

Câu 1 (1,5 điểm):

1. (Không dùng máy tính cầm tay) Tính giá trị biểu thức: $B = \sqrt{25} + \sqrt{100} - \sqrt{144}$.
2. Một cuộc điều tra về thời gian một nhóm học sinh làm một bài kiểm tra trắc nghiệm cho kết quả như sau:

Thời gian (phút)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)
Tần số	1	5	9	5

Cho biết có bao nhiêu học sinh tham gia điều tra và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho kết quả điều tra

3. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{\sqrt{x}+2} + \frac{x+2\sqrt{x}-16}{x-4}$ (với $x \geq 0, x \neq 4$).

Câu 2 (2,0 điểm):

1. Nước từ một vòi nước (đặt trên mặt nước) được phun lên cao sẽ đạt đến một độ cao nào đó rồi rơi xuống (Hình 4). Giả sử nước được phun ra bắt đầu từ vị trí A trên mặt nước và rơi trở lại mặt nước ở vị trí B , đường đi của

nước có dạng một phần của parabol $y = -\frac{1}{4}x^2$ trong hệ trục tọa độ Oxy, với gốc tọa độ O là vị trí cao nhất mà nước được phun ra đạt được so với mặt nước, trục Ox song song với AB, x và y được tính theo đơn vị mét. Tính chiều cao h từ điểm O đến mặt nước, biết khoảng cách giữa điểm A và điểm B là 6 m.



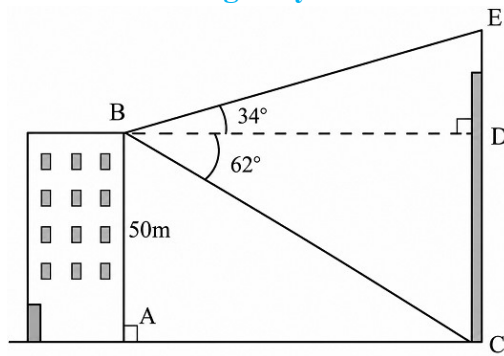
2. Cho phương trình $x^2 - 4x + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $M = \sqrt{3x_1^2 + 4x_1 + 4x_2 + 2x_1x_2 + x_1 + 2x_2}$

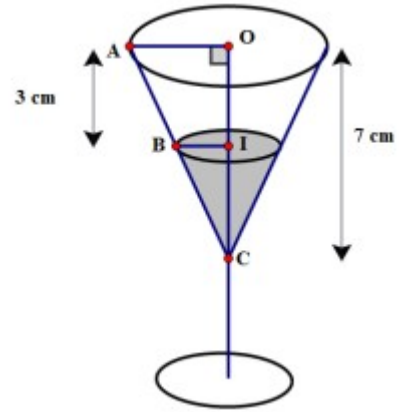
Câu 3 (1,0 điểm): Một bình đựng 4 quả cầu xanh và 3 quả cầu đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu. Tính xác suất biến cố A : “Trong hai quả cầu được chọn, có ít nhất một quả cầu màu đỏ” là bao nhiêu?

Câu 4 (1,5 điểm):

1. Từ nóc một cao ốc cao 50 m người ta nhìn thấy chân và đỉnh một ăng-ten với các góc hạ lần lượt là 62° và 34° . Tính chiều cao của cột ăng-ten.



2. Một cái ly thủy tinh (như hình vẽ), phần phía trên là hình nón có chiều cao 7 cm, có đáy đường tròn bán kính 4 cm.



Biết thể tích hình nón được tính theo công thức $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ với r là bán kính đường tròn đáy của hình nón; h là chiều cao của hình nón.

- Tính thể tích của cái ly (bề dày của ly không đáng kể).
- Biết trong ly đang chứa rượu với mức rượu đang cách miệng ly là 3 cm. Hỏi thể tích còn lại của ly rượu chiếm bao nhiêu phần của thể tích ly. (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai; lấy $\pi \approx 3,14$.)

Câu 5 (2,0 điểm):

1. Một xe du lịch khởi hành từ nút giao **Túy Loan (Đà Nẵng)** để đi vào **Quảng Ngãi** trên tuyến đường cao tốc với tổng quãng đường dài **120 km**. Tài xế dự định đi với một vận tốc và thời gian nhất định. Tuy nhiên, thực tế lộ trình diễn ra như sau: **Trong nửa quãng đường đầu:** Nhờ đường vắng và thời tiết đẹp, xe chạy với vận tốc **nhấn hơn** dự định 20 km/h. **Trong nửa quãng đường còn lại:** Do gặp đoạn đang bảo trì và trời bắt đầu mưa, tài xế phải giảm tốc độ nên xe chạy với vận tốc **chấn hơn** dự định 15 km/h. Biết rằng dù có thay đổi tốc độ, xe vẫn đến điểm ra tại Quảng Ngãi **đúng thời gian** đã dự định. Hãy tính vận tốc dự định của xe du lịch đó.

2. Bạn An đi siêu thị nếu mua 1 chiếc quần âu hiệu Owen và 1 đôi giày thể thao hiệu Biti's Hunter theo giá niêm yết hết tổng cộng 1 200 000 đồng. Nhưng do có chương trình khuyến mãi, chiếc quần Owen được giảm giá 10% và đôi giày Biti's Hunter được giảm giá 15% so với giá niêm yết. Vì vậy, bạn An chỉ phải trả tổng cộng 1 045 000 đồng cho hai sản phẩm này.

- Hãy tính giá niêm yết ban đầu của 1 chiếc quần âu hiệu Owen và 1 đôi giày thể thao hiệu Biti's Hunter?
- Ngoài ra, siêu thị còn có chương trình ưu đãi đặc biệt: nếu tổng giá trị hóa đơn (sau khi đã áp dụng các khuyến mãi riêng lẻ cho từng sản phẩm) từ 2 200 000 đồng trở lên, khách hàng sẽ được giảm thêm 5% trên tổng số tiền đó. Trong dịp này, bạn An quyết định mua 3 chiếc quần âu hiệu Owen và 2 đôi giày thể thao hiệu Biti's Hunter. Hỏi bạn An phải trả tất cả bao nhiêu tiền?

$$(O) \quad AB \neq AC$$

Câu 6 (2,0 điểm): Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) , với $\angle A < 90^\circ$. Các đường cao BE và CF cắt nhau tại trực tâm H của tam giác ABC.

- Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi D là giao điểm của AH và BC. Đường kính AM của đường tròn (O) cắt đường thẳng CF tại điểm P. Chứng minh $\angle BAD = \angle CAM$ và $AP \cdot BH = AH \cdot CP$.

c) Gọi I là trung điểm của BC, đường thẳng AI cắt EF tại K . Gọi N là hình chiếu vuông góc của K trên BC. Chứng minh AN đi qua trung điểm của EF.

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1 (1,5 điểm):

1. (Không dùng máy tính cầm tay) Tính giá trị biểu thức: $B = \sqrt{25} + \sqrt{100} - \sqrt{144}$.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

$$B = \sqrt{25} + \sqrt{100} - \sqrt{144}$$

$$= \sqrt{5^2} + \sqrt{10^2} - \sqrt{12^2}$$

$$= 5 + 10 - 12$$

$$= 15 - 12$$

$$= 3$$

Vậy $B = 3$.

2. Một cuộc điều tra về thời gian một nhóm học sinh làm một bài kiểm tra trắc nghiệm cho kết quả như sau:

Thời gian (phút)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)
Tần số	1	5	9	5

Cho biết có bao nhiêu học sinh tham gia điều tra và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho kết quả điều tra

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Số học sinh tham gia: Có tất cả $1 + 5 + 9 + 5 = 20$ học sinh tham gia.

Bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Thời gian (phút)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)
Tần số tương đối	5%	25%	45%	25%

3. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{\sqrt{x}+2} + \frac{x+2\sqrt{x}-16}{x-4}$ (với $x \geq 0, x \neq 4$).

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Với điều kiện $x \geq 0, x \neq 4$.

Ta có mẫu số chung là $x-4 = (\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)$.

$$P = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{4(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{x+2\sqrt{x}-16}{x-4}$$

$$P = \frac{x+2\sqrt{x}-(4\sqrt{x}-8)+x+2\sqrt{x}-16}{x-4}$$

$$P = \frac{x+2\sqrt{x}-4\sqrt{x}+8+x+2\sqrt{x}-16}{x-4}$$

$$P = \frac{(x+x)+(2\sqrt{x}-4\sqrt{x}+2\sqrt{x})+(8-16)}{x-4}$$

$$P = \frac{2x + 0\sqrt{x} - 8}{x - 4}$$

$$P = \frac{2x - 8}{x - 4}$$

$$P = \frac{2(x - 4)}{x - 4}$$

$$P = 2$$

Vậy $P = 2$.

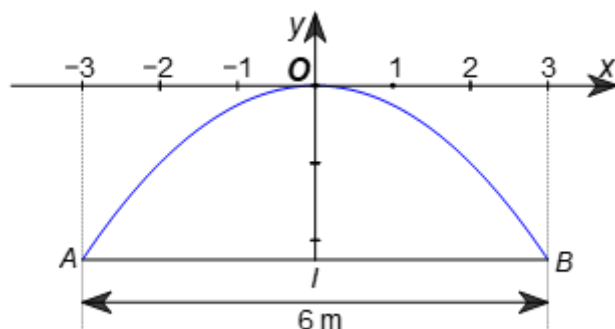
Câu 2 (2,0 điểm):

1. Nước từ một vòi nước (đặt trên mặt nước) được phun lên cao sẽ đạt đến một độ cao nào đó rồi rơi xuống (Hình 4). Giả sử nước được phun ra bắt đầu từ vị trí A trên mặt nước và rơi trở lại mặt nước ở vị trí B , đường đi của

nước có dạng một phần của parabol $y = -\frac{1}{4}x^2$ trong hệ trục tọa độ Oxy, với gốc tọa độ O là vị trí cao nhất mà nước được phun ra đạt được so với mặt nước, trục Ox song song với AB, x và y được tính theo đơn vị mét. Tính chiều cao h từ điểm O đến mặt nước, biết khoảng cách giữa điểm A và điểm B là 6 m.



HƯỚNG DẪN CHẤM.



Gọi I là trung điểm của đoạn AB. Khi đó $OI = h$ và $AI = IB = \frac{AB}{2} = \frac{6}{2} = 3$ (m).

Từ đó, trong hệ trục Oxy, hoành độ của B bằng 3, tung độ của B bằng $-h$.

Do đó: $-h = -\frac{1}{4} \cdot 3^2$ hay $-h = \frac{-9}{4}$, suy ra $h = \frac{9}{4} = 2,25$ (m).

2. Cho phương trình $x^2 - 4x + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $M = \sqrt{3x_1^2 + 4x_1 + 4x_2 + 2x_1x_2 + x_1 + 2x_2}$

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Áp dụng hệ thức VIÈTE cho phương trình $x^2 - 4x + 2 = 0$, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1x_2 = 2 \end{cases}$

Ta có $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 4^2 - 2 \cdot 2 = 12$.

Xét biểu thức trong căn: $I = 3x_1^2 + 4(x_1 + x_2) + 2x_1x_2 = 3x_1^2 + 4(4) + 2(2) = 3x_1^2 + 20$.

Mặt khác, xét $(2x_1 + x_2)^2$:

$$(2x_1 + x_2)^2 = 4x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 = 3x_1^2 + (x_1^2 + x_2^2) + 4x_1x_2 = 3x_1^2 + 12 + 4(2) = 3x_1^2 + 20$$

Suy ra $I = (2x_1 + x_2)^2$.

Vì x_1, x_2 là nghiệm của phương trình có $ac = 2 > 0$ và $S = 4 > 0$ nên $x_1, x_2 > 0$, dẫn đến $2x_1 + x_2 > 0$.

Khi đó:

$$M = \sqrt{(2x_1 + x_2)^2 + x_1 + 2x_2}$$

$$M = 2x_1 + x_2 + x_1 + 2x_2$$

$$M = 3(x_1 + x_2)$$

Thay $x_1 + x_2 = 4$ vào, ta được: $M = 3 \cdot 4 = 12$

Câu 3 (1,0 điểm): Một bình đựng ^{4} quả cầu xanh và ^{3} quả cầu đỏ có kích thước và khối lượng như nhau. Chọn ngẫu nhiên ^{2} quả cầu. Tính xác suất biến cố ^{4} : “Trong hai quả cầu được chọn, có ít nhất một quả cầu màu đỏ” là bao nhiêu?

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Kí hiệu: Quả cầu màu xanh lần lượt là $X_1; X_2; X_3$ và quả cầu màu đỏ lần lượt là $D_1; D_2$

Không gian mẫu là

$$\Omega = \{X_1X_2; X_1X_3; X_1X_4; X_1D_1; X_2D_2; X_1D_3; X_2X_3; X_2X_4; X_2D_1; X_2D_2; X_2D_3; X_3X_4; X_3D_1; X_3D_2; X_3D_3; X_4D_1; X_4D_2; X_4D_3; D_1D_2; D_1D_3; D_2D_3\}$$

$$n(\Omega) = 21$$

suy ra

Kết quả thuận lợi của biến cố ^{4} : “Trong hai quả cầu được chọn, có ít nhất một quả cầu màu đỏ” là

$$\Omega = \{X_1D_1; X_2D_2; X_1D_3; X_2D_1; X_2D_2; X_2D_3; X_3D_1; X_3D_2; X_3D_3; X_4D_1; X_4D_2; X_4D_3; D_1D_2; D_1D_3; D_2D_3\}$$

$$n(A) = 15$$

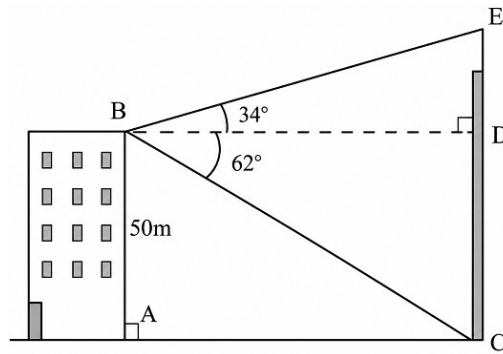
suy ra

$$P(A) = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$$

Xác suất của biến cố A là:

Câu 4 (1,5 điểm):

1. Từ nóc một cao ốc cao 50 m người ta nhìn thấy chân và đỉnh một ăng-ten với các góc hạ lần lượt là 62° và 34° . Tính chiều cao của cột ăng-ten.



HƯỚNG DẪN CHẤM.

Ta có:

$$\tan \angle CBD = \frac{CD}{BD} \text{ nên } \tan 62^\circ = \frac{50}{BD} \text{ suy ra } BD = 26,6 \text{ m.}$$

Lại có:

$$\tan \angle DBE = \frac{ED}{BD} \text{ nên } \tan 34^\circ = \frac{ED}{26,6} \text{ suy ra } ED = 18 \text{ m.}$$

$$EC = ED + DC = 18 + 50 = 68 \text{ m.}$$

Vậy chiều cao của cột ăng-ten là 68m.

2. Một cái ly thủy tinh (như hình vẽ), phần phía trên là hình nón có chiều cao 7 cm, có đáy đường tròn bán kính 4 cm.

Biết thể tích hình nón được tính theo công thức $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ với r là bán kính đường tròn đáy của hình nón; h là chiều cao của hình nón.

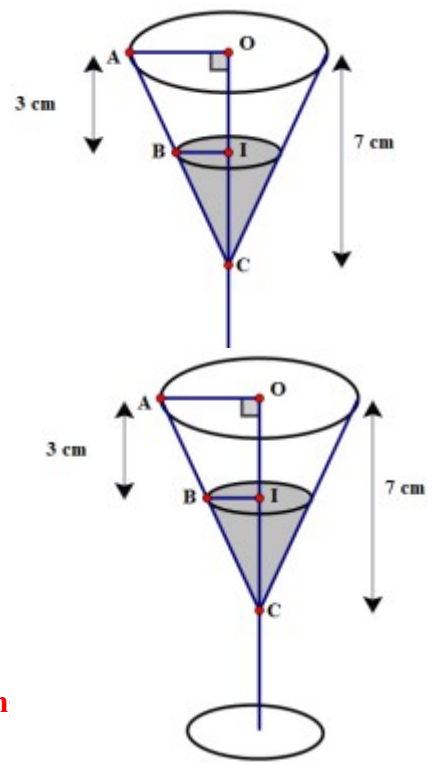
a) Tính thể tích của cái ly (bề dày của ly không đáng kể).

b) Biết trong ly đang chứa rượu với mức rượu đang cách miệng ly là 3 cm. Hỏi thể tích còn lại của ly rượu chiếm bao nhiêu phần của thể tích ly. (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai; lấy $\pi \approx 3,14$.)

HƯỚNG DẪN CHẤM.

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi OA^2 \cdot OC = \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 7 = \frac{112}{3} \pi \approx 117,23 \text{ (cm}^3\text{)}$$

a) Thể tích của cái ly:



b) Ta có: $IB \parallel OA \Rightarrow \frac{CI}{CO} = \frac{IB}{OA} \Rightarrow IB = \frac{CI \cdot OA}{CO} = \frac{(7-3) \cdot 4}{7} = \frac{16}{7}$

Thể tích rượu có trong ly: $V_2 = \frac{1}{3} \pi IB^2 \cdot CI = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{16}{7}\right)^2 \cdot 4 = \frac{1024}{147} \pi \text{ (cm}^3\text{)}$

Thể tích còn lại trong ly (phần không chứa rượu): $V_3 = V_1 - V_2 = \frac{112}{3} \pi - \frac{1024}{147} \pi = \frac{1488}{49} \pi$

Vậy thể tích còn lại của ly rượu chiếm $\frac{V_3}{V_1} \cdot 100\% \approx 81,34\%$ thể tích ly.

Câu 5 (2,0 điểm):

1. Một xe du lịch khởi hành từ nút giao **Túy Loan (Đà Nẵng)** để đi vào **Quảng Ngãi** trên tuyến đường cao tốc với tổng quãng đường dài **120 km**. Tài xế dự định đi với một vận tốc và thời gian nhất định. Tuy nhiên, thực tế lộ trình diễn ra như sau: **Trong nửa quãng đường đầu:** Nhờ đường vắng và thời tiết đẹp, xe chạy với vận tốc **nhẹ hơn** dự định 20 km/h. **Trong nửa quãng đường còn lại:** Do gặp đoạn đang bảo trì và trời bắt đầu mưa, tài xế phải giảm tốc độ nên xe chạy với vận tốc **chậm hơn** dự định 15 km/h. Biết rằng dù có thay đổi tốc độ, xe vẫn đến điểm ra tại Quảng Ngãi **đúng thời gian** đã dự định. Hãy tính vận tốc dự định của xe du lịch đó.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Gọi vận tốc dự định của xe du lịch là $x \text{ (km/h)}$. Điều kiện: $x > 15$.

$$\frac{120}{x} \text{ (giờ?)}$$

Thời gian dự định đi hết quãng đường là: .

$$120 : 2 = 60 \text{ km}$$

Nửa quãng đường đầu dài: .

$$x + 20 \text{ (km/h)}$$

○ Vận tốc thực tế: .

$$\frac{60}{x + 20} \text{ (h)}$$

○ Thời gian đi: .

$$60 \text{ km}$$

Nửa quãng đường còn lại dài: .

$$x - 15 \text{ (km/h)}$$

○ Vận tốc thực tế: .

$$\frac{60}{x - 15} \text{ (h)}$$

○ Thời gian đi: .

$$\frac{60}{x + 20} + \frac{60}{x - 15} = \frac{120}{x}$$

Vì xe đến đúng giờ dự định, ta có phương trình:

$$\frac{1}{x + 20} + \frac{1}{x - 15} = \frac{2}{x}$$

$$x(x-15) + x(x+20) = 2(x+20)(x-15)$$

Quy đồng và khử mẫu:

$$x^2 - 15x + x^2 + 20x = 2(x^2 + 5x - 300)$$

$$2x^2 + 5x = 2x^2 + 10x - 600$$

$$5x = 600$$

$$x = 120 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

2. Bạn An đi siêu thị nếu mua 1 chiếc quần âu hiệu Owen và 1 đôi giày thể thao hiệu Biti's Hunter theo giá niêm yết hết tổng cộng 1 200 000 đồng. Nhưng do có chương trình khuyến mãi, chiếc quần Owen được giảm giá 10% và đôi giày Biti's Hunter được giảm giá 15% so với giá niêm yết. Vì vậy, bạn An chỉ phải trả tổng cộng 1 045 000 đồng cho hai sản phẩm này.

a. Hãy tính giá niêm yết ban đầu của 1 chiếc quần âu hiệu Owen và 1 đôi giày thể thao hiệu Biti's Hunter?

b. Ngoài ra, siêu thị còn có chương trình ưu đãi đặc biệt: nếu tổng giá trị hóa đơn (sau khi đã áp dụng các khuyến mãi riêng lẻ cho từng sản phẩm) từ 2 200 000 đồng trở lên, khách hàng sẽ được giảm thêm 5% trên tổng số tiền đó. Trong dịp này, bạn An quyết định mua 3 chiếc quần âu hiệu Owen và 2 đôi giày thể thao hiệu Biti's Hunter.

Hỏi bạn An phải trả tất cả bao nhiêu tiền?

HƯỚNG DẪN CHẤM.

a. Gọi giá niêm yết của 1 chiếc quần âu Owen là x (đồng) và giá niêm yết của 1 đôi giày thể thao Biti's Hunter là y (đồng).

Điều kiện: $x > 0, y > 0$.

Theo đề bài, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 1200000 \\ (1 - 0.10)x + (1 - 0.15)y = 1045000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1200000 \\ 0.9x + 0.85y = 1045000 \end{cases}$$

Từ phương trình đầu tiên, ta có $x = 1200000 - y$.

Thay vào phương trình thứ hai:

$$0.9(1200000 - y) + 0.85y = 1045000$$

$$1080000 - 0.9y + 0.85y = 1045000$$

$$1080000 - 0.05y = 1045000$$

$$0.05y = 1080000 - 1045000$$

$$0.05y = 35000$$

$$y = \frac{35000}{0.05} = 700000$$

$$\text{Suy ra } x = 1200000 - 700000 = 500000.$$

Vậy, giá niêm yết ban đầu của 1 chiếc quần âu Owen là 500 000 đồng.

Giá niêm yết ban đầu của 1 đôi giày thể thao Biti's Hunter là 700 000 đồng.

b.

Giá 1 chiếc quần âu Owen sau khi giảm 10% là: $500000 \times (1 - 0.10) = 500000 \times 0.9 = 450000$ đồng.

Giá 1 đôi giày thể thao Biti's Hunter sau khi giảm 15% là: $700000 \times (1 - 0.15) = 700000 \times 0.85 = 595000$ đồng.

Tổng giá trị hóa đơn khi mua 3 chiếc quần âu Owen và 2 đôi giày thể thao Biti's Hunter (sau khi đã áp dụng khuyến mãi riêng lẻ):

$$T = 3 \times 450000 + 2 \times 595000$$

$$T = 1350000 + 1190000$$

$$T = 2540000 \text{ đồng.}$$

Vì $2540000 > 2200000$, bạn An được giảm thêm 5% trên tổng số tiền này.

Số tiền được giảm thêm là: $2540000 \times 0.05 = 127000$ đồng.

Số tiền bạn An phải trả tất cả là: $2540000 - 127000 = 2413000$ đồng.

Vậy, bạn An phải trả tất cả 2 413 000 đồng.

(O) $AB \neq AC$

Câu 6 (2,0 điểm): Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O), với $AB \neq AC$. Các đường cao BE và CF cắt nhau tại trực tâm H của tam giác ABC.

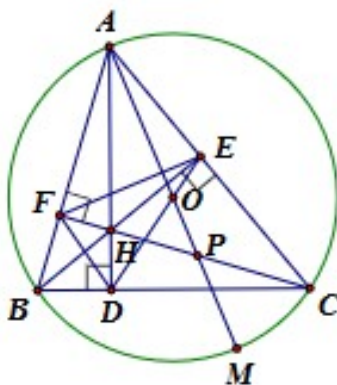
a) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi D là giao điểm của AH và BC. Đường kính AM của đường tròn (O) cắt đường thẳng CF tại điểm P. Chứng minh $\angle BAD = \angle CAM$ và $AP \cdot BH = AH \cdot CP$.

Chứng minh và

c) Gọi I là trung điểm của BC, đường thẳng AI cắt EF tại K. Gọi N là hình chiếu vuông góc của K trên BC. Chứng minh AN đi qua trung điểm của EF.

HƯỚNG DẪN CHẤM.



Vì BE, CF là hai đường cao của $\triangle ABC$ nên $BE \perp AC, CF \perp AB$.

Do $\triangle BEC$ vuông tại E nên 3 điểm B, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC.

Do $\triangle BFC$ vuông tại F nên 3 điểm B, F, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC.

Vậy 4 điểm B, C, E, F cùng thuộc đường tròn đường kính BC.

b) Gọi D là giao điểm của AH và BC . Đường kính AM của đường tròn (O) cắt đường thẳng CF tại điểm P . Chứng minh $\angle BAD = \angle CAM$ và $AP \cdot BH = AH \cdot CP$.

Do AM là đường kính nên $\angle ABM = \angle ACM = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Ta có $\angle BAD + \angle ABD = 90^\circ$ (vì $\triangle ABD$ vuông tại D) và $\angle CAM + \angle AMC = 90^\circ$ (vì $\triangle ACM$ vuông tại C).

Mà $\angle ABD = \angle AMC$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC) nên suy ra $\angle BAD = \angle CAM$.

Xét $\triangle APC$ và $\triangle AHB$ có:

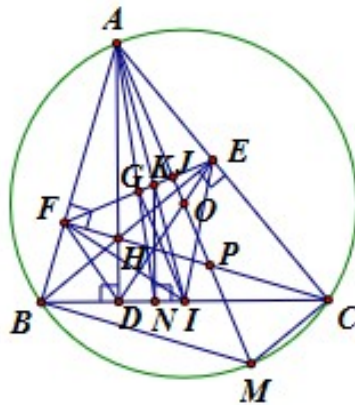
$$\angle BAD = \angle CAM \text{ (cmt)}$$

$$\angle ABH = \angle ACP \text{ (góc nội tiếp cùng chắn cung EF)}$$

Suy ra $\triangle APC \sim \triangle AHB$ (g-g)

$$\text{Nên } \frac{AP}{AH} = \frac{PC}{HB} \text{ hay } AP \cdot HB = AH \cdot PC.$$

c) Gọi I là trung điểm của BC , đường thẳng AI cắt EF tại K . Gọi N là hình chiếu vuông góc của K trên BC . Chứng minh AN đi qua trung điểm của EF .



Gọi G là trung điểm của EF , J là giao điểm của AM và EF , AG cắt BC tại N' .

Ta sẽ chứng minh $KN' \perp BC$.

Ta có: $\angle AEJ + \angle EAJ = \angle ABC + \angle CBM = \angle ABM = 90^\circ$ nên $\triangle AJE$ vuông tại J .

$$\text{Do } \triangle AEF \sim \triangle ABC \text{ (g-g) nên } \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} = \frac{2GF}{2IC} = \frac{GF}{IC} \quad (1)$$

Kết hợp với $\angle AFG = \angle ACI$ (cùng cộng $\angle BFE$ bằng 180°)

Suy ra $\triangle AGF \sim \triangle AIC$ (c-g-c)

$$\text{Khi đó } \angle BAG = \angle KAE \text{ và } \frac{AG}{AI} = \frac{AF}{AC} \quad (2)$$

Tương tự ta có $\triangle AKE \sim \triangle AN'B$ (g-g) (do $\angle BAG = \angle KAE$ và $\angle AEK = \angle ABI$)

Nên $\frac{AK}{AN'} = \frac{AE}{AB}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\frac{AG}{AI} = \frac{AK}{AN'}$

Mà $\angle N'AI$ chung nên $\triangle AN'K \sim \triangle AIG$ (c-g-c) suy ra $\angle AN'K = \angle AIG$ (4)

$\triangle IEF$ cân tại I (do $IE = IF$) có IG là đường trung tuyến nên cũng đồng thời là đường cao.

