

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
SƠN LA
ĐỀ THI CHÍNH THỨC**
(Đề thi có 04 trang)

uigeli.xyz
KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN THỨ BA
NĂM HỌC: 2025 - 2026
MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên: Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + \sin x$ là

- A. $e^x + \sin x + C$. B. $e^x - \cos x + C$. C. $e^x - \sin x + C$. D. $e^x + \cos x + C$.

Câu 2. Thời gian hoàn thành một câu hỏi trả lời ngắn (đơn vị là phút) của học sinh nữ lớp 12A thu được kết quả thống kê như sau:

Thời gian (phút)	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên bảng

- A. 10. B. 16. C. 20. D. 4.

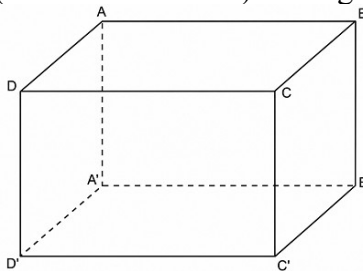
Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 5$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 10. B. 12. C. 7. D. 50.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $4^{x+2} = 64$ là:

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 5. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{AC'}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng

- A. 9. B. 81. C. 3. D. 18.

Câu 7. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^3 + x + 2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V = \pi \int_0^2 (x^3 + x + 2)^2 dx$. B. $V = \pi \int_0^2 (x^3 + x + 2) dx$. C. $V = \int_0^2 (x^3 + x + 2)^2 dx$.

D. $V = \int_0^2 (x^3 + x + 2) dx$.

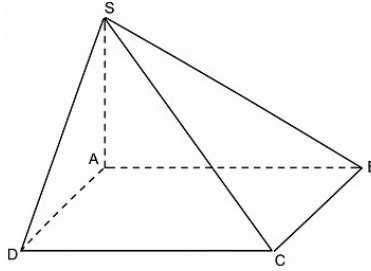
Câu 8. Phương trình $\sin x = 1$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. C. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \{2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 9. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x - 1}$ là

- A. $x = -4$. B. $x = 4$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc nào sau đây?



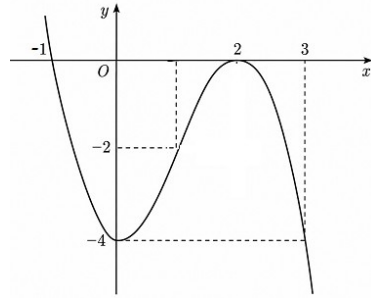
A. $\angle ASC$.

B. $\angle SCB$.

C. $\angle SCA$.

D. $\angle SAC$.

Câu 11. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 2}$.

B. $y = x^3 - 3x^2 - 4$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

D. $y = \frac{x - 4}{x - 1}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, vector chỉ phương của đường thẳng $(d): \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ là

A. $\vec{u}_3 = (2; -1; 3)$.

B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$.

C. $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$.

D. $\vec{u}_4 = (-1; 1; 3)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 2x + 2}{-x + 1}$.

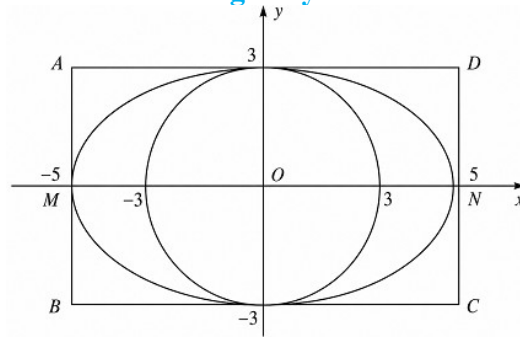
a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$ bằng -7 .

d) Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Cho điểm $M(-1; 0)$, gọi $D(a; b)$ là chân đường phân giác trong góc M của tam giác MAB . Khi đó $a + b = \frac{1}{2}$.

