

TRẮC NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

- Câu 1.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .
- A. $I(1; -3; 2), R = 4$ B. $I(1; -3; 2), R = 2$
 C. $I(-1; 3; -2), R = 2$ D. $I(-1; 3; -2), R = 4$
- Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 4z - 5 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) lần lượt là
- A. $I(0; -2; 4), R = 5$ B. $I(0; -1; 2), R = \sqrt{10}$
 C. $I(0; 2; -4), R = 5$ D. $I(0; 1; -2), R = \sqrt{10}$
- Câu 3.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2; 3; -3)$ và có bán kính $R = 3$ là
- A. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 9$ B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 3$
 C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 3$ D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 9$
- Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.
- A. $I(-1; 3; 0); R = 3$ B. $I(1; -3; 0); R = 9$ C. $I(1; -3; 0); R = 3$ D. $I(-1; 3; 0); R = 9$
- Câu 5.** Tâm của mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$ có tọa độ là:
- A. $(-1; -3; 1)$ B. $(1; 3; -1)$ C. $(1; -3; 1)$ D. $(-1; 3; -1)$
- Câu 6.** Bán kính của mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-5)^2 + (z+3)^2 = 16$ bằng:
- A. 16. B. 8. C. 32. D. 4.
- Câu 7.** Mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 1; 7)$, bán kính 5 có phương trình là:
- A. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+7)^2 = 5$ B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+7)^2 = 25$
 C. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z-7)^2 = 25$ D. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z-7)^2 = 5$
- Câu 8.** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm là gốc tọa độ O , bán kính bằng 5 là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 25$

B. $x^2 + y^2 + z^2 = 5$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 5x = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 10x = 0$

Câu 9. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 0; -3)$, bán kính bằng $R = \sqrt{10}$ có phương trình là:

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \sqrt{10}$

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 10$

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 10$

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 40$

Câu 10. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là $K(4; -2; 1)$ và đi qua điểm $B(3; -4; -1)$. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y - 2z - 21 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 4y + 2z + 12 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - z + 21 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y - 2z + 12 = 0$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(3; 4; 5)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 11$

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = \sqrt{11}$

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 11$

D. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 11$

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z + 4 = 0$

A. $I(2; 0; -1)$, $R = 3$ B. $I(4; 0; -2)$, $R = 3$ C. $I(-2; 0; 1)$, $R = 1$ D. $I(2; 0; -1)$, $R = 1$

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(3; -1; 0)$, bán kính $R = 5$ có phương trình là

A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$

B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 5$

C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 25$

D. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$

Câu 14. Phương trình mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ và bán kính $R = 5$ là

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 25$

B. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 25$

C. $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$

D. $x^2 + y^2 + z^2 = 5$

Câu 15. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 0)$ và (S) đi qua $A(2; -2; 1)$ là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3\sqrt{2}$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 18$

C. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 18$

D. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3\sqrt{2}$

Câu 16. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và (S) đi qua $M(1; 0; -1)$ là

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 6 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z - 6 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z + 6 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 6 = 0$

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; -1)$, $B(5; 0; -3)$. Viết phương trình của mặt cầu (S) đường kính AB .

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4z + 18 = 0$

B. $(S): (x-4)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 8$

C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4z + 12 = 0$

D. $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 1)$, $B(5; -2; 4)$. Viết phương trình của mặt cầu (S) đường kính AB .

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 7x + 3y - 5z + 15 = 0$

B. $(S): \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{5}{2}\right)^2 = 19$

C. $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{19}{4}$

D. $(S): \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{19}{4}$

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 2)$ và $B(0; 2; -2)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 + z^2 = \frac{\sqrt{33}}{2}$

B. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 + z^2 = \frac{33}{4}$

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 9$

D. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 + z^2 = \frac{33}{4}$

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $x = 0$ là

A. $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$

B. $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$

C. $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5$ D. $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 5$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0$. Tìm tâm và bán kính của mặt cầu (S) .

