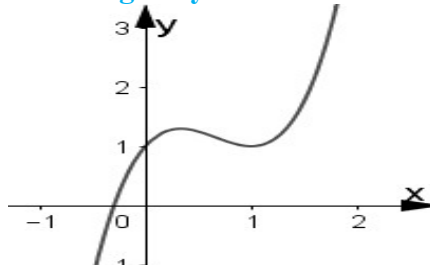
Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m}{x+2023}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

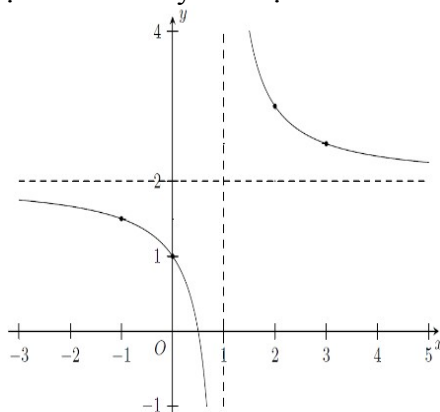
Câu 18: Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$

Câu 19: Một nhà máy làm bao bì muốn sản xuất các vỏ hộp dạng hình hộp chữ nhật có thể tích 216cm^3 và đáy hộp là hình vuông. Tìm chiều cao (cm) của hộp sao cho chi phí làm vỏ hộp là nhỏ nhất.

Câu 20: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi có tất cả bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



Câu 21: Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như dưới đây. Giá trị biểu thức $T = a + 2b + 3c$ bằng



Câu 22: Một công ty sản xuất sản phẩm **B.** Lợi nhuận thu được khi sản xuất và bán x sản phẩm là $P(x) = -x^3 + 6x^2 + 15x - 20$ (đơn vị: triệu đồng). Hỏi khi sản xuất bao nhiêu sản phẩm thì công ty đạt lợi nhuận lớn nhất?

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

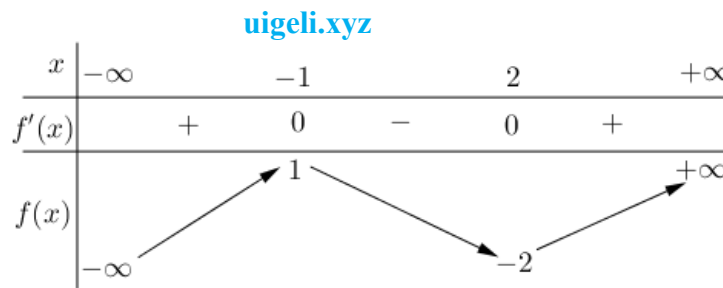
- A.** $(-\infty; -1)$ **B.** $(0; 1)$ **C.** $(-1; 1)$ **D.** $(-1; 0)$

Lời giải

Chọn D.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A.** $x = -2$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -1$.

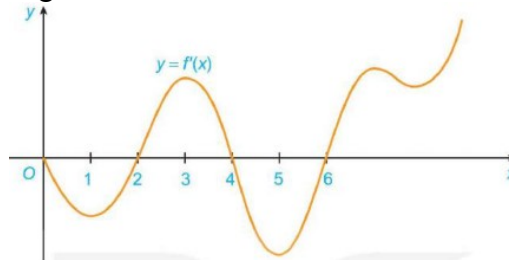
Lời giải

Chọn D.

Hàm số đạt cực đại tại điểm mà đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm.

Từ bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $[0; +\infty)$. Đồ thị của đạo hàm bậc nhất $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ sau:



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$.
B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(3; 5)$.
C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 2$.
D. Hàm số $y = f(x)$ có 2 cực tiểu, 1 cực đại.

Lời giải

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên $[0; +\infty)$:

x	0	2	4	6	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$f(0)$	$f(2)$	$f(4)$	$f(6)$	

Do đó: Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; 4)$ và $(6; +\infty)$.

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và $(4; 6)$.

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 4$.

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ và $x = 6$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ có 2 cực tiểu, 1 cực đại.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x - 1}$ trên đoạn $[2, 3]$ bằng

A. $\frac{7}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. 2.

D. 1.

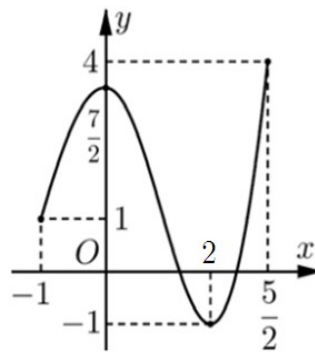
Lời giải

Ta có $f'(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{(x-1)^2} > 0 \forall x \in [2, 3]$. Nên hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x - 1}$ đồng biến trên $[2, 3]$.

Mà $f(2) = 2, f(3) = \frac{7}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x - 1}$ trên đoạn $[2, 3]$ bằng 2.

Câu 5: hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[-1; \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-1; \frac{5}{2}\right]$. Tính $M - 2m$.

A. 6.

B. 5.

A. 4.

D. 7.

Lời giải

$$M = \max_{\left[-1; \frac{5}{2}\right]} f(x) = 4 \quad m = \min_{\left[-1; \frac{5}{2}\right]} f(x) = -1$$

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho, ta có:

và

Suy ra: $M - 2m = 4 - 2(-1) = 6$.

Câu 6: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$.

A. $x = 1$.

B. $y = 1$.

C. $x = 2$.

D. $y = 2$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

$$\text{Vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{x-2} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{x-2} = +\infty \end{cases}$$

nên đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 7: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1 \quad \text{và} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-2}{x+1} = 1$$

Ta có

Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 8: Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{2025}{x+3}$ (C). Khoảng cách từ $M(2; -1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là

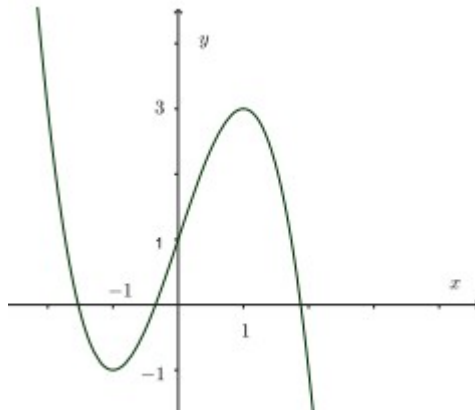
- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{4}{\sqrt{5}}$. C. 2 . D. 4 .

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2025}{x+3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2025}{x+3} = 0$. Vậy $\Delta: y = 2x - 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C).

$$d(M, \Delta) = \frac{|2 \cdot 2 + 1 - 1|}{\sqrt{4+1}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

Câu 9: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong dưới đây?

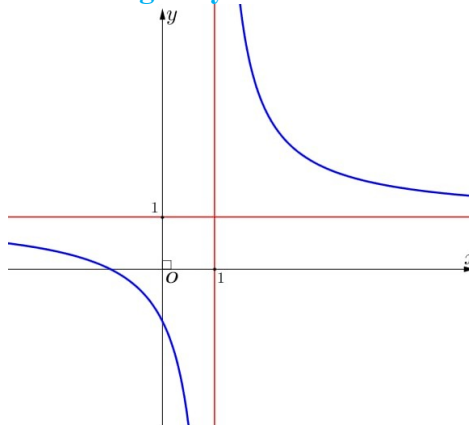


- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{x^2+2x-2}{x-1}$.
C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Đồ thị trên là đồ thị hàm bậc 3 có $a < 0$ nên ta chọn C

Câu 10: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x+2}{x+1}$

B. $y = x^2 - 2x - 1$

C. $y = \frac{x^2 - x - 2}{x - 1}$

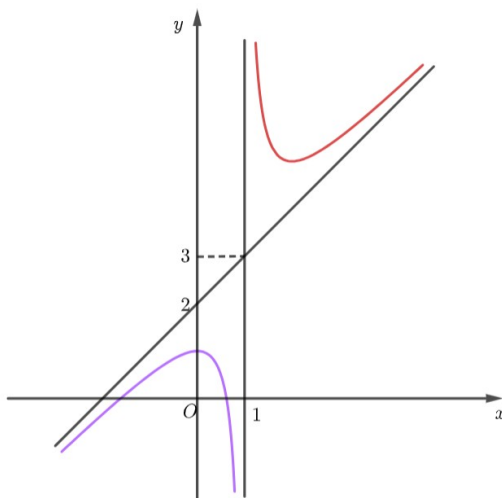
D. $y = \frac{x+1}{x-1}$

Lời giải

Ta có đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$, nên loại A

Đây là dạng đồ thị hàm phân thức bậc 1/ bậc 1 nên chọn D

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x}$, ($ac \neq 0$) có đồ thị như Hình 7. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng:



Hình 7

A. $y = x$

B. $y = 2x$

C. $x = 1$

D. $y = x + 2$

Câu 12: Khi máu di chuyển từ tim qua các động mạch chính rồi đến các mao mạch và quay trở lại qua các tĩnh mạch, huyết áp tâm thu liên tục giảm xuống. Giả sử một người có huyết áp tâm thu P

được cho bởi hàm số $P(t) = \frac{2t^2 - 90}{t^2 + 1}$, ($0 \leq t \leq 10$), trong đó thời gian t được tính bằng giây. Tốc độ thay đổi của huyết áp sau 5 giây kể từ khi máu rời tim là:

A. $\frac{375}{13}$

B. $\frac{250}{169}$

C. $\frac{230}{169}$

D. $\frac{375}{169}$

PHẦN 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 3}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

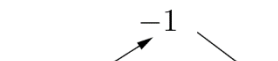
- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và $(4; +\infty)$.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; 4)$.
- c) Giá trị cực tiểu của hàm số là $y = 3$.
- d) Các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $(2; -1), (4; 3)$.

Lời giải

Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{3\}$

$$y' = \frac{x^2 - 6x + 8}{(x - 3)^2}; \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}; \quad y' \text{ không xác định tại } x = 3.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2		3	4		$+\infty$	
y'		+	0	-	-	0	+	$+\infty$
y								

- a) Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và $(4; +\infty)$. Suy ra mệnh đề **đúng**.
- b) Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$ và $(3; 4)$. Suy ra mệnh đề **sai**.
- c) Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $y = 3$ là giá trị cực tiểu của hàm số. Suy ra mệnh đề **đúng**.
- d) Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $(2; -1), (4; 3)$ là các điểm cực trị của hàm số. Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{(x - m)(2 - x)}{x^2 - 4x + 4}$ với m là tham số. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.
- b) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận xiên.
- c) Với $m = 3$, đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.
- d) Với mọi giá trị của tham số m , đồ thị hàm số luôn nhận đường thẳng $x = 2$ làm đường tiệm cận đứng.