Suy ra $IG \parallel AO$ (vì cùng vuông góc với EF). Do đó $\angle GIA = \angle IAO$ (so le trong)

Lại có $\angle BAG = \angle KAE$ (cmt) và $\angle FAH = \angle JAE$ (cmt) nên $\angle IAO = \angle GAH$

Suy ra $\angle GIA = \angle GAH$ (5)

Từ (4) và (5) suy ra $\angle AN'K = \angle GAH$ nên $KN' \parallel AD$ (so le trong)

Mà $AD \perp BC$ nên $KN' \perp BC$. Ta lại có $KN \perp BC$ (gt)

Suy ra : N' trùng N hay AN đi qua trung điểm G của EF . (đpcm)

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 2

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (1,5 điểm):

1. Không dùng máy tính cầm tay, rút gọn biểu thức $A = 2\sqrt{(\sqrt{3}+2)^2} - \sqrt{12} + 2028$.

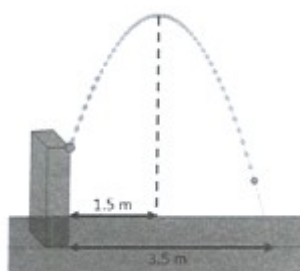
2. Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0, x \neq 1$.

a, Rút gọn biểu thức A .

b, So sánh giá trị của A với 1.

Câu 2 (2,0 điểm):

1. Ở một điểm cao trên tháp cách mặt đất 1,75m nhà thiết kế có đặt một vòi phun nước. Biết rằng đường đi của các giọt nước sau khi ra khỏi vòi có dạng đường cong parabol và lên cao nhất được 4m. Hỏi nước rơi xuống đất cách chân tháp bao nhiêu mét?



2. Cho phương trình $x^2 - 5x + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2$.

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $P = \sqrt{17x_1^2 - 30x_1x_2 + 17x_2^2} + 2x_1 + 5x_2$

3

1

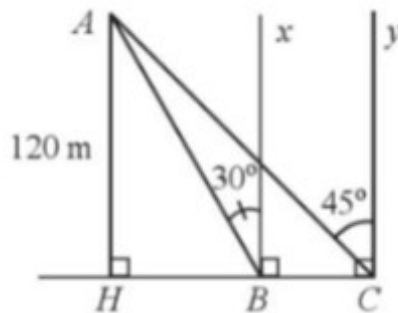
2

Câu 3 (1,0 điểm): Một bó hoa gồm $\frac{3}{T}$ bông hoa màu đỏ và $\frac{1}{2}$ bông hoa màu vàng. Bạn Vi chọn ngẫu nhiên

bông hoa từ bó hoa đó. Tính xác suất của biến cố sau: $\frac{1}{1}$: “Trong bông hoa được chọn ra, ít nhất bông hoa màu đỏ”.

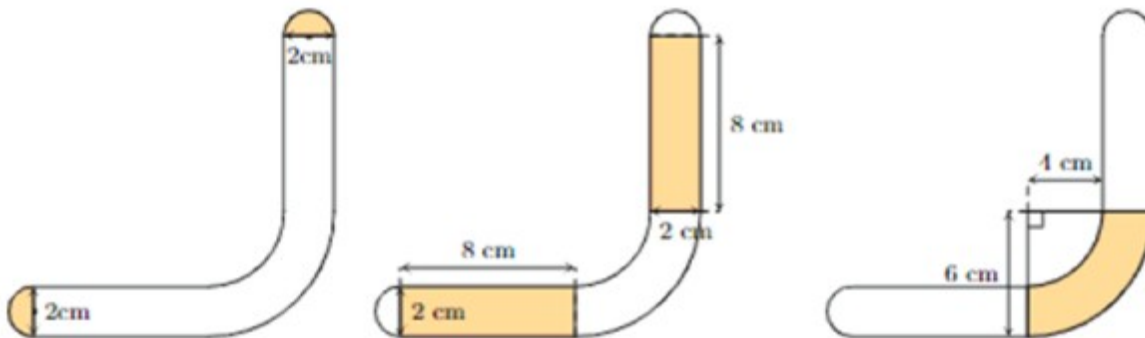
Câu 4 (1,5 điểm):

1, Flycam là từ viết tắt của Fly camera. Đây là thiết bị bay không người lái có lắp camera hay máy ảnh để quay phim hoặc chụp ảnh từ trên cao. Một chiếc Flycam đang ở vị trí A cách cây cầu BC (theo phương thẳng đứng) một khoảng AH = 120 m. Biết góc tạo bởi phương AB, AC với các phương vuông góc với mặt cầu tại B, C lần lượt là $\angle ABx = 30^\circ$, $\angle ACy = 45^\circ$. Tính độ dài BC của cây cầu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét).



2. Hình vẽ bên dưới mô tả mặt cắt của hình: hai nửa hình tròn đường kính 2 cm $\times$ 8 cm (Hình b); một phần tư đường tròn cùng tâm có bán kính lần lượt là 4 cm và 6 cm. Tính diện tích của mặt cắt của khung gỗ đó.

một khung gỗ có dạng ghép của năm cm, hai hình chữ nhật có kích thước hình vành khuyên giới hạn bởi hai



Câu 5 (2,0 điểm):

1. Một nhà máy sản xuất bia sử dụng xe tải để vận chuyển hàng đến các đại lý. Mỗi thùng bia (loại 24 lon) có khối lượng trung bình là 12 kg. Theo quy định về an toàn giao thông, trọng tải tối đa của xe (tổng khối lượng hàng hóa tối đa mà xe được phép chở) là 5 tấn. Biết rằng bác tài xế điều khiển xe nặng 80 kg. Hỏi chiếc xe tải này có thể chở được tối đa bao nhiêu thùng bia để đảm bảo không vượt quá trọng tải cho phép?

2. Hai bạn An và Bình tiết kiệm tiền để mua nhu yếu phẩm ủng hộ đồng bào miền Trung bị lũ lụt. Trong tháng 9, tổng số tiền tiết kiệm được của hai bạn là 1 000 000 đồng. Sang tháng 10, số tiền tiết kiệm của An tăng thêm 25% và của Bình tăng thêm 30% so với tháng 9 nên tổng số tiền tiết kiệm được trong tháng 10 là 1 270 000 đồng. Hãy cho biết số tiền của Bình tiết kiệm được trong tháng 10.

Câu 6 (2,0 điểm): Cho đường tròn tâm đường kính $AB = 2R$, trên đoạn OA lấy điểm $I (I \neq A; I \neq O)$. Vẽ tia $Ix \perp AB$ cắt (O) tại C . Lấy điểm E trên cung nhỏ $BC (E \neq B; E \neq C)$, AE cắt CI tại F , gọi D là giao điểm của BC với tiếp tuyến tại A của $(O; R)$.

a) Chứng minh rằng tứ giác $BEFI$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng : $AE \cdot AF = CB \cdot CD$.

c) Biết rằng $AB = 2AC$ và điểm E di chuyển trên cung nhỏ. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $S = 2024 \cdot EB \cdot EC$

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1 (1,5 điểm):

1. Không dùng máy tính cầm tay, rút gọn biểu thức $A = 2\sqrt{(\sqrt{3} + 2)^2} - \sqrt{12} + 2028$.

HƯỚNG DẪN CHẤM .

$$A = 2\sqrt{(\sqrt{3} + 2)^2} - \sqrt{12} + 2028$$

$$A = 2 \cdot |\sqrt{3} + 2| - \sqrt{2^2 \cdot 3} + 2028$$

$$A = 2 \cdot (\sqrt{3} + 2) - 2\sqrt{3} + 2028$$

$$A = 2\sqrt{3} + 4 - 2\sqrt{3} + 2028$$

$$A = 2032$$

Vậy $A = 2032$

2. Cho biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0, x \neq 1$.

a, Rút gọn biểu thức A .

b, So sánh giá trị của A với 1.

HƯỚNG DẪN CHẤM .

a, Rút gọn biểu thức A:

Với điều kiện $x > 0, x \neq 1$, ta có:

$$A = \left(\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$$

b, So sánh A với 1:

$$\text{Ta có: } A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

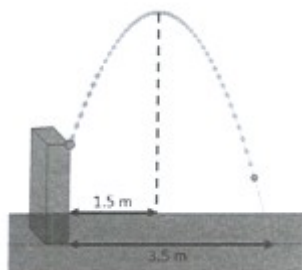
$$\text{Vì } x > 0 \Rightarrow \sqrt{x} > 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} > 0$$

Do đó: $1 - \frac{1}{\sqrt{x}} < 1$.

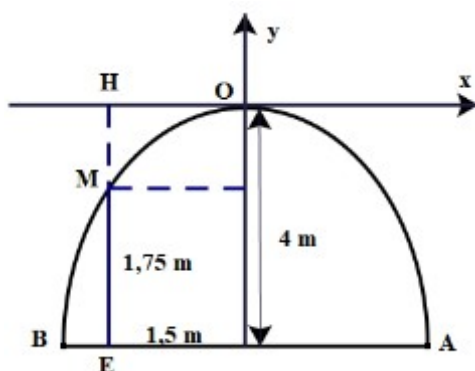
Với $x > 0, x \neq 1$ thì $A < 1$.

Câu 2 (2,0 điểm):

1. Ở một điểm cao trên tháp cách mặt đất 1,75m nhà thiết kế có đặt một vòi phun nước. Biết rằng đường đi của các giọt nước sau khi ra khỏi vòi có dạng đường cong parabol và lên cao nhất được 4m. Hỏi nước rơi xuống đất cách chân tháp bao nhiêu mét?



HƯỚNG DẪN CHẤM .



Đường đi của các giọt nước sau khi ra khỏi vòi là parabol có dạng: $(P): y = ax^2$ ($a < 0$).

$$MH = HE - ME = 4 - 1,75 = 2,25$$

$$\Rightarrow M(-1,5; -2,25) \in (P): y = ax^2 \Rightarrow -2,25 = a \cdot (-1,5)^2 \Rightarrow a = \frac{-2,25}{(-1,5)^2} = -1 \Rightarrow (P): y = -x^2$$

$$\Rightarrow A(x_A; -4) \in (P): y = -x^2 \Rightarrow -4 = -x_A^2 \Rightarrow x_A^2 = 4 \Rightarrow x_A = \sqrt{4} = 2 \text{ m}$$

$$EA = ES + SA = 2 + 1,5 = 3,5$$

Vậy nước rơi xuống đất cách chân tháp một khoảng là 3,5 m.

2. Cho phương trình $x^2 - 5x + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2$.

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $P = \sqrt{17x_1^2 - 30x_1x_2 + 17x_2^2} + 2x_1 + 5x_2$

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Xét phương trình $x^2 - 5x + 4 = 0$, ta có:

$$* \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9 > 0.$$

* Theo hệ thức VIỆTE: $x_1 + x_2 = 5$ và $x_1 x_2 = 4$.

* Vì $x_1 < x_2 \Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = \frac{\sqrt{9}}{1} = 3$.

1. Tính biểu thức trong căn:

$$17x_1^2 - 30x_1x_2 + 17x_2^2 = 17(x_1 + x_2)^2 - 64x_1x_2 = 17 \cdot 5^2 - 64 \cdot 4 = 169 \Rightarrow \sqrt{17x_1^2 - 30x_1x_2 + 17x_2^2} = 13$$

2. Biến đổi về ngoài $2x_1 + 5x_2$ theo tổng và hiệu:

Ta tách biểu thức theo $(x_1 + x_2)$ và $(x_2 - x_1)$:

$$2x_1 + 5x_2 = \frac{7}{2}(x_1 + x_2) + \frac{3}{2}(x_2 - x_1)$$

Ta có:

(Cách tách: $2x_1 + 5x_2 = 3, 5x_1 + 3, 5x_2 + 1, 5x_2 - 1, 5x_1 = 3, 5(x_1 + x_2) + 1, 5(x_2 - x_1)$)

$$\text{Thay giá trị tổng và hiệu vào: } 2x_1 + 5x_2 = \frac{7}{2} \cdot 5 + \frac{3}{2} \cdot 3 = \frac{35}{2} + \frac{9}{2} = \frac{44}{2} = 22$$

3. Tính giá trị của P : $P = 13 + 22 = 35$.

Vậy $P = 35$.

Cách giải thích cho học sinh (Phương pháp Đồng nhất hệ số)

.Giáo viên có thể hướng dẫn học sinh thiết lập hệ phương trình để tìm cách tách mà không cần nhớ máy móc công thức trên:

$$\text{Đặt: } mx_1 + nx_2 = A(x_1 + x_2) + B(x_2 - x_1)$$

$$\text{Khai triển về phải: } mx_1 + nx_2 = (A - B)x_1 + (A + B)x_2$$

$$\text{Để hai vế bằng nhau với mọi } x_1, x_2, \text{ ta đồng nhất hệ số: } \begin{cases} A - B = m \\ A + B = n \end{cases}$$

Giải hệ này, học sinh sẽ tìm được A và B .

3. Ví dụ minh họa áp dụng vào bài toán cụ thể

Bài toán: Tính $2x_1 + 5x_2$ biết $x_1 + x_2 = 5$ và $x_2 - x_1 = 3$.

* Bước 1: Nhận diện hệ số. Ở đây $m = 2$ và $n = 5$.

* Bước 2: Tìm hệ số tách A, B.

$$* A = \frac{n+m}{2} = \frac{5+2}{2} = 3,5 \quad * B = \frac{n-m}{2} = \frac{5-2}{2} = 1,5$$

* Bước 3: Thay vào biểu thức.

$$* 2x_1 + 5x_2 = 3,5 \cdot (x_1 + x_2) + 1,5 \cdot (x_2 - x_1)$$

$$* 2x_1 + 5x_2 = 3,5 \cdot 5 + 1,5 \cdot 3 = 17,5 + 4,5 = 22$$

4. Lời khuyên khi dạy học sinh

1. Nhấn mạnh tính đối xứng: Học sinh thường quen với các biểu thức đối xứng ($x_1 + x_2, x_1 x_2, x_1^2 + x_2^2$). Hãy chỉ ra rằng $2x_1 + 5x_2$ là không đối xứng, nên cần thêm "Hiệu" ($x_2 - x_1$) để giải quyết.

2. Mẹo nhớ nhanh:

* Hệ số của Tổng (S) là Trung bình cộng của hai hệ số đề bài cho: $\frac{n+m}{2}$.

* Hệ số của Hiệu (D) là Nửa hiệu của hệ số sau trừ hệ số trước: $\frac{n-m}{2}$.

3. Lưu ý về dấu: Luôn nhắc học sinh kiểm tra điều kiện $x_1 < x_2$ hay $x_1 > x_2$ để lấy dấu của hiệu D cho đúng ($D = \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{a}$).

Câu 3 (1,0 điểm): Một bó hoa gồm 3 bông hoa màu đỏ và 1 bông hoa màu vàng. Bạn Vi chọn ngẫu nhiên 2 bông hoa từ bó hoa đó. Tính xác suất của biến cố sau: T : “Trong 2 bông hoa được chọn ra, ít nhất 1 bông hoa màu đỏ”.

HƯỚNG DẪN CHẤM .

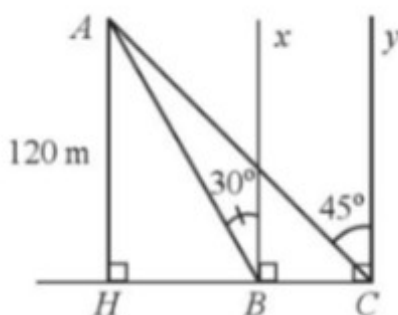
Các cách chọn mà bạn Vi có thể thực hiện là Đỏ 1 - Đỏ 2 ; Đỏ 1 - Đỏ 3; Đỏ 1 - Vàng; Đỏ 2 - Đỏ 3; Đỏ 2 - Vàng; Đỏ 3 - Vàng.

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố R : “Trong 2 bông hoa được chọn ra, có đúng 1 bông hoa màu vàng”. Vậy xác suất của biến cố này là: $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố T : “Trong 2 bông hoa được chọn ra, ít nhất 1 bông hoa màu đỏ”. Vậy xác suất của biến cố này là: $\frac{6}{6} = 1$.

Câu 4 (1,5 điểm):

1, Flycam là từ viết tắt của Fly camera. Đây là thiết bị bay không người lái có lắp camera hay máy ảnh để quay phim hoặc chụp ảnh từ trên cao. Một chiếc Flycam đang ở vị trí A cách cây cầu BC (theo phương thẳng đứng) một khoảng AH = 120 m. Biết góc tạo bởi phương AB, AC với các phương vuông góc với mặt cầu tại B, C lần lượt là $\angle ABx = 30^\circ$, $\angle ACy = 45^\circ$. Tính độ dài BC của cây cầu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét).



HƯỚNG DẪN CHẤM .

Do $AH \perp HC$, $Bx \perp HC$ tại B, $Cy \perp HC$ tại C nên $AH \parallel Bx \parallel Cy$.

Suy ra $\widehat{BAH} = \widehat{ABx} = 30^\circ$

Và $\widehat{CAH} = \widehat{ACy} = 45^\circ$ (các cặp góc ở vị trí so le trong).

Vì $\triangle ABH$ vuông tại H nên

$$BH = AH \cdot \tan \widehat{BAH} = 120 \cdot \tan 30^\circ = 120 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 40\sqrt{3} \text{ (m)}.$$

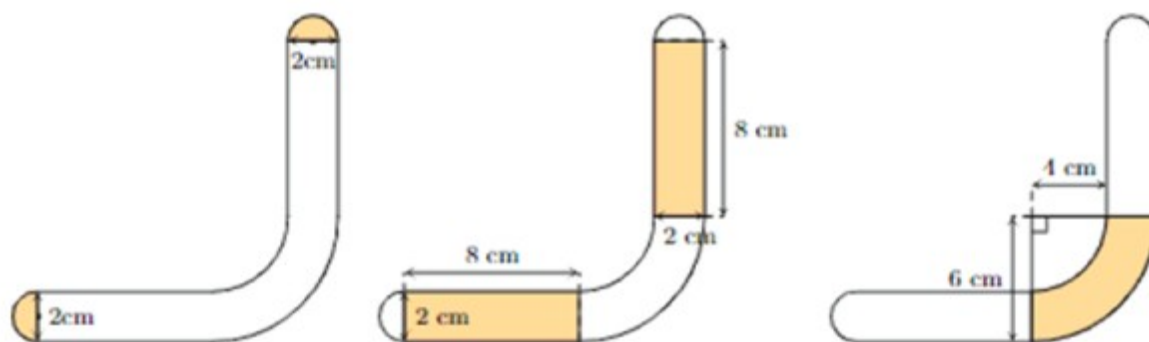
Vì $\triangle ACH$ vuông tại H nên

$$CH = AH \cdot \tan \widehat{CAH} = 120 \cdot \tan 45^\circ = 120 \cdot 1 = 120 \text{ (m)}.$$

$$\text{Khi đó: } BC = CH - BH = 120 - 40\sqrt{3} \approx 50,72 \text{ (m)}.$$

Vậy độ dài của cây cầu khoảng 50,72 mét.

2. Hình vẽ bên dưới mô tả mặt cắt của một khung gỗ có dạng ghép của năm hình: hai nửa hình tròn đường kính 2 cm, hai hình chữ nhật có kích thước 2 cm $\times$ 8 cm (Hình b); một phần tư hình vành khuyên giới hạn bởi hai đường tròn cùng tâm có bán kính lần lượt là 4 cm và 6 cm. Tính diện tích của mặt cắt của khung gỗ đó.



HƯỚNG DẪN CHẤM .

Tổng diện tích hai nửa hình tròn đường kính 2 cm (bán kính 1 cm) chính là diện tích của một hình bán kính 1 cm và bằng $S = 1^2 \cdot \pi = \pi \text{ (cm}^2\text{)}$.

Tổng diện tích của hai hình chữ nhật kích thước 2 cm $\times$ 8 cm là:

$$S_2 = 2 \cdot 2 \cdot 8 = 32 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Diện tích một phần tư hình vành khuyên giới hạn bởi đường tròn cùng tâm có bán kính lần lượt là 4 cm và 6 cm

$$S_3 = \frac{1}{4} \pi (6^2 - 4^2) = 5\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

là:

Diện tích của mặt cắt của khung gỗ đó là:

$$S = \pi + 32 + 5\pi = 32 + 6\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Câu 5 (2,0 điểm):

1. Một nhà máy sản xuất bia sử dụng xe tải để vận chuyển hàng đến các đại lý. Mỗi thùng bia (loại 24 lon) có khối lượng trung bình là 12 kg. Theo quy định về an toàn giao thông, trọng tải tối đa của xe (tổng khối lượng hàng hóa tối đa mà xe được phép chở) là 5 tấn. Biết rằng bác tài xế điều khiển xe nặng 80 kg. Hỏi chiếc xe tải này có thể chở được tối đa bao nhiêu thùng bia để đảm bảo không vượt quá trọng tải cho phép?

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Đổi trọng tải của xe: 5 tấn = 5000 kg.

x

$x \in \mathbb{N}^*$

Gọi x là số thùng bia mà xe tải có thể chở ($x \in \mathbb{N}^*$).

Tổng khối lượng mà xe phải chịu bao gồm khối lượng của bác tài xế và khối lượng của thùng bia. Để không vượt quá trọng tải, ta có bất phương trình:

$$80 + 12x \leq 5000$$

$$12x \leq 5000 - 80$$

$$12x \leq 4920$$

$$x \leq \frac{4920}{12}$$

$$x \leq 410$$

 x

$$x = 410$$

Vì x là số nguyên dương và ta cần tìm giá trị lớn nhất, nên $x = 410$.

Vậy chiếc xe tải có thể chở được tối đa 410 thùng bia.

2. Hai bạn An và Bình tiết kiệm tiền để mua nhu yếu phẩm ủng hộ đồng bào miền Trung bị lũ lụt. Trong tháng 9, tổng số tiền tiết kiệm được của hai bạn là 1 000 000 đồng. Sang tháng 10, số tiền tiết kiệm của An tăng thêm 25% và của Bình tăng thêm 30% so với tháng 9 nên tổng số tiền tiết kiệm được trong tháng 10 là 1 270 000 đồng. Hãy cho biết số tiền của Bình tiết kiệm được trong tháng 10.

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Gọi x (đồng) là số tiền An tiết kiệm được trong tháng 9 ($x > 0$).

Gọi y (đồng) là số tiền Bình tiết kiệm được trong tháng 9 ($y > 0$).

Vì trong tháng 9 tổng số tiền tiết kiệm của hai bạn là 1 000 000 đồng nên ta có phương trình:

$$x + y = 1000000 \quad (1)$$

Trong tháng 10:

- Số tiền An tiết kiệm tăng 25%, tức là bằng $100\% + 25\% = 125\%$ số tiền tháng 9. Số tiền là: $1,25x$ (đồng).

- Số tiền Bình tiết kiệm tăng 30%, tức là bằng $100\% + 30\% = 130\%$ số tiền tháng 9. Số tiền là: $1,3y$ (đồng).

Tổng số tiền tháng 10 là 1 270 000 đồng, ta có phương trình:

$$1,25x + 1,3y = 1\,270\,000 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 1000000 \\ 1,25x + 1,3y = 1\,270\,000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,25x + 1,25y = 1\,250\,000 \\ 1,25x + 1,3y = 1\,270\,000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0,05y = 20000 \\ x = 1000000 - y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 400000 \\ x = 600000 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện xác định})$$

Như vậy, số tiền Bình tiết kiệm được trong tháng 9 là 400 000 đồng. Số tiền Bình tiết kiệm được trong tháng 10 là: $400000 \cdot 1,3 = 520000$ (đồng)

Đáp án là 520 000 đồng.

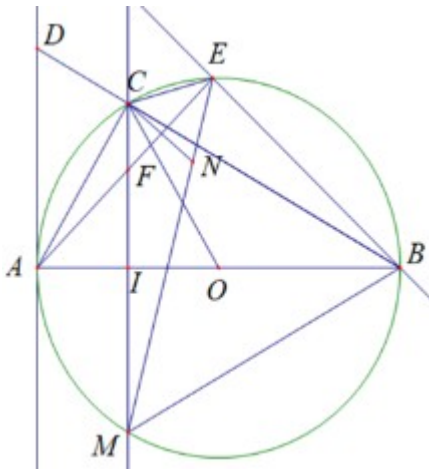
Câu 6 (2,0 điểm): Cho đường tròn tâm đường kính $AB = 2R$, trên đoạn OA lấy điểm $I (I \neq A; I \neq O)$. Vẽ tia $Ix \perp AB$ cắt (O) tại C . Lấy điểm E trên cung nhỏ $BC (E \neq B; E \neq C)$, AE cắt CI tại F , gọi D là giao điểm của BC với tiếp tuyến tại A của $(O; R)$.

a) Chứng minh rằng tứ giác $BEFI$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng: $AE \cdot AF = CB \cdot CD$.

c) Biết rằng $AB = 2AC$ và điểm E di chuyển trên cung nhỏ. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $S = 2024 \cdot EB \cdot EC$

HƯỚNG DẪN CHẤM.



a) Ta có: $\angle BEF = \angle BEA = 90^\circ$ nên E nằm trên đường tròn đường kính FB, có tâm là trung điểm của FB (1)

Mặt khác, $\angle BIF = \angle BIC = 90^\circ$ nên I nằm trên đường tròn đường kính FB, có tâm là trung điểm của FB (2)

tứ giác BEFI nội tiếp đường tròn) Ta có $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ suy ra $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{CD}$
 Từ (1) và (2) ta có

$$AC^2 = BC \cdot CD \quad (1)$$

$$\triangle ACI \sim \triangle ABC \text{ suy ra } \frac{AI}{AC} = \frac{AC}{AB}$$

$$AC^2 = AI \cdot AB \quad (2)$$

$$\triangle AIF \sim \triangle AEB \text{ suy ra } \frac{AI}{AE} = \frac{AF}{AB}$$

Lại có

$$AI \cdot AB = AE \cdot AF \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3), Suy ra $BC \cdot CD = AE \cdot AF$.

c) Do $AB = 2AC$ và tam giác ABC vuông tại C nên $\sin \angle ABC = 0,5$ suy ra $\angle ABC = 30^\circ$ do đó: $\angle BAC = 60^\circ$ suy ra $\angle BCM = \angle BMC = 60^\circ$. Do đó tam giác BCM đều suy ra $\angle MEC = 60^\circ$.

Trên đoạn ME lấy N sao cho $NE = EC$, $\triangle CEN$ đều suy ra $CE = CN$. Từ đó dễ thấy $\triangle BEC = \triangle MNC$ suy ra $BE = MN$

$BE + CE = MN + NE = ME \leq AB = 2R$ (Quan hệ đường kính và dây cung)

Mà $BE + CE \geq 2\sqrt{BE \cdot CE}$

$BE \cdot CE \leq R^2$

$S = 2024 \cdot BE \cdot CE \leq 2024 R^2$

Dấu bằng xảy ra khi $BE = CE$ và $ME = 2R$ hay E là điểm chính giữa cung nhỏ BC

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 3

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (1,5 điểm):

1. Tính giá trị biểu thức: $B = \sqrt{12} - 3\sqrt{3} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$

2. Một công ty xuất khẩu các mặt hàng nông hải sản thống kê lại trong bảng sau số đơn hàng trong mỗi năm thuộc giai đoạn 2018 – 2022:

Năm	2018	2019	2020	2021	2022	Tổng
Tần số	16	26	20	6	12	$N = 80$

Hãy chọn loại biểu đồ thuận tiện cho việc so sánh số đơn đặt hàng của các năm. Vẽ biểu đồ đó.

3. Rút gọn biểu thức $P = \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-3}{1-x}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

Câu 2 (2,0 điểm):

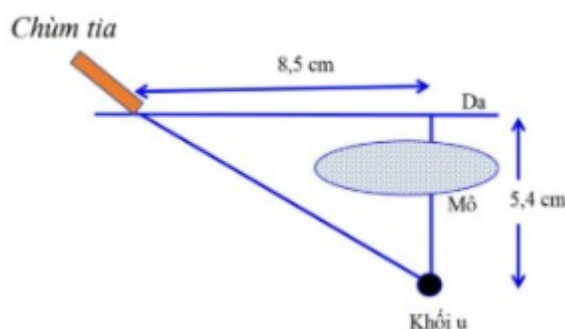
1. Vẽ đồ thị các hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$ và $y = \frac{3}{2}x^2$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy. Qua đồ thị của các hàm số đó, hãy cho biết khi x tăng từ 0,5 đến 2 thì giá trị lớn nhất của hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$ và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$ là bao nhiêu?