A. $I\left(-\frac{1}{2}; 1; -2\right); R = \frac{\sqrt{33}}{2}$ B. $I\left(-\frac{1}{2}; 1; -2\right); R = \frac{3}{2}$

C. $I\left(\frac{1}{2}; -1; 2\right); R = \frac{\sqrt{33}}{2}$ D. $I\left(\frac{1}{2}; -1; 2\right); R = \frac{3}{2}$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là km), một thiết bị phát sóng đặt ở vị trí $I(-1; 2; 4)$ và được thiết kế bán kính phủ sóng là 4000m . Máy thu sóng của thiết bị đó ở vị trí nào sau đây thì thu được sóng?

A. $M(1; -2; 3)$ B. $N(1; 4; 5)$ C. $P(3; 1; -1)$ D. $Q(-1; 3; -1)$

Câu 23. Mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) là

A. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$ B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 12 = 0$

C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 1$ D. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$

Câu 24. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z - 7 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) lần lượt là

A. $I(-2; 2; -1), R = 4$ B. $I(-2; 2; -1), R = 8$

C. $I(2; -2; 1), R = 4$ D. $I(2; -2; 1), R = 8$

Câu 25. Trong không gian $(Oxyz)$, một thiết bị phát sóng đặt tại vị trí $I(1; 0; -1)$. Vùng phủ sóng của thiết bị có ranh giới là một mặt cầu bán kính bằng $\sqrt{2}$. Điểm nào sau đây thuộc vùng phủ sóng của thiết bị?

A. $A(1; 0; 1)$ B. $B(1; 1; -1)$ C. $C(-2; 0; 1)$ D. $D(1; -2; -1)$

Câu 26. Cho mặt cầu có phương trình $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 36$. Điểm $A(4; -3; 2)$ nằm trong, nằm ngoài hay nằm trên mặt cầu đó?

A. A nằm trong mặt cầu.

B. A nằm trên mặt cầu.

C. A nằm ngoài mặt cầu.

D. A nằm trong mặt cầu và là tâm mặt cầu.

- Câu 27.** Mặt cầu tâm $I(5; -1; 3)$, qua điểm $M(1; 2; -7)$ có phương trình là:
- A. $(x+5)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 125$ B. $(x-5)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 125$
 C. $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$ D. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 100$
- Câu 28.** Mặt cầu (S) đường kính CD với $C(7; 0; 3), D(-1; 2; 5)$ có phương trình là:
- A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 18$ B. $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 36$
 C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = \sqrt{18}$ D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 18$
- Câu 29.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?
- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 10 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 + 2z^2 + 2x + 4z - 10 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4z - 1 = 0$.
- Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Điểm có tọa độ nào sau đây nằm ngoài mặt cầu?
- A. $M(1; 1; 2)$. B. $N(1; 1; 1)$. C. $P(-1; 1; 0)$. D. $Q(0; 0; 2)$.
- Câu 31.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bán kính mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4mx + 4y + 2mz + m^2 + 4m = 0$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = \frac{-1}{2}$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = \frac{-3}{2}$.
- Câu 32.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 1; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 1 = 0$.
- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.
 C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.
- Câu 33.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu đi qua hai điểm $A(3; -1; 2), B(1; 1; -2)$ và có tâm thuộc trục Oz là
- A. $x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 11$. B. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 11$.
 C. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 11$. D. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 12$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính diện tích S của mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 0)$, biết giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 1 = 0$ là đường tròn có chu vi bằng $\frac{3\pi}{2}$.

- A. $S = 146\pi$. B. $S = \frac{73\pi}{16}$. C. $S = \frac{73\pi}{4}$. D. $S = 73\pi$.

Câu 35. Trong không gian $(Oxyz)$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $A(2; 3; 5)$. Biết rằng vùng phủ sáng (theo thiết kế) của ngọn hải đăng có ranh giới là một mặt cầu bán kính 3 km . Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là

- A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 9$.
 B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z+5)^2 = 9$.
 C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 9000$.
 D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 3000^2$.