Lời giải

a) Sai.

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-m)(2-x)}{x^2-4x+4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1-\frac{m}{x}\right)\left(\frac{2}{x}-1\right)}{1-\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}} = \frac{(1-0) \cdot (0-1)}{1-0+0} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-m)(2-x)}{x^2-4x+4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\left(1-\frac{m}{x}\right)\left(\frac{2}{x}-1\right)}{1-\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}} = \frac{(1-0) \cdot (0-1)}{1-0+0} = -1$$

Do đó, đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.

b) Đúng.

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \cdot \frac{(x-m)(2-x)}{x^2-4x+4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \cdot \frac{\left(1-\frac{m}{x}\right)\left(\frac{2}{x}-1\right)}{1-\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}} = 0 \cdot (-1) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} \cdot \frac{(x-m)(2-x)}{x^2-4x+4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} \cdot \frac{\left(1-\frac{m}{x}\right)\left(\frac{2}{x}-1\right)}{1-\frac{4}{x}+\frac{4}{x^2}} = 0 \cdot (-1) = 0$$

Do đó, đồ thị hàm số không có đường tiệm cận xiên.

c) Đúng.

Ta đã chỉ ra đồ thị hàm số luôn có đúng một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.

Với $m = 3$, $y = f(x) = \frac{(x-3)(2-x)}{x^2-4x+4}$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-3)(2-x)}{x^2-4x+4} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-x+3}{x-2} = +\infty \quad \text{và} \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-3)(2-x)}{x^2-4x+4} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x+3}{x-2} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{(x-3)(2-x)}{x^2-4x+4} = \frac{(x_0-3)(2-x_0)}{x_0^2-4x_0+4} \quad \text{với mọi } x_0 \neq 2$$

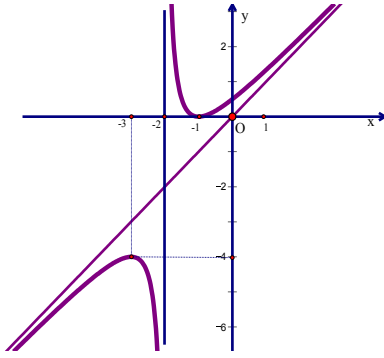
Do đó, đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$.

Vậy với $m = 3$, đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

d) Sai.

Với $m = 2$, $y = f(x) = \frac{(x-2)(2-x)}{x^2-4x+4} = -1$. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



a) $\min_{(-2; +\infty)} y = -4$

b) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị bằng $2\sqrt{5}$.

c) Hàm số nghịch biến trên $(-2; -1)$.

d) Đồ thị hàm số có điểm cực đại $x = -3$.

Lời giải:

a) Sai.

Dựa vào đồ thị, $\min_{(-2; +\infty)} y = 0$.

b) Đúng

Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1; 0)$.

Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-3; -4)$.

Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị bằng $\sqrt{(-3+1)^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{5}$.

c) Đúng

d) Sai

Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-3; -4)$.

Câu 16: Một công ty sản xuất và bán sản phẩm với chi phí sản xuất được cho bởi hàm: $C(x) = 500 + 40x$ và doanh thu được cho bởi hàm: $R(x) = 100x - 0.5x^2$ trong đó x là số lượng sản phẩm. Hỏi các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Lợi nhuận $P(x)$ khi sản xuất và bán x sản phẩm được tính bởi công thức $P(x) = R(x) - C(x)$

b) Đạo hàm của hàm lợi nhuận $P'(x)$ cho biết tốc độ thay đổi lợi nhuận theo số lượng sản phẩm.

c) Điểm tối ưu, tức là điểm mà lợi nhuận đạt cực đại, xảy ra khi $P'(x) = 0$.

d) Số lượng sản phẩm tối ưu mà công ty nên sản xuất và bán là 80 đơn vị.

Lời giải:

a) Chọn Đúng

Lợi nhuận $P(x)$ được tính bằng doanh thu trừ đi chi phí, tức là: $P(x) = R(x) - C(x)$.

Với $R(x) = 100x - 0.5x^2$ và $C(x) = 500 + 40x$, ta có: $P(x) = (100x - 0.5x^2) - (500 + 40x)$.

Do đó, công thức này chính xác.

b) Chọn Đúng

Đạo hàm của hàm lợi nhuận $P'(x)$ cho biết tốc độ thay đổi của lợi nhuận theo số lượng sản phẩm. Cụ thể: $P'(x) = R'(x) - C'(x)$.

Đạo hàm bậc nhất của hàm lợi nhuận là chỉ số cho thấy lợi nhuận tăng hay giảm khi số lượng sản phẩm thay đổi.

c) Chọn Đúng

Điểm tối ưu xảy ra khi đạo hàm bậc nhất của lợi nhuận bằng 0, tức là: $P'(x) = 0$

Đây là điều kiện cần để tìm các điểm cực trị của hàm lợi nhuận.

d) Chọn sai

Để tìm số lượng sản phẩm tối ưu, ta tính đạo hàm của $P(x)$ và giải phương trình $P'(x) = 0$.

Đầu tiên, ta tính hàm lợi nhuận: $P(x) = (100x - 0.5x^2) - (500 + 40x) = -0.5x^2 + 60x - 500$

Sau đó, tính đạo hàm của $P(x)$: $P'(x) = -x + 60$.

Giải phương trình $P'(x) = 0 \Leftrightarrow -x + 60 = 0 \Leftrightarrow x = 60$.

Từ bảng biến thiên ta kết luận được số lượng sản phẩm tối ưu mà công ty nên sản xuất là 60 đơn vị, không phải 80 đơn vị như mệnh đề đã nêu.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 17: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m}{x+2023}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Lời giải

Đáp số: 2022

Xét hàm số: $y = \frac{x+m}{x+2023}$

Điều kiện xác định: $x \neq -2023$

Ta có: $y' = \frac{2023-m}{(x-2023)^2}$. y' không xác định tại $x = 2023$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y' > 0 \Leftrightarrow 2023 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2023$.

Vì $m \in \mathbf{Z}^+$ nên $m \in \{1; 2; 3; \dots; 2022\}$. Vậy có 2022 giá trị nguyên dương cần tìm.

Câu 18: Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$

Lời giải

Đáp số: 1

Xét hàm số: $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$

Ta có: $y' = 2x^2 - 2mx - 2(3m^2 - 1)$

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 2mx - 2(3m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx - (3m^2 - 1) = 0$

Để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$:

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow (-m)^2 - 4 \cdot [-(3m^2 - 1)] > 0 \Leftrightarrow 13m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{2\sqrt{13}}{13} \\ m > \frac{2\sqrt{13}}{13} \end{cases}$$

Khi đó: $x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$

$$\Leftrightarrow -(3m^2 - 1) + 2m = 1$$

$$\Leftrightarrow -3m^2 + 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 & (l) \\ m = \frac{2}{3} & (n) \end{cases}$$

Vậy có 1 giá trị thực của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 19: Một nhà máy làm bao bì muốn sản xuất các vỏ hộp dạng hình hộp chữ nhật có thể tích 216 cm^3 và đáy hộp là hình vuông. Tìm chiều cao của hộp sao cho chi phí làm vỏ hộp là nhỏ nhất.

Lời giải

Trả lời: $h = 1$.

Gọi cạnh đáy là $x \text{ (cm)}$ ($x > 0$). Ta có: $V = B \cdot h = 216 \Rightarrow h = \frac{216}{B} = \frac{216}{x^2}$

$$S = 2x^2 + 4xh = 2x^2 + 4x \cdot \frac{216}{x^2} = 2x^2 + \frac{864}{x} \Rightarrow S' = 4x - \frac{864}{x^2} = \frac{4x^3 - 864}{x^2}$$

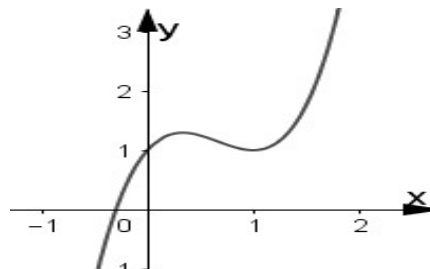
Vậy $S' = 4x^3 - 864 = 0 \Rightarrow x = 6\sqrt{6}$

x	0	$6\sqrt{6}$	$+\infty$	
S'		-	0	+
S	$+\infty$			$+\infty$

Lập bảng biến thiên thấy $x = 6\sqrt{6}$ thì chi phí làm hộp nhỏ nhất, khi đó chiều cao hộp là

$$h = \frac{216}{x^2} = \frac{216}{216} = 1$$

Câu 20: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi có tất cả bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



Trả lời: 3

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $A(0; d)$ nên $d > 0$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$$

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0 \Rightarrow x_{CT} + x_{CD} = -\frac{2b}{3a}$$

Ta có

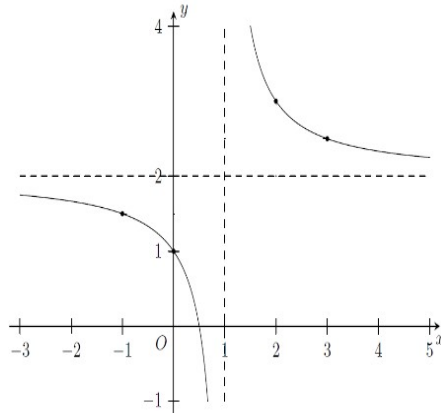
Vì hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho nằm ở góc phần tư thứ nhất.

$$\text{Do đó: } -\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow b < 0$$

$$\text{Ta có } y' = 0 \text{ có 2 nghiệm dương phân biệt nên } x_{CT} \cdot x_{CD} = \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c > 0$$

Vậy có tất cả 3 số dương trong các số a, b, c, d .

Câu 21: Cho hàm số $y = \frac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như dưới đây. Giá trị biểu thức $T = a + 2b + 3c$ bằng

**Lời giải****Trả lời: 1.**

$$\text{Đồ thị nhận } x = 1 \text{ là tiệm cận đứng} \Rightarrow \frac{-c}{b} = 1 \Rightarrow b = -c$$

$$\text{Đồ thị nhận } y = 2 \text{ là tiệm cận ngang} \Rightarrow \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b$$

$$\text{Đồ thị đi qua điểm } (0; 1) \Rightarrow \frac{a \cdot 0 - 1}{b \cdot 0 + c} = 1 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a = 2$$

$$\text{Vậy } T = a + 2b + 3c = 2 + 2(1) + 3(-1) = 1$$

Câu 22: Một công ty sản xuất sản phẩm **B**. Lợi nhuận thu được khi sản xuất và bán x sản phẩm là $P(x) = -x^3 + 6x^2 + 15x - 20$. Hỏi khi sản xuất bao nhiêu sản phẩm thì công ty đạt lợi nhuận lớn nhất?

