

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT NGUYỄN THỊ MINH KHAI
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT - LẦN 2
Môn: TOÁN 12, năm học 2025-2026
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: Số báo danh: **Mã đề 1201**

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng với mọi giá trị a ?

- A. $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$. B. $\sin 2a = \sin a \cos a$. C. $\sin 2a = 2\sin a$. D. $\cos 2a = \sin^2 a - \cos^2 a$

Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 1$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $x = -2$. D. $x = 2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 0.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (1; 1; -3)$. Giá trị của $|\vec{u}|$ bằng

- A. 3. B. $\sqrt{10}$. C. 2. D. $\sqrt{11}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $R = 1$. B. $R = 7$. C. $R = \sqrt{99}$. D. $R = \sqrt{151}$.

Câu 6. Thời gian tập thể dục mỗi ngày của bạn Tuấn được thống kê lại ở bảng sau

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

- A. 23,75. B. 7,5. C. 7,85. D. 8,125.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $(SBC) \perp (SAI)$. B. $(SDC) \perp (SAI)$. C. $(SCD) \perp (SAD)$. D. $(SBD) \perp (SAC)$.

Câu 8. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \cos x$ là

- A. $-x^3 + \sin x + C$. B. $6x - \sin x + C$. C. $x^3 + \sin x + C$. D. $x^3 - \sin x + C$.

Câu 9. Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 (2 + f(x)) dx$ bằng

- A. $\frac{15}{4}$. B. 7. C. 9. D. $\frac{23}{4}$.

$$d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $A(-2; 2; 0)$. B. $B(1; 2; 3)$. C. $C(-3; 0; 3)$. D. $D(3; 0; 3)$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 3$ chứa bao nhiêu số nguyên?

- A. 9 . B. 7 . C. Vô số . D. 8 .

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_3 + u_5 = 10$. Công sai d của cấp số cộng là

- A. $d = 2$. B. $d = \frac{3}{2}$. C. $d = 3$. D. $d = 1$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trước trận chung kết cúp C1 Châu Âu giữa hai câu lạc bộ bóng đá Arsenal và Paris Saint-Germain, một nhóm cổ động viên là sinh viên hai trường đại học A và đại học B đã tập trung tại một quán Cafe bóng đá. Tại đây, các cổ động viên được người quản lý cùng nhân viên phục vụ của quán hỏi về việc dự đoán câu lạc bộ nào sẽ lên ngôi vô địch. Người quản lý thống kê được kết quả như sau:

- Có 100 cổ động viên đến từ trường đại học A, 150 cổ động viên đến từ trường đại học B.
- Mỗi cổ động viên đều dự đoán đội vô địch, không có cổ động viên nào không dự đoán kết quả.
- Trong số các cổ động viên đến từ trường đại học A, có 38% số người dự đoán Arsenal vô địch.
- Có tất cả 115 cổ động viên dự đoán Paris Saint-Germain vô địch.

Chọn ngẫu nhiên một cổ động viên, gọi X là biến cố “Cổ động viên đó đến từ trường đại học A”, Y là biến cố “Cổ động viên đó dự đoán Arsenal vô địch”.

a) $P(Y|X) = 0,38$.

b) $P(Y) = 0,46$.

c) $P(\bar{Y}|\bar{X}) = \frac{53}{150}$.

d) Biết rằng cổ động viên đó dự đoán Arsenal vô địch, xác suất để cổ động viên đó đến từ trường đại học B là $0,67$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 0)$, $B(-3; 1; 1)$, $C(3; -1; 1)$.

a) $\overline{AC} = (1; 1; 2)$.

b) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + 3y - 5z + 5 = 0$.

c) Mặt cầu tâm $I(1; 4; 5)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) có bán kính bằng $\frac{8}{\sqrt{35}}$.

d) Biết $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (ABC) , tam giác ABM cân tại M và MA song song với mặt phẳng (Oyz) . Khi đó, $a + 18b + 12c = 56$.