Câu 36. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật trong không gian. Cách thức hoạt động của GPS như sau: Trong cùng một thời điểm, vị trí M của một vật sẽ được xác định bằng 4 vệ tinh cho trước, các vệ tinh này có gắn máy thu tín hiệu, bằng cách so sánh thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận tín hiệu phản hồi thì sẽ xác định được khoảng cách từ các vệ tinh đến vị trí M . Như vậy, vị trí M là giao điểm của 4 mặt cầu có tâm là 4 vệ tinh đã cho. Giả sử trong không gian $Oxyz$, 4 vệ tinh có tọa độ là $A(-1; 6; 3)$, $B(4; 8; 1)$, $C(9; 6; 7)$, $D(-15; 18; 7)$. Tìm vị trí M của vật biết khoảng cách từ M đến các vệ tinh lần lượt là $MA = 6$, $MB = 7$, $MC = 12$, $MD = 24$.

- A. $M(1; -2; -1)$. B. $M(-1; 2; -1)$. C. $M(1; 2; -1)$. D. $M(1; -2; 1)$.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
C	B	D	C	B	D	C	A	B	D	C	D	C	A	B	D	A	D
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
D	A	A	B	C	C	B	A	B	D	D	A	C	B	B	C	D	C

- Câu 1.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .
- A. $I(1; -3; 2), R = 4$ B. $I(1; -3; 2), R = 2$
- C. $I(-1; 3; -2), R = 2$ D. $I(-1; 3; -2), R = 4$

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 4$ có tâm $I(-1; 3; -2)$ và bán kính $R = 2$.

- Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 4z - 5 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) lần lượt là
- A. $I(0; -2; 4), R = 5$ B. $I(0; -1; 2), R = \sqrt{10}$
- C. $I(0; 2; -4), R = 5$ D. $I(0; 1; -2), R = \sqrt{10}$

Lời giải

Chọn B

Ta xác định các hệ số tương ứng như sau : $a = 0; b = \frac{2}{-2} = -1; c = \frac{-4}{-2} = 2; d = -5$

Tọa độ tâm $I(0; -1; 2)$

Bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{10}$

Vậy tâm $I(0; -1; 2)$ và $R = \sqrt{10}$

- Câu 3.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2; 3; -3)$ và có bán kính $R = 3$ là
- A. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 9$ B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 3$
- C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 3$ D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 9$

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt cầu tâm $I(2; 3; -3)$ và có bán kính $R = 3$ là

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z+3)^2 = 9$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

- A.** $I(-1; 3; 0)$; $R = 3$. **B.** $I(1; -3; 0)$; $R = 9$. **C.** $I(1; -3; 0)$; $R = 3$. **D.** $I(-1; 3; 0)$; $R = 9$.

Lời giải

Từ phương trình đã cho, ta thấy tọa độ tâm là $I(1; -3; 0)$ và bán kính là $R = 3$.

Câu 5. Tâm của mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$ có tọa độ là:

- A.** $(-1; -3; 1)$. **B.** $(1; 3; -1)$. **C.** $(1; -3; 1)$. **D.** $(-1; 3; -1)$.

Lời giải

Từ phương trình, ta thấy mặt cầu có tâm $I(1; 3; -1)$. **Chọn B.**

Câu 6. Bán kính của mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-5)^2 + (z+3)^2 = 16$ bằng:

- A.** 16. **B.** 8. **C.** 32. **D.** 4.

Lời giải

Từ phương trình, ta thấy mặt cầu có bán kính $R = \sqrt{16} = 4$. **Chọn D.**

Câu 7. Mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 1; 7)$, bán kính 5 có phương trình là:

- A.** $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+7)^2 = 5$. **B.** $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+7)^2 = 25$.
C. $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z-7)^2 = 25$. **D.** $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z-7)^2 = 5$.

Lời giải

Mặt cầu tâm $I(a; b; c)$, bán kính R có phương trình là $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 1; 7)$, bán kính 5 có phương trình là: $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z-7)^2 = 25$.

Chọn C.

Câu 8. (NB) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm là gốc tọa độ O , bán kính bằng 5 là:

- A.** $x^2 + y^2 + z^2 = 25$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 = 5$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 5x = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 - 10x = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu cần tìm có dạng: $(x-0)^2 + (y-0)^2 + (z-0)^2 = 5^2$

Hay $x^2 + y^2 + z^2 = 25$.

