SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ
(Đề thi có 04 trang)

KỲ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH LỚP 12
THPT (ĐỢT 2) NĂM HỌC 2025-2026
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên: …….. Số báo danh: …… **Mã đề 0112**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.
Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Lâm trường Tam Đảo thống kê đường kính thân gỗ của 60 cây xoan đào được cho ở bảng sau:

Đường kính (cm)	$[20;22)$	$[22;24)$	$[24;26)$	$[26;28)$	$[28;30)$
Tần số	5	20	18	7	10

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu đã cho là
A. $[20;22)$. **B.** $[28;30)$. **C.** $[24;26)$. **D.** $[22;24)$.

Câu 2. Một hộp có 5 viên bi màu đỏ và 7 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp đó. Xác suất để lấy được 2 viên bi màu đỏ bằng
A. $\frac{5}{33}$. **B.** $\frac{5}{22}$. **C.** $\frac{2}{33}$. **D.** $\frac{7}{22}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;4;-1)$ có phương trình chính tắc là
A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+3}{-2}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{2}$. **C.** $\frac{x+5}{-2}=\frac{y+4}{-1}=\frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x-5}{2}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+1}{-2}$.

Câu 4. Cho $\int_2^5 f(x),dx=2$ và $\int_2^5 g(x),dx=5$. Giá trị của tích phân $\int_2^5[f(x)-2g(x)]dx$ bằng
A. -8. **B.** 12. **C.** 1. **D.** -3.

Câu 5. Biết phương trình $\sqrt{2x^2+x+3}=1-x$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2. Tổng x_1+x_2 bằng
A. -3. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$ và công sai $d=3$. Giá trị của u_{10} bằng
A. $u_{10}=-2.3^9$. **B.** $u_{10}=-29$. **C.** $u_{10}=25$. **D.** $u_{10}=28$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $f(x)=\sin x+\cos(3x)$ là
A. $f'(x)=-\cos x+3\sin(3x)$. **B.** $f'(x)=\cos x-3\sin(3x)$.
C. $f'(x)=\cos x+3\sin(3x)$. **D.** $f'(x)=-\cos x+\sin(3x)$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(2x-1)>-2$ là
A. $\left(\frac{1}{2};5\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(-\infty;5)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x+3)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 10. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{2x+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;5]$ bằng

A. $\frac{13}{4}$. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 2.

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 0$ là

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. **B.** $S = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $S = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $S = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 12. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2$; $AD = 3$; $AA' = 6$. Độ dài vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$ bằng

A. 7. **B.** $7\sqrt{3}$. **C.** $11\sqrt{3}$. **D.** 11.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;1;1)$, $B(1;0;-3)$, $C(-1;-2;-3)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 2 = 0$.

a) Mặt phẳng (ABC) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

b) Mặt phẳng (ABC) có phương trình $2x - 2y + z - 1 = 0$.

c) $\overrightarrow{AB} = (1;-1;-4)$.

d) Điểm $G(a;b;c)$ là trọng tâm của tam giác $\triangle ABC$ thì $a + b + c = 2$.

Câu 2. Một cây cà chua khi mới trồng có chiều cao 15 cm. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây cà chua tại thời điểm đúng t tuần sau khi trồng (đơn vị: cm, $0 \le t \le 16$). Biết rằng tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua đó được cho bởi hàm số $h'(t) = -0,02t^3 + 0,32t^2$ (đơn vị: cm/tuần).

a) Tại thời điểm đúng t tuần sau khi trồng, chiều cao của cây cà chua là $h(t) = -\frac{t^4}{200} + \frac{32t^3}{300}$ (cm).

b) Tại thời điểm tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua lớn nhất, cây cà chua cao hơn 80 (cm).

c) Trong khoảng thời gian 10 tuần đầu kể từ khi trồng, tốc độ tăng chiều cao trung bình của cây cà chua lớn hơn $5,6$ (cm/tuần).

d) Tại thời điểm đúng 6 tuần sau khi trồng, chiều cao của cây cà chua là $31,56$ (cm).