Câu 3. Trên vùng thảo nguyên Châu Phi rộng lớn, một con sư tử đang chuẩn bị cuộc đi săn mỗi. Từ trạng thái nghỉ, con sư tử bắt đầu tăng tốc đuổi theo một con linh dương. Vận tốc của con sư tử khi tăng tốc được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = kt^3 + 4t$, ($k \in \mathbb{R}$) với t là thời gian kể từ khi rời khỏi trạng thái nghỉ đến khi đạt vận tốc tối đa, t tính bằng giây (s), $v(t)$ tính bằng m/s. Từ khoảng cách 50 m, cùng thời điểm con sư tử bắt đầu tăng tốc đuổi, con linh dương bỏ chạy theo hướng di chuyển của con sư tử với vận tốc 10 m/s. Biết rằng sau 3 giây kể từ khi rời khỏi trạng thái nghỉ, con sư tử đã di chuyển được quãng đường 17,25 m và vẫn đang trong quá trình tăng tốc.

a) Gia tốc của con sư tử tại thời điểm bắt đầu đuổi theo con linh dương là 4 m/s^2 .

b) Quãng đường con sư tử di chuyển được sau 3 giây kể từ khi rời khỏi trạng thái nghỉ được tính theo

công thức $S = \int_0^3 v^2(t) dt$.

c) $k = -\frac{1}{24}$.

d) Sau khi đạt đến vận tốc tối đa, con sư tử có thể duy trì vận tốc đó trong 6 giây. Sau đó nếu không đuổi kịp con mồi, nó sẽ giảm tốc độ và từ bỏ cuộc đi săn. Biết rằng con sư tử không đuổi kịp con mồi, tại thời điểm bắt đầu giảm tốc độ, khoảng cách giữa nó và con linh dương nhỏ hơn 15 m.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$.

a) Hàm số có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 6$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng 16.

c) Đồ thị hàm số $y = \frac{f(x)}{x^2} + \frac{f'(x)}{x} + \frac{f''(x)}{x}$ có tâm đối xứng là $I(0; -4)$.

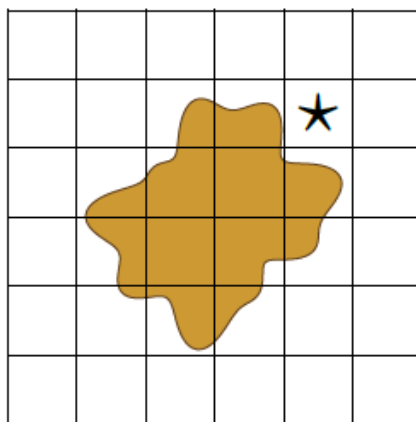
d) Gọi A và B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$. Khi đó $AB = 2\sqrt{5}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho một lưới ô vuông $6\text{ cm} \times 6\text{ cm}$. Trên lưới có một vết dầu nằm ở vị trí giữa lưới như trong hình vẽ

bên. Có bao nhiêu hình chữ nhật có diện tích lớn hơn 2 cm^2 và bị “dính vết dầu”? Lưu ý:

- Hình chữ nhật (bao gồm cả hình vuông) có các cạnh nằm trên các đường kẻ của lưới ô vuông.
- “Dính vết dầu” được hiểu là dính toàn bộ hoặc dính một phần của vết dầu.
- Ô vuông $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$ được đánh dấu ã không dính vết dầu.



Câu 2. Doanh nghiệp A đang có kế hoạch sản xuất một mặt hàng phục vụ trong những sự kiện đặc biệt. Bộ phận phân tích thị trường báo cáo rằng: Trong 1 tháng, tổng chi phí để sản xuất và kinh doanh x sản phẩm

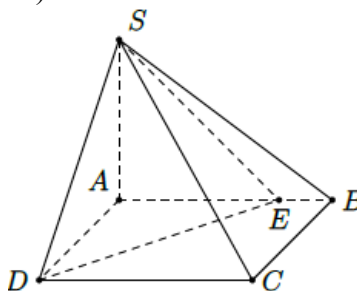
là $V(x) = 1,4x - 500 + \frac{75000}{x}$ (đơn vị: triệu đồng), với x là số nguyên dương. Biết rằng, giá bán ra của một sản phẩm là $1,1$ triệu đồng. Hỏi trong 1 tháng sản xuất và kinh doanh như trên, doanh nghiệp A thu được số tiền lợi nhuận nhiều nhất là bao nhiêu triệu đồng, biết rằng trong tháng đó doanh nghiệp bán hết được số sản phẩm sản xuất ra?