Lời giải**Trả lời: 5**

$$P'(x) = -3x^2 + 12x + 15$$

$$P'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 < 0 \\ x = 5 > 0 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0^+	5	$+\infty$		
$P'(x)$		$+$	0	$-$	
$P(x)$	-20	$\nearrow$	80	$\searrow$	$-\infty$

Vậy khi sản xuất 5 sản phẩm thì công ty đạt lợi nhuận lớn nhất

uigeli.xyz

ĐỀ 9

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I-NĂM HỌC 2024-2025

MÔN: TOÁN 12

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1			0	1			$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	-1			4	-1			$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$ B. $(0; 1)$ C. $(-1; 1)$ D. $(-1; 0)$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0 B. 2 C. 1 D. 3

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+\infty$		-3	2	-1	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 4

Câu 4: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng
A. 4. **B.** 2. **C.** 20. **D.** 16.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $(-4; 4)$ và có bảng biến thiên trên $(-4; 4)$ như sau

x	-4		-2		0		4
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	-10		0		-4		10

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\min_{(-4;4)} y = -4$ và $\max_{(-4;4)} y = 10$.

B. Hàm số không có GTLN, NN trên $(-4; 4)$.

C. $\max_{(-4;4)} y = 10$ và $\min_{(-4;4)} y = -10$.

D. $\max_{(-4;4)} y = 0$ và $\min_{(-4;4)} y = -4$.

Câu 6: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-5}$ là

A. $x = 3$. **B.** $y = 3$. **C.** $x = 5$. **D.** $y = 5$.

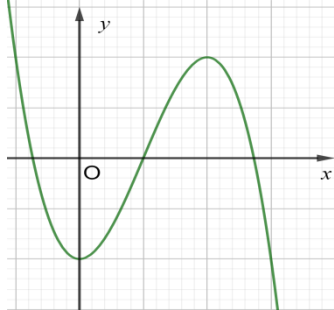
Câu 7: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

A. $y = \frac{3x+1}{x-2}$. **B.** $y = \frac{4x+5}{2x+1}$. **C.** $y = \frac{4-2x}{x-1}$. **D.** $y = \frac{5x+2}{2x-1}$.

Câu 8: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2+x-2}{x+1}$ là

A. $y = 2$. **B.** $y = 2x - 1$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 2x + 1$.

Câu 9: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



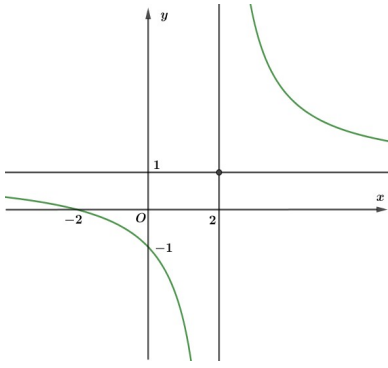
A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

B. $y = -x^4 + 3x + 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

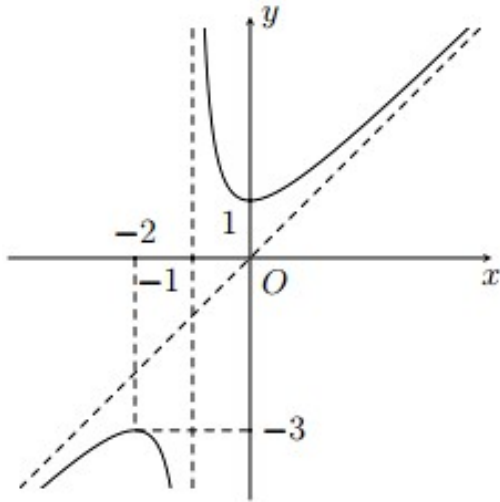
D. $y = x^3 - 3x + 2$.

Câu 10: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$ B. $y = \frac{x+2}{x-2}$ C. $y = \frac{x+2}{x+1}$ D. $y = \frac{x-1}{x+1}$

Câu 11: Đồ thị trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số



- A. $y = x - \frac{1}{x+1}$ B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$ C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x+1}$ D. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x+1}$

Câu 12: Một doanh nghiệp dự kiến lợi nhuận khi sản xuất x sản phẩm ($0 \leq x \leq 200$) được cho bởi hàm số $y = -x^3 + 150x^2$ (đơn vị: đồng). Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để đạt được lợi nhuận cao nhất?

- A. 50 B. 150 C. 75 D. 100

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1		0		1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$\searrow$	$+\infty$

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai ?

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$.
 b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 c) Hàm số có 3 điểm cực trị.

d) Giá trị $m^2 \cdot y_{CD} + m \cdot y_{CT} - 1 = 0$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m = -1 \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+m}$ (m tham số)

- a) Khi $m = 1$, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$
 b) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$
 c) Với mọi $m \in \mathbb{R}$, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$ và tiệm cận đứng $x = -m$
 d) Với $m = -2$, đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
y				-6		$+\infty$		$+\infty$
	$-\infty$						2	

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
 b) $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
 c) Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $[-5; -3]$.

d) Biết hàm số $f(x)$ có dạng $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x+n}$ khi đó $f(1) = \frac{5}{3}$.

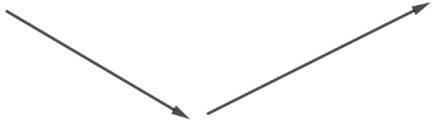
Câu 16: Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa

độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^3 - 12t + 3, t \geq 0$.
 Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Vận tốc của hạt khi chuyển động: $v(t) = 3t^2 - 12, t \geq 0$.
 b) Hạt chuyển động xuống dưới khi $t > 2$.
 c) Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 3$ là $9m$.
 d) Khi $t > 0$ thì hạt tăng tốc.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

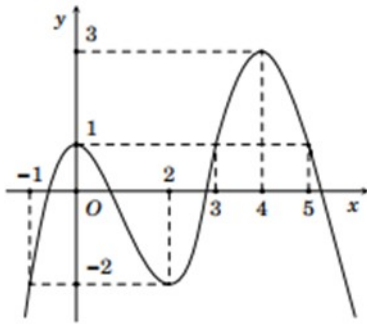
Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$			

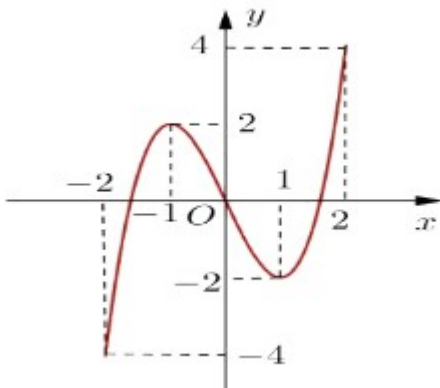
Biết hàm số $y = f\left(\frac{1}{2}x^2 + 3x + 6\right)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$, với a, b là các số thực. Tính $S = a + b$?

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - x)(x^2 - 4x + 3)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^2 + m)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới. Biết hàm số $y = |f(x)|$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 4]$ tại điểm $A(a; b)$. Giá trị của $S = \log_a b$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Có bao nhiêu giá trị của tham số m thuộc khoảng $(-10; 10)$ để phương trình $f(|x|) = m$ có 4 nghiệm phân biệt?



$$y = \frac{2x^2 - 3x + 3}{x + 1}$$

Câu 21: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số hàm số có dạng $y = ax + b$. Khi đó $a + b$ bằng

Câu 22: Ông A có một khu đất hình elip với độ dài trục lớn $10m$ và độ dài trục bé $8m$. Ông A muốn chia khu đất thành hai phần, phần thứ nhất là một hình chữ nhật nội tiếp elip dùng để xây bể cá cảnh và phần còn lại dùng để trồng hoa. Biết chi phí xây bể cá là 800.000 đồng trên $1m^2$ và chi phí trồng hoa là 900.000 đồng trên $1m^2$. Hỏi ông A có thể thiết kế xây dựng như trên với tổng chi phí thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN 1.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$ B. $(0; 1)$ C. $(-1; 1)$ D. $(-1; 0)$

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0 B. 2 C. 1 D. 3

Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ta có

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi x qua nghiệm -1 và nghiệm 1 ; không đổi dấu khi x qua nghiệm 0 nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	2	-1	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$, ta thấy rằng phương trình $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm bội lẻ. Do đó, hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 4: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 20. D. 16.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [-1; 3] \\ x = -1 \in [-1; 3] \end{cases}$$

$$\text{Do } f(-1) = 4; f(1) = 0; f(3) = 20 \text{ nên } \max_{[-1; 3]} f(x) = 20 \Leftrightarrow x = 3$$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $(-4; 4)$ và có bảng biến thiên trên $(-4; 4)$ như sau

x	-4		-2		0		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-10		0		-4		10

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\min_{(-4; 4)} y = -4$ và $\max_{(-4; 4)} y = 10$.

B. Hàm số không có GTLN, NN trên $(-4; 4)$.

C. $\max_{(-4; 4)} y = 10$ và $\min_{(-4; 4)} y = -10$.

D. $\max_{(-4; 4)} y = 0$ và $\min_{(-4; 4)} y = -4$.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất, ta thấy hàm số không có GTLN, NN trên $(-4; 4)$.

Câu 6: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-5}$ là

- A. $x = 3$. B. $y = 3$. C. $x = 5$. D. $y = 5$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 5$, vì $\lim_{x \rightarrow 5^-} y = \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{3x+1}{x-5} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 5^+} y = \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{3x+1}{x-5} = +\infty$.

Câu 7: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

- A. $y = \frac{3x+1}{x-2}$. B. $y = \frac{4x+5}{2x+1}$. C. $y = \frac{4-2x}{x-1}$. D. $y = \frac{5x+2}{2x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{2}{x}} = 3 \Rightarrow y = 3 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số } y = \frac{3x+1}{x-2}.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x+5}{2x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 + \frac{5}{x}}{2 + \frac{1}{x}} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số } y = \frac{4x+5}{2x+1}.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4-2x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{4}{x} - 2}{1 - \frac{1}{x}} = -2 \Rightarrow y = -2 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số } y = \frac{4-2x}{x-1}.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+2}{2x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5 + \frac{2}{x}}{2 - \frac{1}{x}} = \frac{5}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{2} \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số } y = \frac{5x+2}{2x-1}.$$

Câu 8: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2+x-2}{x+1}$ là

- A. $y = 2$. B. $y = 2x - 1$. C. $y = -1$. D. $y = 2x + 1$.