2. Cho phương trình: $x^2 + 8x + 12 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình và thỏa mãn điều kiện $x_1 > x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = x_1^4 + 8x_1 - x_2^2(-8x_2 - 12) - 8x_2$

Câu 3 (1,0 điểm): Cho một chiếc hộp chứa 30 quả cầu, trong đó có 20 quả cầu màu xanh được đánh số lần lượt từ 1 đến 20 và 10 quả cầu màu vàng được đánh số lần lượt từ 1 đến 10. Các quả cầu có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ngẫu nhiên một quả cầu từ hộp. Tính xác suất để quả cầu được chọn mang số chia hết cho 5.

Câu 4 (1,5 điểm):

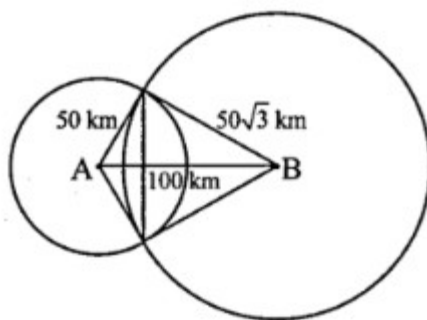
1. Khối u của một bệnh nhân cách mặt da 5,4 cm được chiếu một chùm tia Gamma, để tránh làm tổn thương mô, bác sĩ đặt nguồn tia cách hình chiếu của khối u trên mặt da 8,5 cm hãy tính góc tạo bởi chùm tia với mặt da bệnh nhân (làm tròn đến phút) và chùm tia phải đi một đoạn dài bao nhiêu để đến được khối u (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của centimet).



2. Hai trạm phát sóng A và B đặt cách nhau 100 km. Trạm phát sóng A và trạm phát sóng B có bán kính hoạt động lần lượt là 50 km và $50\sqrt{3}$ km.

a) Tính góc tạo bởi 2 bán kính 50 km.

b) Tính diện tích của khu vực có thể đặt thiết bị thu sóng sao cho thu được cả hai sóng phát từ trạm A và trạm B. Biết rằng nếu khoảng cách từ thiết bị thu sóng đến trạm phát sóng lớn hơn bán kính hoạt động của trạm phát sóng thì thiết bị không thu được sóng của trạm phát sóng đó.



Câu 5 (2,0 điểm):

1. Cuối tuần, bạn Bình lên kế hoạch đọc sách trong hai ngày nghỉ (thứ Bảy và Chủ nhật), mỗi ngày gồm buổi sáng và buổi chiều. Bình dự kiến đọc tổng cộng ít nhất 150 trang sách trong cả hai ngày này. Biết rằng mỗi buổi sáng Bình đều đọc được 35 trang. Hỏi mỗi buổi chiều bạn Bình cần đọc ít nhất bao nhiêu trang sách để đảm bảo hoàn thành kế hoạch đã đề ra?

2. Một cửa hàng bưu thiếp tại Đà Nẵng có 60 tấm bưu thiếp có kích thước và khối lượng như nhau, trong đó có một số tấm in hình Cầu Vàng, một số tấm in hình Cầu Rồng, còn lại là những tấm in hình các danh thắng khác.

Lấy ngẫu nhiên 1 tấm bưu thiếp trong cửa hàng. Xác suất để lấy được tấm bưu thiếp hình Cầu Vàng là $\frac{1}{3}$, xác suất để lấy được tấm bưu thiếp hình Cầu Rồng là $\frac{2}{5}$. Tìm số bưu thiếp in hình các danh thắng khác ngoài Cầu Vàng và Cầu Rồng.

Câu 6 (2,0 điểm): Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB. M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC (M khác A, C). BM cắt AC tại H . Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

a, Chứng minh CBKH là tứ giác nội tiếp.

b, Chứng minh: $\angle ACM = \angle ACK$.

c, Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho $BE = AM$. Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C .

d, Gọi d là tiếp tuyến của (O) tại điểm A ; cho P là điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\frac{AP \cdot MB}{MA} = R$. Chứng minh đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK.

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1 (1,5 điểm):

1. Tính giá trị biểu thức: $B = \sqrt{12} - 3\sqrt{3} + \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$

HƯỚNG DẪN CHẤM .

$$B = \sqrt{4 \cdot 3} - 3\sqrt{3} + |1 - \sqrt{3}|$$

$$B = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 \quad (\text{vì } 1 < \sqrt{3})$$

$$B = (2 - 3 + 1)\sqrt{3} - 1$$

$$B = -1$$

Vậy $B = -1$.

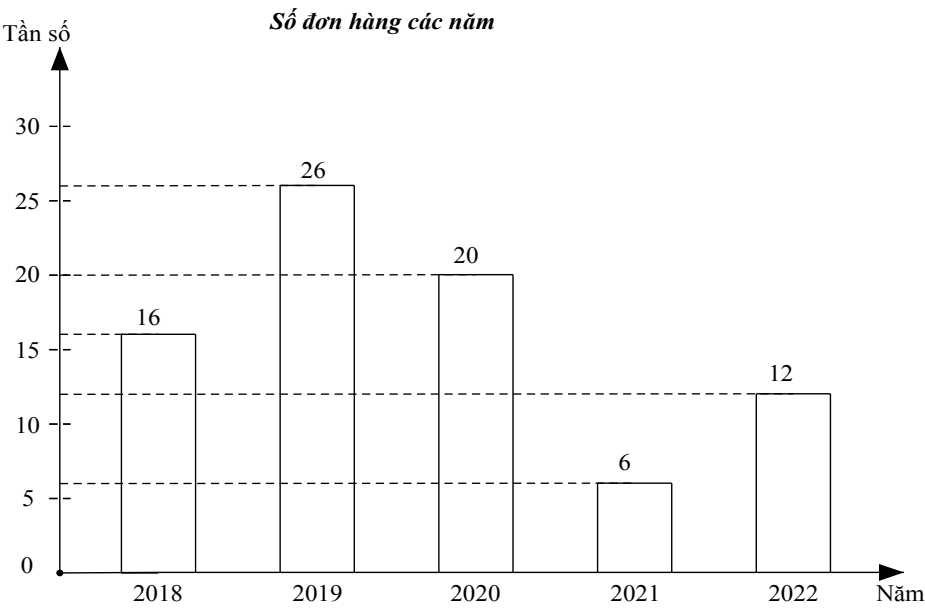
2. Một công ty xuất khẩu các mặt hàng nông hải sản thống kê lại trong bảng sau số đơn hàng trong mỗi năm thuộc giai đoạn 2018 – 2022:

Năm	2018	2019	2020	2021	2022	Tổng
Tần số	16	26	20	6	12	$N = 80$

Hãy chọn loại biểu đồ thuận tiện cho việc so sánh số đơn đặt hàng của các năm. Vẽ biểu đồ đó.

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Để so sánh số đơn đặt hàng trong các năm thì biểu đồ tần số dạng cột là loại biểu đồ phù hợp. Biểu đồ được vẽ bởi hình dưới đây trong đó trục ngang biểu thị các năm, trục đứng biểu thị tần số ứng với mỗi năm.



3. Rút gọn biểu thức $P = \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-3}{1-x}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Với $x \geq 0; x \neq 1$, ta có:

$$P = \frac{3(\sqrt{x}-1) - (\sqrt{x}+1) - (\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$P = \frac{3\sqrt{x}-3-\sqrt{x}-1-\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$P = \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$P = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$$

Vậy $P = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

Câu 2 (2,0 điểm):

1. Vẽ đồ thị các hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$ và $y = \frac{3}{2}x^2$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy. Qua đồ thị của các hàm số đó, hãy cho biết khi x tăng từ 0,5 đến 2 thì giá trị lớn nhất của hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$ và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$ là bao nhiêu?

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Ta có bảng giá trị của y tương ứng với giá trị của t như sau:

Vẽ các điểm $A(-2;-6); B(-1;-1,5); O(0;0); C(1;-1,5); D(2;-6)$ thuộc đồ thị hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

x	-2	-1	0	1	2
$y = -\frac{3}{2}x^2$	-6	-1,5	0	-1,5	-6

Vẽ đường parabol đi qua 5 điểm A, B, O, C, D, ta nhận được đồ thị của hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$ (hình vẽ).

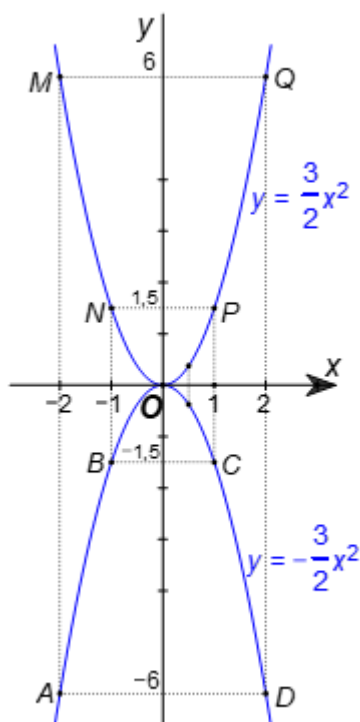
Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$

Ta có bảng giá trị của y tương ứng với giá trị của t như sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{3}{2}x^2$	6	1,5	0	1,5	6

Vẽ các điểm $M(-2;6); N(-1;1,5); O(0;0); P(1;1,5); Q(2;6)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

Vẽ đường parabol đi qua 5 điểm M, N, O, P, Q, ta nhận được đồ thị của hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$ (hình vẽ).



Từ đồ thị hàm số, ta thấy khi x tăng từ 0,5 đến 2 thì hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$ có giá trị lớn nhất tại $x = 0,5$ và hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$ có giá trị nhỏ nhất tại $x = 0,5$.

Thay $x = 0,5$ vào hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$, ta được: $y = -\frac{3}{2} \cdot 0,5^2 = -0,375$.

Thay $x = 0,5$ vào hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$, ta được: $y = \frac{3}{2} \cdot 0,5^2 = 0,375$.

Vậy khi x tăng từ 0,5 đến 2 thì hàm số $y = -\frac{3}{2}x^2$ có giá trị lớn nhất bằng -0,375 tại $x = 0,5$ và hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$ có giá trị nhỏ nhất bằng 0,375 tại $x = 0,5$.

2. Cho phương trình: $x^2 + 8x + 12 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình và thỏa mãn điều kiện $x_1 > x_2$. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = x_1^4 + 8x_1 - x_2^2(-8x_2 - 12) - 8x_2$

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Vì x_2 là nghiệm của phương trình nên $x_2^2 + 8x_2 + 12 = 0 \Rightarrow -8x_2 - 12 = x_2^2$.

Thay vào biểu thức A , ta có:

$$A = x_1^4 + 8x_1 - x_2^2(x_2^2) - 8x_2$$

$$A = x_1^4 - x_2^4 + 8(x_1 - x_2)$$

$$A = (x_1^2 - x_2^2)(x_1^2 + x_2^2) + 8(x_1 - x_2)$$

$$A = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2) + 8(x_1 - x_2)$$

$$A = (x_1 - x_2) \cdot [(x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2) + 8]$$

Áp dụng hệ thức VIỆTÊ cho phương trình $x^2 + 8x + 12 = 0$:

$$x_1 + x_2 = -8$$

$$x_1 x_2 = 12$$

Ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = (-8)^2 - 2 \cdot 12 = 40$$

$$(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = (-8)^2 - 4 \cdot 12 = 16$$

$$\forall x_1 > x_2 \Rightarrow x_1 - x_2 = \sqrt{16} = 4$$

Thay các giá trị vào biểu thức A :

$$A = 4 \cdot [(-8) \cdot 40 + 8] = 4 \cdot (-320 + 8) = 4 \cdot (-312) = -1248$$

Vậy $A = -1248$.

Câu 3 (1,0 điểm): Cho một chiếc hộp chứa 30 quả cầu, trong đó có 20 quả cầu màu xanh được đánh số lần lượt từ 1 đến 20 và 10 quả cầu màu vàng được đánh số lần lượt từ 1 đến 10. Các quả cầu có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ngẫu nhiên một quả cầu từ hộp. Tính xác suất để quả cầu được chọn mang số chia hết cho 5.

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 30$.

Gọi A là biến cố: "Quả cầu được chọn mang số chia hết cho 5".

Trong 20 quả cầu xanh, các số chia hết cho 5 gồm: $\{5, 10, 15, 20\}$.

Số quả cầu xanh thỏa mãn là: 4 quả.

Trong 10 quả cầu vàng, các số chia hết cho 5 gồm: $\{5, 10\}$.

Số quả cầu vàng thỏa mãn là: 2 quả.

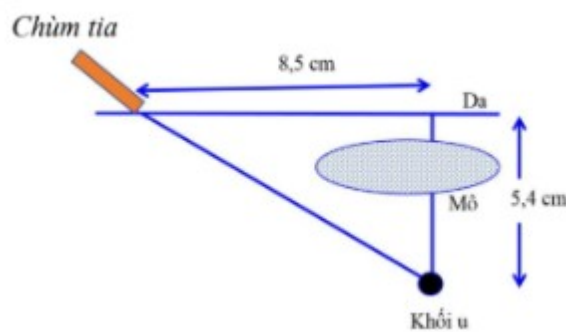
Tổng số quả cầu mang số chia hết cho 5 là: $n(A) = 4 + 2 = 6$.

Xác suất của biến cố A là:
$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{1}{5}$.

Câu 4 (1,5 điểm):

1. Khối u của một bệnh nhân cách mặt da 5,4 cm được chiếu một chùm tia Gamma, để tránh làm tổn thương mô, bác sĩ đặt nguồn tia cách hình chiếu của khối u trên mặt da 8,5 cm hãy tính góc tạo bởi chùm tia với mặt da bệnh nhân (làm tròn đến phút) và chùm tia phải đi một đoạn dài bao nhiêu để đến được khối u (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của centimet).



HƯỚNG DẪN CHẤM .

Coi đường đi của chùm tia, độ sâu của khối u và khoảng cách trên mặt da tạo thành một tam giác vuông. Trong đó:

Cạnh đối (độ sâu khối u): 5,4 cm

Cạnh kề (khoảng cách trên da): 8,5 cm

Cạnh huyền (quãng đường chùm tia đi): L

1. Tính góc tạo bởi chùm tia với mặt da (α):

Dùng tỉ số lượng giác Tang (đối chia kề): $\tan \alpha = 0,6353$

Sử dụng máy tính (nhấn SHIFT tan), ta được: $\alpha \approx 32,43^\circ$

Đổi sang độ và phút: $\alpha \approx 32^\circ 26'$.

2. Tính độ dài đoạn đường chùm tia đi (L):

Dùng định lý Pitago (bình phương cạnh huyền bằng tổng bình phương hai cạnh góc vuông):

$$L^2 = 5,4^2 + 8,5^2$$

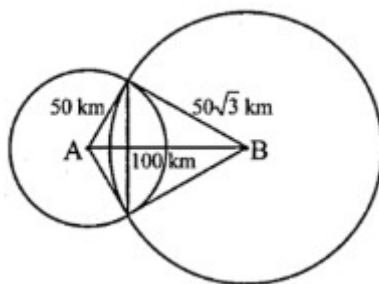
$$L^2 = 29,16 + 72,25 = 101,41$$

Suy ra: $L = \sqrt{101,41} \approx 10,07 \text{ cm}$.

2, Hai trạm phát sóng A và B đặt cách nhau 100 km. Trạm phát sóng A và trạm phát sóng B có bán kính hoạt động lần lượt là 50 km và $50\sqrt{3}$ km.

a) Tính góc tạo bởi 2 bán kính 50km.

b) Tính diện tích của khu vực có thể đặt thiết bị thu sóng sao cho thu được cả hai sóng phát từ trạm A và trạm B. Biết rằng nếu khoảng cách từ thiết bị thu sóng đến trạm phát sóng lớn hơn bán kính hoạt động của trạm phát sóng thì thiết bị không thu được sóng của trạm phát sóng đó.



HƯỚNG DẪN CHẤM .

Gọi C và D là giao điểm của hai đường tròn $(A; 50 \text{ km})$ và $(B; 50\sqrt{3} \text{ km})$.

Ta thấy $AB^2 = AC^2 + BC^2$ (vì $100^2 = 50^2 + (50\sqrt{3})^2$), suy ra $\triangle ABC$ vuông tại C .

$\triangle ABC$ có $\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$, suy ra $\hat{B} = 30^\circ$, suy ra $\hat{A} = 60^\circ$.

Từ đó ta có $\widehat{CBD} = 60^\circ$ và $\widehat{CAD} = 120^\circ$.

Do đó $\triangle BCD$ đều, suy ra $CD = 50\sqrt{3} \text{ km}$.

Diện tích của hình quạt tròn giới hạn bởi bán kính AC, bán kính AD và cung nhỏ CD của $(A; 50 \text{ km})$ là:

$$S_1 = \frac{\pi \cdot 50^2 \cdot 120}{360} = \frac{2500\pi}{3} \text{ (km}^2\text{)}$$

Diện tích hình quạt tròn giới hạn bởi bán kính BD, bán kính BC và cung nhỏ CD của $(B; 50\sqrt{3} \text{ km})$ là:

$$S_2 = \frac{\pi \cdot (50\sqrt{3})^2 \cdot 60}{360} = 1250\pi \text{ (km}^2\text{)}$$

Diện tích tứ giác ABCD là:

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 50\sqrt{3} = 2500\sqrt{3} \text{ (km}^2\text{)}$$

Diện tích của khu vực có thể đặt thiết bị thu sóng sao cho thu được cả hai sóng phát từ trạm A và trạm B là:

$$S_1 + S_2 - S_{ABCD} = \frac{2500\pi}{3} + 1250\pi - 2500\sqrt{3} \approx 2214,86 \text{ (km}^2\text{)}$$

Câu 5 (2,0 điểm):

1. Cuối tuần, bạn Bình lên kế hoạch đọc sách trong hai ngày nghỉ (thứ Bảy và Chủ nhật), mỗi ngày gồm buổi sáng và buổi chiều. Bình dự kiến đọc tổng cộng ít nhất 150 trang sách trong cả hai ngày này. Biết rằng mỗi buổi sáng Bình đều đọc được 35 trang. Hỏi mỗi buổi chiều bạn Bình cần đọc ít nhất bao nhiêu trang sách để đảm bảo hoàn thành kế hoạch đã đề ra?

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Tổng số trang Bình đọc vào các buổi sáng trong hai ngày là: $35 \cdot 2 = 70$ (trang)

Gọi x là số trang Bình đọc vào mỗi buổi chiều ($x > 0$).

Số trang Bình đọc vào các buổi chiều trong hai ngày là: $2x$ (trang)

Để đảm bảo kế hoạch đọc ít nhất 150 trang trong hai ngày, ta có bất phương trình:

$$70 + 2x \geq 150$$

$$2x \geq 150 - 70$$

$$2x \geq 80$$

$$x \geq 40$$

Để đảm bảo hoàn thành kế hoạch đã đề ra, mỗi buổi chiều Bình cần đọc ít nhất 40 trang sách.

2. Một cửa hàng bưu thiếp tại Đà Nẵng có 60 tấm bưu thiếp có kích thước và khối lượng như nhau, trong đó có một số tấm in hình Cầu Vàng, một số tấm in hình Cầu Rồng, còn lại là những tấm in hình các danh thắng khác.

Lấy ngẫu nhiên 1 tấm bưu thiếp trong cửa hàng. Xác suất để lấy được tấm bưu thiếp hình Cầu Vàng là $\frac{1}{3}$, xác suất để lấy được tấm bưu thiếp hình Cầu Rồng là $\frac{2}{5}$. Tìm số bưu thiếp in hình các danh thắng khác ngoài Cầu Vàng và Cầu Rồng.

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Chọn ngẫu nhiên một tấm bưu thiếp trong cửa hàng có 60 tấm.

Số phần tử của không gian mẫu là $n = 60$.

Gọi x, y lần lượt là số bưu thiếp in hình Cầu Vàng và số bưu thiếp in hình Cầu Rồng ($x, y \in \mathbb{N}^*$; $x, y < 60$).

Xác suất để lấy được bưu thiếp hình Cầu Vàng và Cầu Rồng lần lượt là $\frac{x}{60}, \frac{y}{60}$.

$$\begin{cases} \frac{x}{60} = \frac{1}{3} \\ \frac{y}{60} = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 24 \end{cases} (tm)$$

Theo giả thiết ta có:

Vậy số bưu thiếp in hình các danh thắng khác là:

$$60 - 20 - 24 = 16 \text{ (tấm)}$$

Câu 6 (2,0 điểm): Cho đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB. Bán kính CO vuông góc với AB. M là một điểm bất kỳ trên cung nhỏ AC (M khác A, C), BM cắt AC tại H . Gọi K là hình chiếu của H trên AB.

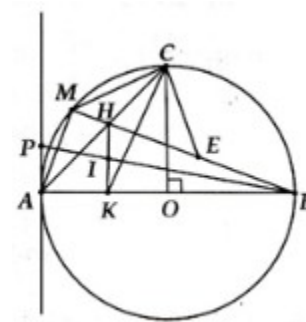
a, Chứng minh CBKH là tứ giác nội tiếp.

b, Chứng minh: $\angle ACM = \angle ACK$.

c, Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho $BE = AM$. Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C .

d, Gọi d là tiếp tuyến của (O) tại điểm A ; cho P là điểm nằm trên d sao cho hai điểm P, C nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và điểm của đoạn thẳng HK. Chứng minh đường thẳng PB đi qua trung

HƯỚNG DẪN CHẤM.



Ta có $\angle HCB = \angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên tam giác HCB nội tiếp đường tròn đường kính HB.

Tương tự: $\angle HKB = 90^\circ$ (do $HK \perp AB$ tại K) nên tam giác HKB nội tiếp đường tròn đường kính HB.

Do đó: CBKH là tứ giác nội tiếp (cùng nội tiếp đường tròn đường kính HB).

b, $\angle ACK = \angle HBK$ (do tứ giác CBKH nội tiếp)

Lại có: $\angle ACM = \angle HBK = \frac{1}{2} \text{sd cung } AM$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AM)

$$\Rightarrow \angle ACM = \angle ACK$$

c, Chứng minh được:

$$\angle MCA = \angle ECB \text{ (c.g.c)} \Rightarrow MC = CE$$

$$\angle CMB = \angle CAB = \frac{1}{2} \text{sd cung } CB = 45^\circ$$

Ta có:

$\Rightarrow \square MCE$ vuông cân tại C

d, Gọi $PB \cap HK = I$

Chứng minh được $\square HKB$ đồng dạng với $\square AMB$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{HK}{KB} = \frac{MA}{MB} = \frac{AP}{R} \Rightarrow HK = \frac{AP \cdot BK}{R}$$

Mặt khác: $\square BIK \sim \square BPA$ (g.g) $\Rightarrow$ (ĐPCM)

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 4

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (1,5 điểm):

1. Tính giá trị biểu thức: $\frac{3}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{75} + \frac{2\sqrt{33}}{\sqrt{11}}$

2. Thống kê thâm niên công tác (đơn vị: năm) của 33 nhân viên ở một công sở như sau:

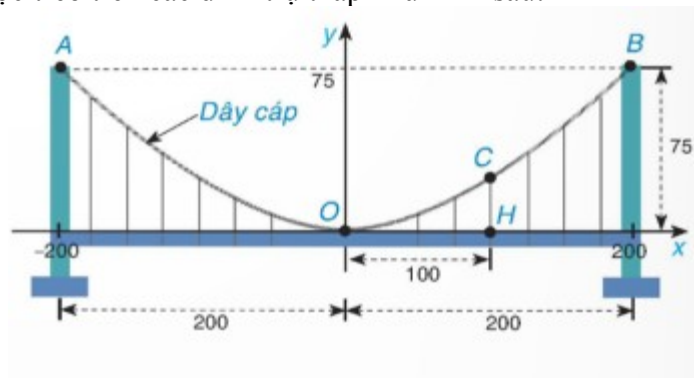
7	2	5	9	7	4	3	8	10	4	4
2	4	4	5	6	7	7	5	4	1	8
9	4	2	8	5	5	7	3	14	8	8

Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê trên.

3. Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{4-x} \right) : \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 4$.

Câu 2 (2,0 điểm):

1. Một cây cầu treo có trụ tháp đôi cao 75 m so với mặt của cây cầu và cách nhau 400 m. Các dây cáp có dạng đồ thị của hàm số $y = ax^2$ và được treo trên các đỉnh trụ tháp như hình sau:



Tính độ dài đoạn CH của dây cáp, biết điểm H cách tâm O của cây cầu **100 m** (giả sử mặt cầu bằng phẳng).

2. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$

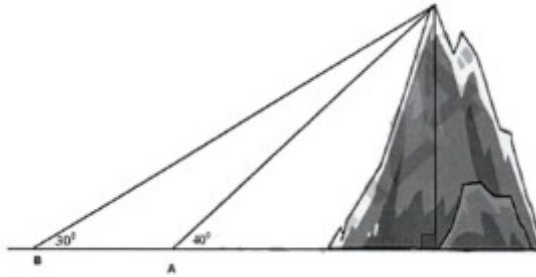
Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 2mx_2 = 9$

Câu 3 (1,0 điểm): Hình vẽ bên mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm 6 phần bằng nhau và ghi các số 1, 2, 3, 4, 5, 6; chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Xét phép thử "Quay đĩa tròn một lần" và biến cố A : "Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chia cho 2 dư 1". Đĩa tròn được chia thành 6 phần bằng nhau ghi các số từ 1 đến 6. Khi quay đĩa một lần, có 6 kết quả có thể xảy ra đối với số mà chiếc kim chỉ vào.



Câu 4 (1,5 điểm):

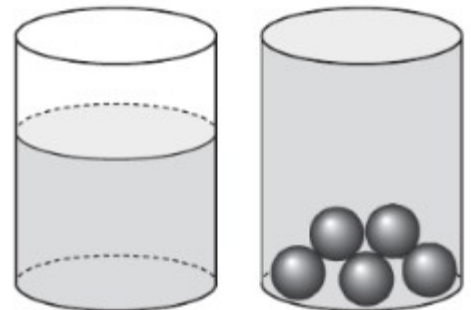
1. Từ hai địa điểm A, B người ta cùng nhìn thấy một đỉnh núi với góc nâng lần lượt là 40° và 30° (như hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai địa điểm A, B là 600m. Tính chiều cao của ngọn núi? (Kết quả làm tròn đến đơn vị mét và làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).



2. Một ly nước dạng hình trụ có chiều cao 15cm, đường kính đáy là 5cm, lượng nước tinh khiết trong ly cao 10cm. Ly nước được đặt cố định trên mặt bàn bằng phẳng như hình vẽ dưới đây.

a) Tính thể tích nước tinh khiết được chứa trong ly.

b) Người ta thả vào ly nước 5 viên bi hình cầu giống hệt nhau, có cùng thể tích, đồng chất và ngập hoàn toàn trong nước, làm nước trong ly dâng lên đúng bằng miệng ly, không tràn ra ngoài. Hỏi thể tích của mỗi viên bi là bao nhiêu xăng-ti-mét khối? (Giả sử độ dày của ly là không đáng kể)



Câu 5 (2,0 điểm):

1. Một hãng taxi có bảng giá như sau:



VINASUN TAXI
Kể từ sát cảnh

VUI LÒNG KIỂM TRA HÀNH LÝ TRƯỚC KHI XUỐNG XE!
PLEASE CHECK YOUR LUGGAGE BEFORE LEAVING!

VUI LÒNG THANH TOÁN PHÍ CẦU ĐƯỜNG, PHÀ VÀ BẾN BẮT (NẾU CÓ)

Giá mở cửa <i>Commencement rate up to 500 m</i>	Trong phạm vi 30 km <i>From the following km to 30th km</i>	Từ km thứ 31 trở đi <i>For each km from the 31st km +</i>
<div>11.000</div> <div>VND / 500m</div>	<div>17.600</div> <div>VND / 1Km</div>	<div>14.500</div> <div>VND / 1Km</div>

GIÁ CƯỚC
(Đã bao gồm 10% thuế GTGT)

FARE

CUSTOMERS ARE REQUIRED TO PAY TOLL OR FERRY CHARGE (IF ANY)

Nếu gọi taxi của hãng này, với 70000 đồng, bạn có thể đi được tối đa bao nhiêu km?

