

I. PHẦN CHUNG (dành cho tất cả các thí sinh)

Bài 1. (1,5 điểm)

Thực hiện phép tính (hợp lí nếu có thể):

$$\begin{aligned} 1) & \frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{15} - \frac{1}{6} \right) + \frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{3} - \frac{1}{15} \right); & 2) & \sqrt{\frac{4}{25}} \cdot \left(\frac{-1}{25} \right)^0 + \left| \frac{9}{10} \right| \cdot 0,6 - \left(\frac{1}{-2^2} \right) : \frac{8^2}{4^4}; \\ 3) & \frac{1}{3} + \frac{3}{7} + \frac{1}{7,2} + \frac{5}{2,13} + \frac{3}{13,4} + \frac{5}{4,21}. \end{aligned}$$

Bài 2. (2,5 điểm)

1) Tìm x, y biết:

$$a) \left| \frac{39}{2} - 3x^2 \right| = \frac{15}{2};$$

$$a) 5^{x+2} + 5^{x+3} = 750.$$

2) Nhà trường thành lập 3 nhóm học sinh khối 7 tham gia chăm sóc di tích lịch sử.

Trong đó, $\frac{2}{3}$ số học sinh của nhóm I bằng $\frac{8}{11}$ số học sinh của nhóm II và bằng $\frac{4}{5}$ số học sinh nhóm III. Biết rằng số học sinh của nhóm I ít hơn tổng số học sinh của nhóm II và nhóm III là 18 học sinh. Tính số học sinh của mỗi nhóm.

Bài 3. (1,0 điểm)

1) Biết $a + 1$ và $2a + 1$ đồng thời là các số chính phương. Chứng minh rằng $a \vdots 12$.

2) Tìm các số tự nhiên a, b thỏa mãn: $(20a + 7b + 3) \cdot (20^a + 20a + b) = 803$.

Bài 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Vẽ các tia Bx, Cy vuông góc với BC nằm trên nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A. Gọi D là một điểm nằm giữa B và C. Đường thẳng vuông góc với AD tại A cắt Bx và Cy theo thứ tự tại E và F.

1) Chứng minh $\triangle AEB = \triangle ADC$;

2) Chứng minh tam giác EDF vuông cân;

3) Xác định vị trí điểm D trên BC để EF có độ dài nhỏ nhất.

II. PHẦN RIÊNG

1. Dành cho thí sinh bảng A

Bài 5. (2,0 điểm)

1) Cho x thỏa mãn: $|x - 2| + |x - 3| + |x - 4| + |x - 5| = 4$, gọi m là giá trị nhỏ nhất của x, M là giá trị lớn nhất của x. Tính giá trị của $A = m + M$.

2) Cho tam giác ABC, đường trung tuyến AM, $\angle MAB = 30^\circ$, $\angle C = 30^\circ$. Tính số đo góc $\angle ABC$ biết góc $\angle ABC$ là góc tù.

2. Dành cho thí sinh bảng B

Bài 5. (2,0 điểm)

1) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = |x - 1| + |x - 2| + |x - 3| + \dots + |x - 23|$

2) Cho tam giác ABC có $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 120^\circ$. Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = 2CB$. Tính $\angle ADB$.

----- Hết -----
(Đề thi có 01 trang)

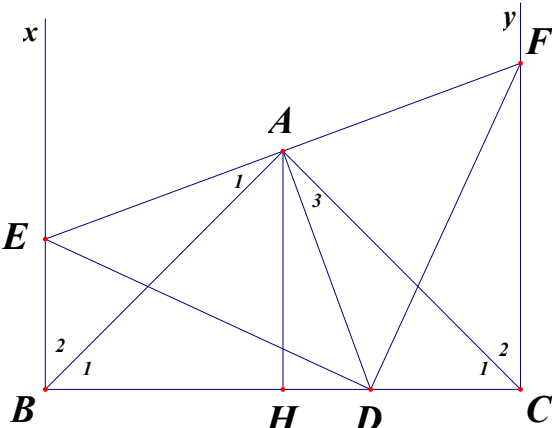
Họ và tên thí sinh:..... ; Số báo danh:.....