Câu 9. (NB) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1; 0; -3)$, bán kính bằng $R = \sqrt{10}$ có phương trình là:

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \sqrt{10}$

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 10$

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 10$

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 40$

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt cầu cần tìm có dạng: $(x-1)^2 + (y-0)^2 + (z-(-3))^2 = 5^2$

Hay $(x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5^2$.

Câu 10. (NB) Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là $K(4; -2; 1)$ và đi qua điểm $B(3; -4; -1)$. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y - 2z - 21 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 4y + 2z + 12 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - z + 21 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y - 2z + 12 = 0$

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu thỏa mãn $R^2 = KB^2 = (3-4)^2 + (-4+2)^2 + (-1-1)^2 = 9$

Phương trình mặt cầu cần tìm có dạng: $(x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$

Hay $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y - 2z + 12 = 0$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(3; 4; 5)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 11$

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = \sqrt{11}$

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 11$

D. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 11$

Lời giải

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(2; 1; 4)$, bán kính $R = IA = \sqrt{11}$.

Phương trình mặt cầu cần tìm có dạng: $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 11$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z + 4 = 0$.

- A.** $I(2; 0; -1)$, $R = 3$. **B.** $I(4; 0; -2)$, $R = 3$. **C.** $I(-2; 0; 1)$, $R = 1$. **D.** $I(2; 0; -1)$, $R = 1$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; 0; -1)$, bán kính $R = \sqrt{2^2 + 0^2 + (-1)^2} = 1$.

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(3; -1; 0)$, bán kính $R = 5$ có phương trình là

- A.** $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$. **B.** $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 5$.
C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 25$. **D.** $(x+3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -1; 0)$, bán kính $R = 5$ có phương trình là $(x-3)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 25$.

Câu 14. Phương trình mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ và bán kính $R = 5$ là

- A.** $x^2 + y^2 + z^2 = 25$. **B.** $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 25$.
C. $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 = 5$.

Lời giải

Gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ là tâm của mặt cầu.

Vậy phương trình mặt cầu tâm $O(0; 0; 0)$ có bán kính $R = 5$ là $x^2 + y^2 + z^2 = 25$.

Câu 15. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 0)$ và (S) đi qua $A(2; -2; 1)$ là

- A.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3\sqrt{2}$. **B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 18$.
C. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 18$. **D.** $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có $R = IA = \sqrt{(2-1)^2 + (-2-2)^2 + (1-0)^2} = 3\sqrt{2}$.

Vậy phương trình mặt cầu $I(1; 2; 0)$ và có bán kính $R = 3\sqrt{2}$ là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 18$

Câu 16. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và (S) đi qua $M(1; 0; -1)$ là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 6 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z - 6 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z + 6 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 6 = 0$.

Lời giải

Ta có $R = IM = \sqrt{(1-1)^2 + (0-2)^2 + (-1-3)^2} = 2\sqrt{5}$

Vậy phương trình mặt cầu $I(1; 2; 3)$ và có bán kính $R = 2\sqrt{5}$ là

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 20 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 6 = 0$$

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 0; -1)$, $B(5; 0; -3)$. Viết phương trình của mặt cầu (S) đường kính AB .

- A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4z + 18 = 0$. B. $(S): (x-4)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 8$.
C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4z + 12 = 0$. D. $(S): (x-2)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{3+5}{2} = 4 \\ y_I = \frac{0+0}{2} = 0 \\ z_I = \frac{(-1)+(-3)}{2} = -2 \end{cases} \text{ . Vậy } I(4; 0; -2) \text{ .}$$

$$AB = \sqrt{(5-3)^2 + (0-0)^2 + (-3+1)^2} = 2\sqrt{2}.$$

$$R = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}.$$

Phương trình mặt cầu (S) là:

$$(x-4)^2 + y^2 + (z+2)^2 = (\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4z + 18 = 0$$

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 1)$, $B(5; -2; 4)$. Viết phương trình của mặt cầu (S) đường kính AB .