2. Quãng đường AB dài 200 km. Lúc 8 giờ, một xe tải đi từ A đến B, 40 phút sau, một xe con cũng đi từ A đến B với vận tốc lớn hơn vận tốc xe tải 10 km/h. Hai xe đến B cùng một lúc. Hỏi hai xe đến B lúc mấy giờ?

Câu 6 (2,0 điểm): Cho tam giác ABC nhọn, có H là trực tâm, nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AM = 2R

a, Chứng minh tứ giác BHCM là hình bình hành

b, Gọi N là điểm đối xứng của M qua AB. Chứng minh tứ giác AHBN nội tiếp được trong một đường tròn

c, Gọi E là điểm đối xứng của M qua AC. Chứng minh ba điểm N, H, E thẳng hàng

d, Giả sử $AB = R\sqrt{3}$. Tính diện tích phần chung của đường tròn (O) và đường tròn ngoại tiếp tứ giác AHBN

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1 (1,5 điểm):

Tính giá trị biểu thức: $\frac{3}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{75} + \frac{2\sqrt{33}}{\sqrt{11}}$

1.

HƯỚNG DẪN CHẤM .

$$\begin{aligned} \frac{3}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{75} + \frac{2\sqrt{33}}{\sqrt{11}} &= \frac{3(2+\sqrt{3})}{4-3} - \sqrt{25 \cdot 3} + 2\sqrt{\frac{33}{11}} \\ &= 3(2+\sqrt{3}) - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\ &= 6 + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\ &= 6 + (3-5+2)\sqrt{3} \\ &= 6+0 \\ &= 6 \end{aligned}$$

2. Thống kê thâm niên công tác (đơn vị: năm) của 33 nhân viên ở một công sở như sau:

7	2	5	9	7	4	3	8	10	4	4
2	4	4	5	6	7	7	5	4	1	8
9	4	2	8	5	5	7	3	14	8	8

Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê trên.

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Bảng tần số của mẫu số liệu:

Số năm công tác	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	14
Tần số	1	3	2	7	5	1	5	5	2	1	1

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{4-x} \right) : \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \quad \text{với } x > 0; x \neq 4.$$

3. Rút gọn biểu thức

HƯỚNG DẪN CHẤM .

$$A = \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2) - 2(\sqrt{x}-2) - 4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$$

$$A = \frac{x+2\sqrt{x}-2\sqrt{x}+4-4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

$$A = \frac{x-4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

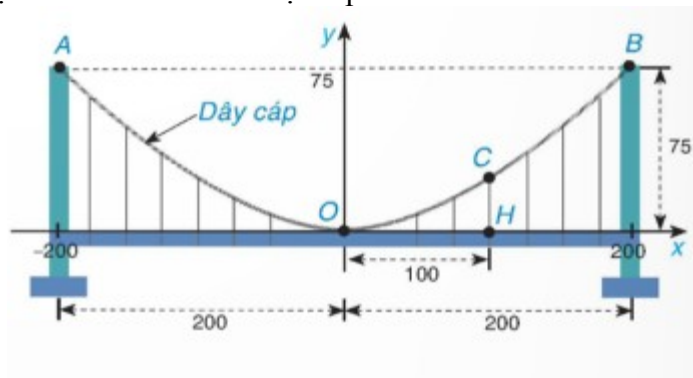
$$A = \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

$$A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

$$A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

Câu 2 (2,0 điểm):

1. Một cây cầu treo có trụ tháp đôi cao 75 m so với mặt của cây cầu và cách nhau 400 m. Các dây cáp có dạng đồ thị của hàm số $y = ax^2$ và được treo trên các đỉnh trụ tháp như hình sau:



Tính độ dài đoạn CH của dây cáp, biết điểm H cách tâm O của cây cầu **100 m** (giả sử mặt cầu bằng phẳng).

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Vì các dây cáp có dạng đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) được treo trên các đỉnh tháp nên đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) đi qua điểm $B(200; 75)$.

Thay $x = 200$ và $y = 75$ vào hàm số $y = ax^2$, ta được:

$$75 = a \cdot 200^2, \text{ hay } 40\,000a = 75, \text{ suy ra } a = 0,001875 \text{ (thỏa mãn } a \neq 0 \text{)}.$$

Khi đó ta có hàm số $y = 0,001875x^2$.

Chiều cao CH của dây cáp chính là tung độ của điểm C thuộc đồ thị hàm số $y = 0,001875x^2$.

Thay hoành độ điểm C là $x = 100$ vào hàm số $y = 0,001875x^2$, ta được:

$$y = 0,001875 \cdot 100^2 = 18,75$$

Vậy chiều cao CH của dây cáp là 18,75 mét.

2. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$

Tìm m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 2mx_2 = 9$

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Phương trình có 2 nghiệm $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$

Theo hệ thức Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - m + 1 & (2) \end{cases}$$

Mà theo bài cho, thì $x_1^2 + 2mx_2 = 9 \quad (3)$

Thay (1) vào (3) ta được: $x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 9$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 = 9 \quad (4)$$

Thay (1), (2) vào (4) ta được: $4m^2 - (m^2 - m + 1) = 9 \Leftrightarrow 3m^2 + m - 10 = 0$

Giải phương trình ta được: $m_1 = -2$ (loại); $m_2 = \frac{5}{3}$ (TMĐK)

Vậy $m = \frac{5}{3}$ thì phương trình đã cho có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 + 2mx_2 = 9$

Câu 3 (1,0 điểm): Hình vẽ bên mô tả một đĩa tròn bằng bìa cứng được chia làm 6 phần bằng nhau và ghi các số 1, 2, 3, 4, 5, 6; chiếc kim được gắn cố định vào trục quay ở tâm của đĩa. Xét phép thử "Quay đĩa tròn một lần" và biến cố A : "Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chia cho 2 dư 1". Đĩa tròn được chia thành 6 phần bằng nhau ghi các số từ 1 đến 6. Khi quay đĩa một lần, có 6 kết quả có thể xảy ra đối với số mà chiếc kim chỉ vào.



HƯỚNG DẪN CHẤM .

Tập hợp các kết quả có thể xảy ra là: $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(S) = 6$.

Biến cố A : "Chiếc kim chỉ vào hình quạt ghi số chia cho 2 dư 1". Các số chia cho 2 dư 1 là các số lẻ.

Trong tập hợp các số từ 1 đến 6, các số lẻ là: $\{1; 3; 5\}$.

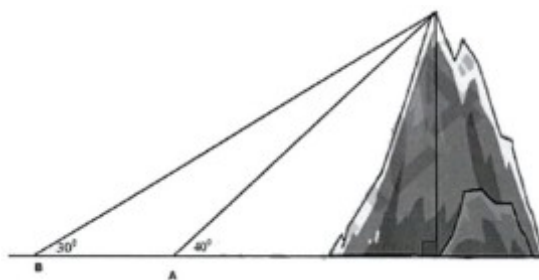
Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $n(A) = 3$.

Xác suất của biến cố A là:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Câu 4 (1,5 điểm):

1. Từ hai địa điểm A, B người ta cùng nhìn thấy một đỉnh núi với góc nâng lần lượt là 40° và 30° (như hình vẽ). Biết khoảng cách giữa hai địa điểm A, B là 600m. Tính chiều cao của ngọn núi? (Kết quả làm tròn đến đơn vị mét và làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).



HƯỚNG DẪN CHẤM .

Gọi chiều cao của ngọn núi là h

Biểu diễn các độ dài còn lại theo h từ đó tìm h (áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông).

Gọi H, K tương ứng là đỉnh núi và chân núi

Đặt $HK = h$ ($h > 0$)

Tam giác HKB vuông tại K nên $BK = HK \cot \angle HBK$ hay $BK = h \cot 30^\circ$

Tương tự $AK = h \cot 40^\circ$

Khi đó $AB = BK - AK = h \cot 30^\circ - h \cot 40^\circ = h(\cot 30^\circ - \cot 40^\circ)$

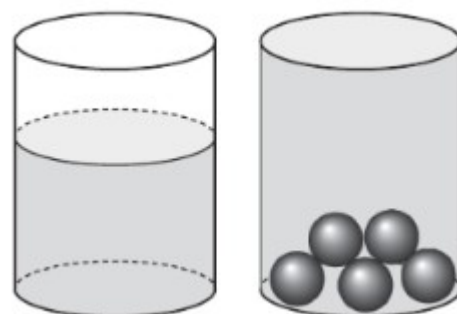
Suy ra $600 = h(\cot 30^\circ - \cot 40^\circ)$ hay $h = 1110$ m

Vậy chiều cao ngọn núi là 1110m

2. Một ly nước dạng hình trụ có chiều cao 15cm, đường kính đáy là 5cm, lượng nước tinh khiết trong ly cao 10cm. Ly nước được đặt cố định trên mặt bàn bằng phẳng như hình vẽ dưới đây.

a) Tính thể tích nước tinh khiết được chứa trong ly.

b) Người ta thả vào ly nước 5 viên bi hình cầu giống hệt nhau, có cùng thể tích, đồng chất và ngập hoàn toàn trong nước, làm nước trong ly dâng lên đúng bằng miệng ly, không tràn ra ngoài. Hỏi thể tích của mỗi viên bi là bao nhiêu xăng-ti-mét khối? (Giả sử độ dày của ly là không đáng kể) $5:2 = 2,5$ (cm)



HƯỚNG DẪN CHẤM .

a) Bán kính của ly nước là

$$5 : 2 = 2,5 \text{ (cm)}$$

Thể tích nước tinh khiết chứa trong ly là:

$$V = \pi \cdot 2,5^2 \cdot 10 = 62,5\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

Vậy thể tích nước tinh khiết được chứa trong ly là $62,5\pi\text{cm}^3$.

b) Thể tích của 5 viên bi hình cầu là:

$$V = \pi \cdot 2,5^2 \cdot (15 - 10) = 31,25\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

Thể tích của mỗi viên bi là:

$$31,25\pi : 5 = 6,25\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

Vậy thể tích của mỗi viên bi là $6,25\pi\text{cm}^3$.

Câu 5 (2,0 điểm):

1. Một hãng taxi có bảng giá như sau:



VINASUN TAXI
Kể với sắt cánh

GIÁ CƯỚC
(Đã bao gồm 10% thuế GTGT)
FARE

VUI LÒNG KIỂM TRA HÀNH LÝ TRƯỚC KHI XUỐNG XE!
PLEASE CHECK YOUR LUGGAGE BEFORE LEAVING!

VUI LÒNG THANH TOÁN PHÉ CẦU ĐƯỜNG, PHÀ VÀ BẾN BẮT (NẾU CÓ)

Giá mở cửa Commencement rate up to 500m	Trong phạm vi 30 km From the following km to 30 th km	Từ km thứ 31 trở đi For each km from the 31 st km +
11.000 VND / 500m	17.600 VND / 1Km	14.500 VND / 1Km

CUSTOMERS ARE REQUIRED TO PAY TOLL OR FERRY CHARGE (IF ANY)

Nếu gọi taxi của hãng này, với 70000 đồng, bạn có thể đi được tối đa bao nhiêu km?

Lời giải

Gọi x là số km tối đa đi được.

Nhận thấy $17.600 \cdot 30 = 528.000 < 700.000$ nên với 700.000 đồng, ta có thể đi được nhiều hơn 30 km.

Do đó ta có:

$$11.000 + 29 \cdot 17.600 + (x - 30) \cdot 14.500 \leq 700.000$$

$$(x - 30) \cdot 14.500 \leq 178.600$$

$$x - 30 \leq \frac{1786}{145} \approx 12,317$$

Để x lớn nhất (với số km là số nguyên) thì:

$$x - 30 = 12$$

$$x = 42$$

Vậy số km đi được là 42km.

2. Quãng đường AB dài 200 km. Lúc 8 giờ, một xe tải đi từ A đến B, 40 phút sau, một xe con cũng đi từ A đến B với vận tốc lớn hơn vận tốc xe tải 10 km/h. Hai xe đến B cùng một lúc. Hỏi hai xe đến B lúc mấy giờ?

Lời giải

Gọi vận tốc xe tải là x (km/h), $x > 0$; biểu diễn vận tốc xe con, thời gian xe tải đi, thời gian xe con đi theo x

Vì xe con xuất phát sau xe tải 40 phút $= \frac{2}{3}$ giờ, hai xe đến B cùng một lúc nên thời gian xe con đi ít hơn xe tải là $\frac{2}{3}$ giờ.

Lập phương trình.

Giải phương trình và kiểm tra điều kiện.

Tính thời gian xe tải đi, từ đó suy ra thời gian hai xe đến B.

Gọi vận tốc xe tải là x (km/h), $x > 0$; khi đó vận tốc xe con là $x + 10$ (km/h).

Thời gian xe tải đi là: $\frac{200}{x}$ (giờ)

Thời gian xe con đi là: $\frac{200}{x+10}$ (giờ)

Vì xe con xuất phát sau xe tải 40 phút $= \frac{2}{3}$ giờ, hai xe đến B cùng một lúc nên thời gian xe con đi ít hơn xe tải là $\frac{2}{3}$ giờ.

Ta có phương trình:

$$\frac{200}{x} - \frac{200}{x+10} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{200 \cdot 3 \cdot (x+10)}{3x(x+10)} - \frac{200 \cdot 3 \cdot x}{3x(x+10)} = \frac{2x(x+10)}{3x(x+10)}$$

$$600x + 6000 - 600x = 2x^2 + 20x$$

$$2x^2 + 20x - 6000 = 0$$

Giải phương trình ta được $x_1 = 50$ (TM), $x_2 = -60$ (KTM)

Do đó vận tốc xe tải là 50km/h. Thời gian xe tải đi là $\frac{200}{50} = 4$ (giờ)

Vậy hai xe đến B lúc $8 + 4 = 12$ giờ.

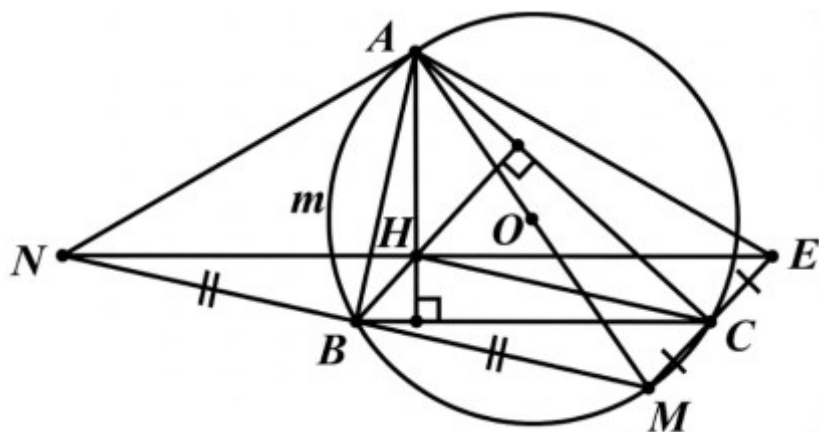
Câu 6 (2,0 điểm): Cho tam giác ABC nhọn, có H là trực tâm, nội tiếp đường tròn tâm O đường kính AM = 2R

a, Chứng minh tứ giác BHCM là hình bình hành

b, Gọi N là điểm đối xứng của M qua AB. Chứng minh tứ giác AHBN nội tiếp được trong một đường tròn

c, Gọi E là điểm đối xứng của M qua AC. Chứng minh ba điểm N, H, E thẳng hàng

d, Giả sử $AB = R\sqrt{3}$. Tính diện tích phần chung của đường tròn (O) và đường tròn ngoại tiếp tứ giác AHBN



a, $BH \perp AC$ và $CM \perp AC \Rightarrow BH \parallel CM$

Tương tự $\Rightarrow CH \parallel BM$

$\Rightarrow BHCM$ là hình bình hành

b, Chứng minh BNHC là hình bình hành

$$\Rightarrow NH \parallel BC$$
$$\Rightarrow AH \perp NH \Rightarrow \square AHN = 90^\circ$$

Mà $\angle ABN = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác AHBN nội tiếp

c, Tương tự ý b, ta có: BHEC là hình bình hành. Vậy NH và $HE \parallel BC \Rightarrow N, H, E$ thẳng hàng

d, $\angle ABN = 90^\circ \Rightarrow AN$ là đường kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác AHBN

$$AN = AM = 2R, AB = R\sqrt{3} \Rightarrow \angle AOB = 120^\circ$$

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} S_{ABM} = \frac{R^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_{AmB} = S_{q.AOB} - S_{AOB} = \frac{R^2}{12}(4\pi - 3\sqrt{3})$$

$$\Rightarrow S = 2S_{\text{AMB}} = \frac{R^2}{6}(4\pi - 3\sqrt{3})$$

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 5	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT Môn: Toán Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)
--------------------------	--

Câu 1 (1,5 điểm):

1. Tính giá trị biểu thức: $A = \sqrt{8} + 2\sqrt{18} - 3\sqrt{32}$

2. Thống kê điểm kiểm tra môn Toán cuối học kỳ II của 30 học sinh lớp 9A ở một trường THCS cho kết quả như sau:

7	8	10	3	8	6	5	5	3	8	4	5	2	9	9
5	6	7	8	6	7	9	8	9	10	8	7	7	4	3

Lập bảng tần số cho mẫu số liệu trên.

$$P = \left(\frac{10 + 2\sqrt{x}}{x - \sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 1}{2 - \sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} \quad \text{với } x \geq 0, x \neq 4.$$

3. Cho biểu thức:

Hãy rút gọn biểu thức P và tìm tất cả các giá trị của x để $P = 1$.

Câu 2 (2,0 điểm):

$$y = \frac{1}{2}x^2$$

1. Vẽ đồ thị của hàm số

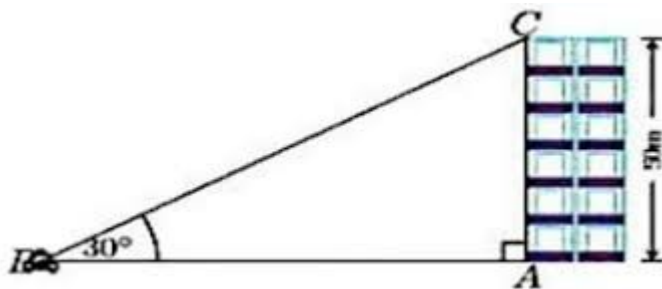
2. Cho phương trình: $3x^2 - 5x - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 > x_2$).

Tính giá trị biểu thức: $C = \sqrt{15x_1 + 21} - \sqrt{3x_2^2 - 2x_2 + 18}$

Câu 3 (1,0 điểm): Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Gọi S là tập hợp các tam giác có độ dài ba cạnh là các phần tử của A . Chọn ngẫu nhiên một phần tử thuộc S . Tính xác suất để phần tử được chọn là một tam giác cân.

Câu 4 (1,5 điểm):

1. Từ vị trí C của một tòa nhà cao 50 m, một tia sáng chiếu xuống một ô tô đang đỗ tại vị trí B , góc tạo bởi tia sáng và phương nằm ngang là $\angle CBA = 30^\circ$. Hỏi ô tô đỗ cách chân tòa nhà (ở vị trí A) là bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



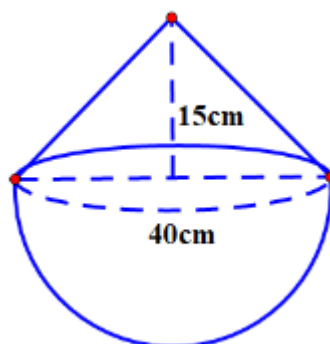
2. Một người nông dân gánh một quang gánh gồm 2 thùng gạo có kích thước và chứa lượng gạo hai bên như nhau. Một thùng gạo là nửa hình cầu có đường kính là 40 cm và để có thể đem được nhiều gạo hơn, người dân mới đổ đầy gạo vào thùng và vun gạo lên trên thành một hình nón có chiều cao 15 cm.

a) Tính lượng gạo trong 1 thùng của quang gánh (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

b) Người nông dân dùng lon sữa bò có dạng hình trụ có bán kính đáy 4 cm, chiều cao bằng 10 cm để đựng gạo vào thùng. Mỗi lần đựng được lượng gạo bằng 95% thể tích lon. Hỏi người nông dân cần đựng ít nhất bao nhiêu lon gạo để đủ gạo cho quang gánh như trên. Biết thể tích hình nón

$$V = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot R^2 \cdot h \quad ; \text{ thể tích hình cầu } V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot R^3 ;$$

$$V = 3,14 \cdot R^2 \cdot h$$



thể tích hình trụ



Câu 5 (2,0 điểm):

1. Thép không gỉ Ferritic là họ thép hợp kim có chứa từ 12 đến 27 phần trăm crôm. Nhà máy dự định luyện ra loại thép không gỉ Ferritic từ 100 tấn thép chứa 10% crôm và x tấn thép chứa 30% crôm. Hỏi x nằm trong khoảng nào?

2. Để chuẩn bị tham gia Hội khỏe Phù Đổng cấp trường, thầy Thành là giáo viên chủ nhiệm của lớp 9A tổ chức cho học sinh trong lớp thi đấu môn bóng bàn ở nội dung đánh đôi nam nữ (một nam kết hợp với một nữ). Thầy

Thành chọn $\frac{1}{2}$ số học sinh nam kết hợp với $\frac{5}{8}$ số học sinh nữ của lớp để lập thành các cặp thi đấu. Sau khi đã chọn được số học sinh tham gia thi đấu thì lớp 9A còn lại 16 học sinh làm cổ động viên. Hỏi lớp 9A có tất cả bao nhiêu học sinh?

Câu 6 (2,0 điểm): Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$), đường cao AH . Kẻ HD , HE lần lượt vuông góc với AB , AC ($D \in AB, E \in AC$)

a) Chứng minh $ADHE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Trên tia đối của tia DH lấy điểm F ($F \neq D$). Đường thẳng qua F vuông góc với FB cắt đường thẳng AH tại G . Kẻ GI vuông góc với HF ($I \in HF$). Chứng minh tam giác IFG đồng dạng với tam giác HBG và $IF = DH$.

c) Tia phân giác của góc HEC cắt CH tại K . Kẻ KM , KN lần lượt vuông góc với EH , EC ($M \in EH, N \in EC$). Hai đoạn thẳng CM và HN cắt nhau tại T . Gọi P là giao điểm của HN và KM , Q là giao điểm của CM và KN . Chứng minh ET vuông góc với PQ .

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1 (1,5 điểm):

1. Tính giá trị biểu thức: $A = \sqrt{8} + 2\sqrt{18} - 3\sqrt{32}$

HƯỚNG DẪN CHẤM .

$$A = \sqrt{4 \cdot 2} + 2\sqrt{9 \cdot 2} - 3\sqrt{16 \cdot 2}$$

$$A = 2\sqrt{2} + 2 \cdot 3\sqrt{2} - 3 \cdot 4\sqrt{2}$$

$$A = 2\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 12\sqrt{2}$$

$$A = (2 + 6 - 12)\sqrt{2}$$

$$A = -4\sqrt{2}$$

2. Thống kê điểm kiểm tra môn Toán cuối học kỳ II của 30 học sinh lớp 9A ở một trường THCS cho kết quả như sau:

7	8	10	3	8	6	5	5	3	8	4	5	2	9	9
5	6	7	8	6	7	9	8	9	10	8	7	7	4	3

Lập bảng tần số cho mẫu số liệu trên.

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Bảng tần số

Điểm	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tần số	1	3	2	4	3	5	6	4	2

3. Cho biểu thức: $P = \left(\frac{10 + 2\sqrt{x}}{x - \sqrt{x} - 2} + \frac{\sqrt{x} + 1}{2 - \sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$.

Hãy rút gọn biểu thức P và tìm tất cả các giá trị của x để $P = 1$.

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Với điều kiện $x \geq 0, x \neq 4$, ta có:

$$P = \left[\frac{10 + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} \right] : \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2}$$

$$P = \left[\frac{10 + 2\sqrt{x} - (\sqrt{x} + 1)^2}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)} \right] \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3}$$

$$P = \frac{10 + 2\sqrt{x} - (x + 2\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3}$$

$$P = \frac{9 - x}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3}$$

$$P = \frac{(3 - \sqrt{x})(3 + \sqrt{x})}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} + 3)}$$

Để $P = 1$, ta có:

$$\frac{3 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} = 1$$

$$\Rightarrow 3 - \sqrt{x} = \sqrt{x} + 1$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 1$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn điều kiện } x \geq 0, x \neq 4)$$

Vậy với $x = 1$ thì $P = 1$.

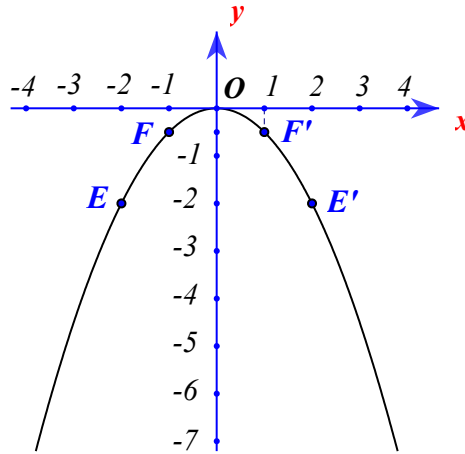
Câu 2 (2,0 điểm):

1. Vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Bảng giá trị của hàm số:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -\frac{1}{2}x^2$	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2



Trên mặt phẳng tọa độ Oxy các điểm $E(-2; -2); F(-1; -\frac{1}{2}); O(0; 0); F'(1; -\frac{1}{2}); E'(2; -2)$

Đồ thị của hàm số $y = -\frac{1}{2}x^2$ là một parabol đỉnh O , đi qua các điểm trên và có dạng như hình vẽ trên.

2. Cho phương trình: $3x^2 - 5x - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 > x_2$).

Tính giá trị biểu thức: $C = \sqrt{15x_1 + 21} - \sqrt{3x_2^2 - 2x_2 + 18}$

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Theo hệ thức VIÈTE: $x_1 + x_2 = \frac{5}{3}$ và $x_1 \cdot x_2 = -\frac{7}{3}$.

Vì $x_1 \cdot x_2 < 0$ và $x_1 > x_2 \Rightarrow x_1 > 0$ và $x_2 < 0$.

Vì x_1, x_2 là nghiệm nên: $3x_1^2 - 5x_1 - 7 = 0$ và $3x_2^2 - 5x_2 - 7 = 0$.

Xét căn thức thứ nhất (C_1):

$$C_1 = \sqrt{15x_1 + 21} = \sqrt{3(5x_1 + 7)}$$

$$\text{Từ } 3x_1^2 - 5x_1 - 7 = 0 \Rightarrow 5x_1 + 7 = 3x_1^2.$$

$$\text{Thay vào ta được: } C_1 = \sqrt{3 \cdot 3x_1^2} = \sqrt{9x_1^2} = |3x_1|.$$

$$\text{Vì } x_1 > 0 \text{ nên } C_1 = 3x_1.$$

Xét căn thức thứ hai (C_2):

$$C_2 = \sqrt{3x_2^2 - 2x_2 + 18}$$

Thay $3x_2^2 = 5x_2 + 7$ vào căn thức:

$$C_2 = \sqrt{(5x_2 + 7) - 2x_2 + 18} = \sqrt{3x_2 + 25}$$

Ta có biến đổi: $(3x_2 - 2)^2 = 9x_2^2 - 12x_2 + 4 = 3(3x_2^2 - 5x_2 - 7) + 3x_2 + 25$.

Vì $3x_2^2 - 5x_2 - 7 = 0$ nên $(3x_2 - 2)^2 = 3x_2 + 25$.

Do đó: $C_2 = \sqrt{(3x_2 - 2)^2} = |3x_2 - 2|$.

Vì $x_2 < 0 \Rightarrow 3x_2 - 2 < 0$, nên $|3x_2 - 2| = -(3x_2 - 2) = 2 - 3x_2$.

Thay kết quả rút gọn vào biểu thức C :

$$C = C_1 - C_2$$

$$C = 3x_1 - (2 - 3x_2)$$

$$C = 3x_1 - 2 + 3x_2$$

$$C = 3(x_1 + x_2) - 2$$

Thay tổng hai nghiệm $x_1 + x_2 = \frac{5}{3}$ vào:

$$C = 3 \cdot \frac{5}{3} - 2$$

$$C = 5 - 2$$

$$C = 3$$

Câu 3 (1,0 điểm): Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Gọi S là tập hợp các tam giác có độ dài ba cạnh là các phân tử của A . Chọn ngẫu nhiên một phân tử thuộc S . Tính xác suất để phân tử được chọn là một tam giác cân.