Lời giải

Chọn B

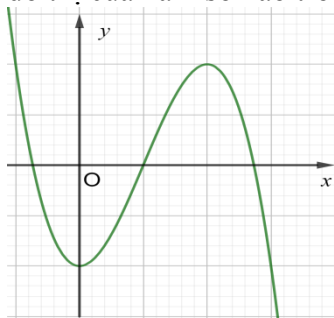
Ta có: $y = f(x) = \frac{2x^2+x-2}{x+1} = 2x-1 + \frac{-1}{x+1}$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x-1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x+1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (2x-1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x+1} = 0$$

Do đó, đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + x - 2}{x + 1}$ có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x - 1$

Câu 9: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$

B. $y = -x^4 + 3x + 2$

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$

D. $y = x^3 - 3x + 2$

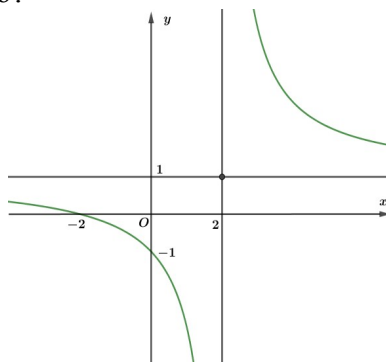
Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta có hàm số cần tìm là hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a < 0$. Do đó loại phương án A, B và **D.**

Vậy chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 10: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$

B. $y = \frac{x+2}{x-2}$

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$

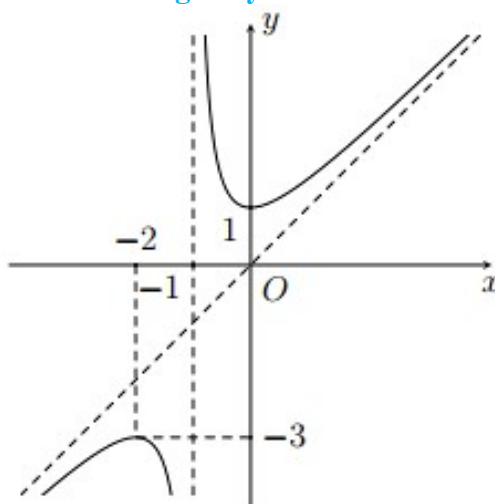
Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$. Vậy hàm số cần tìm là

$$y = \frac{x+2}{x-2}$$

Câu 11: Đồ thị trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số



A. $y = x - \frac{1}{x+1}$ B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$ C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x+1}$ D. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x+1}$

Lời giải

Chọn D

Đồ thị có dạng $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ nên loại B

Đồ thị đi qua điểm $(-2; -3)$ nên loại A, C

Vậy đáp án là $y = \frac{x^2 + x + 1}{x+1}$.

Câu 12: Một doanh nghiệp dự kiến lợi nhuận khi sản xuất x sản phẩm ($0 \leq x \leq 200$) được cho bởi hàm số $y = -x^3 + 150x^2$ (đơn vị: đồng). Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để đạt được lợi nhuận cao nhất?

A. 50 B. 150 C. 75 D. 100

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = -x^3 + 150x^2$ trên đoạn $[0; 200]$

$$y' = -3x^2 + 300x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 300x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 100 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	100	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	$\swarrow$	0	$\searrow$	500000	$\swarrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra: Lợi nhuận cao nhất khi số sản phẩm sản xuất là 100 sản phẩm.

PHẦN 2: ĐÚNG - SAI

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$

Các khẳng định dưới đây đúng hay sai ?

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

c) Hàm số có 3 điểm cực trị.

d) Giá trị $y_{CD}m^2 + y_{CT}m - 1 = 0$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m = -1 \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Lời giải

a) Ta có hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$ **Sai**

b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1), (0; 1) \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$ **Đúng.**

c) Vì $f'(x)$ đổi dấu khi x đi qua các điểm $-1; 0; 1$ nên hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị. **Đúng**

d) Từ bảng biến thiên ta có $y_{CD} = -2, y_{CT} = -3 \Rightarrow -2m^2 - 3m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = -\frac{1}{2} \end{cases}$. **Đúng**

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+m}$ (m tham số)

a) Khi $m = 1$, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$

c) Với mọi $m \in \mathbb{R}$, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$ và tiệm cận đứng $x = -m$

d) Với $m = -2$, đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Lời giải

a) Sai.

Khi $m = 1$, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

b) Đúng.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{x+m} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{m}{x}} = \frac{1}{1} = 1$$

Vì

c) Sai.

Vì khi $m = -2$, $y = \frac{x-2}{x-2} = 1, \forall x \neq 2$, nên đồ thị hàm số suy biến thành đường thẳng $y = 1 (\forall x \neq 2)$ không có tiệm cận đứng.

d) Sai.

Vì khi $m = -2$, $y = \frac{x-2}{x-2} = 1, \forall x \neq 2$, nên đồ thị hàm số suy biến thành đường thẳng $y = 1 (\forall x \neq 2)$ chỉ có tiệm cận ngang $y = 1$ mà không có tiệm cận đứng.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-6	$+\infty$	2	$+\infty$	

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- a) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2 .
 b) $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
 c) Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $[-5; -3]$.

d) Biết hàm số $f(x)$ có dạng $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + n}$ khi đó $f(1) = \frac{5}{3}$.

Lời giải

	Giải chi tiết(giải thích)
a) Đ	Điểm cực đại của hàm số: $x = -4$, điểm cực tiểu của hàm số $x = 0$, giá trị cực đại $y_{CD} = -6$, giá trị cực tiểu $y_{CT} = 2$.
b) Đ	Vì $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty$; nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $x = -2$.
c) S	Dựa vào bảng biến thiên ta thấy Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-5; -3]$ bằng -6 .

d) S	<p>Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $x = -2$ nên $n = 2$.</p> <p>Ta có $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + 2}$</p> $f'(x) = \frac{(2ax+b)(x+2) - (ax^2 + bx + c)}{(x+2)^2} = \frac{2ax^2 + 4ax + bx + 2b - ax^2 - bx - c}{(x+2)^2}$ $= \frac{ax^2 + 4ax + 2b - c}{(x+2)^2}$
	<p>Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(-4; -6)$; $(0; 2)$ và có điểm cực trị $(0; 2)$ nên ta có hệ phương trình:</p> $\begin{cases} \frac{(-4)^2 \cdot a + b \cdot (-4) + c}{-4 + 2} = -6 \\ \frac{a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c}{0 + 2} = 2 \\ a \cdot 0^2 + 4a \cdot 0 + 2b - c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16a - 4b + c = 12 \\ c = 4 \\ 2b - c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 4 \end{cases}$ <p>Vậy hàm số có dạng: $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2} \Rightarrow f(1) = \frac{1^2 + 2 \cdot 1 + 4}{1 + 2} = \frac{7}{3}$.</p>

Câu 16: Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^3 - 12t + 3, t \geq 0$.
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

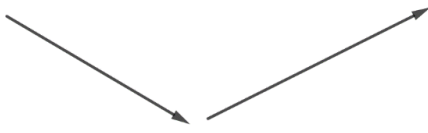
- a) Vận tốc của hạt khi chuyển động: $v(t) = 3t^2 - 12, t \geq 0$.
- b) Hạt chuyển động xuống dưới khi $t > 2$.
- c) Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 3$ là $9m$.
- d) Khi $t > 0$ thì hạt tăng tốc.

Lời giải

	Giải chi tiết(giải thích)
a) Đ	$v(t) = y' = 3t^2 - 12, t \geq 0$
b) S	Hạt chuyển động xuống dưới khi $v(t) < 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 12 < 0 \Leftrightarrow 0 \leq t < 2$ (do $t \geq 0$)
c) Đ	Ta có: $y(3) - y(0) = 3^3 - 12 \cdot 3 + 3 - 3 = -9$ Vậy quãng đường vật đi được trong thời gian $0 \leq t \leq 3$ là $9m$.
d) Đ	Hạt tăng tốc khi $v(t)$ tăng hay $v'(t) > 0$. Do đó, $6t > 0 \Leftrightarrow t > 0$.

PHẦN 3.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Biết hàm số $y = f\left(\frac{1}{2}x^2 + 3x + 6\right)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$, với a, b là các số thực. Tính $S = a + b$?

Lời giải

Đáp số: -3

Ta có $y' = (x+3)f'\left(\frac{1}{2}x^2 + 3x + 6\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ f'\left(\frac{1}{2}x^2 + 3x + 6\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ \frac{1}{2}x^2 + 3x + 6=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=0 \\ x=-6 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	$-\infty$	-6	-3	0	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y								

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -6)$ và $(-3; 0)$.

Vậy $a = -3; b = 0$. Suy ra $S = a + b = (-3) + 0 = -3$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - x)(x^2 - 4x + 3), \forall x \in \mathbb{R}$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^2 + m)$ có 3 điểm cực trị.

Lời giải

Đáp số: 3

$$f'(x) = x(x-1)^2(x-3); f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=3 \end{cases}$$

Ta có

$$g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 + m); g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 + m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + m = 0 \\ x^2 + m = 1 \\ x^2 + m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -m & (1) \\ x^2 = 1 - m & (2) \\ x^2 = 3 - m & (3) \end{cases}$$

Lại có

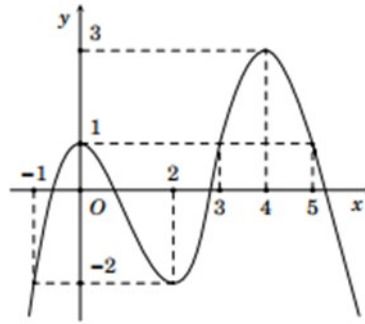
Ta thấy (2) có nghiệm luôn là nghiệm bội chẵn; các phương trình (1), (3) có nghiệm không chung nhau và do $-m < 3 - m$ nên nếu (1) có nghiệm thì chắc chắn (3) có 2 nghiệm phân biệt.