Câu 3. Một ngôi nhà được thiết kế 1 mặt kính có dạng là hình tứ giác $ABCD$ để ngắm cảnh bên ngoài. Ngôi nhà cao 4 mét được đặt vuông góc với mặt đất, sàn nhà là hình vuông có cạnh bằng 4 mét, trên hệ tọa độ $Oxyz$, đơn vị trên mỗi trục tính bằng mét, mặt kính $ABCD$ được thiết kế như hình vẽ. Để gia cố chắc chắn cho mặt kính, người chủ nhà dự định dùng hai thanh xà gồ lắp đặt như sau:

- Hỏi tổng độ dài của hai thanh xà gỗ là bao nhiêu mét (không làm tròn các bước tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

$SA \perp (ABCD)$. Gọi E là điểm thuộc cạnh AB sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SDE) bằng $\frac{3}{2}$.

Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SDE) bằng bao nhiêu (không làm tròn các bước tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?



Câu 5. Bạn Tuấn tham gia một thử thách toán học. Theo quy định, người chơi cần chọn ra 2 biểu thức phân biệt từ 20 biểu thức của tập

$$S = \left\{ \log \left(\sqrt[3]{x} \right); \log \left(\sqrt[3]{x^2} \right); \log \left(\sqrt[3]{x^3} \right); \dots; \log \left(\sqrt[3]{x^{20}} \right) \right\} \quad (x > 0)$$

và xếp mỗi biểu thức vào đúng một trong hai vị trí như hình dưới đây sao cho mỗi vị trí chỉ được xếp một biểu thức:

$$\boxed{} + \boxed{} = 20$$

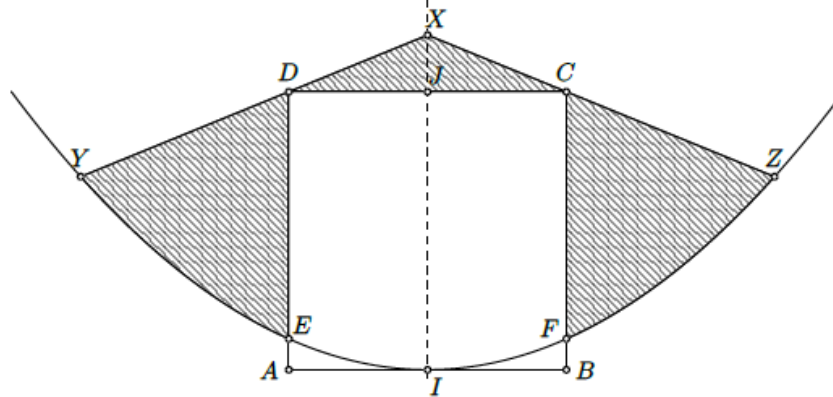
Khi đó tạo thành một phương trình với x là ẩn và thử thách được giải nếu nghiệm của phương trình là một số tự nhiên. Bạn Tuấn chọn ngẫu nhiên 2 biểu thức từ tập S để xếp vào các vị trí trên. Gọi P là xác suất để Tuấn giải được thử thách đó. Giá trị ${}^{760}P$ bằng bao nhiêu?

Câu 6. Trong mặt phẳng, xét hình vẽ sau:

- Hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 36 với I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD .

$$\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC} = \frac{1}{9}.$$

- Hai điểm E, F lần lượt thuộc hai cạnh AD và BC sao cho $\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC} = \frac{1}{9}$.
- Parabol (P) đi qua ba điểm E, I, F .
- Lấy điểm X thuộc tia đối của tia JI (X có thể trùng với J).
- Đường thẳng XD và XC lần lượt cắt parabol (P) tại Y và Z .



Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình trên có giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$\frac{1}{0}$	11	12
Đáp án	A	C	D	D	A	D	C	C	C	D	B	D

Phần II

Câu	a	b	c	d
Câu 1	Đ	S	Đ	S
Câu 2	S	Đ	S	Đ
Câu 3	Đ	S	S	Đ
Câu 4	S	Đ	S	Đ

Phần III

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	301	200	6,73	2,18	144	186,07

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I. Trắc nghiệm

Câu 1

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$$

Công thức đúng là:

Vậy chọn **A**.

Câu 2

$$y = \frac{x}{2x+4}$$

0

$$2x+4=0 \Rightarrow x=-2$$

Hàm số có mẫu bằng 0 khi:

$$x = -2$$

Vậy tiệm cận đứng là

Chọn **C**.