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Một bộ ba số $\{a, b, c\}$ với $a, b, c \in A$ lập thành một tam giác nếu thỏa mãn bất đẳng thức tam giác. Không mất tính tổng quát, giả sử $a \leq b \leq c$, khi đó điều kiện là $a + b > c$.

Liệt kê các bộ $\{a, b, c\}$ thỏa mãn $a \leq b \leq c$ và $a + b > c$:

- $c = 1$: $(1, 1, 1) \rightarrow 1$ tam giác.

- $c = 2$: $(1, 2, 2), (2, 2, 2) \rightarrow 2$ tam giác.

- $c = 3$: $(1, 3, 3), (2, 2, 3), (2, 3, 3), (3, 3, 3) \rightarrow 4$ tam giác.

- $c = 4$: $(1, 4, 4), (2, 3, 4), (2, 4, 4), (3, 3, 4), (3, 4, 4), (4, 4, 4) \rightarrow 6$ tam giác.

- $c = 5$: $(1, 5, 5), (2, 4, 5), (2, 5, 5), (3, 3, 5), (3, 4, 5), (3, 5, 5), (4, 4, 5), (4, 5, 5), (5, 5, 5) \rightarrow 9$ tam giác.

- $c = 6$: (1,6,6), (2,5,6), (2,6,6), (3,4,6), (3,5,6), (3,6,6), (4,4,6), (4,5,6), (4,6,6), (5,5,6), (5,6,6), (6,6,6) $\rightarrow$ 12 tam giác.

Tổng số phần tử của tập hợp S là: $n(S) = 1 + 2 + 4 + 6 + 9 + 12 = 34$.

Tam giác cân là tam giác có ít nhất 2 cạnh bằng nhau (bao gồm cả tam giác đều).

Các tam giác không cân (tam giác thường) là các bộ có $a < b < c$ và $a + b > c$. Liệt kê các tam giác này:

- (2,3,4), (2,4,5), (3,4,5), (2,5,6), (3,4,6), (3,5,6), (4,5,6) $\rightarrow$ có 7 tam giác không cân.

Số tam giác cân là: $n(\text{cân}) = n(S) - 7 = 34 - 7 = 27$.

Gọi M là biến cố "Phần tử được chọn là một tam giác cân".

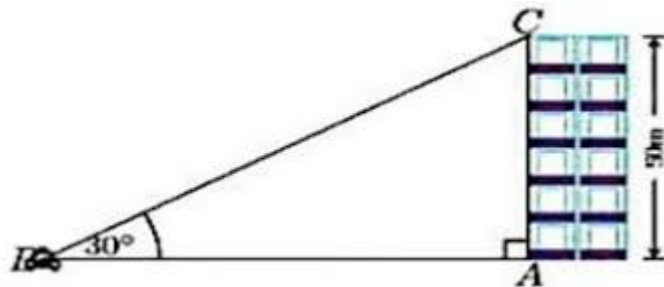
Xác suất của biến cố M là:

$$P(M) = \frac{n(\text{cân})}{n(S)} = \frac{27}{34}$$

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{27}{34}$.

Câu 4 (1,5 điểm):

1. Từ vị trí C của một tòa nhà cao 50 m, một tia sáng chiếu xuống một ô tô đang đỗ tại vị trí B , góc tạo bởi tia sáng và phương nằm ngang là $\angle CBA = 30^\circ$. Hỏi ô tô đỗ cách chân tòa nhà (ở vị trí A) là bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



HƯỚNG DẪN CHẤM .

Xét tam giác ABC vuông tại A , trong đó $AC = 50$ m là chiều cao tòa nhà và AB là khoảng cách cần tìm.

Ta có:

$$\tan B = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AC}{\tan B}$$

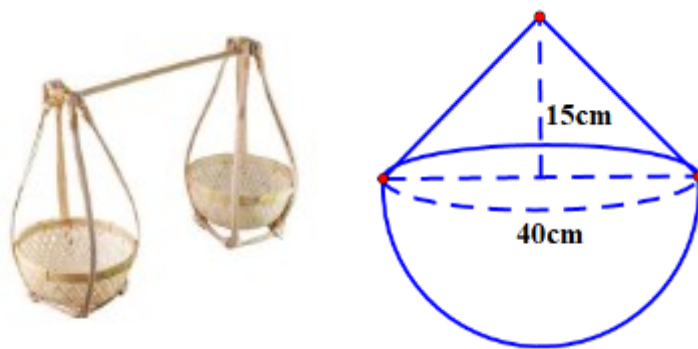
$$AB = \frac{50}{\tan 30^\circ} \approx 86,6 \approx 87 \text{ (m)}$$

2. Một người nông dân gánh một quang gánh gồm 2 thúng gạo có kích thước và chứa lượng gạo hai bên như nhau. Một thúng gạo là nửa hình cầu có đường kính là 40 cm và để có thể đem được nhiều gạo hơn, người dân mới đổ đầy gạo vào thúng và vun gạo lên trên thành một hình nón có chiều cao 15 cm.

a) Tính lượng gạo trong 1 thúng của quang gánh (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

b) Người nông dân dùng lon sữa bò có dạng hình trụ có bán kính đáy 4 cm, chiều cao bằng 10 cm để đong gạo vào thúng. Mỗi lần đong được lượng gạo bằng 95% thể tích lon. Hỏi người nông dân cần đong ít nhất bao nhiêu

lon gạo để đủ gạo cho quang gánh như trên. Biết thể tích hình nón $V = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot R^2 \cdot h$; thể tích hình cầu $V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot R^3$; thể tích hình trụ $V = 3,14 \cdot R^2 \cdot h$.



HƯỚNG DẪN CHẤM .

a) Lượng gạo trong 1 thúng gạo là:

$$\frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 20^2 \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 20^3 = \frac{69080}{3} \text{ cm}^3 \approx 23026,7 \text{ cm}^3$$

b) Lượng gạo 1 lon đong được vào thúng:

$$95\% \cdot 3,14 \cdot 4^2 \cdot 10 = 477,28 \text{ cm}^3$$

.Số lon gạo cần đong để đủ gạo cho quang gánh (gồm 2 thúng) là:

$$(2 \cdot 23026,7) : 477,28 = 96,5 \text{ l?n}$$

Vậy cần đong ít nhất 97 lần sẽ đầy gạo vào quang gánh.

Câu 5 (2,0 điểm):

1. Thép không gỉ Ferritic là họ thép hợp kim có chứa từ 12 đến 27 phần trăm crôm. Nhà máy dự định luyện ra loại thép không gỉ Ferritic từ 100 tấn thép chứa 10% crôm và x tấn thép chứa 30% crôm. Hỏi x nằm trong khoảng nào?

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Tổng khối lượng hợp kim sau khi luyện là: $100 + x$ (tấn).

Khối lượng crôm có trong 100 tấn thép loại 10% là:

$$100 \cdot 10\% = 10 \text{ (t?n)}$$

Khối lượng crôm có trong x tấn thép loại 30% là:

$$x \cdot 30\% = 0,3x \text{ (t?n)}$$

Tổng khối lượng crôm trong hợp kim mới là: $10 + 0,3x$ (tấn).

Tỉ lệ phần trăm crôm của loại thép mới luyện được là: $\frac{10 + 0,3x}{100 + x} \cdot 100\%$.

Theo định nghĩa ở đề bài, thép Ferritic có hàm lượng crôm từ 12% đến 27%, nên ta có hệ bất phương trình:

$$12 \leq \frac{10 + 0,3x}{100 + x} \cdot 100 \leq 27$$

$$\Leftrightarrow 0,12 \leq \frac{10+0,3x}{100+x} \leq 0,27$$

Giải bất phương trình về trái:

$$0,12 \leq \frac{10+0,3x}{100+x}$$

$$\Rightarrow 0,12 \cdot (100+x) \leq 10+0,3x \text{ (vì } x > 0) \Leftrightarrow 12+0,12x \leq 10+0,3x$$

$$\Leftrightarrow 2 \leq 0,18x$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{2}{0,18} \Rightarrow x \geq \frac{100}{9} \approx 11,11$$

Giải bất phương trình về phải:

$$\frac{10+0,3x}{100+x} \leq 0,27$$

$$\Rightarrow 10+0,3x \leq 0,27 \cdot (100+x)$$

$$\Leftrightarrow 10+0,3x \leq 27+0,27x$$

$$\Leftrightarrow 0,03x \leq 17$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{17}{0,03} \Rightarrow x \leq \frac{1700}{3} \approx 566,67$$

x nằm trong khoảng từ $\frac{100}{9}$ đến $\frac{1700}{3}$ (tấn), tức là khoảng $11,11 \leq x \leq 566,67$.

2. Để chuẩn bị tham gia Hội khỏe Phù Đổng cấp trường, thầy Thành là giáo viên chủ nhiệm của lớp 9A tổ chức cho học sinh trong lớp thi đấu môn bóng bàn ở nội dung đánh đôi nam nữ (một nam kết hợp với một nữ). Thầy

Thành chọn $\frac{1}{2}$ số học sinh nam kết hợp với $\frac{5}{8}$ số học sinh nữ của lớp để lập thành các cặp thi đấu. Sau khi đã chọn được số học sinh tham gia thi đấu thì lớp 9A còn lại 16 học sinh làm cổ động viên. Hỏi lớp 9A có tất cả bao nhiêu học sinh?

HƯỚNG DẪN CHẤM .

Gọi số học sinh nam của lớp 9A là x (học sinh), ($x > 0$).

Số học sinh nữ của lớp 9A là y (học sinh), ($y > 0$).

$\frac{1}{2}$ số học sinh nam của lớp 9A là: $\frac{1}{2}x$ (học sinh).

$\frac{5}{8}$ số học sinh nữ của lớp 9A là: $\frac{5}{8}y$ (học sinh).

Vì thi đấu nội dung đôi nam nữ (một nam kết hợp với một nữ) nên số học sinh nam được chọn phải bằng số học sinh nữ được chọn. Ta có phương trình:

$$\frac{1}{2}x = \frac{5}{8}y \Leftrightarrow \frac{1}{2}x - \frac{5}{8}y = 0 \quad (1)$$

Tổng số học sinh của lớp 9A là: $x + y$ (học sinh).

Tổng số học sinh được chọn để tham gia thi đấu là: $\frac{1}{2}x + \frac{5}{8}y$ (học sinh).

Sau khi đã chọn được số học sinh tham gia thi đấu thì lớp 9A còn lại 16 học sinh làm cổ động viên nên ta có

$$(x + y) - \left(\frac{1}{2}x + \frac{5}{8}y \right) = 16 \quad (2)$$

phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{5}{8}y = 0 \\ (x + y) - \left(\frac{1}{2}x + \frac{5}{8}y \right) = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{5}{8}y = 0 \\ \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}y = 16 \end{cases}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{5}{8} \cdot 16 = 0 \\ y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 16 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Số học sinh nam của lớp 9A là 20 học sinh.

Số học sinh nữ của lớp 9A là 16 học sinh.

Vậy tổng số học sinh lớp 9A là: $20 + 16 = 36$ học sinh.

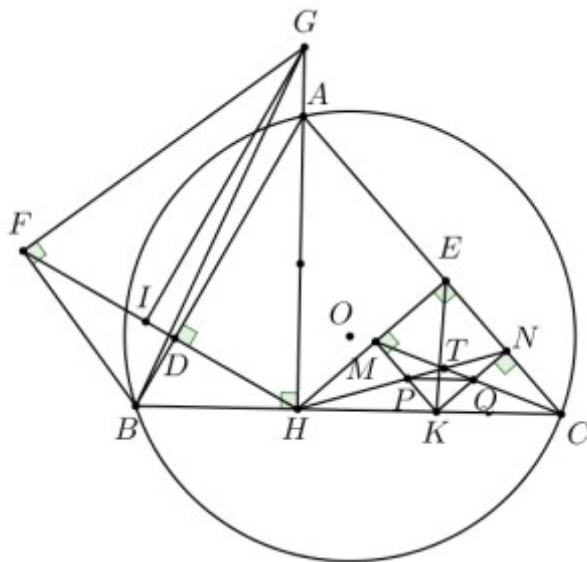
Câu 6 (2,0 điểm): Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$), đường cao AH. Kẻ HD, HE lần lượt vuông góc với AB, AC ($D \in AB, E \in AC$)

a) Chứng minh ADHE là tứ giác nội tiếp.

b) Trên tia đối của tia DH lấy điểm F ($F \neq D$). Đường thẳng qua F vuông góc với FB cắt đường thẳng AH tại G . Kẻ GI vuông góc với HF ($I \in HF$). Chứng minh tam giác IFG đồng dạng với tam giác HBG và $IF = DH$.

c) Tia phân giác của góc HEC cắt CH tại K . Kẻ KM, KN lần lượt vuông góc với EH, EC ($M \in EH, N \in EC$). Hai đoạn thẳng CM và HN cắt nhau tại T . Gọi P là giao điểm của HN và KM, Q là giao điểm của CM và KN. Chứng minh ET vuông góc với PQ.

HƯỚNG DẪN CHẤM .



a) Do $HD \perp AB$, $HE \perp AC$ suy ra $\triangle AHD$ vuông tại D nên A, H, D cùng thuộc đường tròn đường kính AH.

$\triangle AEH$ vuông tại E nên A, E, H cùng thuộc đường tròn đường kính AH.

Suy ra A, D, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính AH hay ADHE là tứ giác nội tiếp.

b) Do $GF \perp BF$ tại F nên $\triangle GBF$ vuông tại F nên G, B, F cùng thuộc đường tròn đường kính GB

Mà $\triangle GHB$ vuông tại H nên G, H, B cùng thuộc đường tròn đường kính GB

Vậy G, H, B, F cùng thuộc đường tròn đường kính GB

Suy ra $\angle GFI = \angle GBH$ (cùng chắn cung GH)⁽¹⁾ Do $GI \parallel AB$ mà $AB \perp HF$ nên $GI \perp HF$

suy ra $\angle GIF = \angle GHB = 90^\circ$ (2)

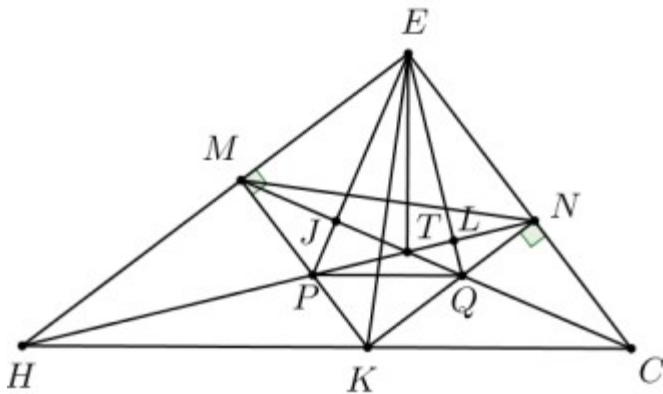
Từ (1) và (2) suy ra $\triangle GFI \sim \triangle GBH$ (g.g)

$$\text{Khi đó } \frac{FI}{HB} = \frac{GI}{GH}$$

Do $\angle BAH = \angle BHD$ (cùng cộng với $\angle AHD$ bằng 90°) và $\angle HDB = \angle HDA = 90^\circ$ nên $\triangle HBD \sim \triangle AHD$ (g.g)

$$\text{Suy ra } \frac{HD}{AD} = \frac{HB}{AH} \text{ hay } \frac{HD}{HB} = \frac{AD}{AH}$$

$$\text{Lại có } AD \parallel GI \text{ nên } \frac{AD}{GI} = \frac{AH}{HG} \text{ hay } \frac{AD}{AH} = \frac{GI}{HG} \text{ nên suy ra } \frac{FI}{HB} = \frac{HD}{HB}$$



Suy ra $FI = HD$

c) Chứng minh $ET \perp PQ$

Tứ giác EMKN có $\angle MEN = \angle ENK = \angle EMK = 90^\circ$ nên là hình chữ nhật. Lại có EK là tia phân giác nên EMKN là hình vuông $\Rightarrow ME = NE = KN = KM$.

Trong $\triangle CEH$, có $NK \parallel EH$ (cùng $\perp AC$), theo Ta-lét: $\frac{CN}{CE} = \frac{NK}{HE}$.

Trong $\triangle CME$, có $NQ \parallel ME$ (cùng $\perp AC$), theo Ta-lét: $\frac{CN}{CE} = \frac{NQ}{ME}$.

$$\text{Suy ra } \frac{NK}{HE} = \frac{NQ}{ME} \text{ . Vì } NK = ME = NE \text{ nên } \frac{NE}{HE} = \frac{NQ}{NE} \text{ .}$$

Xét $\triangle NEQ$ và $\triangle EHN$ có $\angle ENQ = \angle NEH = 90^\circ$ và $\frac{NE}{HE} = \frac{NQ}{NE}$ nên $\triangle NEQ \sim \triangle EHN$ (c.g.c).

$\Rightarrow \angle NEQ = \angle EHN$. Mà $\angle EHN + \angle ENH = 90^\circ \Rightarrow \angle NEQ + \angle ENH = 90^\circ$.

Gọi L là giao điểm của EQ và HN . Trong $\triangle ELN$ có $\angle ELN = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \Rightarrow EQ \perp HN$ tại L .

Chứng minh tương tự ta có $EP \perp CM$ tại J .

Trong $\triangle EPQ$, hai đường cao QJ và PL cắt nhau tại T nên T là trực tâm của $\triangle EPQ$.

Suy ra $ET \perp PQ$ (đpcm).

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 6

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (1,5 điểm):

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1} \right) \cdot \left(\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{1-\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} \right) - 1 \quad \text{với } x > 0, x \neq 1$$

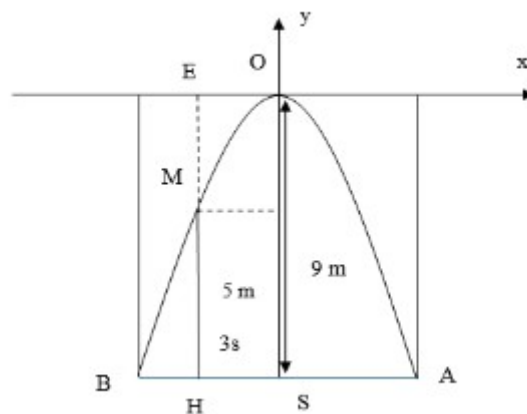
a, Rút gọn biểu thức:

b, Tìm x để biểu thức $P = -2$.

c, Thực hiện phép tính: $M = 3\sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$.

Câu 2 (2,0 điểm):

a, Trong một trận đấu bóng đá, người ta quan sát được quỹ đạo của quả bóng do thủ môn đá lên từ vách 5 m 50 là một phần của đường cong parabol. Biết rằng, sau 3 giây thì quả bóng lên đến vị trí cao nhất là 9 mét (tham khảo hình vẽ). Hỏi sau mấy giây đầu tiên kể từ khi bóng được đá lên thì đạt độ cao 5m.

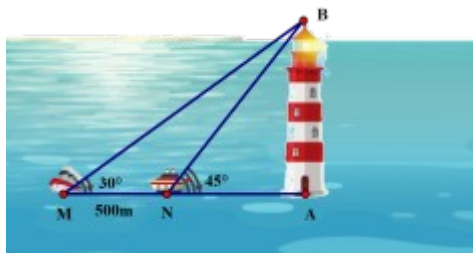


b, Cho phương trình: $x^2 + 5x + 2 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Hãy tính giá trị của biểu thức: $P = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$

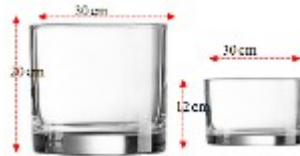
Câu 3 (1,0 điểm): Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn An viết lên các viên bi đó các số $1, 2, 3, \dots, 20$ (hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau). Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”. Tính xác suất biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1”.

Câu 4 (1,5 điểm):

a, Hai chiếc tàu thủy M và N cách nhau 500 m. Từ M và N thẳng hàng với chân A của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển, người ta thấy chiều cao AB của tháp dưới một góc $\angle AMB = 30^\circ$; góc $\angle ANB = 45^\circ$.



b, Có hai cốc thủy tinh hình trụ, cốc thứ nhất (hình A) có đường kính đáy là 30 cm, chiều cao 20 cm đựng đầy nước. Cốc thứ hai (hình B) có đường kính đáy là 40 cm, chiều cao là 12 cm. Hỏi nếu đổ hết nước từ cốc thứ nhất sang cốc thứ hai nước có bị tràn ra ngoài hay không? Giải thích tại sao? (xem như bề dày của đáy cốc không đáng kể).



Câu 5 (2,0 điểm):

- a) Một cửa hàng thời trang trong một quý đã nhập hàng với tổng số vốn là 800 triệu và bán hết hàng trong quý đó. Cửa hàng gồm 2 loại thời trang nam và thời trang nữ. Biết thời trang nam lãi 15% và thời trang nữ lãi 20%, tổng số tiền lãi của quý đó là 145 triệu đồng. Tính số vốn của hàng đã nhập cho mỗi loại thời trang trên.
- b) Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy là 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Câu 6 (2,0 điểm): Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Gọi M là điểm chính giữa cung AB , E là điểm trên cung AM (E khác A và M). Lấy điểm F trên đoạn BE sao cho $BF = AE$. Gọi K là giao điểm của MO và BE .

- a. **Chứng minh** rằng $EAOK$ là tứ giác nội tiếp.
- b. **Chứng minh** rằng $\triangle EMF$ vuông cân.
- c. Hai đường thẳng AE và OM cắt nhau tại D . **Chứng minh** rằng $MK \cdot ED = MD \cdot EK$.

----- HẾT -----

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1 (1,5 điểm):

a, Rút gọn biểu thức:

$$P = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1} \right) \cdot \left(\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{1-\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} \right) - 1 \neq 1$$

với $x > 0, x \neq 1$

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Với $x > 0, x \neq 1$ ta được :

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) - 1 \\ &= \left(\frac{\sqrt{x}+1-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \right) \cdot \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) - 1 \end{aligned}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \right) \cdot \left(\frac{x-1}{\sqrt{x}} \right) - 1 = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} - 1$$

$$= \frac{-1}{\sqrt{x}}$$

Vậy $P = \frac{-1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1$

b, Tìm x để biểu thức $P = -2$.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Điều kiện xác định P là : $x > 0; x \neq 1$

Do $P = -2$ ta được $\frac{-1}{\sqrt{x}} = -2$ suy ra : $-2\sqrt{x} = -1$ suy ra : $\sqrt{x} = \frac{1}{2}$ suy ra : $x = \frac{1}{4}$ (thỏa mãn điều kiện)

c, Thực hiện phép tính: $M = 3\sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$.

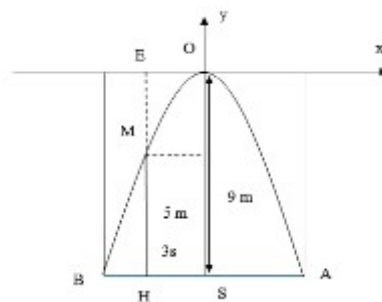
HƯỚNG DẪN CHẤM.

$$M = 3\sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$$

$$M = 3.2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - |\sqrt{2}-1| = 6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 = 1$$

Câu 2 (2,0 điểm):

a, Trong một trận đấu bóng đá, người ta quan sát được quỹ đạo của quả bóng do thủ môn đá lên từ vạch 5 m 50 là một phần của đường cong parabol. Biết rằng, sau 3 giây thì quả bóng lên đến vị trí cao nhất là 9 mét (tham khảo hình vẽ). Hỏi sau mấy giây đầu tiên kể từ khi bóng được đá lên thì đạt độ cao 5m.



b, Cho phương trình: $x^2 + 5x + 2 = 0$ có 2 nghiệm là $x_1; x_2$. Hãy tính giá trị của biểu thức: $P = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$

HƯỚNG DẪN CHẤM.

a, Khi Đường đi của quả banh là parabol có dạng: $(P): y = ax^2$ ($a < 0$).

$$B(-3; -9) \in (P): y = ax^2 \Rightarrow -9 = a.(-3)^2 \Rightarrow a = -1 \quad (P): y = -x^2$$

$$ME = HE - HM = 9 - 5 = 4 \text{ m}$$

Khi banh đạt độ cao 5 m thì

$$\Rightarrow M(x_M; -4) \in (P): y = -x^2 \Rightarrow -4 = -x_M^2 \Rightarrow x_M^2 = 4 \Rightarrow x_M = -\sqrt{4} = -2$$

Vậy sau 1 giây kể từ khi bóng được đá lên thì đạt độ cao 5 m.

b, Xét phương trình: $x^2 - 5x + 2 = 0$ (1)

$$\Delta = (-5)^2 - 4.2 = 17 > 0$$

Nên phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = 2 \end{cases}$$

Áp dụng hệ thức Vi-et ta có:

$$\text{Ta có: } P = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 = x_1 x_2 (x_1 + x_2)$$

$$\text{Thay vào ta có: } P = 2.5 = 10$$

Câu 3 (1,0 điểm): Một hộp có 20 viên bi với kích thước và khối lượng như nhau. Bạn An viết lên các viên bi đó các số $1, 2, 3, \dots, 20$ (hai viên bi khác nhau thì viết hai số khác nhau). Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp”. Tính xác suất biến cố: “Số xuất hiện trên viên bi được lấy ra chia 7 dư 1”.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Không gian mẫu của phép thử là: $W = \{1; 2; 3; 4; \dots; 20\}$

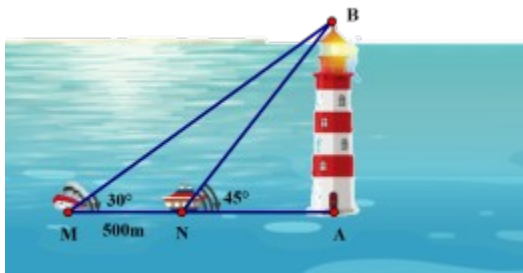
Không gian mẫu có 20 phần tử.

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 1; 8; 15.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{3}{20}.$$

Câu 4 (1,5 điểm):

a, Hai chiếc tàu thủy M và N cách nhau 500 m. Từ M và N thẳng hàng với chân A của tháp hải đăng AB ở trên bờ biển, người ta thấy chiều cao AB của tháp dưới một góc $\angle AMB = 30^\circ; \angle ANB = 45^\circ$.



HƯỚNG DẪN CHẤM.

Ta có:

$$\widehat{MNB} = 180^\circ - \widehat{BNA} = 135^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{MBN} = 180^\circ - \widehat{BNM} - \widehat{BMN} = 15^\circ$$

$$\text{Áp dụng tỉ số lượng giác ta được: } BN = \sin \widehat{BMN} \cdot \frac{MN}{\sin \widehat{MBN}} \approx 965,92 \text{ (m)}$$

$$\text{Xét tam giác BNA vuông tại A có: } AB = BN \cdot \sin \widehat{BNA} \approx 683 \text{ (m).}$$

b, Có hai cốc thủy tinh hình trụ, cốc thứ nhất (hình A) có đường kính đáy là 30 cm, chiều cao 20 cm đựng đầy nước. Cốc thứ hai (hình B) có đường kính đáy là 40 cm, chiều cao là 12 cm. Hỏi nếu đổ hết nước từ cốc thứ nhất sang cốc thứ hai nước có bị tràn ra ngoài hay không? Giải thích tại sao? (xem như bề dày của đáy cốc không đáng kể).

**HƯỚNG DẪN CHẤM.**

Thể tích cốc A là: $V_1 = S \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{30}{2}\right)^2 \cdot 12 \approx 14137,17 \text{ cm}^3$

Thể tích của cốc B là: $V_2 = S \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{30}{2}\right)^2 \cdot 12 \approx 15079,64 \text{ cm}^3$

Vì $14137,17 < 15079,64$

Vậy cốc B có thể chứa được nước hơn cốc A nên sẽ không bị tràn.