Câu 2. Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần tô đậm trong hình vẽ) quanh trục MN . Biết rằng $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 6cm$, $AD = 10cm$ và M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Hai đường cong là đường Elip có hình chữ nhật cơ sở là $ABCD$ và đường tròn tiếp xúc với hai cạnh AD và BC . Gắn hệ tọa độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục là $1cm$) như hình vẽ.



a) Đường tròn tâm O tiếp xúc với hai cạnh AD, BC có phương trình là $x^2 + y^2 = 9$.

b) Phương trình của đường Elip có hình chữ nhật cơ sở là $ABCD$ là $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$.

c) Diện tích phần tô đậm là $S = \int_{-5}^5 \sqrt{9 \left(1 - \frac{x^2}{25}\right)} dx - \int_{-3}^3 \sqrt{9 - x^2} dx$.

d) Thể tích của vật trang trí đó (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) là $75,4 \text{ cm}^3$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S): (x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9$; $(S'): x^2 + y^2 + z^2 - 12y + 12 = 0$ và mặt phẳng $(P): z - m = 0$.

a) Mặt cầu (S) có tâm là $I(3; 0; 0)$ và mặt cầu (S') có bán kính là $\sqrt{24}$.

b) Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 0; 0)$.

c) Khoảng cách giữa hai tâm của hai mặt cầu (S) và (S') bằng $3\sqrt{5}$.

d) Biết rằng hai mặt cầu (S) và (S') cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) . Gọi T là tập hợp các giá trị của m để trên mặt phẳng (P) dựng được một tiếp tuyến đến đường tròn (C) . Tổng bình phương các phần tử của tập hợp T là 2.

Câu 4. Hai bạn An và Bình tham gia một buổi phỏng vấn tuyển cộng tác viên cho câu lạc bộ truyền thông của nhà trường. Ban xét tuyển có một hộp đựng 10 câu hỏi thuộc lĩnh vực tự nhiên và 20 câu hỏi thuộc lĩnh vực xã hội. An rút ngẫu nhiên 1 câu hỏi (không bỏ lại vào hộp), sau đó Bình rút ngẫu nhiên 1 câu hỏi.

a) Xác suất An rút được câu hỏi thuộc lĩnh vực tự nhiên là $\frac{1}{3}$.

b) Biết rằng An rút được câu hỏi thuộc lĩnh vực tự nhiên, xác suất Bình rút được câu hỏi thuộc lĩnh vực xã hội là $\frac{2}{3}$.

c) Xác suất Bình rút được câu hỏi thuộc lĩnh vực xã hội là $\frac{2}{3}$.

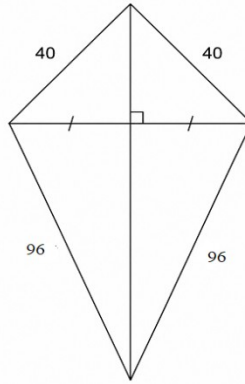
d) Biết rằng Bình rút được câu hỏi thuộc lĩnh vực xã hội, xác suất để An rút được câu hỏi thuộc lĩnh vực tự nhiên là $\frac{19}{29}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và CD . Tính góc giữa MN và (SAC) theo đơn vị độ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 2. Khi chế tạo cánh điều hình tứ giác, người ta sẽ tạo khung trước. Một khung cánh điều sẽ được tạo từ hai thanh chéo làm bằng gỗ và bốn sợi dây tạo thành viền ngoài đã được cắt đúng độ dài với kích thước là 40, 40, 96, 96 (theo đơn vị cm) như hình vẽ và lắp hai thanh gỗ làm đường

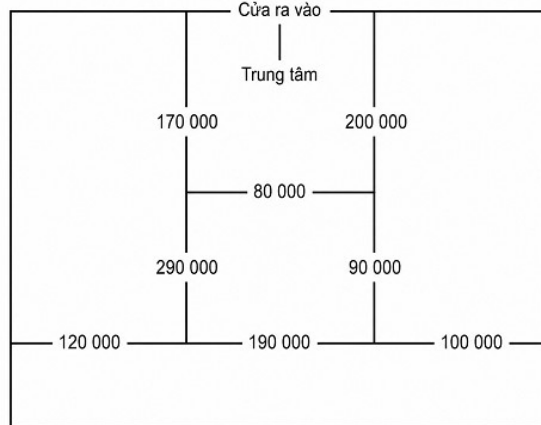
chéo. Tính tổng độ dài hai thanh chéo gỗ khi diện tích cánh điều lớn nhất (đơn vị cm, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



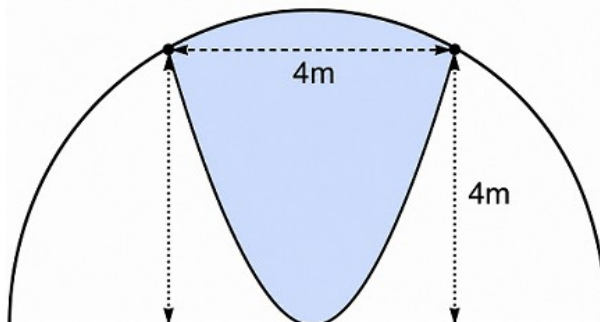
Câu 3. Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; \dots; 15\}$. Có bao nhiêu cách chọn ra 6 số phân biệt từ tập S và sắp xếp chúng thành một dãy $(a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6)$ thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:

- Biểu thức $\log_3(a_1) + \log_3(a_2) + \log_3(a_3)$ là một số nguyên.
- $a_1 + a_6 = a_2 + a_5 = a_3 + a_4$.