Câu 3. Một công ty đấu thầu hai dự án. Xác suất trúng thầu dự án thứ nhất là $0,8$. Nếu trúng thầu dự án thứ nhất thì xác suất trúng thầu dự án thứ hai là $0,9$. Nếu không trúng thầu dự án thứ nhất thì xác suất trúng thầu dự án thứ hai là $0,2$.

a) Nếu công ty không trúng thầu dự án thứ hai thì xác suất trúng thầu dự án thứ nhất là $0,12$.

b) Xác suất để công ty trúng thầu dự án thứ hai là $0,76$.

c) Xác suất để công ty trúng thầu cả hai dự án là $0,72$.

d) Xác suất để công ty không trúng thầu dự án thứ nhất là $0,2$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$.

a) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = ax + b$. Khi đó $a - 2b = 5$.

b) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là $y = 2x - 3$.

c) Gọi A, B lần lượt là các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số và O là gốc tọa độ. Diện tích tam giác OAB bằng 6.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

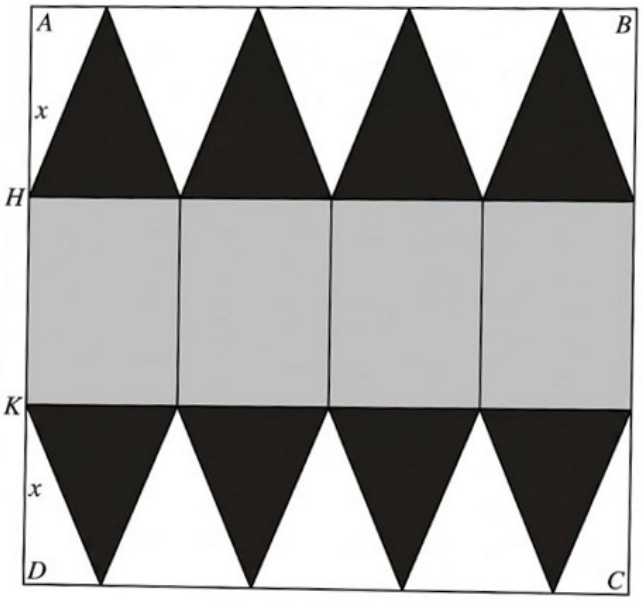
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^*, 1 \le x \le 5000$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0,03x^2 + 800x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = \dfrac{50000}{x} + 450$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, số đo góc $ABC = 60^\circ$. Biết rằng $C'A = CB = C'C$. Góc giữa mặt phẳng $(BCC'B')$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45°. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $6\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $a\sqrt{2}$, giá trị của a bằng bao nhiêu?

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 5$. Biết $\widehat{BAD} = 90^\circ$, $\widehat{BAA'} = \widehat{DAA'} = 60^\circ$. Số đo góc giữa vectơ $\overrightarrow{AC'}$ và vectơ $\overrightarrow{D'C}$ bằng bao nhiêu độ? *(Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).*

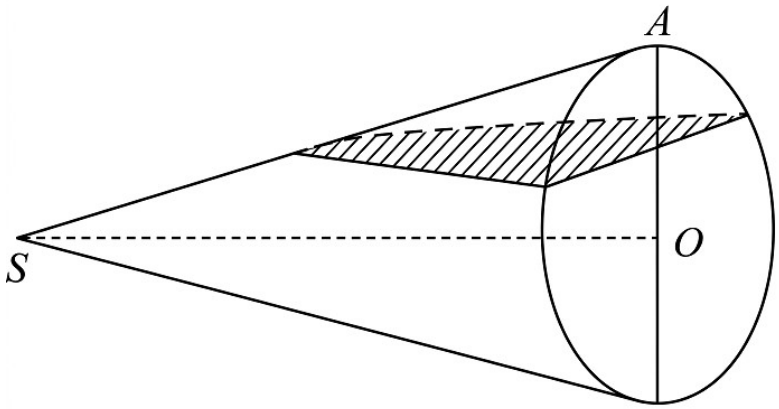
Câu 4. Bạn Minh dùng một miếng bìa hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 40 cm và cắt theo đường nét đứt (như hình vẽ) để làm một chiếc đèn lồng gồm ba phần: Phần thân của đèn là một hình lăng trụ tứ giác đều, hai đầu của chiếc đèn là hai hình chóp tứ giác đều. Biết $AH = KD$, thể tích lớn nhất của chiếc đèn bằng bao nhiêu cm^3? *(Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).*



Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, có hai trục Ox, Oy đặt trên mặt đất (coi mặt đất là một mặt phẳng); tia Oz hướng lên trên; đơn vị trên các trục tính bằng km. Một Ra đa đặt tại điểm $A(12;8;3)$ .có khả năng phát hiện các thiết bị bay trong vòng bán kính 30 km (các thiết bị bay cách Ra đa một khoảng không quá 30 km sẽ hiển thị hình ảnh trên màn hình của Ra đa). Một chiếc UAV (thiết bị bay không người lái) đang bay từ điểm $M(72;28;3)$ đến điểm $N(-32;-30;3)$ với vận tốc không đổi là 240 km/h. Hình ảnh của UAV xuất hiện trên

màn hình của Ra đa bao nhiêu phút? *(Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).*

Câu 6. Cho hình nón có bán kính đáy $OA = 6$ cm và chiều cao $SO = 8$ cm. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục SO và cách trục SO một khoảng bằng 3 cm ta được hai phần. Thể tích phần không chứa đỉnh S bằng bao nhiêu cm^3?
(Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần chục).



---------- HẾT ----------

(Thí sinh không sử dụng tài liệu, Giám thị không giải thích gì thêm)

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Câu	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Đáp án	**D**	**A**	**B**	**A**	**A**	**C**	**B**	**A**	**A**	**C**	**B**	**A**

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu	**1a**	**1b**	**1c**	**1d**	**2a**	**2b**	**2c**	**2d**	**3a**	**3b**	**3c**	**3d**	**4a**	**4b**	**4c**	**4d**
Đ/S	Đ	S	Đ	S	S	S	Đ	Đ	S	Đ	Đ	Đ	Đ	Đ	Đ	S

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Đáp án	446	$\frac{1728\sqrt{15}}{5}$	130°	3057	14	33,2

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Câu 1

20 $[22;24)$

Bảng tần số có tần số lớn nhất là , ứng với nhóm .

$[22;24)$

Vậy **nhóm chứa mốt** là .

Đáp án: D

Câu 2

Xác suất lấy được 2 viên đỏ:

$$C_5^2 = 10$$

• Số cách lấy 2 viên đỏ từ 5 viên đỏ: .

$$C_{12}^2 = 66$$

• Số cách lấy 2 viên bất kỳ từ 12 viên: .

$$P = \frac{10}{66} = \frac{5}{33}$$

Do đó .

Đáp án: A

Câu 3

$A(1;2;3)$ $B(5;4;-1)$

Đường thẳng qua và có vectơ chỉ phương:

$$\overrightarrow{AB} = (5-1;4-2;-1-3) = (4;2;-4) = 2(2;1;-2)$$

.

Phương trình chính tắc là

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}$$

.

Vậy chọn **phương án chứa phương trình này**.

Đáp án: B

Câu 4

Dùng tính tuyến tính của tích phân:

(Tex translation failed)

.

Đáp án: A

Câu 5 Giải phương trình

$\sqrt{2x^2+x+3}=1-x$

.

$1-x\geq 0\Rightarrow x\leq 1$

Điều kiện: .

Bình phương hai vế:

$2x^2+x+3=(1-x)^2=1-2x+x^2$

$\Rightarrow x^2+3x+2=0\Rightarrow x=-1, x=-2$

.

Cả hai đều thỏa điều kiện. Vậy

$x_1+x_2=-1+(-2)=-3$

.

Đáp án: A

Câu 6

Cấp số cộng có:

$u_n=u_1+(n-1)d$

.

$u_{10}=-2+9\cdot 3=-2+27=25$

Suy ra .

Đáp án: C

Câu 7

$f(x)=\sin x+\cos(3x)\Rightarrow f'(x)=\cos x-3\sin(3x)$

.

Đáp án: B

Câu 8

$$\log_{\frac{1}{3}}(2x-1)>-2$$

Giải bất phương trình .

$$2x-1>0\Rightarrow x>\frac{1}{2}$$

Điều kiện: .

$$\frac{1}{3}<1$$

Vì cơ số , hàm log nghịch biến nên

$$2x-1<\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}=9\Rightarrow 2x<10\Rightarrow x<5$$

.

$$\frac{1}{2}<x<5$$

Kết hợp điều kiện: .

$$\left(\frac{1}{2};5\right)$$

Vậy tập nghiệm là .

Đáp án: A

Câu 9

$$f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x+3)$$

.

$$f'(x)=0$$

Các nghiệm của là:

$x=-3,1,2$ $x=2$

; trong đó là nghiệm bội chẵn.