Câu 5 (2,0 điểm):

a) Một cửa hàng thời trang trong một quý đã nhập hàng với tổng số vốn là 800 triệu và bán hết hàng trong quý đó. Cửa hàng gồm 2 loại thời trang nam và thời trang nữ. Biết thời trang nam lãi 15% và thời trang nữ lãi 20%, tổng số tiền lãi của quý đó là 145 triệu đồng. Tính số vốn của hàng đã nhập cho mỗi loại thời trang trên.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Gọi Số vốn lấy hàng thời trang nam là x (triệu đồng),

Số vốn lấy hàng thời trang nữ là y (triệu đồng), **điều kiện**: $x > 0, y > 0$.

Tổng số vốn cả hai loại hàng là 800 triệu đồng nên ta có phương trình: $x + y = 800$ (1)

Thời trang nam lãi 15% và thời trang nữ lãi 20%, tổng số tiền lãi là 145 triệu đồng nên ta có phương trình $15\%x + 20\%y = 145$ hay $0,15x + 0,2y = 145$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 800 \\ 0,15x + 0,2y = 145 \end{cases}$$

Gải hệ phương trình ta được
$$\begin{cases} x = 300 \\ y = 500 \end{cases}$$
 (**thỏa mãn điều kiện**)

Vậy số vốn của loại hàng thời trang nam là 300 triệu đồng và số vốn của hàng thời trang nữ là 500 triệu đồng.

b) Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10km/h nên xe ô tô đến B sớm hơn xe máy là 36 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Gọi vận tốc của xe máy là x (km/h), $x > 0$

Suy ra vận tốc của ô tô là $x+10$ (km/h)

Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\frac{120}{x+10}$ (giờ) Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{120}{x}$ (giờ)

Do ô tô đến B sớm hơn xe máy là 36 phút = $\frac{3}{5}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+10} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1200}{x(x+10)} = \frac{3}{5}$$

$$x(x+10) = 2000$$

$$x^2 + 10x - 2000 = 0$$

$$x = 40 \text{ (thỏa mãn điều kiện) hoặc } x = -50 \text{ (loại)}$$

Vậy vận tốc xe máy là 40 km/h và vận tốc ô tô là 50 km/h

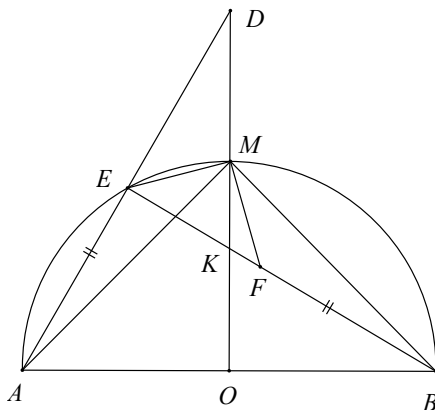
Câu 6 (2,0 điểm): Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB . Gọi M là điểm chính giữa cung AB , E là điểm trên cung AM (E khác A và M). Lấy điểm F trên đoạn BE sao cho $BF = AE$. Gọi K là giao điểm của MO và BE .

a. **Chứng minh** rằng $EAOK$ là tứ giác nội tiếp.

b. **Chứng minh** rằng $\triangle EMF$ vuông cân.

c. Hai đường thẳng AE và OM cắt nhau tại D . **Chứng minh** rằng $MK \cdot ED = MD \cdot EK$.

HƯỚNG DẪN CHẤM.



a, Vì M là điểm chính giữa của cung AB nên $OM \perp AB \Rightarrow \angle AOK = 90^\circ$.

Ta có $\angle AEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle AEK = 90^\circ$.

Gọi I là trung điểm của AK .

$$EI = OI = AI = KI = \frac{1}{2} AK$$

Xét các tam giác vuông AEK và AOK có EI và OI là các đường trung tuyến nên

Suy ra tứ giác $AEKO$ nội tiếp.

Vậy tứ giác $AEKO$ nội tiếp.

b, Nói AM, FM . Vì M là điểm chính giữa cung AB nên $sđ \widehat{AM} = sđ \widehat{BM}$

$\Rightarrow AM = BM$ (hai dây căng hai cung bằng nhau thì bằng nhau).

Xét $\triangle AEM$ và $\triangle FBM$ có:

$$AE = BF \text{ (gt)}$$

$$\angle EAM = \angle FBM \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } EM \text{)}.$$

$$AM = BM \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle AEM = \triangle FBM \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \angle AME = \angle BMF \text{ (hai góc tương ứng)}.$$

Ta có: $\angle AMB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \angle AMF + \angle BMF = 90^\circ \Rightarrow \angle AMF + \angle AME = 90^\circ$$

$$\angle MEF = \angle MEB = \frac{1}{2} \angle MOB = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$$

Mà (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung BM).

$\Rightarrow \triangle EMF$ vuông cân tại M (đpcm).

c, Dễ thấy tứ giác AEMB nội tiếp $(O) \Rightarrow \widehat{DEM} = \widehat{ABM}$ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện).

Mà tam giác MAB có: $\begin{cases} \widehat{AMB} = 90^\circ \text{ (cmt)} \\ AM = BM \text{ (cmt)} \end{cases} \Rightarrow \triangle AMB$ vuông cân tại M

$$\Rightarrow \widehat{ABM} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{DEM} = 45^\circ = \widehat{MEF} = \frac{1}{2} \widehat{DEK}$$

$\Rightarrow EM$ là phân giác trong của góc $\widehat{DEK}$.

Áp dụng định lý đường phân giác ta có: $\frac{MD}{MK} = \frac{ED}{EK} \Rightarrow MK \cdot ED = MD \cdot EK$ (đpcm).

----- HẾT -----

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 7

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (1,5 điểm):

a, Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} - \frac{2\sqrt{x} + 4}{x - 1} + \frac{4}{\sqrt{x} - 1}$ với $x \geq 0$; $x \neq 1$. Rút gọn biểu thức B

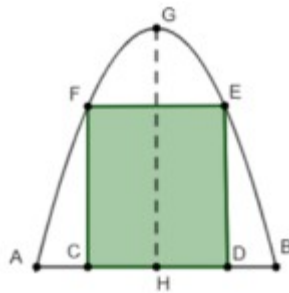
b, Tìm giá trị của x để $Q = 2B : A$ nhận giá trị nguyên.

$$\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} + \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$$

c) Thực hiện phép tính :

Câu 2 (2,0 điểm):

a, Một cái cổng hình parabol như hình vẽ. Chiều cao $GH = 4$ m, chiều rộng $AB = 4$ m, $AC = BD = 0,9$ m. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật CDEF tô đậm giá là 1.200.000 đồng/m², còn các phần để trống làm xiên hoa có giá là 900.000 đồng/m². Biết diện tích của toàn bộ cái cổng là $\frac{32}{3}$ m². Tính tổng chi phí để làm cổng?

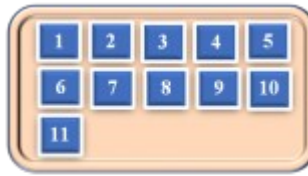


b, Cho phương trình: $x^2 - (m + 2)x + 2m = 0$ với m là tham số, x là ẩn số.

$$-1 \leq \frac{2(x_1 + x_2)}{x_1 \cdot x_2} \leq 1$$

Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi m, tìm m để

Câu 3 (1,0 điểm): Một khay có 11 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số tự nhiên từ 1 đến 11, hai thẻ khác nhau được ghi hai số khác nhau.



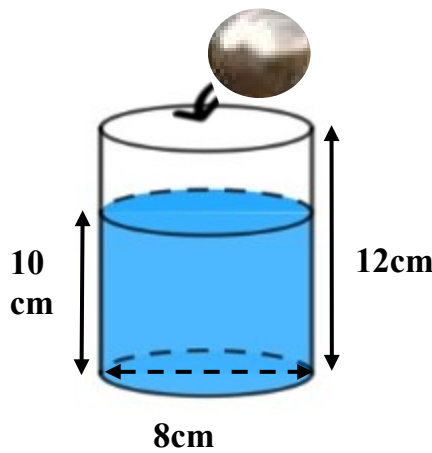
Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một thẻ trong khay” và biến cố M: “Số xuất hiện trên thẻ là bội của 2”. Tính xác suất của biến cố M.

Câu 4 (1,5 điểm):

a, Một vệ tinh nhân tạo địa tĩnh chuyển động theo một quỹ đạo tròn cách bề mặt Trái Đất một khoảng 35786 km, tâm quỹ đạo của vệ tinh trùng với tâm O Trái Đất. Vệ tinh phát tín hiệu vô tuyến theo một đường thẳng đến một vị trí trên bề mặt Trái đất. Hỏi vị trí xa nhất trên bề mặt Trái Đất có thể nhận tín hiệu từ vệ tinh này ở cách vệ tinh một khoảng là bao nhiêu km (ghi kết quả gần đúng chính xác đến hàng đơn vị). Biết rằng Trái Đất được xem như một hình cầu có bán kính khoảng 6400 km.



b, Một cốc nước có dạng hình trụ với đường kính đáy bằng 8 cm, chiều cao 12 cm và đang chứa lượng nước cao 10 cm. Người ta thả một viên bi bằng thép đặc (không thấm nước) có thể tích là $V = 4\pi$ (cm³) vào trong cốc. Hỏi mực nước trong cốc lúc này cao bao nhiêu cm và nước có bị tràn ra ngoài không? (Giả sử độ dày của thành cốc không đáng kể).



Câu 5 (2,0 điểm):

a) Bác An mua hai loại mặt hàng và phải trả tổng cộng 1 650 000 đồng, trong đó đã tính 150 000 đồng tiền thuế giá trị gia tăng (viết tắt là VAT). Biết rằng thuế VAT của mặt hàng thứ nhất là 12%; thuế VAT của mặt hàng thứ hai là 9%. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì bác An phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

b) Theo kế hoạch, một công nhân phải hoàn thành 60 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng do cải tiến kỹ thuật nên mỗi giờ người công nhân đó đã làm thêm được 2 sản phẩm. Vì vậy, chẳng những người công nhân đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 30 phút mà còn vượt mức 3 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người công nhân đó phải làm bao nhiêu sản phẩm? (Giả định số sản phẩm người đó làm được trong mỗi giờ là bằng nhau)

Câu 6 (2,0 điểm): Cho ΔABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Đường cao BE, CF cắt nhau tại H.

a) **Chứng minh** bốn điểm B, F, E, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Tia EF cắt tia CB tại M. Gọi K là giao điểm của MA và đường tròn (O).

Chứng minh $MF \cdot ME = MB \cdot MC$ và $\Delta MFA \sim \Delta MKE$.

c) Tia AH cắt BC tại D. Đường thẳng qua B và song song với AC, cắt tia AD tại P, cắt đoạn thẳng AM tại Q.
Chứng minh BP = BQ.

----- **HẾT** -----

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1 (1,5 điểm):

a, Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} - \frac{2\sqrt{x} + 4}{x - 1} + \frac{4}{\sqrt{x} - 1}$ với $x \geq 0$; $x \neq 1$. Rút gọn biểu thức B
 b, Tìm giá trị của x để $Q = 2B : A$ nhận giá trị nguyên.

$$\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} + \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$$

c) Thực hiện phép tính :

HƯỚNG DẪN CHẤM.

a, Ta có:

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} - \frac{2\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} + \frac{4}{\sqrt{x} - 1}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) - (2\sqrt{x} + 4) + 4(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$B = \frac{x - \sqrt{x} - 2\sqrt{x} - 4 + 4\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$B = \frac{x + \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$$

$$b, Q = \frac{2B}{A} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} : \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} + 2} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2}$$

$$Q \geq 0$$

Ta thấy

$$Q = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} = \frac{2(\sqrt{x} + 2) - 4}{\sqrt{x} + 2} = 2 - \frac{4}{\sqrt{x} + 2} < 2$$

Mà Q thuộc Z nên Q thuộc 0, 1.

Giải 2 **trường hợp** ta có $x \in \{0; 4\}$

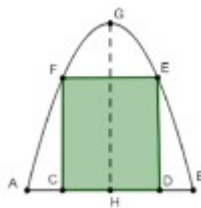
$$\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} + \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = (2 + \sqrt{5}) + (\sqrt{5} - 2) = 2\sqrt{5}.$$

c)

Câu 2 (2,0 điểm):

a, Một cái cổng hình parabol như hình vẽ. Chiều cao $GH = 4$ m, chiều rộng $AB = 4$ m, $AC = BD = 0,9$ m. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật CDEF tô đậm giá là 1.200.000 đồng /m², còn các phần để

trắng làm xiên hoa có giá là 900.000 đồng/m². Biết diện tích của toàn bộ cái cổng là $\frac{32}{3}$ m². Tính tổng chi phí để làm cổng?



HƯỚNG DẪN CHẤM.

Hình dạng cái cổng là parabol có dạng: $(P): y = ax^2$ ($a < 0$).

$$B(-2; -4) \in (P): y = ax^2 \Rightarrow -4 = a \cdot (-2)^2 \Rightarrow a = -1 \quad (P): y = -x^2 \quad HC = HA - HC = 2 - 0,9 = 1,1 \text{ m}$$

$$\Rightarrow F(-1, 1; y_F) \in (P): y = -x^2 \Rightarrow y_F = -(-1,1)^2 = -1,21 \quad EF = 1,21 \text{ m} \quad FC = CE - EF = 4 - 1,21 = 2,79 \text{ m} \quad \text{Do}$$

$$\text{vậy chiều cao } CF = DE = f(0,9) = 2,79 \text{ (m)}; \quad CD = 4 - 2 \cdot 0,9 = 2,2 \text{ (m)}.$$

$$\text{Diện tích hai cánh cổng là: } CD \cdot CF = 2,79 \cdot 2,2 \approx 6,14 \text{ m}^2.$$

$$\text{Diện tích phần xiên hoa là: } \frac{32}{3} - 6,14 = 4,53.$$

$$\text{Chi phí làm cánh cổng là: } 6,14 \cdot 1200000 = 7368000 \text{ (đồng)}.$$

$$\text{Chi phí làm xiên hoa là: } 4,53 \cdot 900000 = 4077000 \text{ (đồng)}.$$

$$\text{Vậy tổng chi phí là: } 7368000 + 4077000 = 11445000 \text{ đồng}.$$

b, Cho phương trình: $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ với m là tham số, x là ẩn số.

$$-1 \leq \frac{2(x_1 + x_2)}{x_1 \cdot x_2} \leq 1$$

Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi m , tìm m để

HƯỚNG DẪN CHẤM.

$$\text{Xét phương trình: } x^2 - (m+2)x + 2m = 0 \text{ có: } \Delta = (m+2)^2 - 8m = (m-2)^2 \geq 0 \forall m$$

Vậy phương trình luôn có nghiệm với mọi m .

Theo định lý VIÈTE ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = m+2 \\ x_1 \cdot x_2 = 2m \end{cases}$$

$$\text{Theo Câu ra: } -1 \leq \frac{2(x_1 + x_2)}{x_1 \cdot x_2} \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \frac{2 \cdot (m+2)}{2m} \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq \frac{m+2}{m} \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m+2}{m} \geq -1 \\ \frac{m+2}{m} \leq 1 \end{cases} \quad (I)$$

$$\frac{m+2}{m} \geq -1 \Leftrightarrow \frac{m+2}{m} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2m+2}{m} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m > 0 \end{cases}$$

$$\frac{m+2}{m} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{m+2}{m} - 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{m} \leq 0 \Leftrightarrow m < 0$$

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ m > 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -1$$

Do đó hệ

$$-1 \leq \frac{2(x_1 + x_2)}{x_1 - x_2} \leq 1$$

Vậy $m \leq -1$ thì phương trình có hai nghiệm thỏa mãn

Câu 3 (1,0 điểm): Một khay có 11 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số tự nhiên từ 1 đến 11, hai thẻ khác nhau được ghi hai số khác nhau.



Xét phép thử “Lấy ngẫu nhiên một thẻ trong khay” và biến cố M: “Số xuất hiện trên thẻ là bội của 2”. Tính xác suất của biến cố M.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Có 11 kết quả có thể xảy ra khi rút ngẫu nhiên một thẻ trong khay, đó là: 1; 2; 3; ...; 11.

Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố M là: 2; 4; 6; 8; 10.

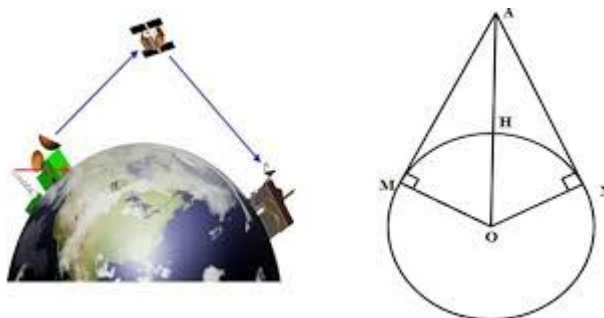
Vậy xác suất của biến cố M là: $P(M) = \frac{4}{11}$

Câu 4 (1,5 điểm):

a, Một vệ tinh nhân tạo địa tĩnh chuyển động theo một quỹ đạo tròn cách bề mặt Trái Đất một khoảng 35786 km, tâm quỹ đạo của vệ tinh trùng với tâm O Trái Đất. Vệ tinh phát tín hiệu vô tuyến theo một đường thẳng đến một vị trí trên bề mặt Trái đất. Hỏi vị trí xa nhất trên bề mặt Trái Đất có thể nhận tín hiệu từ vệ tinh này ở cách vệ tinh một khoảng là bao nhiêu km (ghi kết quả gần đúng chính xác đến hàng đơn vị). Biết rằng Trái Đất được xem như một hình cầu có bán kính khoảng 6400 km.



HƯỚNG DẪN CHẤM.



+) A là vệ tinh, O là tâm Trái Đất Gọi B là điểm trên mặt đất có thể nhận được tín hiệu từ A, khi đó B phải chạy trên cung nhỏ MN (với AM, AN là các tiếp tuyến kẻ từ A) Vị trí xa nhất trên Trái Đất có thể nhận tín hiệu từ vệ tinh này ở cách vệ tinh là điểm B sao cho AB lớn nhất khi B trùng với M hoặc N.

+) Ta có: $AH = 35.786$ km,

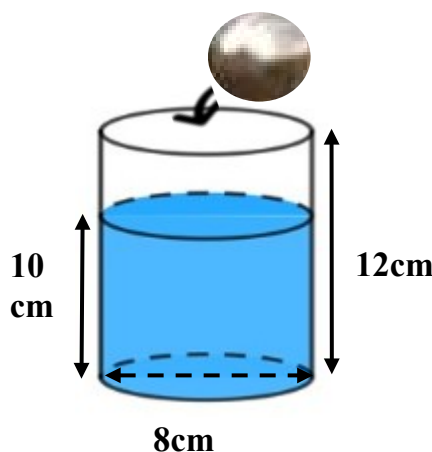
$$OH = 6.400\text{km},$$

$$OA = 35.786 + 6.400 = 42.186 \text{ km}$$

+) Áp dụng định lý **PYTHAGORE** tam giác vuông AMO : $AM^2 = \sqrt{OA^2 - MO^2} = \sqrt{42.186^2 - 6.400^2} = 41.697 \text{ km}$

Vậy điểm xa nhất trên trái Trái Đất có thể nhận được tín hiệu cách hành tinh đó xấp xỉ 41.697 km (Bốn một ngàn sáu trăm chín bảy km)

b, Một cốc nước có dạng hình trụ với đường kính đáy bằng 8 cm, chiều cao 12 cm và đang chứa lượng nước cao 10 cm. Người ta thả một viên bi bằng thép đặc (không thấm nước) có thể tích là $V = 4\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ vào trong cốc. Hỏi mực nước trong cốc lúc này cao bao nhiêu cm và nước có bị tràn ra ngoài không? (Giả sử độ dày của thành cốc không đáng kể).



HƯỚNG DẪN CHẤM.

Thể tích nước đang có trong cốc là:

$$V = \pi(8 : 2)^2 \cdot 10 \approx 503 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Vì thể tích mực nước dâng lên bằng thể tích viên bi $V_{\text{nước dâng}} = \pi r^2 \cdot h_1 = 4\pi$

Suy ra $h_1 = 0,25 \text{ (cm)}$

Mực nước trong cốc sau khi thả viên bi là: $10 + 0,25 = 10,25 \text{ cm} < 12 \text{ cm}$

Vậy nước không bị tràn ra ngoài.

Câu 5 (2,0 điểm):

a) Bác An mua hai loại mặt hàng và phải trả tổng cộng 1 650 000 đồng, trong đó đã tính 150 000 đồng tiền thuế giá trị gia tăng (viết tắt là VAT). Biết rằng thuế VAT của mặt hàng thứ nhất là 12%; thuế VAT của mặt hàng thứ hai là 9%. Hỏi nếu không kể thuế VAT thì bác An phải trả bao nhiêu tiền cho mỗi loại hàng?

b) Theo kế hoạch, một công nhân phải hoàn thành 60 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng do cải tiến kỹ thuật nên mỗi giờ người công nhân đó đã làm thêm được 2 sản phẩm. Vì vậy, chẳng những người công nhân đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 30 phút mà còn vượt mức 3 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người công nhân đó phải làm bao nhiêu sản phẩm? (Giả định số sản phẩm người đó làm được trong mỗi giờ là bằng nhau)

HƯỚNG DẪN CHẤM.

a, Gọi giá tiền mặt hàng thứ nhất chưa tính thuế VAT là x (đồng; $0 < x < 1500000$)

Giá tiền mặt hàng thứ hai chưa tính thuế VAT là y (đồng; $0 < y < 1500000$)

Tổng số tiền hàng chưa tính thuế là $1650000 - 150000 = 1500000$ (đồng), ta có phương trình:

$$x + y = 1500000$$

Số tiền thuế VAT của mặt hàng thứ nhất là $0,12x$ (đồng)

Số tiền thuế VAT của mặt hàng thứ hai là $0,09y$ (đồng)

Tổng số tiền thuế VAT là 150000 đồng, ta có phương trình: $0,12x + 0,09y = 150000$

$$\begin{cases} x + y = 1500000 \\ 0,12x + 0,09y = 150000 \end{cases}$$

Ta có hệ phương trình:

Giải được $x = 500\,000$ (tmđk); $y = 1000000$ (**thỏa mãn điều kiện**)

Vậy giá tiền mặt hàng thứ nhất chưa tính thuế VAT là 500 000 đồng; giá tiền mặt hàng thứ hai chưa tính thuế VAT là 1 000 000 đồng

b, Gọi số sản phẩm người công nhân phải làm trong một giờ là x (sản phẩm; $x \in \mathbb{N}^*$)

$$\frac{60}{x}$$

Thời gian làm xong công việc theo kế hoạch là: $\frac{60}{x}$ (giờ)

Số sản phẩm phải làm trong một giờ theo thực tế là: $x + 2$ (sp)

Số sản phẩm làm được theo thực tế là: $60 + 3 = 63$ (sản phẩm)

$$\frac{63}{x+2}$$

Thời gian làm xong công việc theo kế hoạch là: $\frac{63}{x+2}$ (giờ)

$$\frac{60}{x} - \frac{63}{x+2} = \frac{1}{2}$$

Từ đề bài, lập được phương trình:

Giải đúng $x = -20$ (**không thỏa mãn điều kiện**); $x = 12$ (**thỏa mãn điều kiện**)

Số sản phẩm người công nhân phải làm trong một giờ là 12 sản phẩm

Câu 6 (2,0 điểm): Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) . Đường cao BE , CF cắt nhau tại H .

a) **Chứng minh** bốn điểm B, F, E, C cùng thuộc một đường tròn.

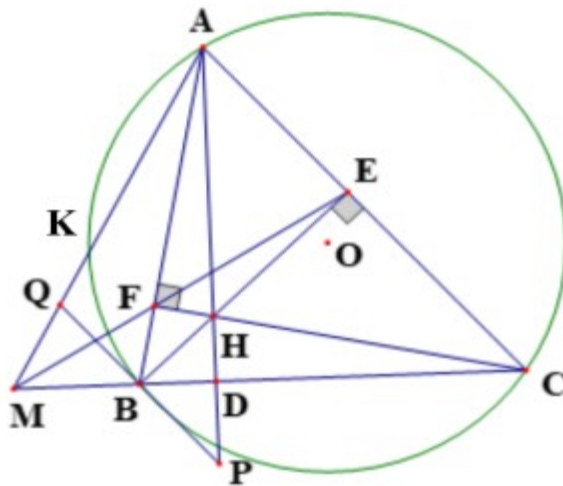
b) Tia EF cắt tia CB tại M . Gọi K là giao điểm của MA và đường tròn (O) .

Chứng minh $MF \cdot ME = MB \cdot MC$ và $\triangle MFA \sim \triangle MKE$.

c) Tia AH cắt BC tại D . Đường thẳng qua B và song song với AC , cắt tia AD tại P , cắt đoạn thẳng AM tại Q .

Chứng minh $BP = BQ$.

HƯỚNG DẪN CHẤM.



a) **Chứng minh** B, E, C thuộc đường tròn đường kính BC

Chứng minh B, F, C thuộc đường tròn đường kính BC

Vậy bốn điểm B, F, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC .

b) **Chứng minh**

$$MF \cdot ME = MB \cdot MC$$

$$MB \cdot MC = MK \cdot MA$$

Suy ra: $ME \cdot MF = MK \cdot MA$

Suy ra: $\triangle MFA \sim \triangle MKE$

c) **Chứng minh** được H là trực tâm $\triangle ABC$

suy ra bốn điểm B, F, D, H cùng thuộc đường tròn đường kính BH

Suy ra $\widehat{HFD} = \widehat{HBD}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HD)

Xét đường tròn đường kính BC có $\widehat{EFC} = \widehat{EBC}$

Khi đó FC là tia phân giác $\widehat{EFD}$

Chứng minh được FB là phân giác trong tại đỉnh F của tam giác FMD

Mà FC là phân giác ngoài tại đỉnh F tam giác FMD

$$\text{Suy ra } \frac{CD}{CM} = \frac{BD}{BM}$$

$$\text{nên } \frac{BM}{CM} = \frac{BD}{CD}$$

Áp dụng hệ quả định lý **THALES** có: $\frac{BD}{CD} = \frac{BP}{AC}; \frac{MB}{MC} = \frac{QB}{AC}$

$$\text{Suy ra } \frac{BP}{AC} = \frac{QB}{AC} \text{ . Vậy } BP = BQ$$

----- **HẾT** -----

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 8

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (1,5 điểm):

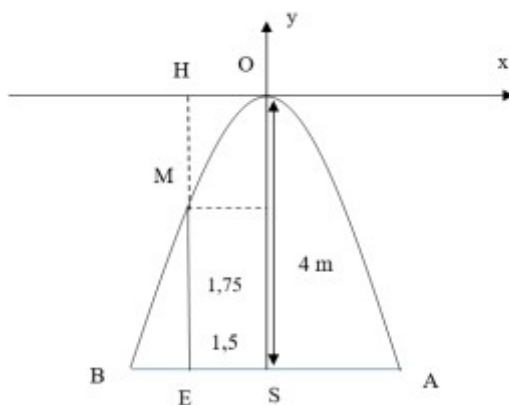
a, Cho hai biểu thức: $A = \frac{x+7}{3\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{7\sqrt{x}+3}{9-x}$ ($x > 0, x \neq 9$) Rút gọn biểu thức B

b, Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = A.B$

c, Thực hiện phép tính: $\sqrt{72} - 2\sqrt{98} - 3\sqrt{8} + 5\sqrt{18}$

Câu 2 (2,0 điểm):

a, Ở một điểm cao trên tháp cách mặt đất 1,75m nhà thiết kế có đặt một vòi phun nước. Biết rằng đường đi của các giọt nước sau khi ra khỏi vòi có dạng đường cong parabol và lên cao nhất được 4 m. Hỏi nước rơi xuống đất cách chân tháp bao nhiêu mét?



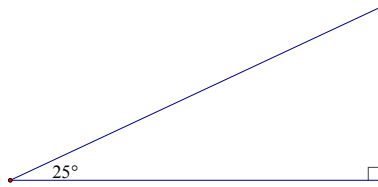
b, Cho phương trình $x^2 - (m-3)x - 4 = 0$. với x là ẩn số , m là tham số

Tìm m phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $\sqrt{x_1^2 + 2020} - x_1 = \sqrt{x_2^2 + 2020} + x_2$.