- A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 7x + 3y - 5z + 15 = 0$ B. $(S): \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{5}{2}\right)^2 = 19$
- C. $(S): (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{19}{4}$ D. $(S): \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{19}{4}$

Lời giải

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2} \\ y_I = \frac{-1+(-2)}{2} = -\frac{3}{2} \\ z_I = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2} \end{cases} \quad \text{Vậy } I\left(\frac{7}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right).$$

$$AB = \sqrt{(5-2)^2 + (-2+1)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{19}.$$

$$R = \frac{1}{2} AB = \frac{\sqrt{19}}{2}.$$

Phương trình mặt cầu (S) là:

$$\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{19}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 7x + 3y - 5z + 16 = 0$$

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 2)$ và $B(0; 2; -2)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 + z^2 = \frac{\sqrt{33}}{2}$ B. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 + z^2 = \frac{33}{4}$
- C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 9$ D. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 + z^2 = \frac{33}{4}$

Lời giải

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$ là tâm của mặt cầu.

Bán kính của mặt cầu là $R = IA = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (-2)^2 + 2^2} = \frac{\sqrt{33}}{2}$

Vậy phương trình mặt cầu đường kính AB là $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 + z^2 = \frac{33}{4}$

Câu 20. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-2;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $x=0$ là

- A.** $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$. **B.** $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$.
C. $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 5$. **D.** $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Lời giải

$$R = d(I, (Oyz)) = \frac{|-2|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2}} = 2$$

Vì mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng nên bán kính

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0$. Tìm tâm và bán kính của mặt cầu (S) .

- A.** $I\left(-\frac{1}{2}; 1; -2\right)$; $R = \frac{\sqrt{33}}{2}$. **B.** $I\left(-\frac{1}{2}; 1; -2\right)$; $R = \frac{3}{2}$.
C. $I\left(\frac{1}{2}; -1; 2\right)$; $R = \frac{\sqrt{33}}{2}$. **D.** $I\left(\frac{1}{2}; -1; 2\right)$; $R = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Từ phương trình của mặt cầu (S) , suy ra $a = -\frac{1}{2}$; $b = 1$; $c = -2$; $d = -3$.

Nên
$$a^2 + b^2 + c^2 - d = \frac{33}{4} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{33}}{2}$$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là km), một thiết bị phát sóng đặt ở vị trí $I(-1;2;4)$ và được thiết kế bán kính phủ sóng là 4000m . Máy thu sóng của thiết bị đó ở vị trí nào sau đây thì thu được sóng?

- A.** $M(1;-2;3)$. **B.** $N(1;4;5)$. **C.** $P(3;1;-1)$. **D.** $Q(-1;3;-1)$.

Lời giải

Khu vực phủ sóng của thiết bị là một vùng không gian có dạng hình cầu có tâm là $I(-1;2;4)$, bán kính $R = 4$.

Ta có: $IM = \sqrt{21} > R$; $IP = \sqrt{42} > R$; $IQ = \sqrt{26} > R$ nên 3 vị trí M, P, Q không thu được sóng từ thiết bị; còn $IN = 3 < R$ nên ở vị trí N sẽ thu được sóng.

Câu 23. Mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) là

A. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$

B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 12 = 0$

C. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 1$

D. $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$

Lời giải

Phương trình mặt phẳng $(Oyz): x = 0$

$$R = d(I, (Oyz)) = \frac{|1|}{\sqrt{1}} = 1.$$

Phương trình mặt cầu (S) là:

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 13 = 0$$

Câu 24. Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z - 7 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) lần lượt là

A. $I(-2; 2; -1), R = 4$

B. $I(-2; 2; -1), R = 8$

C. $I(2; -2; 1), R = 4$

D. $I(2; -2; 1), R = 8$

Lời giải

Ta có $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z - 7 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4^2$

Vậy (S) là mặt cầu có tâm $I(2; -2; 1)$ và bán kính $R = 4$.

Câu 25. Trong không gian $(Oxyz)$, một thiết bị phát sóng đặt tại vị trí $I(1; 0; -1)$. Vùng phủ sóng của thiết bị có ranh giới là một mặt cầu bán kính bằng $\sqrt{2}$. Điểm nào sau đây thuộc vùng phủ sóng của thiết bị?

A. $A(1; 0; 1)$

B. $B(1; 1; -1)$

C. $C(-2; 0; 1)$

D. $D(1; -2; -1)$

Lời giải

Ta có: $\overline{IB} = (0; 1; 0) \Rightarrow IB = 1 \Rightarrow IB < R$ nên điểm $B(1; 1; -1)$ nằm bên trong mặt cầu trên, suy ra điểm B thuộc vùng phủ sóng của thiết bị.