$x=-3$ $x=1$

Vì nghiệm bội chẵn không làm đổi dấu đạo hàm nên hàm số chỉ đổi dấu tại và .

Vậy hàm số có **2 điểm cực trị**.

Đáp án: A

Câu 10

$f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}=2+\dfrac{5}{x-1}$

.

$[2;5]$ $x-1>0$ $\dfrac{5}{x-1}$ x $f(x)$ $[2;5]$

Trên đoạn , ta có , nên giảm khi tăng. Vì thế giảm trên .

$x=2$ $f(2)=\dfrac{2\cdot 2+3}{2-1}=7$

Do đó giá trị lớn nhất đạt tại : .

Đáp án: C

Câu 11

$\sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi, k\in$

.

Đáp án: B

Câu 12

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$

Trong hình hộp chữ nhật:

A

chính là vectơ đường chéo không gian xuất phát từ , có độ dài

$\sqrt{AB^2+AD^2+AA'^2}=\sqrt{2^2+3^2+6^2}=\sqrt{49}=7$

.

Đáp án: A

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1

$A(0;1;1)$ $B(1;0;-3)$ $C(-1;-2;-3)$

Cho , , và mặt cầu

$x^2+y^2+z^2-2x+2z-2=0$

.

$(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=4$

Ta viết lại: .

$I(1;0;-1)$ $R=2$

Vậy tâm , bán kính .

a)

$\overrightarrow{AB}=(1;-1;-4)$

,

$\overrightarrow{AC}=(-1;-3;-4)$

.

(ABC) $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-8;8;-4)$

Lấy vectơ pháp tuyến mặt phẳng : .

$\vec{n}=(2;-2;1)$

Có thể chọn .

(ABC) $2x-2y+z+1=0$

Phương trình mặt phẳng là .

$I(1;0;-1)$ (ABC)

Khoảng cách từ đến mặt phẳng :

$$d=\frac{|2\cdot 1-2\cdot 0+(-1)+1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\frac{2}{3}$$

.

$$r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{4-\frac{4}{9}}=\sqrt{\frac{32}{9}}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$$

Bán kính đường tròn giao tuyến: .

Vậy mệnh đề **đúng**.

(ABC)

b) Ta đã tìm được phương trình mặt phẳng là

$2x-2y+z+1=0$

,

$2x-2y+z-1=0$

không phải .

Vậy **sai**.

$\overrightarrow{AB} = B - A = (1;-1;-4)$

c) .

Vậy **đúng**.

$\triangle ABC$

d) Trọng tâm tam giác là

$$G\left(\frac{0+1-1}{3};\frac{1+0-2}{3};\frac{1-3-3}{3}\right)=\left(0;-\frac{1}{3};-\frac{5}{3}\right)$$

.

Suy ra

$$a+b+c=0-\frac{1}{3}-\frac{5}{3}=-2\neq 2$$

.

Vậy **sai**.

Kết luận Câu 1: a Đ, b S, c Đ, d S.

Câu 2

$h'(t)=-0,02t^3+0,32t^2$ $h(0)=15$

Cho , và .

$$h(t)=\int(-0,02t^3+0,32t^2),dt=-\frac{t^4}{200}+\frac{32t^3}{300}+C$$

Tích phân: .

$h(0)=15$ $C=15$

Vì nên .

$$h(t)=-\frac{t^4}{200}+\frac{32t^3}{300}+15$$

Vậy .

$+15$

a) Đề cho thiếu hằng số .

Vậy **sai**.

$h'(t)$

b) Tốc độ tăng chiều cao lớn nhất khi lớn nhất.

$$h''(t) = -0,06t^2 + 0,64t = t(-0,06t + 0,64)$$

Ta có .

$h'(t)$ $(0;16)$ $t = \dfrac{0,64}{0,06} = \dfrac{32}{3}$

Suy ra điểm cực đại của trong là .

$$h\left(\frac{32}{3}\right) \approx 79,73 < 80$$

Khi đó .

Vậy mệnh đề **sai**.

c) Tốc độ tăng chiều cao trung bình trong 10 tuần đầu là

$\dfrac{h(10) - h(0)}{10}$

.

$$h(10) = -\frac{10^4}{200} + \frac{32 \cdot 10^3}{300} + 15 = -50 + \frac{320}{3} + 15 = \frac{215}{3}$$

Tính: .

$$\frac{h(10) - h(0)}{10} = \frac{\frac{215}{3} - 15}{10} = \frac{\frac{170}{3}}{10} = \frac{17}{3} \approx 5,67 > 5,6$$

Nên .