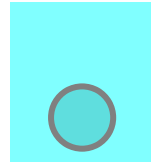
Câu 3 (1,0 điểm): Một chiếc hộp chứa 3 viên bi: 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ, 1 viên bi vàng. Các viên bi có cùng kích thước và cùng khối lượng. Bạn An lần lượt lấy ra một cách ngẫu nhiên từng viên bi từ trong hộp cho đến khi hết bi. Tính xác suất của biến cố A: “Viên bi màu xanh được lấy ra cuối cùng”.

Câu 4 (1,5 điểm):

a, Một máy bay cất cánh theo phương có góc nâng là 25° so với mặt đất. Hỏi muốn đạt độ cao 250 mét so với mặt đất thì máy bay phải bay lên một đoạn đường là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị).



b, Có một cốc hình trụ có đường kính đáy bằng 10 cm đựng nước với mực nước trong cốc cao 15 cm và một viên bi sắt hình cầu có bán kính là 2 cm. Nếu thả viên bi vào cốc thì lượng nước trong cốc dâng lên bao nhiêu milimet, biết rằng viên bi chìm hẳn trong nước và nước không bị tràn ra ngoài ?



Câu 5 (2,0 điểm):

a, Một ca nô xuôi dòng từ A đến B cách nhau 63 km, rồi ngược dòng trở lại 56 km. Tổng thời gian cả đi lẫn về của ca nô hết 3 giờ 45 phút. Tính vận tốc thực của ca nô biết vận tốc dòng nước là 4 km/h.

b, Một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 10 cm, độ dài hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 2 cm. Tính độ dài cạnh góc vuông nhỏ.

Câu 6 (2,0 điểm): Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$ và C là điểm bất kì nằm trên nửa đường tròn sao cho C khác A và $AC < CB$. Điểm D thuộc cung nhỏ BC sao cho $\angle COD = 90^\circ$. Gọi E là giao điểm của AD và BC , F là giao điểm của AC và BD , I là trung điểm của EF .

a) **Chứng minh:** $CEDF$ là tứ giác nội tiếp.

b) **Chứng minh:** $FC.FA = FD.FB$ và IC là tiếp tuyến của (O) .

c) Khi vị trí điểm C thay đổi thỏa mãn điều kiện bài toán, điểm E thuộc đường tròn cố định nào?

----- **HẾT** -----

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1 (1,5 điểm):

a, Cho hai biểu thức: $A = \frac{x+7}{3\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{7\sqrt{x}+3}{9-x}$ ($x > 0, x \neq 9$) Rút gọn biểu thức B

b, Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = A.B$

c, Thực hiện phép tính: $\sqrt{72} - 2\sqrt{98} - 3\sqrt{8} + 5\sqrt{18}$

HƯỚNG DẪN CHẤM.

$$B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

a, Học sinh rút gọn biểu thức:

$$P = A.B = \frac{x+7}{3\sqrt{x}} \cdot \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} = \frac{x+7}{\sqrt{x}+3} = \frac{x-9+16}{\sqrt{x}+3} = \sqrt{x}+3 + \frac{16}{\sqrt{x}+3} - 6$$

b, Tính được:

Áp dụng bất đẳng thức **CAUCHY**:

$$P = \sqrt{x} + 3 + \frac{16}{\sqrt{x} + 3} - 6 \geq 2\sqrt{16} - 6 = 2$$

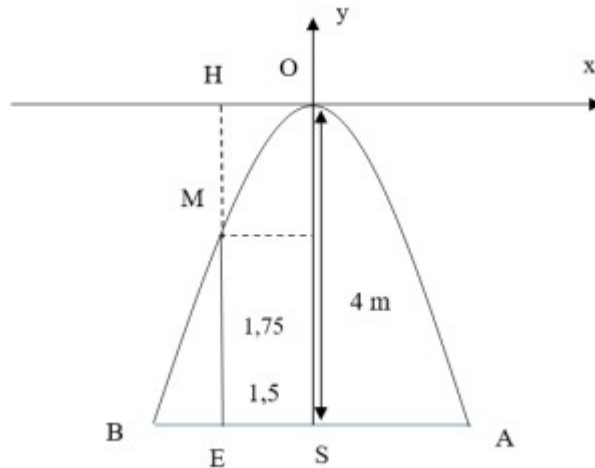
$$P_{\min} = 2 \text{ khi } (\sqrt{x} + 3)^2 = 16 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (tmdk)}.$$

$$\sqrt{72} - 2\sqrt{98} - 3\sqrt{8} + 5\sqrt{18} = 6\sqrt{2} - 2.7\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 5.3\sqrt{2} = \sqrt{2}.$$

c,

Câu 2 (2,0 điểm):

a, Ở một điểm cao trên tháp cách mặt đất 1,75m nhà thiết kế có đặt một vòi phun nước. Biết rằng đường đi của các giọt nước sau khi ra khỏi vòi có dạng đường cong parabol và lên cao nhất được 4 m. Hỏi nước rơi xuống đất cách chân tháp bao nhiêu mét?



HƯỚNG DẪN CHẤM.

$$(P): y = ax^2 \quad (a < 0)$$

Đường đi của các giọt nước sau khi ra khỏi vòi là parabol có dạng:

$$MH = HE - ME = 4 - 1,75 = 2,25 \Rightarrow M(-1,5; -2,25) \in (P): y = ax^2$$

$$\Rightarrow -2,25 = a \cdot (-1,5)^2 \Rightarrow a = \frac{-2,25}{(-1,5)^2} = -1 \quad (P): y = -x^2$$

$$\Rightarrow A(x_1; -4) \in (P): y = -x^2 \Rightarrow -4 = -x_M^2 \Rightarrow x_M^2 = 4 \Rightarrow x_M = \sqrt{4} = 2 \text{ m}$$

$$EA = ES + SA = 2 + 1,5 = 3,5$$

Vậy nước rơi xuống đất cách chân tháp một khoảng là 3,5 m.

b, Cho phương trình $x^2 - (m-3)x - 4 = 0$ với x là ẩn số, m là tham số

Tìm m phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $\sqrt{x_1^2 + 2020} - x_1 = \sqrt{x_2^2 + 2020} + x_2$.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

$$\text{Ta có: } x^2 - (m-3)x - 4 = 0 \quad (1)$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì: $\Delta = (m-3)^2 + 4 > 0 \forall m$.

Vậy với $\forall m$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Theo định lý VIỆT ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m-3 \\ x_1 \cdot x_2 = -4 \end{cases}$$

$$\text{Theo Câu ra ta có: } \sqrt{x_1^2 + 2020} - x_1 = \sqrt{x_2^2 + 2020} + x_2 \Rightarrow \sqrt{x_1^2 + 2020} - \sqrt{x_2^2 + 2020} = x_1 + x_2$$

Ta lại có: $\sqrt{x_1^2 + 2020} - x_1 = \sqrt{x_2^2 + 2020} + x_2$

$$\Leftrightarrow \frac{2020}{\sqrt{x_1^2 + 2020} + x_1} - \frac{2020}{\sqrt{x_2^2 + 2020} - x_2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2020\sqrt{x_2^2 + 2020} - 2020x_2 - 2020\sqrt{x_1^2 + 2020} - 2020x_1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2020 \cdot (\sqrt{x_2^2 + 2020} - \sqrt{x_1^2 + 2020}) - 2020(x_1 + x_2) = 0$$

$$\text{Mà } \sqrt{x_1^2 + 2020} - \sqrt{x_2^2 + 2020} = x_1 + x_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0$$

$$\text{Mà } x_1 + x_2 = m - 3 \Rightarrow m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 3$$

Vậy $m = 3$ là giá trị cần tìm.

Câu 3 (1,0 điểm): Một chiếc hộp chứa 3 viên bi: 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ, 1 viên bi vàng. Các viên bi có cùng kích thước và cùng khối lượng. Bạn An lần lượt lấy ra một cách ngẫu nhiên từng viên bi từ trong hộp cho đến khi hết bi. Tính xác suất của biến cố A: “Viên bi màu xanh được lấy ra cuối cùng”.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Không gian mẫu của phép thử là:

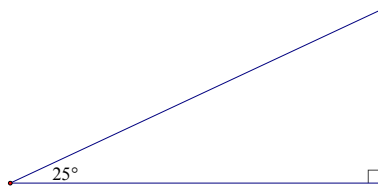
$$\Omega = \{(\text{xanh}, \text{đỏ}, \text{vàng}); (\text{xanh}, \text{vàng}, \text{đỏ}); (\text{vàng}, \text{xanh}, \text{đỏ}); (\text{vàng}, \text{đỏ}, \text{xanh}); (\text{đỏ}, \text{vàng}, \text{xanh}); (\text{đỏ}, \text{xanh}, \text{vàng})\}.$$

Có hai kết quả thuận lợi cho biến cố A là: (vàng, đỏ, xanh), (đỏ, vàng, xanh)

Vì các kết quả là đồng khả năng nên xác suất biến cố A là: $P(A) = \frac{1}{3}$

Câu 4 (1,5 điểm):

a, Một máy bay cất cánh theo phương có góc nâng là 25° so với mặt đất. Hỏi muốn đạt độ cao 250 mét so với mặt đất thì máy bay phải bay lên một đoạn đường là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị).



HƯỚNG DẪN CHẤM.

Trong tam giác ABC vuông tại B có

$$AC = BC : \sin 25^\circ = 250 : \sin 25^\circ \approx 592 \text{ (m)}.$$

Vậy muốn đạt độ cao 250 mét so với mặt đất thì máy bay phải bay lên một đoạn đường là 592 mét.

b, Có một cốc hình trụ có đường kính đáy bằng 10 cm đựng nước với

mực nước trong cốc cao 15 cm và một viên bi sắt hình cầu có bán kính là

2 cm. Nếu thả viên bi vào cốc thì lượng nước trong cốc dâng lên bao

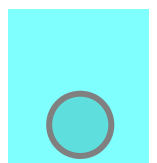
hiệu milimet, biết rằng viên bi chìm hẳn trong nước và nước không bị tràn ra ngoài ?

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Bán kính đáy cốc là: $R = 10:2 = 5 \text{ (cm)}$

Thể tích nước trong cốc là:

$$V = \pi R^2 h \approx 3,14 \cdot 5^2 \cdot 15 = 1177,5 \text{ (cm}^3\text{)}$$



Thể tích của viên bi là: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

Đổi $\frac{32}{3}\pi \text{ cm}^3 = \frac{32\,000}{3}\pi \text{ mm}^3$

$$\pi R^2 x = \frac{32\,000}{3}\pi$$

Gọi chiều cao mực nước dâng lên là x (mm), ta có:

suy ra $x = \frac{32\,000}{3 \cdot R^2} = \frac{32\,000}{3 \cdot 50^2} \approx 4 \text{ (mm)}$

Câu 5 (2,0 điểm):

a, Một ca nô xuôi dòng từ A đến B cách nhau 63 km, rồi ngược dòng trở lại 56 km. Tổng thời gian cả đi lẫn về của ca nô hết 3 giờ 45 phút. Tính vận tốc thực của ca nô biết vận tốc dòng nước là 4 km/h.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Gọi vận tốc thực của ca nô là x (km/h; $x > 4$)

Vận tốc ca nô khi xuôi dòng là $x + 4$ (km/h)

Vận tốc ca nô khi ngược dòng là $x - 4$ (km/h)

Thời gian ca nô đi xuôi dòng từ A đến B là: $\frac{63}{x+4}$ (h)

Thời gian ca nô đi ngược dòng là: $\frac{56}{x-4}$ (h)

Theo đề bài, tổng thời gian cả đi lẫn về của ca nô hết 3 giờ 45 phút ($= \frac{15}{4}$ giờ). Ta có phương trình:

$$\frac{63}{x+4} + \frac{56}{x-4} = \frac{15}{4}$$

Giải ra, ta được: $x = 32$ (**thỏa mãn**) và $x = \frac{-4}{5}$ (**Không thỏa mãn**)

Vậy vận tốc thực của ca nô là 32 km/h

b, Một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng 10 cm, độ dài hai cạnh góc vuông hơn kém nhau 2 cm. Tính độ dài cạnh góc vuông nhỏ.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Gọi độ dài cạnh góc vuông nhỏ là x ($x > 0$)

thì cạnh góc vuông lớn là $x + 2$ (cm)

$$x^2 + (x+2)^2 = 100$$

Theo định lý Pythagore, ta có :

Giải phương trình, ta được $x_1 = 6$ (tm); $x_2 = -8$ (loại)

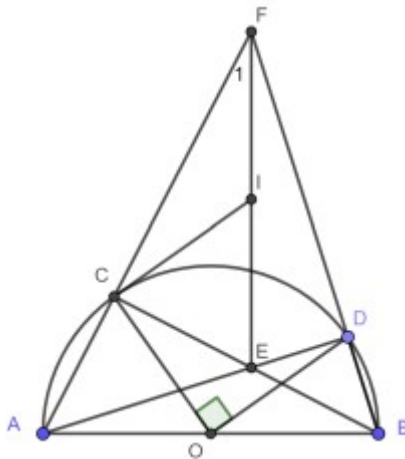
Độ dài cạnh góc vuông nhỏ là: 6cm.

Câu 6 (2,0 điểm): Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$ và C là điểm bất kì nằm trên nửa đường tròn sao cho C khác A và $AC < CB$. Điểm D thuộc cung nhỏ BC sao cho $\angle COD = 90^\circ$. Gọi E là giao điểm của AD và BC, F là giao điểm của AC và BD, I là trung điểm của EF.

a) **Chứng minh:** CEDF là tứ giác nội tiếp.

b) **Chứng minh:** $FC \cdot FA = FD \cdot FB$ và IC là tiếp tuyến của (O).

c) Khi vị trí điểm C thay đổi thỏa mãn điều kiện bài toán, điểm E thuộc đường tròn cố định nào?



a, Xét (O) có:

+ $\angle ACB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $BC \perp AF$, suy ra $\angle ECF = 90^\circ$

$$CI = IE = IF = \frac{EF}{2}$$

$\triangle ECF$ vuông tại C có CI là đường trung tuyến nên

+ $\angle ADB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $AD \perp BF$, suy ra $\angle EDF = 90^\circ$

$$DI = IE = IF = \frac{EF}{2}$$

$\triangle EDF$ vuông tại D có DI là đường trung tuyến nên

Khi đó $CI = DI = IE = IF$, suy ra 4 điểm C, D, E, F cùng thuộc đường tròn tâm I đường kính EF.

Vậy tứ giác CEDF là tứ giác nội tiếp.

b, Chứng minh được $\triangle FDA$ đồng dạng với $\triangle FCB$ (g.g)

nên $\frac{FA}{FB} = \frac{FD}{FC}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

suy ra $FC \cdot FA = FD \cdot FB$ (đpcm)

- Ta có $CI = IF$ (cmt) nên $\triangle ICF$ cân tại I, suy ra $\angle F_1 = \angle FCI$ (1)

Xét $\triangle OAC$ cân tại O nên $\angle CAO = \angle OCA$ (2)

Xét $\triangle ABF$ ta có BC, AD là hai đường cao cắt nhau tại E

Nên E là trực tâm của $\triangle ABF$

Do đó $EF \perp AB$, suy ra $\angle F_1 + \angle CAO = 90^\circ$ (3)

Từ (1); (2); (3) suy ra $\angle ICF + \angle OCA = 90^\circ$

Do đó $\angle OCI = 90^\circ$ hay $OC \perp CI$

Vậy CI là tiếp tuyến của đường tròn (O)

c,

$$\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 180^\circ$$

$\theta_c = 90^\circ$

$$n\hat{e}n\left[\theta_1+\theta_3=90^{\circ}\right]$$

$$DAB = \frac{1}{2} O_1$$

$$\square ABC = \frac{1}{2} \square O_3$$

$$\widehat{DAB} + \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$$

Xét (O) ta có:

Xét $\triangle AEB$ ta có $\widehat{DAB} + \widehat{ABC} = 45^\circ$ nên $\widehat{AEB} = 135^\circ$

Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với AE tại A, qua B kẻ đường thẳng vuông góc với BE tại B, hai đường thẳng này cắt nhau tại K.

Ta chứng minh được tứ giác $EAKB$ nội tiếp. **Suy ra** $\angle AKB + \angle AEB = 180^\circ$

Mà $\widehat{AEB} = 135^\circ$ nên $\widehat{AKB} = 45^\circ$

Gọi H là trung điểm của EK .

Xét đường tròn tâm H đường kính EK có $\widehat{AKB} = \frac{1}{2} \widehat{AHB}$, suy ra $\widehat{AHB} = 90^\circ$

Xét $\triangle AHB$ vuông tại H có $HA = HB$ (bán kính đường tròn tâm H) nên $\triangle AHB$ vuông cân tại H .

Mà đoạn thẳng AB cố định nên H cố định.

Áp dụng định lí **PYTHAGORE** vào $\triangle AHB$ ta có:

$$HA^2 + HB^2 = AB^2$$

$$2HA^2 = 4R^2$$

$$HA^2 = 2R^2$$

$HA = \sqrt{2}R$ Vậy khi C thay đổi thì E chạy trên đường tròn $(H; \sqrt{2}R)$ cố định.

----- **HẾT** -----

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 9

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (1,5 điểm):

a, Cho hai biểu thức và $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$; $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x}{x-9}$ với $x > 0; x \neq 9$.. Rút gọn biểu thức B

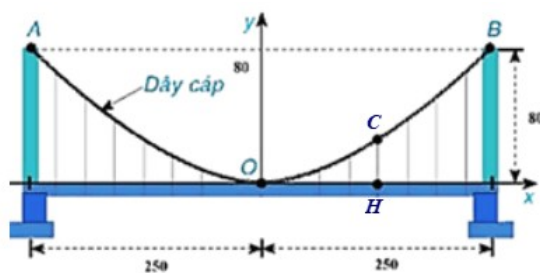
b, Tìm các giá trị nguyên của x để $P < 0$ với $P = A.B$.

$$A = (\sqrt{26} + 5\sqrt{2})\sqrt{19 - 5\sqrt{13}}$$

c) Thực hiện phép tính :

Câu 2 (2,0 điểm):

a, Một cây cầu treo có trụ tháp đôi cao 80 m so với mặt của cây cầu và cách nhau 500 m. Các dây cáp có dạng đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) như hình vẽ và được treo trên các đỉnh tháp. Hãy xác định hàm số đó và tính xem độ cao CH của cáp treo là bao nhiêu khi thanh nối tại điểm H cách tâm O của cây cầu một khoảng bằng 125 m.



b, Cho phương trình $2x^2 + (2m-1)x + m - 1 = 0$ với m là tham số.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $4x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 = 1$.

Câu 3 (1,0 điểm): Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ có 2 chữ số. Xét biến cố A: “Số tự nhiên viết ra là bình phương của một số tự nhiên”.



Tính xác suất của biến cố A.

Câu 4 (1,5 điểm):

a, Một bánh xe có dạng hình tròn bán kính 20cm lăn đến bức tường hợp với mặt đất một góc 60° . Hãy tính khoảng cách ngắn nhất từ tâm bánh xe đến góc tường.

b, Bạn Toán đi mua giúp bố cây lăn sơn ở cửa hàng nhà bác Học. Một cây lăn sơn tường có dạng một khối trụ với bán kính

đáy là 5 cm và chiều cao là 23 cm (hình vẽ bên). Nhà sản xuất cho biết sau khi lăn 1000 vòng thì cây sơn tường có thể bị

hỏng. Hỏi bạn Toán cần mua ít nhất mấy cây lăn sơn tường biết diện tích tường mà bố bạn Toán cần sơn là 100 m^2 .



Câu 5 (2,0 điểm):

a) Một người gửi tiết kiệm 10 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,6% một tháng. Người đó rút lãi đều đặn mỗi tháng. Hỏi sau một năm người đó được bao nhiêu tiền gồm cả vốn và lãi?

b) Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với

tháng thứ nhất. Vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Câu 6 (2,0 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

a) **Chứng minh** bốn điểm A, B, D, E cùng thuộc một đường tròn..

b) **Chứng minh** $DB \cdot DC = DH \cdot DA$.

c) Đường thẳng AO cắt đường tròn tâm O tại điểm K khác điểm A. Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng HK và BC. **Chứng minh** I là trung điểm của đoạn thẳng BC.

----- **HẾT** -----

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1 (1,5 điểm):

a, Cho hai biểu thức và $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$; $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x}{x-9}$ với $x > 0; x \neq 9$.. Rút gọn biểu thức B

b, Tìm các giá trị nguyên của x để $P < 0$ với $P = A \cdot B$.

$$A = (\sqrt{26} + 5\sqrt{2})\sqrt{19 - 5\sqrt{13}}$$

c) Thực hiện phép tính :

HƯỚNG DẪN CHẤM.

a, Ta có:

$$B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x}{x-9}$$

Ta có:

$$B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + \sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - 2x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{2x - 6\sqrt{x} + x + 3\sqrt{x} - 2x}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{x - 3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

$$P = A.B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}$$

b, Ta có:

$$\text{Để } P < 0 \text{ thì } \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} < 0$$

$$\text{Vì } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 9 \end{cases} \text{ Nên } \sqrt{x}+3 > 0$$

$$\text{Do đó: } \sqrt{x}-2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$$

Kết hợp với điều kiện $x > 0$, ta có: $0 < x < 4$.

Vì x nhận giá trị nguyên nên $x \in \{1; 2; 3\}$.

$$\text{c) } A = (\sqrt{26} + 5\sqrt{2})\sqrt{19-5\sqrt{13}} = (\sqrt{13}+5)\sqrt{2}\sqrt{19-5\sqrt{13}}$$

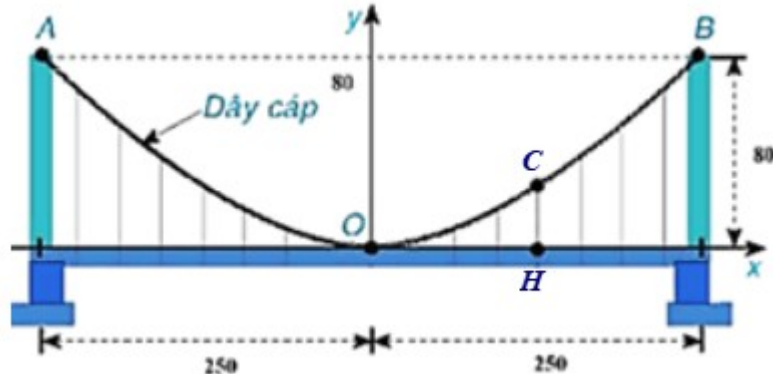
$$A = (\sqrt{13}+5)\sqrt{38-10\sqrt{13}} = (\sqrt{13}+5)\sqrt{(\sqrt{13}-5)^2}$$

$$A = (\sqrt{13}+5)(5-\sqrt{13})$$

$$A = 12$$

Câu 2 (2,0 điểm):

a, Một cây cầu treo có trụ tháp đôi cao 80 m so với mặt của cây cầu và cách nhau 500 m. Các dây cáp có dạng đồ thị của hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) như hình vẽ và được treo trên các đỉnh tháp. Hãy xác định hàm số đó và tính xem độ cao CH của cáp treo là bao nhiêu khi thanh nối tại điểm H cách tâm O của cây cầu một khoảng bằng 125 m.



HƯỚNG DẪN CHẤM.

Điểm cao nhất của cầu là điểm A(-250; 80) và B(250; 80).

Thay $x = 250$, $y = 80$ vào hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$), ta có:

$$80 = a \cdot 250^2$$

$$80 = a \cdot 62500$$

$$a = 43125 = 0,00128 \text{ (thỏa mãn).}$$

Như vậy, hàm số cần tìm là: $y = 0,00128x^2$.

- Chiều cao của dây cáp là giá trị của hàm số $y = 0,00128x^2$ khi $x = 125$.

Vậy chiều cao CH của dây cáp tại đó là: $0,00128 \cdot 125^2 = 20$ (m).

b, Cho phương trình $2x^2 + (2m-1)x + m-1 = 0$ với m là tham số.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $4x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 = 1$.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Phương trình có biệt thức $\Delta = (2m-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (m-1) = (2m-3)^2 \geq 0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m .

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2m-1}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{m-1}{2} \end{cases}$$

Theo định lý Viet, ta có:

$$\text{Điều kiện đề bài } 4x_1^2 + 2x_1x_2 + 4x_2^2 = 1 \Leftrightarrow 4(x_1 + x_2)^2 - 6x_1x_2 = 1. \text{ Từ đó ta có: } (1-2m)^2 - 3(m-1) = 1$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 7m + 3 = 0.$$

Phương trình này có tổng các hệ số $a+b+c = 4+(-7)+3=0$ nên phương trình này có các nghiệm

$$m_1 = 1, \quad m_2 = \frac{3}{4}.$$

Vậy các giá trị cần tìm của m là $m = 1, \quad m = \frac{3}{4}.$

Câu 3 (1,0 điểm): Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ có 2 chữ số. Xét biến cố A : “Số tự nhiên viết ra là bình

phương của một số tự nhiên”.



Tính xác suất của biến cố A.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

- Không gian mẫu của phép thử “Viết ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ có 2 chữ số” là: $\Omega = \{11; 13; 15; \dots; 97; 99\}$

- Số phần tử của tập hợp Ω là: $\frac{99-11}{2} + 1 = 45$ (phần tử)

- Các kết quả thuận lợi của biến cố A: “Số tự nhiên viết ra là bình phương của 1 số tự nhiên” là: $\{25; 49; 81\}$.

Biến cố này gồm 3 phần tử.

- Xác suất của biến cố A là: $3 : 45 = \frac{1}{15}$

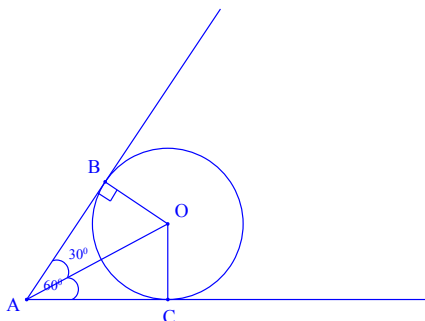
Câu 4 (1,5 điểm):

a, : Một bánh xe có dạng hình tròn bán kính 20cm lăn đến bức tường hợp với mặt đất một góc 60° . Hãy tính khoảng cách ngắn nhất từ tâm bánh xe đến góc tường.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Khi bánh xe chạm tới bức tường thì không thể di chuyển vào thêm được nữa. Điều này có nghĩa khoảng cách của tâm bánh xe đến góc tường ngắn nhất là khi bánh xe tiếp xúc với bức tường và mặt đất.

Hình vẽ minh họa bài toán:



Ta có: $OB = OC = 20\text{cm}$ (gt)

$$\widehat{BAC} = 60^\circ \text{ (gt)}$$

$$\widehat{OAB} = \frac{1}{2} \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ \quad (\text{tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau})$$

Xét $\triangle OAB$ vuông tại B (vì AB tiếp tuyến của (O) nên AB $\perp$ OB)

$$\Rightarrow \sin \widehat{AO} = \frac{OB}{OA} \quad (\text{tỉ số lượng giác góc nhọn})$$

$$\Rightarrow OA = \frac{OB}{\sin \widehat{AO}} = \frac{20}{\sin 30^\circ} = 40 \text{ cm}$$

Vậy khoảng cách ngắn nhất từ tâm bánh xe đến góc tường là 40cm.