Câu 26. Cho mặt cầu có phương trình $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 36$. Điểm $A(4; -3; 2)$ nằm trong, nằm ngoài hay nằm trên mặt cầu đó?

A. A nằm trong mặt cầu.

B. A nằm trên mặt cầu.

C. A nằm ngoài mặt cầu.

D. A nằm trong mặt cầu và là tâm mặt cầu.

Lời giải

Mặt cầu $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 36$ có tâm $I(2; -3; 4)$ và bán kính $R = 6$.

$$\overline{IA} = (2; 0; -2) \Rightarrow IA = \sqrt{2^2 + 0^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2} < R$$

Vậy điểm A nằm trong mặt cầu và không phải tâm mặt cầu. **Chọn A.**

Câu 27. Mặt cầu tâm $I(5; -1; 3)$, qua điểm $M(1; 2; -7)$ có phương trình là:

- A.** $(x+5)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 125$ **B.** $(x-5)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 125$
C. $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$ **D.** $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 100$

Lời giải

Mặt cầu tâm $I(5; -1; 3)$, qua điểm $M(1; 2; -7)$ thì có bán kính $R = IM = \sqrt{(-4)^2 + 3^2 + (-10)^2} = \sqrt{125}$

Vậy mặt cầu có phương trình là $(x-5)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 125$. **Chọn B.**

Câu 28. Mặt cầu (S) đường kính CD với $C(7; 0; 3), D(-1; 2; 5)$ có phương trình là:

- A.** $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = 18$ **B.** $(x-4)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 36$
C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = \sqrt{18}$ **D.** $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 18$

Lời giải

Mặt cầu có tâm I là trung điểm của $CD \Rightarrow I(3; 1; 4)$.

Bán kính $R = IC = \sqrt{4^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{18}$

Vậy phương trình mặt cầu thỏa yêu cầu là $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 18$. **Chọn D.**

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

- A.** $x^2 + y^2 + z^2 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 10 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 2z^2 + 2x + 4z - 10 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4z - 1 = 0$.

Lời giải

Dễ thấy đáp án A, C loại.

Kiểm tra đáp án B, ta thấy $a^2 + b^2 + c^2 - d = 1^2 + (-2)^2 + 0^2 - 10 = -5 < 0 \Rightarrow$ phương trình không phải là phương trình mặt cầu.

Kiểm tra đáp án D, ta thấy $a^2 + b^2 + c^2 - d = (-1)^2 + 0^2 + (-2)^2 - (-1) = 6 > 0 \Rightarrow$ phương trình là phương trình mặt cầu.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Điểm có tọa độ nào sau đây nằm ngoài mặt cầu?

- A.** $M(1;1;2)$. **B.** $N(1;1;1)$. **C.** $P(-1;1;0)$. **D.** $Q(0;0;2)$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R = 2$.

Ta có $OM = \sqrt{6} > R$; $ON = \sqrt{3} < R$; $OP = \sqrt{2} < R$; $OQ = 2 = R$.

Vậy điểm M nằm ngoài mặt cầu đã cho.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bán kính mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4mx + 4y + 2mz + m^2 + 4m = 0$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.** $m = \frac{3}{2}$. **B.** $m = \frac{-1}{2}$. **C.** $m = \frac{1}{2}$. **D.** $m = \frac{-3}{2}$.

Lời giải

Để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu $\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

$$\Leftrightarrow (2m)^2 + (-2)^2 + (-m)^2 - m^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow (2m-1)^2 + 3 > 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Ta có bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{(2m-1)^2 + 3} \geq \sqrt{3}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2m-1=0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$.

Vậy bán kính mặt cầu nhỏ nhất bằng $\sqrt{3}$ khi $m = \frac{1}{2}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình mặt cầu có tâm $I(1;1;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 1 = 0$.

- A.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$. **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.
C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$. **D.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Lời giải

Vì mặt cầu tâm $I(1;1;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P) \Rightarrow R = d(I; (P)) = 2$.