Câu 3

$$x = 2$$

0

Từ bảng biến thiên, hàm số đạt cực tiểu tại và giá trị cực tiểu là .

Chọn **D**.

Câu 4

$$\vec{u} = (1; 1; -3)$$

Ta có

$$|\vec{u}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-3)^2} = \sqrt{11}$$

Độ dài vector:

Chọn **D**.

Câu 5

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 10y - 6z + 49 = 0$$

Mặt cầu:

$$(x-4)^2 + (y+5)^2 + (z-3)^2 = 1$$

Hoàn thành bình phương:

$$R = 1$$

Suy ra bán kính

Chọn **A**.

Câu 6

$$n = 6 + 6 + 4 + 1 + 1 = 18$$

Tổng số ngày là:

$$\frac{n}{4} = 4,5 \quad Q_1 \quad [20; 25)$$

Tứ phân vị thứ nhất: nên thuộc lớp

$$Q_1 = 20 + \frac{4,5}{6} \cdot 5 = 23,75$$

$$\frac{3n}{4} = 13,5 \quad Q_3 \quad [30; 35)$$

Tứ phân vị thứ ba: nên thuộc lớp

Trước lớp này có 12 giá trị, tần số lớp là 4

$$Q_3 = 30 + \frac{13,5 - 12}{4} \cdot 5 = 31,875$$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 31,875 - 23,75 = 8,125$$

Khoảng tứ phân vị:

Chọn **D**.

Câu 7

$$SA \perp (ABCD) \quad (SAD)$$

Vì nên mặt phẳng vuông góc với đáy.

$$CD \perp AD \quad CD \perp SA \quad CD \perp (SAD)$$

Ta có và nên

$$CD \subset (SCD) \quad (SCD) \perp (SAD)$$

Mà nên:

Chọn **C**.

Câu 8

$$\int (3x^2 + \cos x) dx = x^3 + \sin x + C$$

Ta có:

Chọn **C**.

Câu 9

$$F(x) = x^3$$

$$f(x)$$

$$\int_1^2 f(x) dx = F(2) - F(1) = 8 - 1 = 7$$

Vì là một nguyên hàm của nên:

$$\int_1^2 (2 + f(x)) dx = \int_1^2 2 dx + \int_1^2 f(x) dx = 2 + 7 = 9$$

Do đó:

Chọn C.

Câu 10

$$d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3} = t$$

Đường thẳng:

$$x = 2 + t, y = -2 + 2t, z = 3t$$

Suy ra:

$$t = 1$$

Với , ta được:

$$x = 3, y = 0, z = 3$$

$$D(3; 0; 3)$$

Vậy đường thẳng đi qua

Chọn D.

Câu 11

$$x > 0$$

Điều kiện:

$$\log_2 x < 3 \Rightarrow x < 2^3 = 8$$

$$0 < x < 8$$

Vậy

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

Các số nguyên thỏa mãn là:

$$7$$

Có số nguyên.

Chọn **B**.

Câu 12

$$u_1 = 2 \quad u_3 = 2 + 2d, u_5 = 2 + 4d$$

Cấp số cộng có:

$$u_3 + u_5 = 10$$

Theo đề:

$$2 + 2d + 2 + 4d = 10$$

Suy ra:

$$4 + 6d = 10$$

$$6d = 6$$

$$d = 1$$

Chọn **D**.

PHẦN II. Đúng/Sai

Câu 1

Có 100 cổ động viên trường A, 150 cổ động viên trường B. Tổng cộng có 250 người.

$$100.38\% = 38$$

Số người trường A dự đoán Arsenal vô địch là:

$$115$$

Có tất cả 115 người dự đoán Paris Saint-Germain vô địch nên số người dự đoán Arsenal vô địch là:

$$250 - 115 = 135$$

$$135 - 38 = 97$$

Số người trường B dự đoán Arsenal vô địch là:

$$150 - 97 = 53$$

Số người trường B dự đoán Paris Saint-Germain vô địch là:

$$P(Y|X) = \frac{38}{100} = 0,38$$

a)

Mệnh đề **đúng**.

$$P(Y) = \frac{135}{250} = 0,54$$

b)

$$0,46$$

Không phải

Mệnh đề **sai**.

$$P(\bar{Y} | \bar{X}) = \frac{53}{150}$$

c)

Mệnh đề **đúng**.

$$P(\bar{X} | Y) = \frac{97}{135} \approx 0,72$$

d)

$$0,67$$

Không phải

Mệnh đề **sai**.