Câu 4. Một khu vui chơi có sơ đồ như hình vẽ. Khách hàng xuất phát từ khu Trung tâm, đi qua các cánh cửa để tham quan các khu vực khác. Giá vé cho mỗi lần bước qua một cánh cửa (theo bất kỳ chiều nào) được ghi trên sơ đồ (đơn vị tiền là đồng). Sau khi đã đi qua tất cả các khu vực, khách hàng phải trở lại khu Trung tâm để ra ngoài. Hỏi khách hàng phải tốn ít nhất bao nhiêu nghìn đồng tiền mua vé?



Câu 5. Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người ta thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng 4m. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là $150\,000 \text{ đồng}/m^2$ và $100\,000 \text{ đồng}/m^2$. Hỏi cần bao nhiêu tiền (triệu đồng) để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 6. Năm 2016, trong chiến dịch mang tên “Niềm tự hào cuối cùng của loài người”, kỳ thủ cờ vây số một thế giới Lee Sedol đã có trận đấu lịch sử với trí tuệ nhân tạo AlphaGo. Một trò chơi mô phỏng trận đấu này

có luật như sau: Điểm khởi đầu của kỳ thủ là 2. Trong mỗi ván đấu, nếu thắng kỳ thủ được cộng 1 điểm, nếu hòa điểm số không thay đổi, nếu thua bị trừ 1 điểm. Trận đấu kết thúc ngay khi kỳ thủ đạt 3 điểm (giành

chiến thắng) hoặc 0 điểm (thất bại). Giả sử xác suất mỗi ván thắng, hòa, thua của kỳ thủ lần lượt là $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ và kết quả các ván đấu là độc lập với nhau. Xác suất để trận đấu kết thúc sau đúng 6 ván và kỳ thủ là người giành chiến thắng là p . Tính $4096p$.

--- Hết ---

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	C	D	D	B	C	A	B	C	C	C	C

PHẦN II

Câu	a	b	c	d
1	Đ	Đ	S	Đ
2	Đ	S	S	Đ
3	Đ	S	Đ	S
4	Đ	S	Đ	S

PHẦN III

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	42	178	30	560	3,67	41

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I

Câu 1

Ta có: $f(x) = e^x + \sin x$.

Nguyên hàm là: $\int (e^x + \sin x) dx = e^x - \cos x + C$.

Chọn **B**.

Câu 2

Mẫu số liệu có các lớp từ $[0; 4)$ đến $[16; 20)$.

Khoảng biến thiên là: $R = 20 - 0 = 20$.

Chọn **C**.

Câu 3

Cấp số nhân có $u_1 = 2$, công bội $q = 5$.

Ta có: $u_3 = u_1 q^2 = 2 \cdot 5^2 = 50$.

Chọn **D**.

Câu 4

$4^{x+2} = 64$.

Vì $64 = 4^3$ nên: $x + 2 = 3 \Rightarrow x = 1$.

Chọn **D**.

Câu 5

Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

Chọn B.

Câu 6

Mặt cầu có dạng: $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Suy ra bán kính: $R = \sqrt{9} = 3$.

Chọn C.

Câu 7

Khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = x^3 + x + 2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ quanh trục Ox , thể tích là:

$$V = \pi \int_0^2 (x^3 + x + 2)^2 dx$$

Chọn A.

Câu 8

$\sin x = 1$ khi: $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$S = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Vậy:

Chọn B.

Câu 9

Hàm số: $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x - 1}$

Mẫu số bằng 0 khi $x = 1$.

Tại $x = 1$, tử số bằng: $1^2 + 4 \cdot 1 + 1 = 6 \neq 0$.

Vậy tiệm cận đứng là: $x = 1$.

Chọn C.

Câu 10

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là A .

Do đó hình chiếu của đường thẳng SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC .

Góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc giữa SC và AC , tức là: $\angle SCA$.

Chọn C.

Câu 11

Đồ thị có cực tiểu tại $x = 0$, $y = -4$ và cực đại tại $x = 2$, $y = 0$.