Do đó hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow g'(x) = 0$ có ba nghiệm bội lẻ $\Leftrightarrow$ (1) hoặc vô nghiệm hoặc có nghiệm kép là 0 và (2) có hai nghiệm phân biệt khác 0

Vì $m \in \mathbb{R} \Rightarrow m \in \{0; 1; 2\}$.

Vậy tổng các giá trị nguyên của tham số m bằng 3.

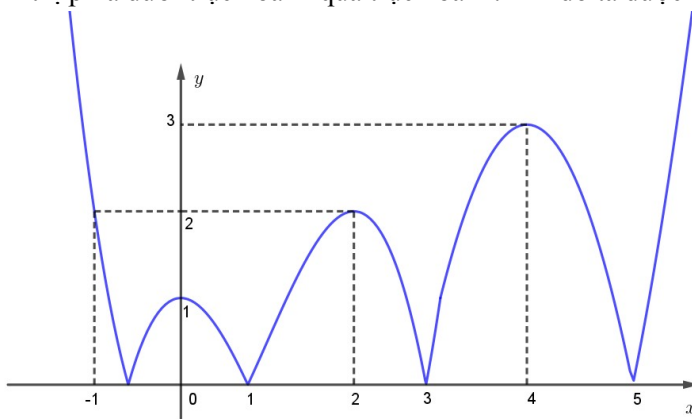
Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới. Biết hàm số $y = |f(x)|$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 4]$ tại điểm $A(a; b)$. Giá trị của $S = \log_a b$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

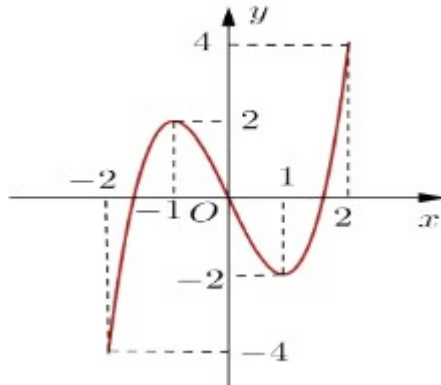
Đáp số: 0,79

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta giữ nguyên phần đồ thị nằm trên trục hoành, sau đó lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới trục hoành qua trục hoành. Khi đó ta được đồ thị hàm số $y = |f(x)|$.



Dựa vào đồ thị hàm số trên đoạn $[-1; 4]$, ta thấy tung độ của điểm cao nhất trên đồ thị là 3 . Do đó giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên đoạn $[-1; 4]$ là 3 ứng với điểm $A(4; 3)$.
 Khi đó $a = 4, b = 3$. Suy ra $S = \log_a b = \log_4 3 = 0,79$.

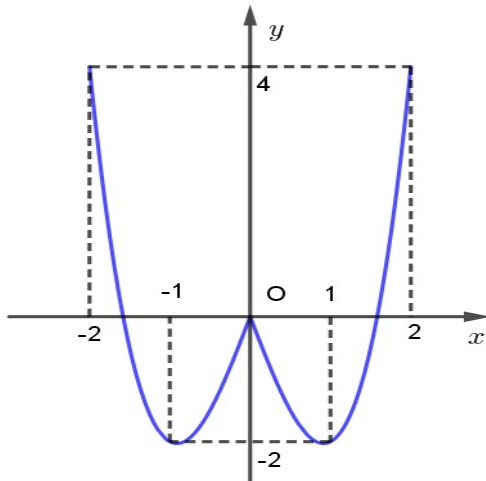
Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Có bao nhiêu giá trị của tham số m thuộc khoảng $(-10; 10)$ để phương trình $f(|x|) = m$ có 4 nghiệm phân biệt?



Lời giải

Đáp số: 1

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta vẽ đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ bằng cách giữ nguyên đồ thị bên phải trục tung và lấy đối xứng đồ thị bên phải trục tung qua trục tung.



Để phương trình $f(|x|) = m$ có 4 nghiệm phân biệt khi $-2 < m < 0$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = -1$.

Vậy có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 21: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + 3}{x + 1}$ có dạng $y = ax + b$. Khi đó $a + b$ bằng

Lời giải

Đáp số: 1Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$y' = \frac{(4x-3)(x+1) - (2x^2-3x+3)}{(x+1)^2} = \frac{2x^2+4x-6}{(x+1)^2}$$

Ta có

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2+4x-6}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow 2x^2+4x-6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Suy ra hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(1; 1); B(-3; -15)$.Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $y = 4x - 3$.Vậy $a = 4, b = -3$, suy ra $S = a + b = 1$.

Câu 22: Ông A có một khu đất hình elip với độ dài trục lớn $10m$ và độ dài trục bé $8m$. Ông A muốn chia khu đất thành hai phần, phần thứ nhất là một hình chữ nhật nội tiếp elip dùng để xây bể cá cảnh và phần còn lại dùng để trồng hoa. Biết chi phí xây bể cá là 800.000 đồng trên $1m^2$ và chi phí trồng hoa là 900.000 đồng trên $1m^2$. Hỏi ông A có thể thiết kế xây dựng như trên với tổng chi phí thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải**Đáp số:** 53

Theo đề ra, ta có $\begin{cases} 2a = 10 \\ 2b = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases}$.

Khi đó, elip có dạng $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Đặt chiều dài hình chữ nhật là $2x$ ($x > 0$), chiều rộng hình chữ nhật là $2y$ ($y > 0$).

Tổng chi phí ông A phải trả là

$$T = 0,8S_{HCN} + 0,9(S_{chp} - S_{HCN}) = 0,9S_{chp} - 0,1S_{HCN} = 0,9 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 4 - 0,1 \cdot 2x \cdot 2y = 18\pi - 0,4xy$$

Mặt khác $y = \sqrt{16 - \frac{16x^2}{25}}$.

Do đó $T = 18\pi - 0,4x \cdot \sqrt{16 - \frac{16x^2}{25}}$.

Khảo sát hàm số trên khoảng $(0; 5)$, ta được $\min_{(0;5)} T = 53$.

uigeli.xyz
ĐỀ 10**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I-NĂM HỌC 2024-2025**
MÔN: TOÁN 12

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

A. $(-1;0)$ **B.** $(1;+\infty)$ **C.** $(-\infty;1)$ **D.** $(0;1)$

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 5: Các đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

Trang 156

C. $x = 1; y = -2$. D. $x = 1; y = 2$.

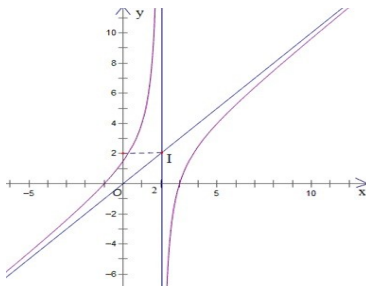
Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$. Đồ thị hàm số có một tiệm cận xiên $y = ax + b$. Giá trị của $a + 3b$ bằng

A. 5. B. 3. C. -2. D. -1.

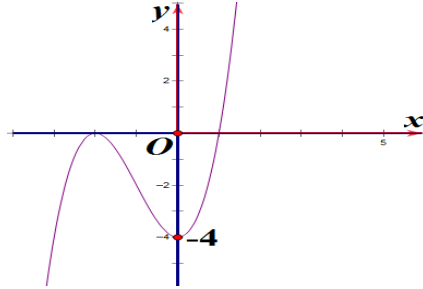
Câu 7: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 1}{x - 1}$ có tâm đối xứng là

A. $I(-1; 3)$. B. $I(-1; 1)$. C. $I(3; 1)$. D. $I(1; 3)$.

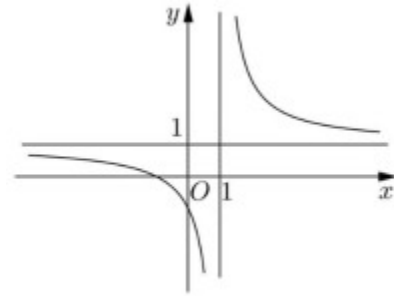
Câu 8: Đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ là hình nào trong 4 hình dưới đây?



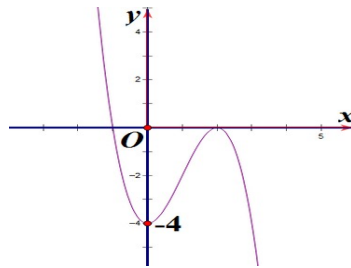
A. Hình 1.



B. Hình 2.

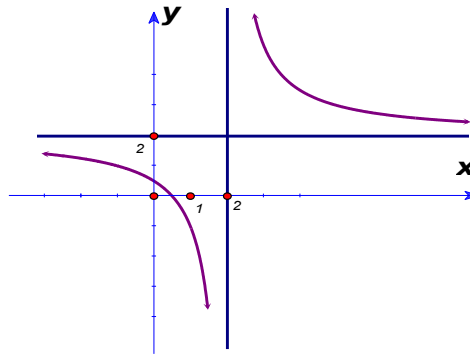


C. Hình 3.



D. Hình 4.

Câu 9: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y = \frac{x^2 - 3x - 1}{x - 2}$. B. $y = \frac{2x - 3}{x - 2}$. C. $y = 2x^3 + x^2 + 1$. D. $y = \frac{2x - 1}{x - 2}$.

Câu 10: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vector bằng vector $\overrightarrow{AB}$ là vector nào dưới đây?

- A. $\overrightarrow{D'C'}$ B. $\overrightarrow{BA}$ C. $\overrightarrow{CD}$ D. $\overrightarrow{B'A'}$

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vector đúng:

- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$ B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$
 C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O, O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Độ dài vec tơ $\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$ bằng.

- A. $4a$ B. $6a$ C. $2a$ D. a

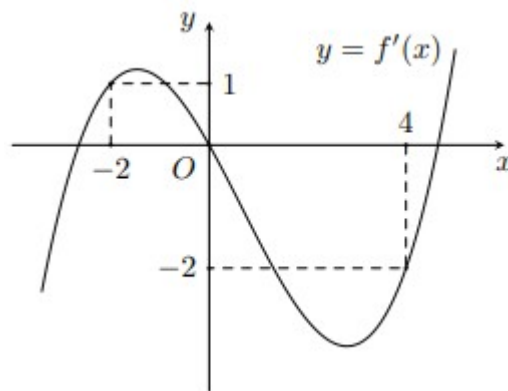
Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như dưới đây. Các khẳng định sau đúng hay sai?