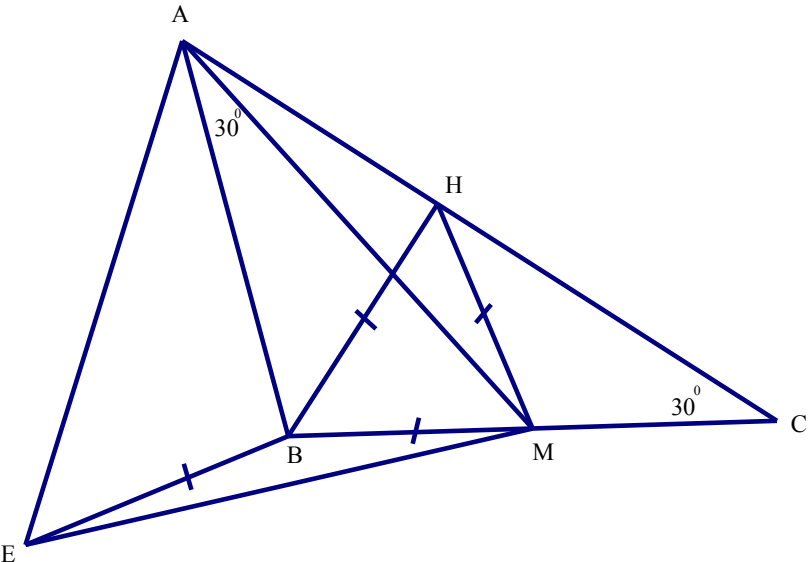
UBND HUYỆN LƯƠNG TÀI
PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
Năm học 2022-2023
Môn thi: Toán - Lớp 7

Bài	Lời giải sơ lược	Điểm
1 (1,5 điểm)		
1.1 (0,5)	$\frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{15} - \frac{1}{6} \right) + \frac{3}{5} : \left(\frac{-1}{3} - 1\frac{1}{15} \right)$ $= \frac{3}{5} : \left(\frac{-2}{30} - \frac{5}{30} \right) + \frac{3}{5} : \left(\frac{-5}{15} - \frac{16}{15} \right)$ $= \frac{3}{5} : \frac{-7}{30} + \frac{3}{5} : \frac{-21}{15}$	0,25
	$= \frac{3}{5} \cdot \frac{-30}{7} + \frac{3}{5} \cdot \frac{-5}{7} = \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{-30}{7} + \frac{-5}{7} \right) = \frac{3}{5} \cdot \frac{-35}{7} = -3$	0,25
1.2 (0,5)	$\sqrt{\frac{4}{25}} \cdot \left(\frac{-1}{25} \right)^0 + \left \frac{9}{10} \right \cdot 0,6 - \left(\frac{1}{-2^2} \right) : \frac{8^2}{4^4}$ $= \frac{2}{5} \cdot 1 + \frac{9}{10} \cdot \frac{2}{3} - \left(\frac{1}{-2^2} \right) : \frac{2^6}{2^8}$	0,25
	$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \left(\frac{1}{-2^2} \right) \cdot 2^2 = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + 1 = 2$	0,25
1.3 (0,5)	$\frac{1}{3} + \frac{3}{7} + \frac{1}{7 \cdot 2} + \frac{5}{2 \cdot 13} + \frac{3}{13 \cdot 4} + \frac{5}{4 \cdot 21} = 4 \cdot \left(\frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{3}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{5}{8 \cdot 13} + \frac{3}{13 \cdot 16} + \frac{5}{16 \cdot 21} \right)$ $= 4 \cdot \left(\frac{4-3}{3 \cdot 4} + \frac{7-4}{4 \cdot 7} + \frac{8-7}{7 \cdot 8} + \frac{13-8}{8 \cdot 13} + \frac{16-13}{13 \cdot 16} + \frac{21-16}{16 \cdot 21} \right)$	0,25
	$= 4 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{21} \right)$ $= 4 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{21} \right) = 4 \cdot \frac{2}{7} = \frac{8}{7}$	0,25
Bài 2 (2,5 điểm)		
2.1.a (0,75)	$\left \frac{39}{2} - 3x^2 \right = \frac{15}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} \frac{39}{2} - 3x^2 = \frac{15}{2} \\ \frac{39}{2} - 3x^2 = -\frac{15}{2} \end{cases}$	0,25
	$+ \text{ Nếu } \frac{39}{2} - 3x^2 = \frac{15}{2} \Rightarrow 3x^2 = \frac{39}{2} - \frac{15}{2} \Rightarrow 3x^2 = 12$ $\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$	0,25
	$+ \text{ Nếu } \frac{39}{2} - 3x^2 = -\frac{15}{2} \Rightarrow 3x^2 = \frac{39}{2} + \frac{15}{2} \Rightarrow 3x^2 = 27$ $\Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$	0,25
	Vậy $x \in \{\pm 2; \pm 3\}$	