Xét hàm: $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x = -3x(x - 2)$.

Suy ra hàm có cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$.

Giá trị: $y(0) = -4$, $y(2) = 0$.

Phù hợp với đồ thị.

Chọn C.

Câu 12

Đường thẳng: $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

Vector chỉ phương là: $\vec{u} = (2; -1; 1)$.

Chọn C.

PHẦN II

Câu 1

Cho hàm số: $y = \frac{2x^2 - 2x + 2}{-x + 1}$.

Ta viết lại: $y = -2x - \frac{2}{x-1}$.

Suy ra: $y' = -2 + \frac{2}{(x-1)^2} = \frac{2x(2-x)}{(x-1)^2}$.

Xét dấu:

- $y' < 0$ trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.
- $y' > 0$ trên $(0; 1)$ và $(1; 2)$.

a)

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Mệnh đề **đúng**.

b)

Tại $x = 0$, đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Mệnh đề **đúng**.

c)

Trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$, ta tính: $y\left(\frac{3}{2}\right) = -7$.

$$y\left(\frac{7}{2}\right) = -\frac{39}{5}$$

Vì $-\frac{39}{5} < -7$ nên giá trị nhỏ nhất không phải là -7 .

Mệnh đề **sai**.

d)

Hai điểm cực trị là: $A(0; 2)$, $B(2; -6)$.

Với $M(-1; 0)$:

$$MA = \sqrt{(0+1)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5}$$

$$MB = \sqrt{(2+1)^2 + (-6-0)^2} = 3\sqrt{5}$$

Theo định lý phân giác: $\frac{DA}{DB} = \frac{MA}{MB} = \frac{1}{3}$.

Suy ra D chia đoạn AB theo tỉ lệ $1:3$, nên: $D\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

$$a + b = \frac{1}{2}$$

Vậy: $\frac{1}{2}$.

Mệnh đề **đúng**.

Câu 2

Hình chữ nhật có $AD = 10$, $AB = 6$ nên elip có bán trục lớn 5 , bán trục nhỏ 3 .

Đường tròn tiếp xúc với hai cạnh AD và BC nên bán kính bằng 3 .

a) Đường tròn tâm O , bán kính 3 có phương trình:

$$x^2 + y^2 = 9$$

Mệnh đề **đúng**.

b) Elip đúng phải có phương trình: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Đề cho $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$ là sai.

Mệnh đề **sai**.

c)

Diện tích phần tô đậm là diện tích phần elip trừ phần hình tròn, gồm cả phần phía trên và phía dưới trục Ox . Công thức đúng phải có hệ số 2:

$$S = 2 \int_{-5}^5 \sqrt{9 \left(1 - \frac{x^2}{25} \right)} dx - 2 \int_{-3}^3 \sqrt{9 - x^2} dx$$

Mệnh đề trong đề thiếu hệ số 2 nên **sai**.

d)

Khi quay quanh trục MN , ta được khối tròn xoay bằng khối elipsoid trừ khối cầu.

Thể tích elipsoid:
$$V_1 = \frac{4}{3} \pi \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 = 60\pi$$

Thể tích khối cầu bán kính 3:
$$V_2 = \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 = 36\pi$$

Vậy: $V = V_1 - V_2 = 24\pi \approx 75,4 \text{ cm}^3$

Mệnh đề **đúng**.

Câu 3

Cho:

$$(S): (x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9$$

Suy ra tâm $I(3; 0; 0)$, bán kính $R = 3$.

Với: $(S'): x^2 + y^2 + z^2 - 12y + 12 = 0$

Ta có: $x^2 + (y-6)^2 + z^2 = 24$

Suy ra tâm $J(0; 6; 0)$, bán kính $R' = \sqrt{24}$.

a)

Mệnh đề **đúng**.

b)

Mặt phẳng $(P): z - m = 0$ có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

Không phải $(1; 0; 0)$.

Mệnh đề **sai**.

c)

Khoảng cách hai tâm:

$$IJ = \sqrt{(3-0)^2 + (0-6)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

Mệnh đề **đúng**.

d)

Từ hai phương trình mặt cầu, ta có mặt phẳng chứa giao tuyến (C) :

$$x - 2y + 2 = 0$$

Thay $x = 2y - 2$ vào phương trình mặt cầu (S) :

$$5(y-2)^2 + z^2 = 4$$

Trong mặt phẳng chứa đường tròn, đây là đường tròn bán kính 2.