Câu 2

$$A(1; -2; 0) \quad B(-3; 1; 1) \quad C(3; -1; 1)$$

Cho

$$\overrightarrow{AC} = (3 - 1; -1 + 2; 1 - 0) = (2; 1; 1)$$

a)

$$(1; 1; 2)$$

Không phải

Mệnh đề **sai**.

b) Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (-4; 3; 1)$$

,

$$\overrightarrow{AC} = (2; 1; 1)$$

.

$$(ABC) \quad \vec{n} = (1; 3; -5)$$

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng là: .

$$A(1; -2; 0) \quad 1(x-1) + 3(y+2) - 5z = 0$$

Phương trình mặt phẳng qua là:

$$\Rightarrow x + 3y - 5z + 5 = 0$$

Mệnh đề **đúng**.

$$I(1; 4; 5) \quad (ABC)$$

c) Khoảng cách từ đến mặt phẳng là:

$$d = \frac{|1 + 3 \cdot 4 - 5 \cdot 5 + 5|}{\sqrt{1^2 + 3^2 + (-5)^2}} = \frac{7}{\sqrt{35}}$$

$$\frac{8}{\sqrt{35}}$$

Không phải .

Mệnh đề **sai**.

$$MA \quad (Oyz) \quad M \quad A$$

d) Vì song song với mặt phẳng nên hoành độ của bằng hoành độ của :

$$a = 1$$

$$M(a; b; c) \quad (ABC) \quad 1 + 3b - 5c + 5 = 0 \Rightarrow 3b - 5c = -6$$

Do thuộc mặt phẳng nên: .

$$ABM \quad M \quad MA = MB$$

Tam giác cân tại nên: .

$$MA^2 = (b+2)^2 + c^2$$

Ta có: ,

$$MB^2 = (1+3)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2$$

$$(b+2)^2 + c^2 = 16 + (b-1)^2 + (c-1)^2 \Rightarrow 3b + c = 7$$

Suy ra: .

$$\begin{cases} 3b - 5c = -6 \\ 3b + c = 7 \end{cases}$$

Giải hệ:

$$b = \frac{29}{18}, c = \frac{13}{6}$$

Suy ra:

$$a + 18b + 12c = 1 + 18 \cdot \frac{29}{18} + 12 \cdot \frac{13}{6} = 1 + 29 + 26 = 56$$

Do đó:

Mệnh đề **đúng**.

$$v(t) = kt^3 + 4t$$

Câu 3 Vận tốc của sự tử:

$$a(t) = v'(t) = 3kt^2 + 4$$

a) Gia tốc là đạo hàm của vận tốc:

$$t = 0$$

Tại :

$$a(0) = 4$$

Mệnh đề **đúng**.

$$S = \int_0^3 v(t) dt$$

b) Quãng đường phải được tính bởi:

$$S = \int_0^3 v^2(t) dt$$

Đề cho công thức là sai.

Mệnh đề **sai**.

$$17,25 \quad 3 \quad \int_0^3 (kt^3 + 4t) dt = 17,25$$

c) Sự tử đi được m sau giây nên:

$$\int_0^3 (kt^3 + 4t) dt = \frac{81k}{4} + 18$$

Ta có:

$$17,25 = \frac{69}{4} \quad \frac{81k}{4} + 18 = \frac{69}{4}$$

Mà , nên:

$$\frac{81k}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$k = -\frac{1}{27}$$

$$-\frac{1}{24}$$

Không phải .

Mệnh đề **sai**.

$$k = -\frac{1}{27} \quad v(t) = -\frac{1}{27}t^3 + 4t$$

d) Với , ta có: .

$$v'(t) = -\frac{1}{9}t^2 + 4 = 0 \Rightarrow t = 6$$

Vận tốc đạt cực đại khi: .

$$v(6) = -\frac{216}{27} + 24 = 16 \text{ m/s}$$

Vận tốc cực đại: .

$$\int_0^6 \left(-\frac{1}{27}t^3 + 4t \right) dt = 60 \text{ m}$$

Quãng đường sũ tử đi trong giây đầu: .