Vậy **đúng**.

$$h(6) = -\frac{6^4}{200} + \frac{32 \cdot 6^3}{300} + 15 = -\frac{1296}{200} + \frac{6912}{300} + 15 = 31,56$$

d) .

Vậy **đúng**.

Kết luận Câu 2: a S, b S, c Đ, d Đ.

Câu 3 Gọi:

A $P(A) = 0,8$

- : trúng dự án 1, .

B

- : trúng dự án 2.

$P(B \mid A) = 0,9$

Biết: ,

$P(B \mid \overline{A}) = 0,2$

.

a)

$P(A \mid \overline{B})$

Ta cần tính .

Trước hết:

$P(\overline{B}) = 1 - P(B)$

.

$P(B)$

Tính :

$P(B) = P(B \mid A)P(A) + P(B \mid \overline{A})P(\overline{A}) = 0,9 \cdot 0,8 + 0,2 \cdot 0,2 = 0,76$

.

$P(\overline{B}) = 0,24$

Suy ra .

Mặt khác:

$P(A \cap \overline{B}) = P(A) \cdot P(\overline{B} \mid A) = 0,8 \cdot 0,1 = 0,08$

.

Vậy

$P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{0,08}{0,24} = \dfrac{1}{3} \neq 0,12$

.

Mệnh đề **sai**.

$P(B) = 0,76$

b) Ta vừa tính được .

Vậy **đúng**.

c) Xác suất trúng cả hai dự án:

$P(A \cap B) = P(A)P(B \mid A) = 0,8 \cdot 0,9 = 0,72$

.

Vậy **đúng**.

$P(\overline{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$

d) .

Vậy **đúng**.

Kết luận Câu 3: a S, b Đ, c Đ, d Đ.

$$y = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$$

Câu 4 Cho .

Ta chia đa thức:

$$y = x - 2 + \frac{4}{x - 1}$$

.

$y = x - 2$

a) Tiệm cận xiên là .

$a = 1, b = -2$

Suy ra .

Khi đó

$a - 2b = 1 - 2(-2) = 5$

.

Vậy **đúng**.

b) Đạo hàm:

$$y' = 1 - \frac{4}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2 - 4}{(x-1)^2} = \frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$$

.

$x = -1$ $x = 3$

Hai điểm cực trị ứng với và .

Tính tọa độ:

$y(-1)=\dfrac{1+3+6}{-2}=-5$

,

$y(3)=\dfrac{9-9+6}{2}=3$

.

$(-1,-5)$ $(3,3)$

Phương trình đường thẳng qua và :

$$m=\frac{3-(-5)}{3-(-1)}=2$$

Hệ số góc .

$y=2x-3$

Nên .

Vậy **đúng**.

$A(-1,-5)$ $B(3,3)$ $O(0,0)$

c) Gọi , , .

OAB $S=\dfrac{1}{2}|x_A y_B-x_B y_A|=\dfrac{1}{2}|(-1)\cdot 3-3\cdot(-5)|=\dfrac{1}{2}|-3+15|=6$

Diện tích tam giác : .

Vậy **đúng**.

$x=1$ $(-1;3)$

d) Hàm số không xác định tại , nên không thể nghịch biến trên toàn khoảng .

Vậy **sai**.

Kết luận Câu 4: a Đ, b Đ, c Đ, d S.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1

$F(x)=-0,03x^2+800x$

Doanh thu: (nghìn đồng).

Chi phí bình quân 1 sản phẩm:

$G(x)=\dfrac{50000}{x}+450$

(nghìn đồng).

Vậy **tổng chi phí** là

$xG(x)=50000+450x$

(nghìn đồng).

Lợi nhuận:

$P(x)=F(x)-xG(x)$

$=-0,03x^2+800x-(50000+450x)$

$=-0,03x^2+350x-50000$

.

Yêu cầu:

$P(x)>100000$

(vì 100 triệu = 100000 nghìn).

$-0,03x^2+350x-50000>100000$

Suy ra

$\Leftrightarrow -0,03x^2+350x-150000>0$

$\Leftrightarrow 3x^2-35000x+15000000<0$

.