Mặt phẳng $(P): z = m$ tiếp xúc với đường tròn (C) khi:

$$m = \pm 2$$

Do đó: $T = \{-2; 2\}$.

Tổng bình phương các phần tử của T là: $(-2)^2 + 2^2 = 8$.

Không phải 2 .

Mệnh đề **sai**.

Câu 4

Tổng số câu hỏi là: $10 + 20 = 30$.

a)

Xác suất An rút được câu hỏi tự nhiên:

$$P = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

Mệnh đề **đúng**.

b)

Nếu An đã rút câu hỏi tự nhiên, trong hộp còn 29 câu, trong đó có 20 câu xã hội.

Xác suất Bình rút được câu hỏi xã hội là:

$$\frac{20}{29}$$

Không phải $\frac{2}{3}$.

Mệnh đề **sai**.

c)

Do vai trò của Bình là rút ngẫu nhiên một câu trong toàn bộ quá trình nên xác suất Bình rút được câu hỏi xã hội vẫn là:

$$\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$$

Mệnh đề **đúng**.

d)

Ta có:

$$P(\text{An t? nhiên và Bình xã h?i}) = \frac{10}{30} \cdot \frac{20}{29}$$

$$P(\text{Bình xã h?i}) = \frac{20}{30}$$

$$P(\text{An t? nhiên} | \text{Bình xã h?i}) = \frac{\frac{10}{30} \cdot \frac{20}{29}}{\frac{20}{30}} = \frac{10}{29}$$

Vậy:

Không phải $\frac{19}{29}$.

Mệnh đề **sai**.

PHẦN III

Câu 1

Đặt hệ trục tọa độ:

$A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$, $D(0; 2a; 0)$, $C(a; a; 0)$.

Vì $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$, lấy: $S(0; 0; a)$.

M là trung điểm của SB nên: $M\left(\frac{a}{2}; 0; \frac{a}{2}\right)$.

N là trung điểm của CD nên: $N\left(\frac{a}{2}; \frac{3a}{2}; 0\right)$.

$$\overrightarrow{MN} = \left(0; \frac{3a}{2}; -\frac{a}{2}\right)$$

Suy ra:

Lấy vector chỉ phương của MN là: $\vec{u} = (0; 3; -1)$.

Mặt phẳng (SAC) có hai vector chỉ phương:

$$\overrightarrow{AS} = (0; 0; a),$$

$$\overrightarrow{AC} = (a; a; 0).$$

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (SAC) là: $\vec{n} = (-1; 1; 0)$.

Gọi α là góc giữa MN và mặt phẳng (SAC) .

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{3}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{20}}$$

Ta có:

Suy ra: $\alpha \approx 42,13^\circ$.

Làm tròn đến hàng đơn vị: $\alpha = 42^\circ$.

Đáp án: 42.

Câu 2

Gọi x là nửa độ dài đường chéo ngang của cánh điều.

Khi đó chiều cao phần trên là: $h_1 = \sqrt{40^2 - x^2}$.

Chiều cao phần dưới là: $h_2 = \sqrt{96^2 - x^2}$.

Diện tích cánh điều là: $S = x(h_1 + h_2)$.

Để diện tích lớn nhất, ta có điều kiện: $h_1 h_2 = x^2$.

Suy ra: $\sqrt{40^2 - x^2} \cdot \sqrt{96^2 - x^2} = x^2$.

Bình phương hai vế:

$$(1600 - x^2)(9216 - x^2) = x^4$$

Suy ra:

$$x^2 = \frac{1600 \cdot 9216}{1600 + 9216} = \frac{230400}{169}$$

$$x = \frac{480}{13}$$

Do đó:

$$d_1 = 2x = \frac{960}{13}$$

Đường chéo ngang là:

$$h_1 = \frac{200}{13}, \quad h_2 = \frac{1152}{13}$$

Ta có:

$$d_2 = h_1 + h_2 = \frac{1352}{13} = 104$$

Đường chéo dọc là:

$$d_1 + d_2 = \frac{960}{13} + 104 \approx 177,85$$

Tổng hai đường chéo:

Làm tròn đến hàng đơn vị: **Đáp án: 178.**

Câu 3

Điều kiện:

$\log_3(a_1) + \log_3(a_2) + \log_3(a_3)$ là số nguyên.

Ta có: $\log_3(a_1) + \log_3(a_2) + \log_3(a_3) = \log_3(a_1 a_2 a_3)$.

Để biểu thức là số nguyên thì $a_1 a_2 a_3$ phải là lũy thừa của 3.