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.
 b) $f(2) < f(4) < f(5)$.
 c) Hàm số $y = f(2x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
 d) Trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì hàm số $y = f(\sin x)$ đồng biến.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 4, có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như dưới đây. Các khẳng định sau đúng hay sai?



- a) Hàm số có 2 điểm cực trị.
 b) $\max f(x) = f(0)$

c) Biết $f(0) - f(-2) = f(3) - f(4)$. Khi đó $\min_{[-2;4]} f(x) = f(4)$.

d) Hàm số $y = f(x+1)$ có 2 điểm cực tiểu.

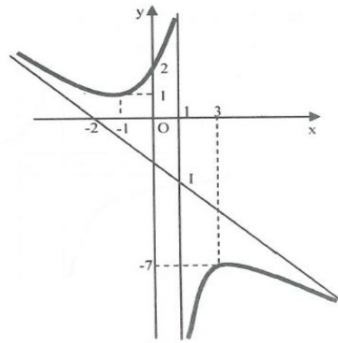
Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{1 - x}$

a) Đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{1 - x}$ có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

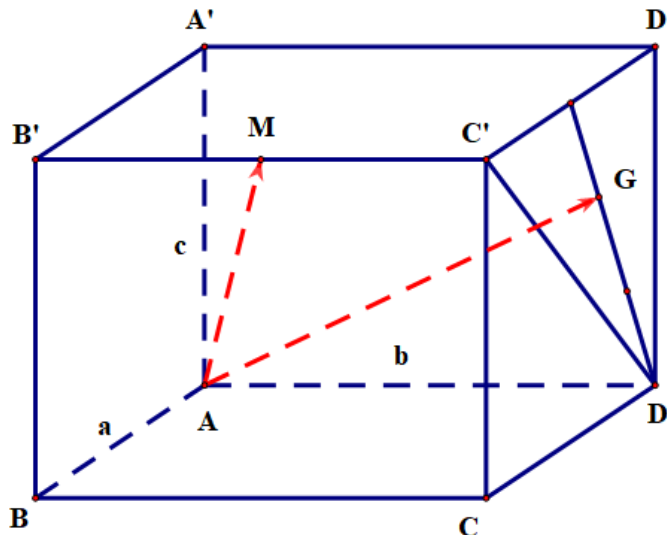
b) Đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{1 - x}$ có đường tiệm cận xiên là $y = 1 - x$.

c) Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{1 - x}$ có tâm đối xứng là $I(1; -2)$.

d) Hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{1 - x}$ có đồ thị hàm số là đường cong sau đây:



Câu 16: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ và $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$ và G là trọng tâm tam giác DCD' .



Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau.

a) Có 3 vector có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp chữ nhật bằng $\overrightarrow{AB}$.

b) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ và $AG = \sqrt{\frac{1}{9}a^2 + \frac{4}{9}c^2 + b^2}$

d) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AG} = \frac{1}{6}a^2 + b^2 + \frac{2}{3}c^2$

Câu 17:	Câu 18:	Câu 19:	Câu 20:
a)	a)	a)	a)
b)	b)	b)	b)
c)	c)	c)	c)
d)	d)	d)	d)

☞ **Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

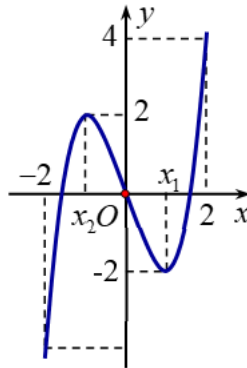
Câu 17: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2 - x^2}$. Tính $M - \sqrt{2} \cdot m$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ đạt cực đại tại x_1 và đạt cực tiểu tại x_2 . Tính $2x_2 - x_1$ biết $x_1 < x_2$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$, và có đồ thị là đường cong như trong hình vẽ bên.



Tính tổng các giá trị cực đại của hàm số $y = |f(x) - 1|$ trên đoạn $[-2; 2]$?

Câu 20: Ông Hùng muốn thiết kế một chiếc bể cá không có nắp đậy hình hộp chữ nhật có chiều cao 50 cm, thể tích là 90000 cm^3 . Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành là 60000 đồng/ m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành là 90000 đồng/ m^2 . Chi phí thấp nhất để làm bể cá là bao nhiêu nghìn đồng? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 21: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$$y = \sqrt{mx^2 - 2(m^2 - 5m)x - m + 4}$$
 đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

Câu 22: Để nâng một chiếc bàn hình vuông lên song song với mặt đất, người ta dùng 4 sợi dây cáp không dẫn xuất phát từ điểm S trên thanh cầu và lần lượt buộc vào bốn điểm A, B, C, D ở bốn góc của bàn sao cho các lực căng $\overline{F_1}, \overline{F_2}, \overline{F_3}, \overline{F_4}$ lần lượt trên mỗi dây SA, SB, SC, SD đều có độ lớn bằng $90(N)$. Biết các đường thẳng SA, SB, SC, SD cùng tạo với mặt phẳng ngang một góc bằng 60° . Tính trọng lượng của chiếc bàn đó (làm tròn đến hàng đơn vị).

--- HẾT ---

• **ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI**

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN

1.D	2.D	3.B	4.D	6.C	7.D	8.B	9.D	10.A	11.B	12.A
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu/ý	a	b	c	d
13	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
14	Sai	Sai	Đúng	Đúng
15	Đúng	Sai	Sai	Đúng
16	Đúng	Sai	Đúng	Đúng

PHẦN III. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu	Đáp án
17	4
18	3
19	4
20	1313
21	312
22	67

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			-1		-1		-2	

$-\infty \nearrow \quad \searrow -2 \quad \nearrow \quad \searrow -\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

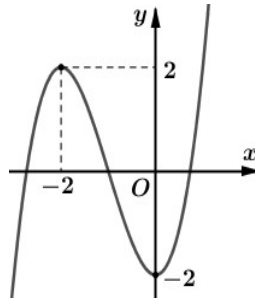
- A.** $(-1;0)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $(0;1)$ thì $f'(x) > 0$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 3: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Giả sử giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$ lần lượt là M, m thì $M - m$ bằng

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải

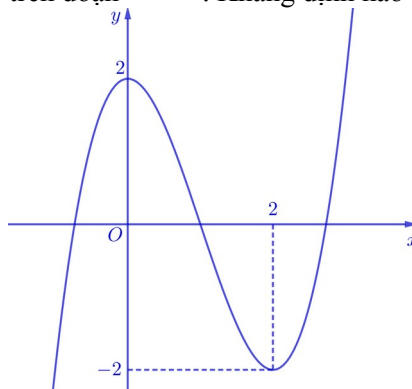
Ta có $y = x^3 - 3x^2 + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 3x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 3] \\ x = 2 \in [-1; 3] \end{cases}$$

$$f(-1) = -2; f(0) = 2; f(2) = -2; f(3) = 2$$

$$\text{Vậy } M = 2; m = -2 \Rightarrow M - m = 4$$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



- A. $m + M = -2$ B. $m + M = 2$ C. $m + M = 4$ D. $m + M = 0$

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy trên đoạn $[0; 2]$:

+ Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất là $m = -2$ khi $x = 2$.

+ Hàm số đạt giá trị lớn nhất là $M = 2$ khi $x = 0$.

Vậy $m + M = 0$.

Câu 5: Các đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

A. $x = 2$; $y = 1$. B. $x = -1$; $y = -2$.

C. $x = 1$; $y = -2$. D. $x = 1$; $y = 2$.

Lời giải

Đồ thị hàm phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng là $x = -\frac{d}{c}$ và tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$.

Do đó đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x = 1$; $y = 2$.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$. Đồ thị hàm số có một tiệm cận xiên $y = ax + b$. Giá trị của $a + 3b$ bằng

A. 5.

B. 3.

C. -2.

D. -1.

Lời giải

$$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} = x - 1 + \frac{1}{x - 1}.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} - (x - 1) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{x - 1} \right] = 0 \Rightarrow y = x - 1$$

tiệm cận xiên là tiệm cận xiên của đồ thị

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow a + 3b = -2$$

hàm số.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ có tâm đối xứng là

A. $I(-1; 3)$.

B. $I(-1; 1)$.

C. $I(3; 1)$.

D. $I(1; 3)$.

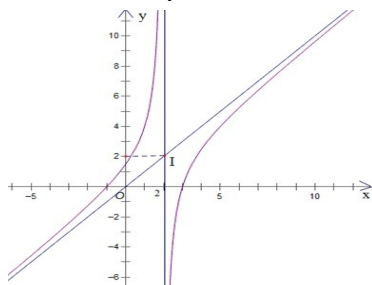
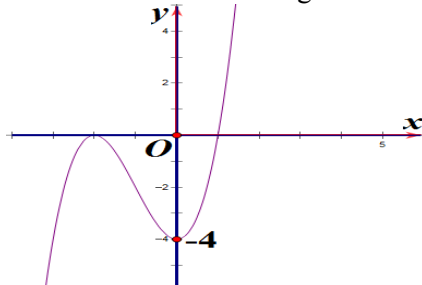
Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x+1}{x-1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x+1}{x-1} = -\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Lại có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ nên đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

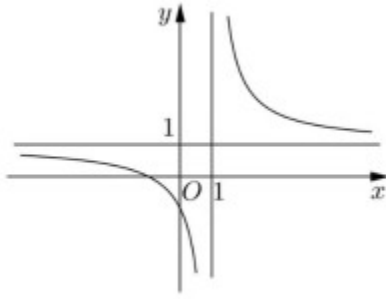
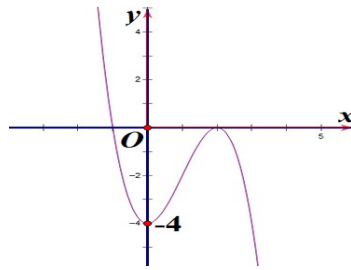
Giao điểm của hai đường tiệm cận là tâm đối xứng của đồ thị. Do đó $I(1; 3)$.

Câu 8: Đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ là hình nào trong 4 hình dưới đây?