Giải ra được khoảng nghiệm:

$445,59\ldots<x<11221,07\ldots$

$1\le x\le 5000$

Mà nên số nguyên nhỏ nhất thỏa là

$x=446$

.

Đáp án: 446

Câu 2

Đây là câu hình không gian khó.

Đặt đáy $ABCD$ nằm trên mặt phẳng $z=0$, gọi cạnh hình thoi là s.

Chọn:

- $B(0,0,0)$,
- $C(s,0,0)$,
- $A\left(\frac{s}{2},\frac{\sqrt{3}s}{2},0\right)$
- $\angle ABC=60^\circ$

do .

Gọi vectơ cạnh bên của lăng trụ là $\overrightarrow{AA'}=(p,q,h)$.

Khi đó:

- $C'C=|\overrightarrow{AA'}|=s$,
- $C'A=s$.

Mặt phẳng $(BCC'B')$ tạo với (ABC) góc 45° nên thành phần vuông góc với BC của cạnh bên thỏa $|q|=|h|$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $6\sqrt{3}$.

Dùng công thức khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau, suy ra $s=12\sqrt{2}$.

$C'C = s \Rightarrow p^2 + q^2 + h^2 = s^2$

Lại có .

$C'A = s$ $p = \sqrt{3}, q$

Điều kiện cho thêm hệ thức .

$q^2 = h^2$ $5h^2 = s^2 \Rightarrow h = \dfrac{s}{\sqrt{5}}$

Kết hợp với suy ra .

$V = S_{\text{đáy}} \cdot h$

Thể tích lăng trụ: .

s 60°

Vì đáy là hình thoi cạnh , góc nên

$S_{\text{đáy}} = s^2 \sin 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2} s^2$

.

$V = \dfrac{\sqrt{3}}{2} s^2 \cdot \dfrac{s}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{s^3}{\sqrt{5}}$

Do đó .

$s = 12\sqrt{2}$ $V = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{(12\sqrt{2})^3}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{3456\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \dfrac{1728\sqrt{6}}{\sqrt{5}} = \dfrac{1728\sqrt{30}}{5}$

Thay : .

$V = a\sqrt{2}$ $a = \dfrac{1728\sqrt{15}}{5}$

Vì đề ghi , nên .

$a = \dfrac{1728\sqrt{15}}{5}$

Đáp án:

Câu 3

Đặt:

$A(0,0,0)$ $\overrightarrow{AB} = (3,0,0)$ $\overrightarrow{AD} = (0,4,0)$

- , - , - .

$\overrightarrow{AA'} = (x, y, z)$

Gọi .

Ta có:

- $|\overrightarrow{AA'}| = 5$, $\widehat{BAA'} = 60^\circ$, $\widehat{DAA'} = 60^\circ$.

Suy ra

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AA'} = |AB||AA'|\cos 60^\circ = 3 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = \frac{15}{2}$$

$$3x = \frac{15}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

nên .

$$4y = 4 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 10 \Rightarrow y = \frac{5}{2}$$

Tương tự .

$$x^2 + y^2 + z^2 = 25$$

Lại có , nên

$$z^2 = 25 - \frac{25}{4} - \frac{25}{4} = \frac{25}{2} \Rightarrow z = \frac{5}{\sqrt{2}}$$

.

$$\overrightarrow{AA'} = \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{\sqrt{2}}\right)$$

Vậy .

Ta có

$$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$$

$$= (3,0,0) + (0,4,0) + \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{\sqrt{2}}\right) = \left(\frac{11}{2}, \frac{13}{2}, \frac{5}{\sqrt{2}}\right)$$

.

Mặt khác

$$\overrightarrow{D'C} = \vec{C} - \vec{D'} = (3,4,0) - \left(\frac{5}{2}, \frac{13}{2}, \frac{5}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}, -\frac{5}{\sqrt{2}}\right)$$

.

Tích vô hướng:

$$\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{D'C} = \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{13}{2} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) + \frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \left(-\frac{5}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= \frac{11}{4} - \frac{65}{4} - \frac{25}{2} = -26$$

.

Độ dài:

$|\overrightarrow{AC'}| = \sqrt{85}$ $|\overrightarrow{D'C}| = \sqrt{19}$

, .

$$\cos\theta = \frac{-26}{\sqrt{85}\sqrt{19}} = \frac{-26}{\sqrt{1615}}$$

Suy ra .

$$\theta \approx 130,31^\circ$$

Do đó .