Vậy mặt cầu đã cho có phương trình là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu đi qua hai điểm $A(3; -1; 2), B(1; 1; -2)$ và có tâm thuộc trục Oz là

- A. $x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 11$.
 B. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 11$.
 C. $x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 11$.
 D. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 12$.

Lời giải

Vì tâm I của mặt cầu thuộc trục Oz nên giả sử $I(0; 0; c)$.

Ta có $\overline{IA} = (3; -1; 2-c) \Rightarrow IA = \sqrt{c^2 - 4c + 14}$; $\overline{IB} = (1; 1; -2-c) \Rightarrow IB = \sqrt{c^2 + 4c + 6}$.

Mà mặt cầu đi qua hai điểm $A, B \Rightarrow IA = IB \Rightarrow \sqrt{c^2 - 4c + 14} = \sqrt{c^2 + 4c + 6} \Rightarrow c = 1$.

Do đó ta có $I(0; 0; 1); R = IA = \sqrt{11}$. Vậy $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 11$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính diện tích S của mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 0)$, biết giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 1 = 0$ là đường tròn có chu vi bằng $\frac{3\pi}{2}$.

- A. $S = 146\pi$.
 B. $S = \frac{73\pi}{16}$.
 C. $S = \frac{73\pi}{4}$.
 D. $S = 73\pi$.

Lời giải

Ta có $d(I; (P)) = 2$. Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến; R là bán kính của mặt cầu (S) .

Từ giả thiết ta có $2\pi r = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow r = \frac{3}{4}$.

Mà $R = \sqrt{d^2(I; (P)) + r^2} = \frac{\sqrt{73}}{4}$. Vậy diện tích của mặt cầu (S) là $S = 4\pi R^2 = \frac{73\pi}{4}$.

Câu 35. Trong không gian $(Oxyz)$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $A(2; 3; 5)$. Biết rằng vùng phủ sáng (theo thiết kế) của ngọn hải đăng có ranh giới là một mặt cầu bán kính 3 km . Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là

- A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 9$.
 B. $(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z+5)^2 = 9$.

C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 9000$

D. $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 3000^2$

Lời giải

Ta có $R = 3km = 3000m$.

Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới của vùng phủ sóng trên biển của hải đăng là

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = 3000^2$$

Câu 36. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật trong không gian. Cách thức hoạt động của GPS như sau: Trong cùng một thời điểm, vị trí M của một vật sẽ được xác định bằng 4 vệ tinh cho trước, các vệ tinh này có gắn máy thu tín hiệu, bằng cách so sánh thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận tín hiệu phản hồi thì sẽ xác định được khoảng cách từ các vệ tinh đến vị trí M . Như vậy, vị trí M là giao điểm của 4 mặt cầu có tâm là 4 vệ tinh đã cho. Giả sử trong không gian $Oxyz$, 4 vệ tinh có tọa độ là $A(-1; 6; 3)$, $B(4; 8; 1)$, $C(9; 6; 7)$, $D(-15; 18; 7)$. Tìm vị trí M của vật biết khoảng cách từ M đến các vệ tinh lần lượt là $MA = 6$, $MB = 7$, $MC = 12$, $MD = 24$.

A. $M(1; -2; -1)$

B. $M(-1; 2; -1)$

C. $M(1; 2; -1)$

D. $M(1; -2; 1)$

Lời giải

Gọi $M(a; b; c)$. Khi đó ta có:

$$(a+1)^2 + (b-6)^2 + (c-3)^2 = 36 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2a - 12b - 6c + 10 = 0 \quad (1)$$

$$(a-4)^2 + (b-8)^2 + (c-1)^2 = 49 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 8a - 16b - 2c + 32 = 0 \quad (2)$$

$$(a-9)^2 + (b-6)^2 + (c-7)^2 = 144 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - 18a - 12b - 14c + 22 = 0 \quad (3)$$

$$(a+15)^2 + (b-18)^2 + (c-7)^2 = 576 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 30a - 36b - 14c + 22 = 0 \quad (4)$$

Giải hệ gồm 4 phương trình trên ta được $a = 1; b = 2; c = -1$. Nên $M(1; 2; -1)$.