6

Trong giây đó, linh dương chạy được:

$$10.6 = 60 \text{ m}$$

50

6

50

Ban đầu linh dương cách sũ tử m nên sau giây khoảng cách vẫn là m.

16 m/s

6

10 m/s

Sũ tử duy trì vận tốc cực đại trong giây, còn linh dương chạy , nên sũ tử rút ngắn được:

$$(16 - 10) \cdot 6 = 36 \text{ m}$$

$$50 - 36 = 14 \text{ m} < 15 \text{ m}$$

Khoảng cách còn lại:

Mệnh đề **đúng**.

Câu 4

$$f(x) = x^3 - 3x^2$$

Cho

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

a)

$$3x^2 - 6$$

Không phải

Mệnh đề **sai**.

$$[0; 4]$$

b) Xét trên

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$$

$$x = 0, x = 2, x = 4$$

Các điểm cần xét:

$$f(0) = 0 \quad f(2) = 8 - 12 = -4 \quad f(4) = 64 - 48 = 16$$

$$16$$

Vậy giá trị lớn nhất là

Mệnh đề **đúng**.

c)

Ta có:

$$f(x) = x^3 - 3x^2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f''(x) = 6x - 6$$

$$y = \frac{f(x)}{x^2} + \frac{f'(x)}{x} + \frac{f''(x)}{x} = x - 3 + 3x - 6 + 6 - \frac{6}{x} = 4x - 3 - \frac{6}{x}$$

Suy ra:

$$y = ax + b + \frac{c}{x} \quad (0; b)$$

Đồ thị dạng có tâm đối xứng là .

$$I(0; -3) \quad I(0; -4)$$

Vậy tâm đối xứng là , không phải .

Mệnh đề **sai**.

d) Điểm cực trị thỏa mãn:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 2$$

Suy ra hoặc .

$$A(0; 0) \quad B(2; -4)$$

Hai điểm cực trị là: , .

$$AB = \sqrt{(2 - 0)^2 + (-4 - 0)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

Do đó:

Mệnh đề **đúng**.

PHẦN III.

Câu 1

$$6 \times 6 \quad 2$$

Ta đếm các hình chữ nhật trên lưới có diện tích lớn hơn và dính vết đầu.

$$6 \times 6 \quad C_7^2 \cdot C_7^2 = 21 \cdot 21 = 441$$

Tổng số hình chữ nhật trên lưới là: .

2

Các hình chữ nhật có diện tích không lớn hơn gồm:

$$1 \quad 6 \cdot 6 = 36$$

• Diện tích : có hình.

• Diện tích : gồm hình 2×1 và 1×2 .

Số hình 1×2 là $6.5 = 30$.

Số hình 2×1 là $5.6 = 30$.

Vậy số hình chữ nhật có diện tích lớn hơn 2 là: $441 - 36 - 30 - 30 = 345$.

Từ hình vẽ, các ô dính vết dầu nằm trong khối giữa lưới, trừ ô có dấu α không dính dầu.

Đếm các hình chữ nhật diện tích lớn hơn 2 **không dính vết dầu**, ta được 44 hình.

Vậy số hình chữ nhật cần tìm là: $345 - 44 = 301$.

Đáp án: 301 .

Câu 2

Doanh thu khi bán hết x sản phẩm là: $1,1x$ triệu đồng.

$$V(x) = 1,4x - 500 + \frac{75000}{x}$$

Chi phí là:

$$P(x) = 1,1x - \left(1,4x - 500 + \frac{75000}{x} \right) = 500 - 0,3x - \frac{75000}{x}$$

Lợi nhuận là:

Muốn $P(x)$ lớn nhất thì cần $0,3x + \frac{75000}{x}$ nhỏ nhất.

$$0,3x + \frac{75000}{x} \geq 2\sqrt{0,3x \cdot \frac{75000}{x}} = 2\sqrt{22500} = 300$$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM:

$$0,3x = \frac{75000}{x}$$

Dấu bằng xảy ra khi:

$$\Rightarrow 0,3x^2 = 75000 \Rightarrow x^2 = 250000 \Rightarrow x = 500$$

$$P_{\max} = 500 - 300 = 200$$

Vậy lợi nhuận lớn nhất là: triệu đồng.