- b, Bạn Toán đi mua giúp bố cây lăn sơn ở cửa hàng nhà bác Học. Một cây lăn sơn tường có dạng một khối trụ với bán kính đáy là 5 cm và chiều cao là 23 cm (hình vẽ bên). Nhà sản xuất cho biết sau khi lăn 1000 vòng thì cây sơn tường có thể bị hỏng. Hỏi bạn Toán cần mua ít nhất mấy cây lăn sơn tường biết diện tích tường mà bố bạn Toán cần sơn là 100 m^2 . (Cho $\pi = 3,14$)



HƯỚNG DẪN CHẤM.

$$\text{Đổi } 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}, \quad 23 \text{ cm} = 0,23 \text{ m}.$$

Diện tích tường được sơn khi lăn cây lăn sơn 1 vòng bằng diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính 0,05 m và chiều cao 0,23 m.

$$\text{Diện tích xung quanh của hình trụ bằng: } S_{xq} = 2\pi rh = 2 \times 3,14 \times 0,05 \times 0,23 = 0,023\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\text{Diện tích mỗi cây sơn có thể sơn được là } 1000 \times S_{xq} = 23\pi \text{ (m}^2\text{)}.$$

$$\text{Vì } \frac{100}{23\pi} \approx 1,38 \text{ nên số cây lăn sơn tối thiểu cần phải mua là 2 cây.}$$

Câu 5 (2,0 điểm):

a) Một người gửi tiết kiệm 10 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,6% một tháng. Người đó rút lãi đều đặn mỗi tháng. Hỏi sau một năm người đó được bao nhiêu tiền gồm cả vốn và lãi?

b) Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng thứ nhất. Vì vậy hai tổ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

HƯỚNG DẪN CHẤM.

$$\text{a, Số tiền lãi nhận được mỗi tháng là: } 10\,000\,000 \cdot \frac{0,6}{100} = 60\,000 \text{ (đồng)}$$

$$\text{Số tiền lãi nhận được sau 1 năm (12 tháng) là: } 12 \cdot 60\,000 = 720\,000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền cả vốn lẫn lãi mà người đó nhận được sau 1 năm là: $10\,000\,000 + 720\,000 = 10\,720\,000$ (đồng)

b, Gọi số chi tiết máy của tổ I sản xuất được trong tháng thứ nhất là x (chi tiết, $x \in \mathbb{N}$)

Gọi số chi tiết máy của tổ II sản xuất được trong tháng thứ nhất là y (chi tiết, $y \in \mathbb{N}$)

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 900 chi tiết máy có phương trình $x + y = 900$ (1)

Tháng thứ hai tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 10% so với tháng thứ nhất. Vì vậy hai tổ đã sản xuất được

1010 chi tiết máy, ta có phương trình $\frac{115x}{100} + \frac{110y}{100} = 100$ (2)

Từ (1) và (2) ta được hệ
$$\begin{cases} x + y = 900 \\ \frac{115x}{100} + \frac{110y}{100} = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 500 \end{cases}$$
 (thỏa mãn điều kiện)

Vậy trong tháng thứ nhất tổ I sản xuất được 400 chi tiết, tổ II sản xuất được 500 chi tiết máy

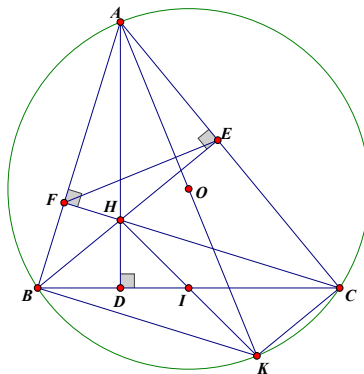
Câu 6 (2,0 điểm): Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

a) **Chứng minh** bốn điểm A, B, D, E cùng thuộc một đường tròn..

b) **Chứng minh** $DB \cdot DC = DH \cdot DA$.

c) Đường thẳng AO cắt đường tròn tâm O tại điểm K khác điểm A. Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng HK và BC. **Chứng minh** I là trung điểm của đoạn thẳng BC.

HƯỚNG DẪN CHẤM.



a) Ta có: $\angle ADB = 90^\circ$ (vì $AD \perp BC$)

$\angle AEB = 90^\circ$ (vì $BE \perp AC$)

Xét tứ giác ABDF có $\angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$

mà D và F là 2 đỉnh kề nhau cùng cạnh AB

dưới 1 góc vuông

Nên 4 điểm A, B, D, E cùng thuộc một đường tròn.

b) Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABDF có

$\angle EBD$ là góc nội tiếp chắn cung DE

$\angle EAD$ là góc nội tiếp chắn cung DE

Nên $\widehat{EBD} = \widehat{EAD}$ (Hệ quả góc nội tiếp) hay $\widehat{HBD} = \widehat{CAD}$

Xét $\triangle BHD$ và $\triangle ACD$ có $\widehat{HDB} = \widehat{CDA} = 90^\circ$

$\widehat{HBD} = \widehat{CAD}$ (cmt)

Do đó $\triangle BHD$ đồng dạng với $\triangle ACD$ (g-g) Suy ra $\frac{DB}{AD} = \frac{DH}{DC} \Rightarrow DB \cdot DC = DH \cdot DA$

c) **Chứng minh** I là trung điểm của đoạn thẳng BC.

Xét đường tròn (O) có:

$\widehat{ABK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), do đó $KB \perp AB$.

Mặt khác: $CH \perp AB$ (giả thiết)

Suy ra: $KB \parallel CH$ (quan hệ vuông góc song song) (1)

Xét đường tròn (O) có: $\widehat{ACK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), do đó $KC \perp AC$.

Mặt khác: $BH \perp AC$ (giả thiết) Suy ra: $KC \parallel BH$ (quan hệ vuông góc song song) (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác BHCK là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết),

Suy ra hai đường chéo BC và HK cắt nhau tại trung điểm mỗi đường (tính chất).

Mà I là giao điểm của BC và HK nên I là trung điểm của BC.

----- **HẾT** -----

ĐỀ THAM KHẢO SỐ 10

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (1,5 điểm):

a, Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{4}{\sqrt{x}-4} \right) : \frac{x+16}{\sqrt{x}+2}$ (với $x \geq 0, x \neq 16$).. Rút gọn biểu thức B

b, Với các biểu thức A và B, hãy tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức $B(A-1)$ là nhận giá trị nguyên.

c) Thực hiện phép tính: $A = (\sqrt{5})^2 \cdot \sqrt{2} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$.

Câu 2 (2,0 điểm):

a, Một xe đẩy xếp các thùng hàng thành một khối hàng hình hộp chữ nhật có chiều rộng là 2,4 m muốn đi qua một cái cổng hình parabol (đồ thị của hàm số (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$)). Biết khoảng cách giữa hai cổng là 4 m, khoảng cách từ đỉnh cổng tới mỗi chân cổng là $2\sqrt{5}$ m (bỏ qua độ dày của cổng). Hỏi chiều cao của khối hàng không vượt quá bao nhiêu mét để có thể đi qua cổng (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)?

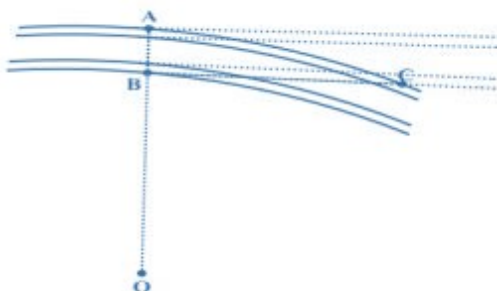
b, Cho phương trình $2x^2 - (m+3)x + m = 0$ (1) với m là tham số.

Chúng tỏ phương trình (1) có nghiệm với mọi giá trị của m . Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau: $A = |x_1 - x_2|$.

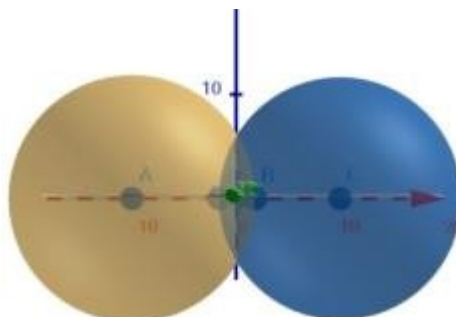
Câu 3 (1,0 điểm): Một hộp có 12 tấm thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số $1; 2; 3; \dots; 12$; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Xét phép thử “Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp” và biến cố M : “Thẻ được rút ra ghi số chia hết cho 3”. Tính xác suất của biến cố M ?

Câu 4 (1,5 điểm):

a, Để giúp xe lửa chuyển từ một đường ray từ hướng này sang một đường ray theo hướng khác, người ta làm xen giữa một đoạn đường ray hình vòng cung (hình bên). Biết chiều rộng của đường ray là $AB \approx 1,1m$, đoạn $BC \approx 28,4m$. Hãy tính bán kính $OA = R$ của đoạn đường ray hình vòng cung?



b, Công ty vàng bạc đá quý muốn làm một món đồ trang sức có hình hai hình cầu bằng nhau giao nhau như hình vẽ. Khối cầu có bán kính $25cm$ khoảng cách giữa hai tâm hình cầu là $40cm$. Giá mạ vàng $1m^2$ là 4700000 đồng. Nhà sản xuất muốn mạ vàng xung quanh món đồ trang sức đó. Tính số tiền cần dùng để mạ vàng khối trang sức



đó.

Câu 5 (2,0 điểm):

- a) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 1 giờ 30 phút sẽ đầy bể. Nếu mở vòi I chảy trong 15 phút rồi khóa lại và mở vòi thứ II chảy trong 20 phút thì được $\frac{1}{5}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy riêng thì bao lâu đầy bể?
- b) Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $720m^2$. Nếu tăng chiều dài thêm 6m, giảm chiều rộng đi 4m thì diện tích mảnh vườn không thay đổi. Tính các kích thước của mảnh vườn.

Câu 6 (2,0 điểm): Cho $(O;R)$ đường kính AB cố định. Dây CD vuông góc với AB tại H nằm giữa A và O . Lấy điểm F thuộc cung AC nhỏ. BF cắt CD tại I ; AF cắt tia DC tại K .

- a) **Chứng minh** rằng tứ giác $AHIF$ là tứ giác nội tiếp.

b) **Chứng minh** rằng: $HA.HB = HI.HK$.

c) Đường tròn ngoại tiếp Δ KIF cắt AI tại E. Chứng minh rằng khi H chuyển động trên đoạn OA thì E thuộc một đường tròn cố định.

----- **HẾT** -----
LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1 (1,5 điểm):

a, Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} + \frac{4}{\sqrt{x}-4} \right) : \frac{x+16}{\sqrt{x}+2}$ (với $x \geq 0, x \neq 16$).. Rút gọn biểu thức B

b, Với các biểu thức A và B, hãy tìm các giá trị nguyên của x để giá trị của biểu thức $B(A-1)$ là nhận giá trị nguyên.

c) Thực hiện phép tính : $A = (\sqrt{5})^2 \cdot \sqrt{2} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

a, Ta có:

Với $x \geq 0, x \neq 16$ ta có

$$B = \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)}{x-16} + \frac{4(\sqrt{x}+4)}{x-16} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{x+16} = \frac{(x+16)(\sqrt{x}+2)}{(x-16)(x+16)} = \frac{\sqrt{x}+2}{x-16}$$

$$B(A-1) = \frac{\sqrt{x}+2}{x-16} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+4-\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \right) = \frac{2}{x-16}$$

b, $B(A-1)$ nhận giá trị nguyên khi

$$(x-16) \in U(2)$$

$$(x-16) \in \{-2; -1; 1; 2\}$$

$$x \in \{14; 15; 17; 18\}$$

Kết hợp điều kiện, để $B(A-1)$ nhận giá trị nguyên thì $x \in \{14; 15; 17; 18\}$.

$$c) A = (\sqrt{5})^2 \cdot \sqrt{2} - \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$$

$$A = 3\sqrt{2} - \sqrt{2}$$

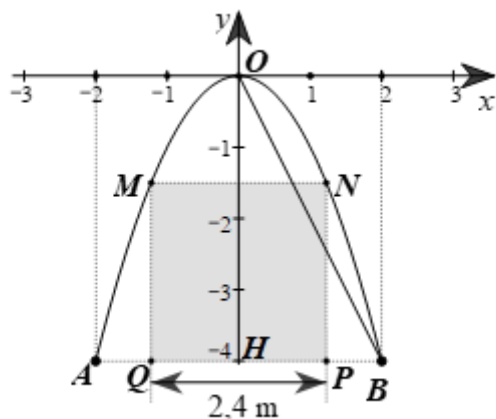
$$A = 2\sqrt{2}$$

Câu 2 (2,0 điểm):

a, Một xe đẩy xếp các thùng hàng thành một khối hàng hình hộp chữ nhật có chiều rộng là 2,4 m muốn đi qua một cái cổng hình parabol (đồ thị của hàm số (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$)). Biết khoảng cách giữa hai cổng là 4 m, khoảng cách từ đỉnh cổng tới mỗi chân cổng là $2\sqrt{5}$ m (bỏ qua độ dày của cổng). Hỏi chiều cao của khối hàng không vượt quá bao nhiêu mét để có thể đi qua cổng (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)?

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Ta mô hình hóa bài toán trên như hình vẽ sau:



Trong đó $OH = 4$ m, $OB = 2\sqrt{5}$ m và $MN = PQ = 2,4$ m.

Khi đó, $PH = \frac{1}{2}PQ = 1,2$ (m).

• Xét $\triangle OHB$ vuông tại H, theo định lí Pythagore, ta có:

$$OB^2 = OH^2 + HB^2$$

$$\text{Suy ra } HB^2 = OB^2 - OH^2 = (2\sqrt{5})^2 - 4^2 = 4.$$

Do $HB = 2$ (m).

Như vậy, ta có điểm $B(2; -4)$ thuộc parabol (P): $y = ax^2$ ($a \neq 0$).

Thay $x = 2$, $y = -4$ vào hàm số $y = ax^2$, ta được:

$$-4 = a \cdot 2^2$$

$$-4 = a \cdot 4$$

$$a = -1 \text{ (thỏa mãn } a \neq 0 \text{)}.$$

Do đó, hàm số (P): $y = -x^2$.

• Giả sử khối hàng MNPQ khi đi qua cổng thì vừa chạm vào cổng.

Khi đó, giả sử điểm $N(1,2; y_0)$ thuộc (P).

Thay $x = 1,2$ và $y = y_0$ vào hàm số $y = -x^2$, ta được:

$$y_0 = -(1,2)^2 = -1,44.$$

Do đó, $NP = 4 - 1,44 = 2,56$ (m).

Vậy chiều cao của khối hàng không vượt quá 2,5 mét để có thể đi qua cổng (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất và nếu khối hàng cao 2,6 m thì không đi qua cổng được).

b, Cho phương trình $2x^2 - (m+3)x + m = 0$ (1) với m là tham số.

Chúng ta phương trình (1) có nghiệm với mọi giá trị của m . Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau: $A = |x_1 - x_2|$.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

Phương trình có biệt thức $\Delta = (m+3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot m = m^2 - 2m + 9 = (m-1)^2 + 8 > 0$ với mọi m .

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{m+3}{2} \end{cases}$$

Do đó phương trình luôn có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó theo định lý Viet thì

$$\begin{aligned} \text{Biểu thức } A = |x_1 - x_2| &= \sqrt{(x_1 - x_2)^2} = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{\left(\frac{m+3}{2}\right)^2 - 4 \cdot \frac{m}{2}} = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{m^2 - 2m + 9} = \frac{1}{2} \sqrt{(m-1)^2 + 8} \end{aligned}$$

Do $(m-1)^2 \geq 0$ nên $\sqrt{(m-1)^2 + 8} \geq \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, suy ra $A \geq \sqrt{2}$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow m=1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $\sqrt{2}$, đạt được khi $m=1$.

Câu 3 (1,0 điểm): Một hộp có 12 tấm thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số $1; 2; 3; \dots; 12$; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Xét phép thử “Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp” và biến cố M : “Thẻ được rút ra ghi số chia hết cho 3”. Tính xác suất của biến cố M ?

HƯỚNG DẪN CHẤM.

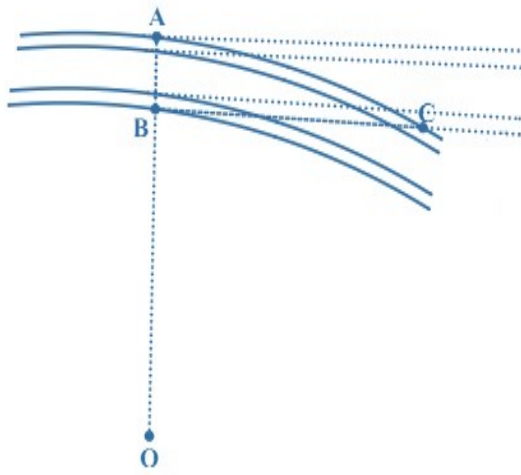
+ Tập hợp các kết quả có thể xảy ra khi thực hiện phép thử “Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp” là: $\{1; 2; 3; \dots; 12\}$; có 12 kết quả

+ Các kết quả thuận lợi cho biến cố M : “thẻ được rút ra ghi số chia hết cho 3” là: $\{3; 6; 9; 12\}$

+ Xác suất của biến cố M là: $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

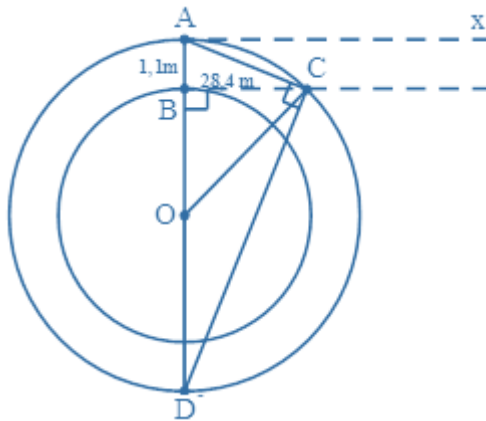
Câu 4 (1,5 điểm):

a, Để giúp xe lửa chuyển từ một đường ray từ hướng này sang một đường ray theo hướng khác, người ta làm xen giữa một đoạn đường ray hình vòng cung (hình bên). Biết chiều rộng của đường ray là $AB \approx 1,1\text{m}$, đoạn $BC \approx 28,4\text{m}$. Hãy tính bán kính $OA = R$ của đoạn đường ray hình vòng cung?



HƯỚNG DẪN CHẤM.

Hình vẽ minh họa bài toán:



Thanh ray trùng với BC tiếp xúc với đường tròn (O, OB) tại B nên là tiếp tuyến của đường tròn (O, OB)
 $\Rightarrow BC \perp OB$

OA cắt đường tròn (O, OA) tại điểm D $(D \neq A) \Rightarrow AD = 2R$

$\triangle ACD$ nội tiếp đường tròn (O, OA) có đường kính AD nên là tam giác vuông tại C.

Xét $\triangle ACD$ vuông tại C, đường cao BC, ta có:

$$CB^2 = AB \cdot BD \quad (\text{hệ thức lượng trong tam giác vuông})$$

$$\Leftrightarrow CB^2 = AB(AD - AB)$$

$$\Leftrightarrow CB^2 = AB(2R - AB)$$

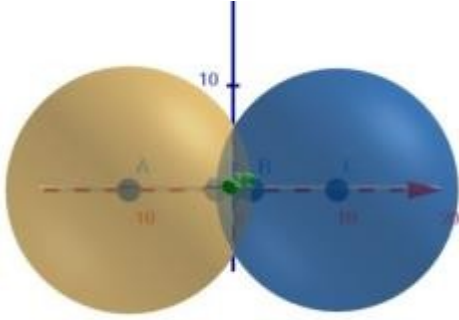
$$\Leftrightarrow (28,4)^2 = 1,2(2R - 1,1)$$

$$\Leftrightarrow 2R = 807,77$$

$$\Leftrightarrow R = 367,2m$$

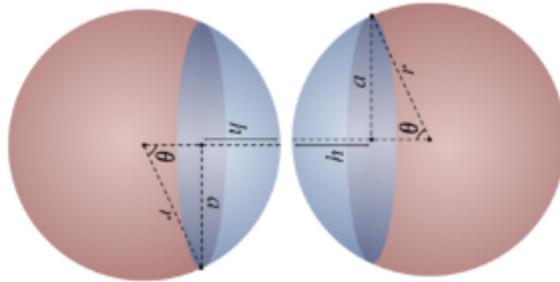
b, Công ty vàng bạc đá quý muốn làm một món đồ trang sức có hình hai hình cầu bằng nhau giao nhau như hình vẽ. Khối cầu có bán kính $25cm$ khoảng cách giữa hai tâm hình cầu là $40cm$. Giá mạ vàng $1m^2$ là 4700000 đồng.

Nhà sản xuất muốn mạ vàng xung quanh món đồ trang sức đó. Tính số tiền cần dùng để mạ vàng khối trang sức



đó.

HƯỚNG DẪN CHẤM.



(Phần màu nhạt là phần giao nhau của hai khối cầu)

$$h = \frac{2R - d}{2} = \frac{2 \cdot 25 - 40}{2} = 5 \text{ cm}$$

Gọi h là chiều cao của chỏm cầu. Ta có

(d là khoảng cách giữa hai tâm)

Diện tích xung quanh của chỏm cầu là: $S_{xq} = 2\pi R h$

Vì 2 khối cầu bằng nhau nên 2 hình chỏm cầu bằng nhau.

S_{xq} khối trang sức $= 2S_{xq}$ khối cầu $- 2S_{xq}$ chỏm cầu.

Khối trang sức có $S_{xq} = 2 \cdot 4\pi R^2 - 2 \cdot 2\pi R h = 2 \cdot 4\pi \cdot 25^2 - 2 \cdot 2\pi \cdot 25 \cdot 5 = 4500\pi \text{ cm}^2 = 0.45\pi \text{ m}^2$

Vậy số tiền dùng để mạ vàng khối trang sức đó là $4700000 \cdot 0.45\pi \approx 6640000$ đồng.

Câu 5 (2,0 điểm):

a) Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 1 giờ 30 phút sẽ đầy bể. Nếu mở vòi I chảy trong 15 phút rồi khóa lại và mở vòi thứ II chảy trong 20 phút thì được $\frac{1}{5}$ bể. Hỏi nếu mỗi vòi chảy riêng thì bao lâu đầy bể?

b) Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 720 m^2 . Nếu tăng chiều dài thêm 6m, giảm chiều rộng đi 4m thì diện tích mảnh vườn không thay đổi. Tính các kích thước của mảnh vườn.

HƯỚNG DẪN CHẤM.

a, Ta có 1 giờ 30 phút $= \frac{3}{2}$ h; 15 phút $= \frac{1}{4}$ h; 20 phút $= \frac{1}{3}$ h

Gọi thời gian vòi I chảy một mình đầy bể là x (h; $x > 0$)

Thời gian vòi II chảy một mình đầy bể là y (h; $y > 0$)

Hai vòi cùng chảy thì sau 1 giờ 30 phút sẽ đầy bể, ta có phương trình

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \quad (1)$$

Vòi I chảy trong 15 phút và vòi thứ II chảy trong 20 phút thì được $\frac{1}{5}$ bể ta có phương trình

$$\frac{1}{4x} + \frac{1}{3y} = \frac{1}{5} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4x} + \frac{1}{3y} = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{15}{4} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện})$$

Vậy nếu chảy riêng thì vòi I chảy đầy bể trong $\frac{15}{4}$ h, vòi II chảy đầy bể trong $\frac{5}{2}$ h

b, Gọi chiều dài của mảnh vườn là x ($x > 0$), khi đó chiều rộng mảnh vườn là $720x$ (m).
Chiều dài và chiều rộng mảnh vườn sau khi thay đổi lần lượt là $x + 6$ (m) và $720x - 4$ (m)

Diện tích của mảnh vườn là $(x + 6)(\frac{720}{x} - 4)$ (m^2)

Theo giả thiết ta có phương trình: $(x + 6)(\frac{720}{x} - 4) = 720$

$$\Leftrightarrow 720 - 4x + \frac{4320}{x} - 24 = 720$$

$$\Leftrightarrow 4^2 + 24x - 4320 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x - 1080 = 0$$

Phương trình có hai nghiệm $x_1 = 30$ (thỏa mãn) và $x_2 = -36$ (loại)

Với $x = 30$ ta có $\frac{720}{x} = \frac{720}{30} = 24$

Vậy chiều dài của mảnh vườn là 30m, chiều rộng của mảnh vườn là 24m.

Câu 6 (2,0 điểm): Cho (O;R) đường kính AB cố định. Dây CD vuông góc với AB tại H nằm giữa A và O.

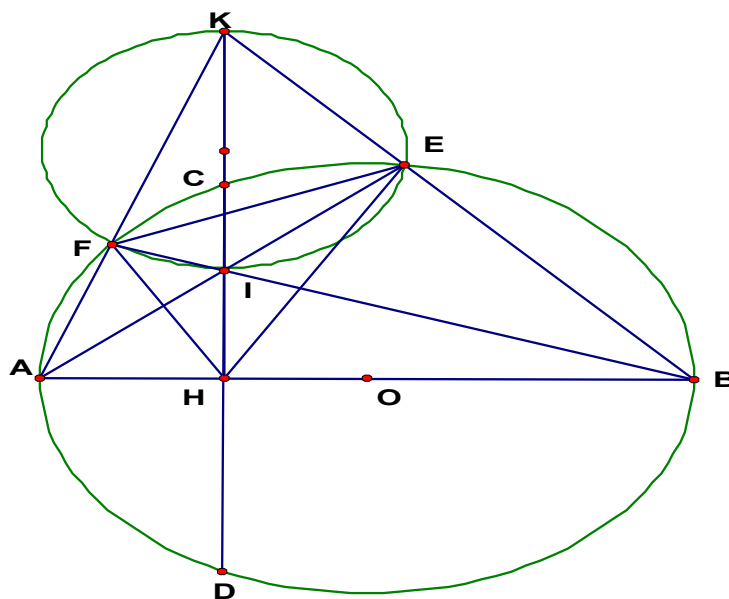
Lấy điểm F thuộc cung AC nhỏ. BF cắt CD tại I; AF cắt tia DC tại K.

a) Chứng minh rằng tứ giác AHIF là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng: $HA.HB = HI.HK$.

c) Đường tròn ngoại tiếp ΔKIF cắt AI tại E . Chứng minh rằng khi H chuyển động trên đoạn OA thì E thuộc một đường tròn cố định.

HƯỚNG DẪN CHẤM.



a) Chứng minh tứ giác AHIF nội tiếp.

Ta có: $\angle AFI = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính AB).

$CD \perp AH$ tại H (giả thiết) và $I \in CD \Rightarrow \angle AHI = 90^\circ$.

Xét tam giác AFI có $\angle AFI = 90^\circ$ nên đường tròn đường kính AI ngoại tiếp tam giác AFI hay 3 điểm A, F, I cùng thuộc 1 đường tròn đường kính AI (1)

Xét tam giác AHI có $\angle AHI = 90^\circ$ nên đường tròn đường kính AI ngoại tiếp tam giác AHI hay 3 điểm A, H, I cùng thuộc 1 đường tròn đường kính AI (2)

Từ (1) và (2) suy ra 4 điểm A, F, I, H cùng thuộc đường tròn đường kính AI

Hay tứ giác AHIF nội tiếp.

b) Chứng minh rằng: $HA.HB = HI.HK$.

Tứ giác AHIF nội tiếp (cmt) $\Rightarrow \angle FAH + \angle FIH = 180^\circ$ (Định lý)

Mà $\angle BIH + \angle FIH = 180^\circ$ (hai góc kề bù).

$$\Rightarrow \widehat{FAH} = \widehat{BIH} \quad \text{hay} \quad \widehat{KAH} = \widehat{BIH}.$$

Xét $\triangle HAK$ và $\triangle HIB$ có

$$\widehat{AHK} = \widehat{IHB} \quad (\text{cùng bằng } 90^\circ)$$

$$\widehat{KAH} = \widehat{BIH} \quad (\text{cmt})$$

$$\Rightarrow \triangle HAK \cong \triangle HIB \text{ (g - g)}$$

$$\Rightarrow \frac{HA}{HI} = \frac{HK}{HB} \Rightarrow HA \cdot HB = HI \cdot HK \quad (\text{đpcm})$$

c) Chứng minh E luôn thuộc đường tròn cố định:

Ta có: $\widehat{AFB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa (O)) $\Rightarrow AF \perp BF \Rightarrow AK \perp BF$ tại F

$KH \perp AB$ tại H (vì $CD \perp AH$ tại H)

KH cắt BF tại I.

$$\Rightarrow I \text{ là trực tâm của } \triangle AKB \Rightarrow AI \perp KB \quad (1)$$

$\triangle KIF$ vuông tại F, nên đường tròn ngoại tiếp $\triangle KIF$ có đường kính là KI.

$$\Rightarrow \widehat{AEK} = 90^\circ \quad (\text{góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính KI}).$$

$$\Rightarrow AI \perp KE \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow K, E, B$ thẳng hàng, khi đó $AI \perp KB$ tại E

$$\Rightarrow \widehat{HEB} = 90^\circ \text{ hoặc } \widehat{AEB} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow E \text{ luôn thuộc đường tròn } \left(O; \frac{AB}{2}\right) \quad (\text{đpcm})$$

----- HẾT -----