Trong tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 15\}$, các số chỉ chứa thừa số nguyên tố 3 là: 1, 3, 9.

Vậy: $\{a_1, a_2, a_3\} = \{1, 3, 9\}$.

Có $3! = 6$ cách sắp xếp a_1, a_2, a_3 .

Điều kiện thứ hai:

$$a_1 + a_6 = a_2 + a_5 = a_3 + a_4 = K$$

Suy ra: $a_4 = K - a_3, \quad a_5 = K - a_2, \quad a_6 = K - a_1$.

Vì a_1, a_2, a_3 là 1, 3, 9, ta cần chọn K sao cho các số còn lại thuộc $\{1; 2; \dots; 15\}$ và không trùng với 1, 3, 9.

Do đó: $K = 11, 13, 14, 15, 16$.

Có 5 giá trị của K .

Vậy số cách là:

$$6 \cdot 5 = 30$$

Đáp án: 30.

Câu 4

Ta mô hình sơ đồ thành các khu vực nối với nhau bằng các cửa có trọng số.

Một hành trình rẽ nhất đi từ Trung tâm, qua đủ các khu vực rồi quay lại Trung tâm là:

Trung tâm $\rightarrow$ khu bên trái $\rightarrow$ khu dưới $\rightarrow$ khu bên phải $\rightarrow$ khu giữa dưới $\rightarrow$ Trung tâm.

Chi phí tương ứng:

$$170000 + 120000 + 100000 + 90000 + 80000 = 560000 \text{ đồng.}$$

Đổi ra nghìn đồng:

$$560000 \text{ đồng} = 560 \text{ nghìn đồng.}$$

Đáp án: 560.

Câu 5

Theo hình, phần trồng hoa là miền giới hạn bởi dây ngang nối hai đầu mút và parabol.

Chọn hệ trục tọa độ có gốc tại tâm nửa đường tròn, trục Oy là trục đối xứng của parabol.

Hai đầu mút của cánh hoa cách nhau $4m$ và có độ cao $4m$ nên có tọa độ:

$$A(-2; 4), \quad B(2; 4)$$

Parabol có đỉnh tại $O(0; 0)$ nên có dạng: $y = ax^2$.

Thay điểm $(2; 4)$ vào: $4 = 4a \Rightarrow a = 1$.

Vậy parabol là: $y = x^2$.

$$S_1 = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3}$$

Diện tích phần trồng hoa:

$$\text{Bán kính nửa đường tròn: } R = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$$

$$S = \frac{1}{2} \pi R^2 = \frac{1}{2} \pi \cdot 20 = 10\pi$$

Diện tích cả khuôn viên:

$$S_2 = 10\pi - \frac{32}{3}$$

Diện tích phần trồng cỏ:

$$\text{Chi phí cần dùng là: } 150000 \cdot \frac{32}{3} + 100000 \left(10\pi - \frac{32}{3} \right)$$

$$\frac{150000 \cdot \frac{32}{3} + 100000 \left(10\pi - \frac{32}{3} \right)}{1000000} \approx 3,67$$

Tính theo triệu đồng:

Đáp án: 3,67 triệu đồng.

Câu 6

Điểm ban đầu là 2.

Trận đấu kết thúc khi đạt 3 điểm hoặc 0 điểm.

Cần trận đấu kết thúc đúng sau 6 ván và kỳ thủ thắng, tức là sau 5 ván đầu điểm vẫn chưa chạm 0 hoặc 3, và sau ván thứ 6 đạt 3.

Vì ván thứ 6 phải thắng nên sau ván thứ 5 điểm phải là 2.

Xét hai trạng thái chưa kết thúc là 1 và 2.

Ma trận chuyển trạng thái giữa hai trạng thái này là:

$$Q = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

Trong đó:

- Từ 1 sang 1: hòa, xác suất $\frac{1}{4}$.
- Từ 1 sang 2: thắng, xác suất $\frac{1}{4}$.
- Từ 2 sang 1: thua, xác suất $\frac{1}{2}$.
- Từ 2 sang 2: hòa, xác suất $\frac{1}{4}$.

Sau 5 ván, xác suất đang ở trạng thái 2 mà chưa kết thúc là: $\frac{41}{1024}$.

Ván thứ 6 phải thắng, xác suất là $\frac{1}{4}$.

$$p = \frac{41}{1024} \cdot \frac{1}{4} = \frac{41}{4096}$$

Suy ra: $4096p = 41$.

Đáp án: 41.