200

Đáp án: .

Câu 3

$$A(4; 2; 4) \quad B(4; 4; 1) \quad C(0; 4; 2)$$

Từ hình vẽ, ta lấy được các điểm: , , .

A, B, C

Mặt kính là mặt phẳng đi qua $\quad$.

Ta có:

$$\overline{AB} = (0; 2; -3)$$

$$\overrightarrow{AC} = (-4; 2; -2)$$

$$\vec{n} = (1; 6; 4)$$

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng kính là:

$$x + 6y + 4z - 36 = 0$$

Phương trình mặt phẳng kính: _____.

Thanh thứ hai

$P(2;3;0)$

Thanh thứ hai đi từ theo phương vuông góc với mặt đất, tức là phương thẳng đứng.

$$P \quad x=2, y=3$$

Đường thẳng qua vuông góc mặt đất có dạng:

$$2 + 6.3 + 4z - 36 = 0$$

Thay vào mặt phẳng kính:

$$4z = 16$$

$$z = 4$$

4

Vậy thanh thứ hai dài m.

Thanh thứ nhất

M BC

Gọi là trung điểm của .

$$M\left(\frac{4+0}{2}; \frac{4+4}{2}; \frac{1+2}{2}\right) = \left(2; 4; \frac{3}{2}\right)$$

$$\vec{n} = (1; 6; 4)$$

Thanh thứ nhất vuông góc với mặt kính nên có phương vector .

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 6t \\ z = \frac{3}{2} + 4t \end{cases}$$

Đường thẳng qua M theo phương $\vec{n}$:

$$z = 0$$

Thanh chạm sàn nhà khi :

$$\frac{3}{2} + 4t = 0 \Rightarrow t = -\frac{3}{8}$$

$$|t| \cdot |\vec{n}| = \frac{3}{8} \sqrt{1^2 + 6^2 + 4^2} = \frac{3\sqrt{53}}{8}$$

Độ dài thanh thứ nhất là: m.

$$4 + \frac{3\sqrt{53}}{8} \approx 6,73$$

Tổng độ dài hai thanh: m.

6,73

Đáp án: .

Câu 4

$$A(0; 0; 0) \quad B(4; 0; 0) \quad D(0; 2; 0) \quad C(4; 2; 0) \quad S(0; 0; 4)$$

Đặt hệ trục tọa độ: , , , , .

$$E(t; 0; 0) \quad 0 \leq t \leq 4$$

Gọi với .

$$(SDE) \quad S(0;0;4) \quad D(0;2;0) \quad E(t;0;0)$$

Mặt phẳng đi qua: , , .

$$(SDE) \quad 4x + 2ty + tz - 4t = 0$$

Một phương trình mặt phẳng là: .

$$A(0;0;0) \quad d(A, (SDE)) = \frac{4t}{\sqrt{16+5t^2}}$$

Khoảng cách từ đến mặt phẳng này là: .

$$\frac{4t}{\sqrt{16+5t^2}} = \frac{3}{2}$$

Theo đề: .

$$\frac{16t^2}{16+5t^2} = \frac{9}{4}$$

Bình phương hai vế:

$$64t^2 = 144 + 45t^2$$

$$19t^2 = 144$$

$$t = \frac{12}{\sqrt{19}}$$

.

$$C(4;2;0) \quad (SDE) \quad d(C, (SDE)) = \frac{|4.4 + 2t.2 + t.0 - 4t|}{\sqrt{16+5t^2}} = \frac{16}{\sqrt{16+5t^2}}$$

Khoảng cách từ đến mặt phẳng là: .

$$\sqrt{16+5t^2} = \frac{8t}{3}$$

Từ kết quả trên: .

$$d(C, (SDE)) = \frac{16}{\frac{8t}{3}} = \frac{6}{t}$$

Suy ra: .

$$t = \frac{12}{\sqrt{19}}$$

Thay :

$$d(C, (SDE)) = \frac{6}{\frac{12}{\sqrt{19}}} = \frac{\sqrt{19}}{2} \approx 2,18$$

2,18

Đáp án: .