A. Hình 1.

B. Hình 2.



C. Hình 3.

D. Hình 4.

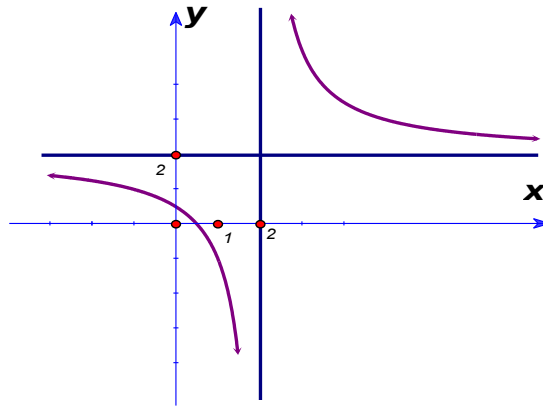
Lời giải

T có: $y = x^3 + 3x^2 - 4 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x$

$$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Hệ số $a = 3 > 0$. Suy ra hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị là hình 2. (Hình vẽ)

Câu 9: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y = \frac{x^2 - 3x - 1}{x - 2}$. B. $y = \frac{2x - 3}{x - 2}$.

C. $y = 2x^3 + x^2 + 1$. D. $y = \frac{2x - 1}{x - 2}$.

Lời giải

Quan sát đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang theo thứ tự là $x = 2$; $y = 2$. Như vậy, chỉ có hai hàm số ở phương án D và B thỏa mãn điều kiện này.

Mặt khác, theo hình vẽ, đồ thị hàm số cần tìm cắt trục Oy tại $M(0; \frac{1}{2})$. $y(0) = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Chỉ có hàm số cho ở phương án D thỏa mãn.

Câu 10: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ nào dưới đây?

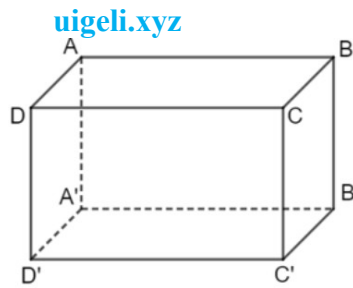
A. $\overrightarrow{D'C'}$.

B. $\overrightarrow{BA}$.

C. $\overrightarrow{CD}$.

D. $\overrightarrow{B'A'}$.

Lời giải



Đễ dàng thấy $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vector đúng:

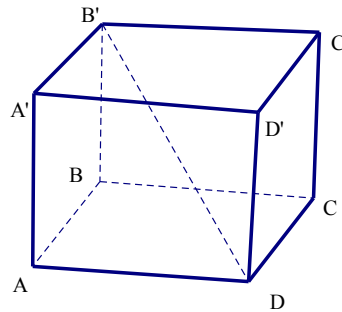
A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$

B. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

D. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

Lời giải



Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

Câu 12: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O, O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Độ dài vec tơ $\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$ bằng.

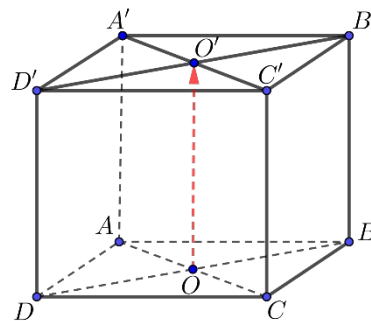
A. $4a$

B. $6a$

C. $2a$

D. a

Lời giải



$$\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = (\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OC'}) + (\overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OD'}) = 2\overrightarrow{OO'} + 2\overrightarrow{OO'} = 4\overrightarrow{OO'}$$

Ta có

$$\text{Suy ra } |\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}| = 4|\overrightarrow{OO'}| = 4a$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như dưới đây. Các khẳng định sau đúng hay sai?

uigeli.xyz

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.
- b) $f(2) < f(4) < f(5)$.
- c) Hàm số $y = f(2x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
- d) Trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì hàm số $y = f(\sin x)$ đồng biến.

Lời giải

a) Đúng.

Dựa vào BBT ta thấy $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.

b) Đúng.

Dựa vào BBT ta thấy $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ mà $(2; 5) \subset (2; +\infty)$ nên $f(x)$ đồng biến trên $(2; 5)$.

Ta có: $2 < 4 < 5 \Rightarrow f(2) < f(4) < f(5)$

c) Đúng.

$$[f(2x)]' = 2f'_{(2x)} > 0 \Leftrightarrow f'_{(2x)} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 2 \\ 2x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}$$

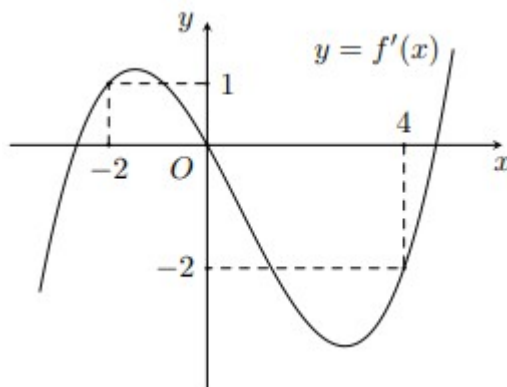
Vậy hàm số $y = f(2x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$

d) Sai.

$$\text{Trên } \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right): [f(\sin x)]' = \cos x \cdot f'_{(\sin x)} > 0 \Leftrightarrow f'_{(\sin x)} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x > 2 \\ \sin x < -2 \end{cases} \text{ (VL).}$$

$$\Rightarrow f(\sin x) \text{ nghịch biến trên } \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right).$$

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 4, có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như dưới đây. Các khẳng định sau đúng hay sai?



a) Hàm số có 2 điểm cực trị.

b) $\max_{[-2;4]} f(x) = f(0)$.

c) Biết $f(0) - f(-2) = f(3) - f(4)$. Khi đó $\min_{[-2;4]} f(x) = f(4)$.

d) Hàm số $y = f(x+1)$ có 2 điểm cực tiểu.

Lời giải

a) Sai.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta có bảng biến thiên của $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	x_0	-2	0	4	x_1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$			$f(0)$			$+\infty$
		$f(x_0)$				$f(x_1)$	

Dựa vào BBT ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

b) Sai.

Dựa vào BBT ta thấy $f(0)$ không là GTLN của hàm số trên tập $\mathbb{R}$.

c) Đúng.

Dựa vào BBT ta thấy trên $[-2;4]$, GTNN của $y = f(x)$ là $f(-2)$ hoặc $f(4)$ và $\max_{[-2;4]} f(x) = f(0)$

Theo giả thiết: $f(0) - f(-2) = f(3) - f(4) \Leftrightarrow f(0) - f(3) = f(-2) - f(4) > 0$

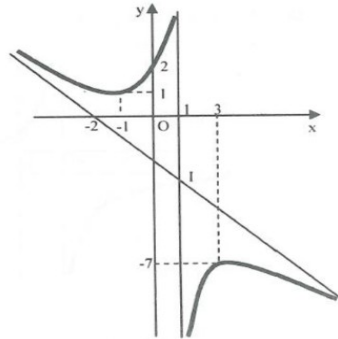
$\Rightarrow f(-2) > f(4)$ nên $\min_{[-2;4]} f(x) = f(4)$.

d) Đúng.

Ta có đồ thị hàm số $y = f(x+1)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị $y = f(x)$ sang trái 1 đơn vị nên số cực tiểu của hàm số $y = f(x+1)$ chính là số cực tiểu của hàm số $y = f(x)$, mà theo BBT ta thấy $y = f(x)$ có 2 điểm cực tiểu $\Rightarrow$ hàm số $y = f(x+1)$ có 2 điểm cực tiểu.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{1 - x}$

- a) Đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{1 - x}$ có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.
- b) Đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{1 - x}$ có đường tiệm cận xiên là $y = 1 - x$.
- c) Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{1 - x}$ có tâm đối xứng là $I(1; -2)$.
- d) Hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{1 - x}$ có đồ thị hàm số là đường cong sau đây:



Lời giải

a) Đúng

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

b) Sai

Ta có $y = \frac{x^2 + x + 2}{1 - x} = -x - 2 + \frac{-4}{x - 1}$

Suy ra $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\left(-x - 2 + \frac{-4}{x - 1} \right) - (-x - 2) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4}{x - 1} = 0$ và

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\left(-x - 2 + \frac{-4}{x - 1} \right) - (-x - 2) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4}{x - 1} = 0$

Dẫn đến $y = -x - 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C).

c) Sai

Ta có: $y = \frac{x^2 + x + 2}{1 - x} = -x - 2 + \frac{-4}{x - 1}$

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (-x - 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4}{x - 1} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (-x - 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4}{x - 1} = 0$

Suy ra $y = -x - 2$ là phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Vì $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x = 1 \\ y = -x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$

Do đó tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(1; -3)$.

d) Đúng

$$y = \frac{x^2 + x + 2}{1 - x} = -x - 2 + \frac{-4}{x - 1}; D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

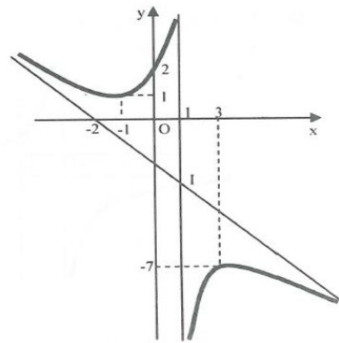
$$y' = \frac{-x^2 + 2x + 3}{(x - 1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 1 \\ x = 3 \Rightarrow y = -7 \end{cases}$$

Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận xiên $y = -x - 2$

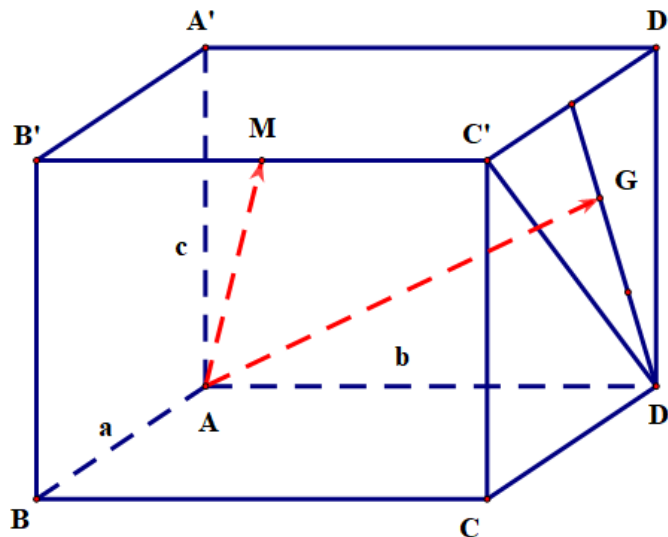
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	-	0	+	+	0	-
y	$+\infty$		$+\infty$	-7	$-\infty$	$-\infty$

Đồ thị hàm số:



Câu 16: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ và $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$ và G là trọng tâm tam giác DCD' .



Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau.

a) Có 3 vector có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp chữ nhật bằng $\overrightarrow{AB}$.

b) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ và $AG = \sqrt{\frac{1}{9}a^2 + \frac{4}{9}c^2 + b^2}$

d) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AG} = \frac{1}{6}a^2 + b^2 + \frac{2}{3}c^2$

Lời giải

a) Đúng.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{D'C'} = \overrightarrow{DC}$$

b) Sai.

Vì $\overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB}$ (do $ABB'A'$ là hình bình hành), $\overrightarrow{B'M} = \frac{1}{2} \overrightarrow{B'C'} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD}$ (do M là trung điểm của $B'C'$, và $ADC'B'$ là hình bình hành)

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'M} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AD}$$

Nên ta có:

c) Đúng.

Ta có: $3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{AC'}$ (vì G là trọng tâm tam giác DCD')

Mà $\overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$ (vì $ADD'A'$ là hình bình hành), $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ (do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp)

$$3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AA'} + 3\overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD}$$

Nên

Bình phương 2 vế và lưu ý $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA'} = 0$ (các vector đôi một vuông góc) ta có:

$$AG^2 = \frac{1}{9}AB^2 + \frac{4}{9}AA'^2 + AD^2 = \frac{1}{9}a^2 + \frac{4}{9}c^2 + b^2$$

$$\Rightarrow AG = \sqrt{\frac{1}{9}a^2 + \frac{4}{9}c^2 + b^2}$$

d) Đúng.

Vì $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AA'} = 0$ (các vector đôi một vuông góc)

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AG} = \left(\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \right) \cdot \left(\frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AA'} \right) = \frac{1}{6}AB^2 + AD^2 + \frac{2}{3}AA'^2$$

Nên ta có:

$$= \frac{1}{6}a^2 + b^2 + \frac{2}{3}c^2$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2 - x^2}$. Tính $M - \sqrt{2} \cdot m$.

Lời giải

Đáp số: 4.

+ Điều kiện: $2 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$

+ Tập xác định của hàm số $y = x + \sqrt{2 - x^2}$ là $D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

$$y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{2 - x^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2 - x^2} = x \Leftrightarrow x = 1 \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$$

$$y(-\sqrt{2}) = -\sqrt{2}; \quad y(\sqrt{2}) = \sqrt{2}; \quad y(1) = 2$$

$$M = \max y = 2 = y(1); \quad m = \min y = -\sqrt{2} = y(-\sqrt{2})$$

$$M - \sqrt{2} \cdot m = 2 - \sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2}) = 4$$

Suy ra

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

	có đạo hàm trên		và có bảng xét dấu			
x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ đạt cực đại tại x_1 và đạt cực tiểu tại x_2 . Tính $2x_2 - x_1$ biết $x_1 < x_2$.

Lời giải

Đáp số: 3.

$$y' = (2x - 2)f'(x^2 - 2x)$$

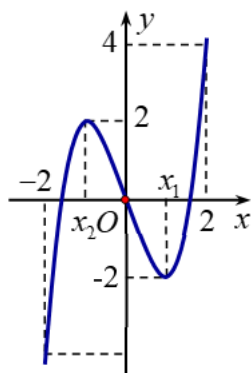
$$y' = 0 \Leftrightarrow (2x - 2)f'(x^2 - 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x = -2 \\ x^2 - 2x = 1 \\ x^2 - 2x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 3 \\ x = 1 - \sqrt{2} \\ x = 1 + \sqrt{2} \end{cases}$$

x	$-\infty$	-1	$1 - \sqrt{2}$	1	$1 + \sqrt{2}$	3	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Suy ra hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ đạt cực đại tại $x = -1$ và $x = 3$; đạt cực tiểu tại $x = 1$.

$$\text{Do đó } x_1 = -1 \text{ và } x_2 = 1 \Rightarrow 2x_2 - x_1 = 2 - (-1) = 3$$

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$, và có đồ thị là đường cong như trong hình vẽ bên.

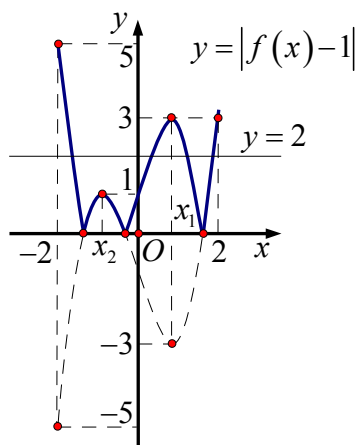


Tính tổng các giá trị cực đại của hàm số $y = |f(x) - 1|$ trên đoạn $[-2; 2]$?

Lời giải

Đáp số: 4.

* Từ hàm số $y = f(x)$ ta suy ra đồ thị hàm số: $y = |f(x) - 1|$.



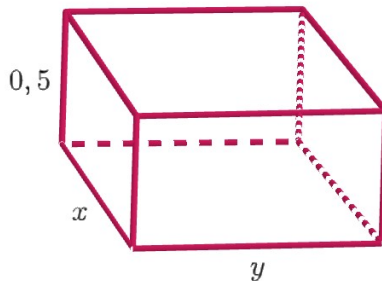
* Từ đồ thị hàm số $y = |f(x) - 1|$ ta thấy trên đoạn $[-2; 2]$ hàm số có 2 giá trị cực đại là 1 và 3.

* Vậy tổng các giá trị cực đại của hàm số $y = |f(x) - 1|$ trên $[-2; 2]$ là 4.

Câu 20: Ông Hùng muốn thiết kế một chiếc bể cá không có nắp đậy hình hộp chữ nhật có chiều cao 50 cm, thể tích là 90000 cm^3 . Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành là 60000 đồng/ m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành là 90000 đồng/ m^2 . Chi phí thấp nhất để làm bể cá là bao nhiêu nghìn đồng? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đáp số: 67.



Đổi $50\text{ cm} = 0,5\text{ m}$; $90.000\text{ cm}^3 = 0,09\text{ m}^3$

Gọi $x, y(\text{m})$ là hai kích thước của hình chữ nhật đáy ($x, y > 0$).

Do thể tích của bể là $0,09\text{ m}^3$ nên ta có: $x \cdot y \cdot 0,5 = 0,09 \Rightarrow y = \frac{9}{50x}$

Khi đó diện tích mặt xung quanh là: $2 \cdot x \cdot 0,5 + 2 \cdot y \cdot 0,5 = x + y = x + \frac{9}{50x} (\text{m}^2)$

Chi phí để làm mặt xung quanh là: $60 \cdot \left(x + \frac{9}{50x}\right)$ (nghìn đồng)

Diện tích mặt đáy là: $x \cdot y = x \cdot \frac{9}{50x} = \frac{9}{50} (\text{m}^2)$

Chi phí để làm mặt đáy là: $90 \cdot \frac{9}{50} = \frac{81}{5}$ (nghìn đồng)

Do đó chi phí để làm bể cá thấp nhất khi và chỉ khi chi phí làm mặt xung quanh thấp nhất

Xét hàm số $f(x) = 60 \left(x + \frac{9}{50x}\right) = 60x + \frac{54}{x}, x > 0; f'(x) = 60 - \frac{54}{x^2} = \frac{300x^2 - 54}{5x^2}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{10}$.

Ta có bảng biến thiên:

x	0	$\frac{3\sqrt{2}}{10}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$36\sqrt{2}$	$+\infty$

Khi đó chi phí thấp nhất để làm bể cá là: $36\sqrt{2} + \frac{81}{5} \approx 67$ (nghìn đồng).

Câu 21: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số

$y = \sqrt{mx^2 - 2(m^2 - 5m)x - m + 4}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

Lời giải

Đáp số: 1313.

Đặt $f(x) = mx^2 - 2(m^2 - 5m)x - m + 4$

+) $m = 0$ hàm số đã cho trở thành hàm số không đổi $y = 2$, do đó $m = 0$ không thỏa mãn.

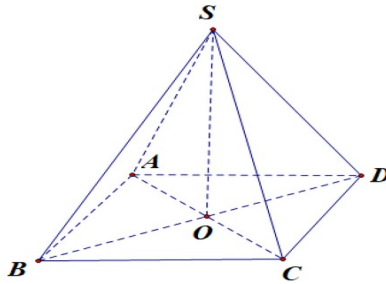
+) $m < 0$ hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(m - 5; +\infty)$ nên hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ không thể đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

+) $m > 0$ hàm số $y = \sqrt{f(x)}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ khi hàm số $f(x)$ đồng biến và không âm trên khoảng $(0; +\infty)$. Từ đó suy ra $\begin{cases} m-5 \leq 0 \\ f(0) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 5 \\ -m+4 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow m \leq 4$.

Từ đó suy ra $m \in (0; 4]$. Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 22: Để nâng một chiếc bàn hình vuông lên song song với mặt đất, người ta dùng 4 sợi dây cáp không dẫn xuất phát từ điểm S trên thanh cầu và lần lượt buộc vào bốn điểm A, B, C, D ở bốn góc của bàn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ lần lượt trên mỗi dây SA, SB, SC, SD đều có độ lớn bằng $90(N)$. Biết các đường thẳng SA, SB, SC, SD cùng tạo với mặt phẳng ngang một góc bằng 60° . Tính trọng lượng của chiếc bàn đó (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải



Đáp số: 312.

Không mất tính tổng quát, giả sử $\vec{F}_1 = \vec{SA}, \vec{F}_2 = \vec{SB}, \vec{F}_3 = \vec{SC}, \vec{F}_4 = \vec{SD}$

Vì lực căng trên 4 sợi dây SA, SB, SC, SD có độ lớn bằng nhau và 4 điểm A, B, C, D cách đều nhau.

Nên $S.ABCD$ là hình chóp đều với $SA = SB = SC = SD = 90$ và góc tạo bởi mỗi đường thẳng SA, SB, SC, SD với $(ABCD)$ là 60° .

Gọi O là giao điểm của AC và BD thì $SO \perp (ABCD)$ và $\angle SAO = \angle SBO = \angle SCO = \angle SDO = 60^\circ$.

Gọi T là trọng lượng của bàn thì $T = |\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD}| = |4\vec{SO}| = 4SO$.

Trong tam giác SAO vuông tại O , ta có: $SO = SA \sin \angle SAO = 90 \sin 60^\circ = 45\sqrt{3}$.

Vậy trọng lượng của đèn là $T = 4.45\sqrt{3} = 180\sqrt{3} \approx 312(N)$

--- HẾT ---