Làm tròn đến hàng đơn vị:

130°

Đáp án:

Câu 4

40

Tấm bìa hình vuông cạnh cm được chia thành:

- 4 hình chữ nhật ở giữa làm thân lồng đèn,
- 4 tam giác phía trên và 4 tam giác phía dưới tạo thành 2 hình chóp tứ giác đều.

$\frac{40}{4} = 10$

Vì cạnh hình vuông là 40 và có 4 mặt bên bằng nhau nên cạnh đáy hình lăng trụ là cm.

Đặt:

- $AH = KD = x$,

$HK = 40 - 2x$

- chiều cao phần thân là .

Khi đó:

10 $40 - 2x$

- phần thân là lăng trụ đáy vuông cạnh , cao ;

10

- mỗi đầu là một hình chóp tứ giác đều đáy cạnh .

x

Với tam giác bên của chóp, đường cao mặt bên bằng , nên chiều cao chóp là

$$h = \sqrt{x^2 - \left(\frac{10}{2}\right)^2} = \sqrt{x^2 - 25}$$

.

$$V(x) = 10^2(40 - 2x) + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 10^2 \sqrt{x^2 - 25}$$

Thể tích đèn lồng:

$$= 100(40 - 2x) + \frac{200}{3}\sqrt{x^2 - 25}$$

.

$$V'(x) = -200 + \frac{200x}{3\sqrt{x^2 - 25}}$$

Lấy đạo hàm: .

$V'(x) = 0$

Cho :

$$-200 + \frac{200x}{3\sqrt{x^2 - 25}} = 0 \Leftrightarrow x = 3\sqrt{x^2 - 25} \Leftrightarrow x^2 = 9x^2 - 225$$

$$\Leftrightarrow 8x^2 = 225 \Rightarrow x = \frac{15\sqrt{2}}{4}$$

.

$V(x)$

Thay vào :

$$V_{\max} = 4000 - \frac{2000\sqrt{2}}{3} \approx 3057,19$$

.

Làm tròn đến hàng đơn vị:

$3057\ \text{cm}^3$

Đáp án:

Câu 5

$A(12;8;3)$ $R = 30$

Ra đa ở , bán kính phát hiện km.

$M(72;28;3)$ $N(-32;-30;3)$ 240

UAV bay từ đến với vận tốc km/h.

A, M, N $z = 3$

Vì cả đều có tung độ cao , ta xét trong mặt phẳng ngang.

Vecto chỉ phương của đường bay:

$\overrightarrow{MN} = (-104;-58)$

.

$A(12;8)$ MN

Khoảng cách từ đến đường thẳng là

$$d = \frac{|(-104)(8-28)-(-58)(12-72)|}{\sqrt{(-104)^2+(-58)^2}} = \frac{700}{\sqrt{3545}} \approx 11,76 < 30$$

.

Vậy đường bay cắt vùng phát hiện theo một dây của đường tròn bán kính 30.

Độ dài đoạn UAV xuất hiện trên màn hình là

$$L = 2\sqrt{30^2 - d^2} \approx 55,20\ \text{km}$$

.

$$t = \frac{L}{240} \text{ gi?} \approx \frac{55,20}{240} = 0,23 \text{ gi?}$$

Thời gian xuất hiện:

$\Rightarrow t \approx 13,8$

phút.

Làm tròn đến hàng đơn vị:

Đáp án: 14 phút

Câu 6

SO Ox S O $x = 8$

Đặt trục làm trục , đỉnh tại gốc, tâm đáy tại .

6 x

Bán kính đáy là , nên ở vị trí cách đỉnh một đoạn , bán kính tiết diện tròn là

$$r(x) = \frac{6}{8}x = \frac{3x}{4}$$

.

SO SO 3

Mặt phẳng cắt song song với trục và cách trục một khoảng cm.

S

Phần **không chứa đỉnh** là phần "mảnh" gần mặt bên hình nón.

Tính theo phương pháp tích phân, thể tích phần này là

$$V = 32\pi - 48\sqrt{3} + 6\ln(7 + 4\sqrt{3}) \approx 33,196$$

.

$33,2 \text{ cm}^3$

Làm tròn đến hàng phần chục: **Đáp án:**

.