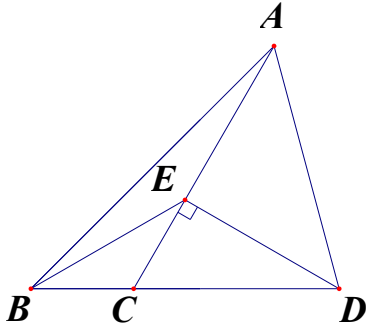
2.1.b 0,75	$5^{x+2} + 5^{x+3} = 750$	0,25
	$25.5^x + 125.5^x = 750$	0,25
	$150.5^x = 750$	
	$5^x = 5$ $x = 1$ Vậy $x = 1$	0,25
2.2. (1,0)	Gọi số học sinh của nhóm I, II, III lần lượt là x, y, z (x, y, z nguyên dương) Theo bài ra ta có: $\frac{2}{3}x = \frac{8}{11}y = \frac{4}{5}z$ và $y + z - x = 18$	0,25
	Từ $\frac{2}{3}x = \frac{8}{11}y = \frac{4}{5}z \Rightarrow \frac{2.x}{3.8} = \frac{8.y}{11.8} = \frac{4.z}{5.8} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{y}{11} = \frac{z}{10}$	0,25
	Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta được: $\frac{x}{12} = \frac{y}{11} = \frac{z}{10} = \frac{y+z-x}{11+10-12} = \frac{18}{9} = 2$	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases} x = 12.2 = 24 & (\text{t/m}) \\ y = 11.2 = 22 & (\text{t/m}) \\ z = 10.2 = 20 & (\text{t/m}) \end{cases}$ Vậy: Nhóm I có 24 học sinh; nhóm II có 22 học sinh, nhóm III có 20 học sinh.	0,25
Bài 3 (1,0 điểm)		
3.1. (0, 5)	Vì $2a + 1$ là số chính phương lẻ nên $2a + 1$ chia cho 8 dư 1 Suy ra $2a$ chia hết cho 8 Nên a chia hết cho 4 (1)	0,25
	Ta có $(a + 1) + (2a+1) = 3a + 2$ chia cho 3 dư 2 mà số chính phương chia cho 3 dư 0 hoặc 1 nên $a + 1$ và $2a + 1$ chia cho 3 cùng dư 1 nên a chia hết cho 3 (2) Từ (1); (2); $3.4 = 12$; $(3,4) = 1$ nên $a = 12$.	0,25
3.2 (0,5)	$(20a + 7b + 3) \cdot (20^a + 20a + b) = 803$ $\Rightarrow 20a + 7b + 3$ và $20^a + 20a + b$ lẻ (vì 803 lẻ) Nếu $a \neq 0 \Rightarrow 20^a + 20a$ chẵn. mà $20^a + 20a + b$ lẻ $\Rightarrow b$ lẻ $\Rightarrow 7b + 3$ chẵn $\Rightarrow 20a + 7b + 3$ chẵn (không thỏa mãn) Do đó $a = 0 \Rightarrow (7b + 3) \cdot (b + 1) = 803 = 1 \cdot 803 = 11 \cdot 73$	0,25
	Vì $b \in \mathbb{N} \Rightarrow 7b + 3 > b + 1$. Do đó: $\begin{cases} 7b+3=803 \\ b+1=1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 7b+3=73 \\ b+1=11 \end{cases}$ * Trường hợp $\begin{cases} 7b+3=803 \\ b+1=1 \end{cases}$ không tìm được b thỏa mãn đề bài. * Trường hợp $\begin{cases} 7b+3=73 \\ b+1=11 \end{cases} \Rightarrow b = 10$. Vậy $a = 0, b = 10$ thỏa mãn đề bài	0,25
Bài 4 (3,0 điểm)		

4.1 (1,25)		Vẽ hình 0,25
	<p>Do ΔABC vuông cân tại A nên $AB = AC; \angle B_1 = \angle C_1 = 45^\circ$</p> <p>Do $Bx \perp BC$ nên $\angle B_1 + \angle B_2 = 90^\circ$ mà $\angle B_1 = 45^\circ$ suy ra $\angle B_2 = 90^\circ - \angle B_1 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$</p> <p>Chứng minh tương tự ta được $\angle C_2 = 45^\circ$</p> <p>Ta có: $\angle A_1 + \angle BAD = 90^\circ = \angle A_3 + \angle BAD \Rightarrow \angle A_1 = \angle A_3$</p> <p>Xét ΔAEB và ΔADC có: $\angle A_1 = \angle A_3; AB = AC; \angle B_1 = \angle C_1 = 45^\circ$ $\Rightarrow \Delta AEB = \Delta ADC$ (g - c - g)</p>	0, 5 0,25 02,5
4.2 (1,0)	<p>Do $\Delta AEB = \Delta ADC \Rightarrow AE = AD$ mà ΔAED vuông tại A Suy ra ΔAED vuông cân tại A $\Rightarrow \angle AED = 45^\circ$</p> <p>Chứng minh tương tự phần a) suy ra $\Delta ADB = \Delta AFC$ (g - c - g) $\Rightarrow AD = AF \Rightarrow \Delta DAF$ vuông cân tại A $\Rightarrow \angle DFA = 45^\circ$</p> <p>$\Delta EDF$ có $\angle AED = 45^\circ = \angle DFA \Rightarrow \Delta EDF$ vuông cân tại D.</p>	0,5 0,25 0,25
4.3 (0,75)	<p>Kẻ $AH \perp BC \Rightarrow \Delta ABH$ vuông tại H có $\angle B_1 = 45^\circ$ $\Rightarrow \Delta ABH$ vuông cân tại H $\Rightarrow HB = HA$</p> <p>ΔABC vuông cân tại A có đường cao AH đồng thời là trung tuyến suy ra $BH = HC$ mà $HB = HA$ suy ra $BC = 2AH$</p> <p>$EF = AE + AF = AD + AD = 2AD \geq 2AH = BC$ đẳng thức xảy ra khi $D \equiv H$.</p>	0,25 0,25 0,25
Bài 5 (2,0 điểm) Dành cho thí sinh bảng A		
5.1 (1,0 điểm)	<p>$x - 2 + x - 3 + x - 4 + x - 5 = 4$ $x - 2 + 5 - x + x - 3 + 4 - x = 4$</p> <p>Áp dụng tính chất $a \geq a$ Ta có $x - 2 + 5 - x \geq x - 2 + 5 - x = 3$ Lại có $x - 3 + 4 - x \geq x - 3 + 4 - x = 1$ Do đó $x - 2 + 5 - x + x - 3 + 4 - x \geq 4$</p>	0,25 0,25

	$\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \\ 5-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 4 \\ x \geq 3 \\ x \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow 3 \leq x \leq 4$ <p>Dấu “=” xảy ra</p>	0,25
	<p>Vì m là giá trị nhỏ nhất của x, M là giá trị lớn nhất của x nên m = 3, M = 4 $\Rightarrow A = 3 + 4 = 7$</p>	0,25
5.2 (1,0 điểm)		
	<p>Kẻ BH vuông góc với AC tại H suy ra $\Rightarrow \triangle BHC$ là tam giác nửa đều $BH = \frac{BC}{2}$</p> <p>$\triangle BHC$ vuông tại H có trung tuyến $HM \Rightarrow HM = \frac{BC}{2} = BM$ Suy ra $MB = BH = MH$ (1) và $\triangle BMH$ đều.</p>	0,25
	<p>Vẽ tam giác đều MAE (E và M khác phía đối với AB). Do $\angle MAB = 30^\circ$ suy ra AB vừa là phân giác vừa là trung trực của EM $\Rightarrow MB = EB$ (2)</p>	0,25
	<p>Chứng minh được $\triangle AMH = \triangle EMB$ (c.g.c) nên $AH = EB$ (3) Từ (1), (2), (3) suy ra $AH = BH$.</p>	0,25
	<p>Tam giác AHB vuông cân tại H nên $\angle ABH = 45^\circ$. Từ đó $\angle ABC = \angle ABH + \angle HBC = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$.</p>	0,25

Bài 5 (2,0 điểm) Dành cho thí sinh bảng B

5.1 (1,0 điểm)	$A = x-1 + x-2 + x-3 + \dots + x-23 $ $A = x-1 + x-2 + \dots + 11-x + x-12 + 13-x + \dots + 23-x $	0,25
	<p>Áp dụng tính chất $a \geq a$ $x-1 \geq x-1; x-2 \geq x-2; \dots; x-11 \geq x-11; x-12 \geq 0; 13-x \geq 13-x; \dots; 23-x \geq 23-x$</p>	0,25
	<p>$A \geq x-1 + x-2 + \dots + x-11 + 0 + 13-x + \dots + 23-x$ Suy ra</p>	0,25
	<p>$A \geq 23-1 + 22-2 + \dots + 13-11 + 0 = 22 + 20 + 18 + 16 + 14 + \dots + 2 = \frac{(22+2) \cdot 11}{2} = 132$ Vậy Min A = 132 khi x = 12</p>	0,25

5.2 (1,0 điểm)		
	Kẻ $DE \perp AC$ chứng minh được $\triangle CED$ là tam giác nửa đều Suy ra $CD = 2CE$; $\angle CDE = 30^\circ$	0,25
	Do $CD = 2CE$; $CD = 2CB(gt) \Rightarrow CB = CE \Rightarrow \triangle BCE$ cân tại $C \Rightarrow$ $\angle ECD = 2\angle ECB \Rightarrow \angle ECB = 60^\circ : 2 = 30^\circ$ $\triangle BED$ có $\angle EBD = \angle EDB = 30^\circ \Rightarrow \triangle BED$ cân tại $E \Rightarrow BE = ED$ (1)	0,25
	$\angle ABE = \angle ABC - \angle ECB = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$ $\triangle ABC$ có $\angle BAC = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ - 45^\circ - 120^\circ = 15^\circ$ $\triangle BEA$ có $\angle EBA = \angle EAB = 15^\circ \Rightarrow \triangle BEA$ cân tại $E \Rightarrow BE = EA$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $\triangle DEA$ cân tại E mà $\angle AED = 90^\circ$ suy ra $\triangle DEA$ vuông cân tại $E \Rightarrow$ $\angle ADE = 45^\circ \Rightarrow \angle ADB = \angle ADE + \angle EDB = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$	0,25

Chú ý:

1. Học sinh làm đúng đến đâu giám khảo cho điểm đến đó, tương ứng với thang điểm.
2. HS trình bày theo cách khác mà đúng thì giám khảo cho điểm tương ứng với thang điểm. Trong trường hợp mà hướng làm của HS ra kết quả nhưng đến cuối còn sai sót thì giám khảo trao đổi với tổ chấm để giải quyết.
3. Tổng điểm của bài thi không làm tròn.

-----**Hết**-----