Câu 5

$$\log\left(\sqrt[3]{x^k}\right) = \log\left(x^{\frac{k}{3}}\right) = \frac{k}{3} \log x$$

Ta có:

$$\frac{i}{3} \log x + \frac{j}{3} \log x = 20$$

Với hai biểu thức ứng với và , phương trình là:

$$\frac{i+j}{3} \log x = 20 \Rightarrow \log x = \frac{60}{i+j}$$

Suy ra:

$$\log x = \frac{60}{i+j} \quad 10^{\frac{60}{i+j}} \quad x = 10^{\frac{60}{i+j}}$$

Do là logarit cơ số , ta có:

$$x = 10^{\frac{60}{i+j}}$$

Để là số tự nhiên thì phải là số nguyên.

$$\frac{60}{i+j}$$

Vậy phải là ước của .

$$1 \leq i, j \leq 20 \quad i \neq j \quad 3 \leq i+j \leq 39$$

Vì và , nên:

$$60 \quad 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30$$

Các ước của trong khoảng này là:

$$(i, j) \quad i < j$$

Đếm các cặp không thứ tự với :

$i+j$	Số cặp
3	1
4	1
5	2

$i + j$	Số cặp
6	2
10	4
12	5
15	7
20	9
30	5

$$1 + 1 + 2 + 2 + 4 + 5 + 7 + 9 + 5 = 36$$

Tổng số cặp thuận lợi: .

Tổng số cách chọn 2 từ 20 là $C_{20}^2 = 190$.
 biểu thức phân biệt từ biểu thức là: .

$$p = \frac{36}{190} = \frac{18}{95}$$

Vậy: .

$$760p = 760 \cdot \frac{18}{95} = 144$$

Do đó: .

144

Đáp án: .

Câu 6

$$I(0;0) \quad A(-18;0) \quad B(18;0) \quad D(-18;36) \quad C(18;36)$$

Chọn hệ trục tọa độ trong mặt phẳng như sau: , , , , .

$$\frac{AE}{AD} = \frac{BF}{BC} = \frac{1}{9} \quad AE = BF = 4$$

Vì nên: .

$$E(-18;4) \quad F(18;4)$$

Do đó: , .

$$E, I, F \quad JI \quad y = ax^2$$

Parabol đi qua và đối xứng qua trục , nên có dạng: .

$$F(18;4)$$

Thay :

$$4 = a \cdot 18^2$$

$$a = \frac{1}{81}$$

.

$$y = \frac{x^2}{81}$$

Vậy parabol là: .

$$X(0; t) \quad t \geq 36$$

Gọi với .

Do hình đối xứng nên ta chỉ xét nửa bên trái rồi nhân đôi.

$$Y(-r; \frac{r^2}{81})$$

XD

$$18 < r \leq 54$$

Gọi là giao điểm bên trái của đường thẳng với parabol. Khi đó .

$$L = r - 18$$

Đặt: .

$$0 < L \leq 36$$

Suy ra .

Diện tích phần gạch chéo gồm:

XDC

- Tam giác .
- Hai phần hai bên nằm giữa đường thẳng và parabol.

$$XDC \quad S_1 = 18(t - 36)$$

Diện tích tam giác là: .

$$\frac{L^3}{486}$$

Diện tích một phần bên trái giữa dây cung và parabol bằng: .

$$S_2 = 2 \cdot \frac{L^3}{486} = \frac{L^3}{243}$$

Vậy hai bên có diện tích: .

$$D \quad Y \quad t - 36 = 18 \cdot \frac{36 - \frac{r^2}{81}}{r - 18}$$

Từ hệ thức đường thẳng qua và , ta có: .

$$L = r - 18$$

$$S(L) = \frac{L^3}{243} - 4L - 144 + \frac{10368}{L}$$

Đổi theo , tổng diện tích là:

$$S'(L) = \frac{L^2}{81} - 4 - \frac{10368}{L^2}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất:

$$S'(L) = 0$$

Cho :

$$\frac{L^2}{81} - 4 - \frac{10368}{L^2} = 0$$

$$L^4 - 324L^2 - 839808 = 0$$

Suy ra:

$$L = 18\sqrt{\frac{1+\sqrt{33}}{2}}$$

Do đó:

$$S(L) \quad S_{\min} = 48(\sqrt{33} - 2)\sqrt{\frac{1+\sqrt{33}}{2}} - 144 \approx 186,07$$

Thay vào , ta được:

$$186,07$$

Đáp án: