

ÔN TẬP CHƯƠNG VI. HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 LỰA CHỌN

Câu 1. [NB] Với $a > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $a^\alpha a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. B. $a^\alpha a^\beta = a^{\alpha\beta}$. C. $a^\alpha a^\beta = a^{\alpha-\beta}$. D. $a^\alpha a^\beta = a^{\frac{\alpha}{\beta}}$.

Câu 2. [TH] Giá trị của $64^{-\frac{2}{3}}$ bằng

- A. 16. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{1}{8}$. D. 8.

Câu 3. [TH] Với $x > 0$, biểu thức $\sqrt[4]{81x^4}$ bằng

- A. $9x$. B. $3x^2$. C. $3x$. D. $9x^2$.

Câu 4. [VD] Với $x > 0$, $y > 0$, rút gọn biểu thức

- A. $x^2 y^2$. B. $x^3 y^2$. C. $x^2 y^{-2}$. D. $x^3 y^{-4}$.

Câu 5. [NB] Biểu thức $\log_a M$ có nghĩa khi

- A. $a > 0$, $M \neq 0$. B. $a \neq 1$, $M > 0$. C. $a > 0$, $a \neq 1$, $M \neq 0$. D. $a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$.

Câu 6. [TH] Giá trị của $\log_{\frac{1}{2}} 8$ bằng

- A. -3. B. -2. C. 2. D. 3.

Câu 7. [TH] Giá trị của $\log_3 54 - \log_3 2$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 27.

Câu 8. [TH] Giá trị của $2\log_5 10 - \log_5 4$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 5.

Câu 9. [TH] Công thức đổi cơ số nào sau đây đúng?

- A. $\log_4 7 = \frac{\ln 4}{\ln 7}$. B. $\log_4 7 = \ln 7 - \ln 4$. C. $\log_4 7 = \frac{\ln 7}{\ln 4}$. D. $\log_4 7 = \ln 7 \cdot \ln 4$.

Câu 10. [VD] Biết $\log_2 3 = m$. Khi đó $\log_4 27$ bằng

- A. $\frac{m}{2}$. B. $\frac{2m}{3}$. C. $\frac{3m}{2}$. D. $3m$.

Câu 11. [NB] Tập xác định của hàm số $y = 7^x$ là

- A. Các số thực dương. B. Các số thực không âm. C. Tất cả các số thực. D. Các số thực khác 0.

Câu 12. [TH] Hàm số $y = \left(\frac{4}{5}\right)^x$ có tính chất nào sau đây?

- A. Đồng biến trên $\mathbb{R}$. B. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$. C. Chỉ đồng biến trên $(0; +\infty)$. D. Chỉ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Câu 13. [TH] Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ đi qua điểm $(2; 49)$. Giá trị của a là
 A. 5. B. 6. C. 7. D. 14.

Câu 14. [NB] Tập xác định của hàm số $y = \log_3(2x - 5)$ là
 A. $x < \frac{5}{2}$. B. $x > \frac{5}{2}$. C. $x \geq \frac{5}{2}$. D. $x \neq \frac{5}{2}$.

Câu 15. [TH] Hàm số $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ có tính chất nào sau đây?
 A. Đồng biến trên $(0; +\infty)$. B. Nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
 C. Đồng biến trên $\mathbb{R}$. D. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 16. [TH] Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = \log_4 x$?
 A. $(2; 16)$. B. $(4; 4)$. C. $(16; 2)$. D. $(8; 3)$.

Câu 17. [VD] Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đi qua điểm $(27; 3)$. Biết $a > 1$. Khi đó a bằng
 A. 2. B. 3. C. 6. D. 9.

Câu 18. [NB] Tập giá trị của hàm số $y = \log_6 x$ là
 A. Các số thực dương. B. Các số thực không âm.
 C. Tất cả các số thực. D. Các số thực khác 0.

Câu 19. [TH] Nghiệm của phương trình $7^{2x-1} = \sqrt{7}$ là
 A. $x = \frac{1}{4}$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $x = \frac{3}{4}$. D. $x = 1$.

Câu 20. [TH] Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-2} = 8$ là
 A. $x = -\frac{1}{2}$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = 2$.

Câu 21. [VD] Phương trình $3^{x^2-4} = 27$ có bao nhiêu nghiệm thực?
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 22. [TH] Nghiệm của phương trình $\log_5(2x-1) = 2$ là
 A. $x = 5$. B. $x = 10$. C. $x = 12$. D. $x = 13$.

Câu 23. [VD] Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) + \log_3(x+2) = 2$ là
 A. $x = \sqrt{13}$. B. $x = -\sqrt{13}$. C. $x = 13$. D. $x = 5$.

Câu 24. [TH] Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x+1} > 64$ là
 A. $x < 2$. B. $x \leq 2$. C. $x > 2$. D. $x \geq 2$.

Câu 25. [TH] Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x-1} \leq 25$ là
 A. $x \leq -\frac{1}{2}$. B. $x < -\frac{1}{2}$. C. $x \geq -\frac{1}{2}$. D. $x > -\frac{1}{2}$.

Câu 26. [VD] Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-3x} \leq 1$ là
 A. $x \leq 0$ hoặc $x \geq 3$. B. $0 \leq x \leq 3$. C. $0 < x < 3$. D. $x \leq 3$.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > -2$$

Câu 27. [TH] Tập nghiệm của bất phương trình

- A. $x > 5$. B. $1 < x < 5$. C. $x < 5$. D. $1 \leq x \leq 5$.

Câu 28. [VD] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x+1) \leq 2$ là

- A. $x \leq 4$. B. $-\frac{1}{2} < x \leq 4$. C. $-\frac{1}{2} \leq x < 4$. D. $x > 4$.

Câu 29. [VD] Sức mua của một khoản tiền được mô hình hóa bởi $A = 250(1 - 0,04)^n$, trong đó A tính bằng triệu đồng và n là số năm. Sau 3 năm, sức mua của khoản tiền xấp xỉ bao nhiêu triệu đồng? Làm tròn đến hàng phần mười.

- A. 221,2. B. 230,4. C. 238,0. D. 240,1.

Câu 30. [VD] Số lượng vi khuẩn trong một mẫu nuôi được mô hình hóa bởi $N(t) = 800e^{0,25t}$, trong đó t tính bằng giờ. Sau 4 giờ, số lượng vi khuẩn gần nhất với số nào sau đây?

- A. 1740. B. 2000. C. 2175. D. 2400.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Câu 1. [NB] Cho $a > 0$.

- a) $a^0 = 1$. b) $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$.
c) $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$. d) $a^r + a^s = a^{r+s}$ với mọi $r, s \in \mathbb{R}$.

Câu 2. [TH] Cho $a > 0$, $a \neq 1$ và $M, N > 0$.

- a) $\log_a 1 = 0$. b) $\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$.
c) $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$. d) $\log_a(M + N) = \log_a M + \log_a N$.

Câu 3. [VD] Biết $\log_2 5 = p$.

- a) $\log_4 25 = p$. b) $\log_8 125 = p$. c) $\log_{\frac{1}{2}} 5 = -p$. d) $\log_5 2 = -\frac{1}{p}$.

Câu 4. [TH] Cho hàm số $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$.

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.
b) Tập giá trị của hàm số là $(0; +\infty)$.
c) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
d) $f(-1) = \frac{2}{3}$.

Câu 5. [TH] Cho hàm số $g(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$.

- a) Tập xác định của hàm số là $(0; +\infty)$.
b) Tập giá trị của hàm số là $\mathbb{R}$.
c) Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

d) $g\left(\frac{1}{9}\right) = 2$.

Câu 6. [TH] Xét phương trình $5^{2x-1} = 125$.

- a) Có thể viết $125 = 5^3$.
- b) Phương trình tương đương với $2x - 1 = 3$.
- c) Phương trình có nghiệm duy nhất $x = 2$.
- d) $x = -1$ cũng là một nghiệm của phương trình.

Câu 7. [VD] Xét phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x-3) = 3$.

- a) Điều kiện xác định là $x > 3$.
- b) Phương trình tương đương với $(x-1)(x-3) = 8$ trong điều kiện xác định.
- c) Phương trình đại số thu được có hai nghiệm $x = -1$ và $x = 5$.
- d) Phương trình lôgarit ban đầu có hai nghiệm thực.

Câu 8. [TH] Xét bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} > 4$.

- a) Có thể viết $4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.
- b) Vì cơ số nhỏ hơn 1 nên bất phương trình tương đương với $x + 1 < -2$.
- c) Tập nghiệm của bất phương trình là $x < -3$.
- d) $x = -3$ là một nghiệm của bất phương trình.

Câu 9. [VD] Xét bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(2x-1) \leq -1$.

- a) Điều kiện xác định là $x > \frac{1}{2}$.
- b) Vì cơ số nhỏ hơn 1 nên bất phương trình tương đương với $2x - 1 \geq 3$.
- c) Tập nghiệm của bất phương trình là $x \geq 2$.
- d) $x = 1$ thỏa mãn bất phương trình.

Câu 10. [VD] Sức mua của một khoản tiền được mô hình hóa bởi $P_n = 120(0,94)^n$, trong đó P_n tính bằng triệu đồng và n là số năm.

- a) Khi $n = 0$, sức mua ban đầu là 120 triệu đồng.
- b) Sau 1 năm, sức mua là $112,8$ triệu đồng.
- c) Sức mua giảm khi n tăng.
- d) Sau 2 năm, sức mua vẫn lớn hơn 110 triệu đồng.

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [TH] Tính $125^{\frac{2}{3}}$.

Câu 2. [TH] Tính $\log_2 72 - \log_2 9$.

Câu 3. [NB] Biết $\log_5 x = 3$. Tìm x .

Câu 4. [TH] Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ đi qua điểm $(3; 64)$. Tìm a .

Câu 5. [TH] Tìm số nguyên lớn nhất thuộc tập xác định của hàm số $y = \log_2 (7 - 2x)$.

Câu 6. [TH] Giải phương trình $9^{x-1} = 27$.

Câu 7. [TH] Giải phương trình $\log_4 (3x + 1) = 2$.

Câu 8. [VD] Có bao nhiêu số nguyên x thuộc tập $\{0; 1; 2; \dots; 10\}$ thỏa mãn bất phương trình $2^{x-1} \leq 16$?

Câu 9. [VD] Sức mua của 100 triệu đồng sau 2 năm được mô hình hóa bởi $A = 100(0,9)^2$. Tính A theo đơn vị triệu đồng.

Câu 10. [VD] Theo công thức Benford $P = \log \frac{d+1}{d}$, nếu $P = \log \frac{4}{3}$ thì chữ số đầu tiên d bằng bao nhiêu?

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	A	B	C	A	D	A	B	B	C	C
Câu	1	12	1	14	1	16	1	18	1	20
Đáp án	C	B	C	B	B	C	B	C	C	B
Câu	2	22	2	24	2	26	2	28	2	30
Đáp án	C	D	A	C	C	B	B	B	A	C

PHẦN II

Câu	a)	b)	c)	d)
1	Đ	Đ	Đ	S
2	Đ	Đ	S	S
3	Đ	Đ	Đ	S
4	Đ	Đ	S	Đ
5	Đ	Đ	S	Đ
6	Đ	Đ	Đ	S
7	Đ	Đ	Đ	S
8	Đ	Đ	Đ	S
9	Đ	Đ	Đ	S
10	Đ	Đ	Đ	S

PHẦN III

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	2	3	125	4	3	2,5	5	6	8	3

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 LỰA CHỌN

Câu 1. [NB]

Với $a > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $a^\alpha a^\beta = a^{\alpha+\beta}$
 B. $a^\alpha a^\beta = a^{\alpha\beta}$
 C. $a^\alpha a^\beta = a^{\alpha-\beta}$
 D. $a^\alpha a^\beta = a^{\frac{\alpha}{\beta}}$

Lời giải. Với cùng cơ số dương, khi nhân hai lũy thừa ta cộng các số mũ: $a^\alpha a^\beta = a^{\alpha+\beta}$.
 Vì vậy chọn A.

Câu 2. [TH]

Giá trị của $64^{-\frac{2}{3}}$ bằng

- A. 16
 B. $\frac{1}{16}$
 C. $\frac{1}{8}$
 D. 8

Lời giải. Ta có $64^{\frac{1}{3}} = 4$.

$$64^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{64^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}.$$

Do đó

Vì vậy chọn B.

Câu 3. [TH]

Với $x > 0$, biểu thức $\sqrt[4]{81x^4}$ bằng

- A. $9x$
 B. $3x^2$
 C. $3x$
 D. $9x^2$

Lời giải. Ta viết $81x^4 = 3^4 x^4 = (3x)^4$.

Vì $x > 0$ nên $3x > 0$, do đó $\sqrt[4]{81x^4} = 3x$.

Vì vậy chọn C.

Câu 4. [VD]

$$A = \frac{x^{\frac{5}{2}} y^{-1}}{x^{\frac{1}{2}} y^{-3}}.$$

Với $x > 0$, $y > 0$, rút gọn biểu thức

- A. $x^2 y^2$
 B. $x^3 y^2$
 C. $x^2 y^{-2}$
 D. $x^3 y^{-4}$

Lời giải. Dùng quy tắc chia hai lũy thừa cùng cơ số:

$$A = x^{\frac{5}{2} - \frac{1}{2}} y^{-1 - (-3)}.$$

Suy ra $A = x^2 y^2$.

Vì vậy chọn **A**.

Câu 5. [NB]

Biểu thức $\log_a M$ có nghĩa khi

A. $a > 0, M \neq 0$

B. $a \neq 1, M > 0$

C. $a > 0, a \neq 1, M \neq 0$

D. $a > 0, a \neq 1, M > 0$

Lời giải. Lôgarit $\log_a M$ được xác định khi cơ số dương, khác 1 và số lấy lôgarit dương:
 $a > 0; a \neq 1; M > 0$.

Do đó chọn **D**.

Câu 6. [TH]

Giá trị của $\log_{\frac{1}{2}} 8$ bằng

A. -3

B. -2

C. 2

D. 3

$$8 = 2^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}.$$

Lời giải. Ta có

$$\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3.$$

Theo định nghĩa lôgarit,

Vì vậy chọn **A**.

Câu 7. [TH]

Giá trị của $\log_3 54 - \log_3 2$ bằng

A. 2

B. 3

C. 4

D. 27

$$\log_{354} - \log_{32} = \log_3 \frac{54}{2} = \log_{327}.$$

Lời giải. Dùng quy tắc lôgarit của thương:

Vì $27 = 3^3$ nên $\log_{327} = 3$.

Vì vậy chọn **B**.

Câu 8. [TH]

Giá trị của $2\log_5 10 - \log_5 4$ bằng

A. 1

B. 2

C. 4

D. 5

Lời giải. Ta có $2\log_{510} = \log_5 10^2 = \log_{5100}$.

Do đó

$$2\log_{510} - \log_{54} = \log_5 \frac{100}{4} = \log_{525} = 2.$$

Vì vậy chọn **B**.

Câu 9. [TH]

Công thức đổi cơ số nào sau đây đúng?

A. $\log_4 7 = \frac{\ln 4}{\ln 7}$

B. $\log_4 7 = \ln 7 - \ln 4$

C. $\log_4 7 = \frac{\ln 7}{\ln 4}$

D. $\log_4 7 = \ln 7 \cdot \ln 4$

Lời giải. Theo công thức đổi cơ số,

$$\log_a M = \frac{\ln M}{\ln a}.$$

Với $a = 4$, $M = 7$, ta được $\log_{47} = \frac{\ln 7}{\ln 4}$.

Vì vậy chọn **C**.

Câu 10. [VD]

Biết $\log_2 3 = m$. Khi đó $\log_4 27$ bằng

A. $\frac{m}{2}$

B. $\frac{2m}{3}$

C. $\frac{3m}{2}$

D. $3m$

Lời giải. Đổi cơ số về cơ số 2:

$$\log_{427} = \frac{\log_{227}}{\log_{24}}.$$

Ta có $\log_{227} = \log_2 3^3 = 3\log_{23} = 3m$ và $\log_{24} = 2$.

$$\log_{427} = \frac{3m}{2}.$$

Suy ra

Vì vậy chọn **C**.

Câu 11. [NB]

Tập xác định của hàm số $y = 7^x$ là

A. $(0; +\infty)$

B. $[0; +\infty)$

C. $\mathbb{R}$

D. Tập các số thực khác 0

Lời giải. Hàm số mũ $y = a^x$ với $a > 0$, $a \neq 1$ xác định với mọi số thực x . Vì vậy tập xác định là $\mathbb{R}$.

Chọn **C**.

Câu 12. [TH]

Hàm số $y = \left(\frac{4}{5}\right)^x$ có tính chất nào sau đây?

- A. Đồng biến trên $\mathbb{R}$
- B. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$
- C. Chỉ đồng biến trên $(0; +\infty)$
- D. Chỉ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$

Lời giải. Cơ số của hàm số là $0 < \frac{4}{5} < 1$.

Với hàm số mũ có cơ số nằm giữa 0 và 1, hàm số nghịch biến trên toàn bộ $\mathbb{R}$. Vì vậy chọn B.

Câu 13. [TH]

Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ đi qua điểm $(2; 49)$. Giá trị của a là

- A. 5
- B. 6
- C. 7
- D. 14

Lời giải. Điểm $(2; 49)$ thuộc đồ thị nên $a^2 = 49$.

Vì $a > 1$ nên $a = 7$.

Vì vậy chọn C.

Câu 14. [NB]

Tập xác định của hàm số $y = \log_3(2x - 5)$ là

- A. $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$
- B. $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$
- C. $\left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$

D. Tập các số thực khác $\frac{5}{2}$

Lời giải. Điều kiện để lôgarit có nghĩa là $2x - 5 > 0$.

Suy ra $x > \frac{5}{2}$.

Vậy tập xác định là $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

Chọn B.

Câu 15. [TH]

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ có tính chất nào sau đây?

- A. Đồng biến trên $(0; +\infty)$
- B. Nghịch biến trên $(0; +\infty)$

- C. Đồng biến trên $\mathbb{R}$
 D. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Lời giải. Ta có

$$0 < \frac{1}{4} < 1.$$

Hàm số lôgarit có cơ số nằm giữa 0 và 1 nghịch biến trên tập xác định $(0; +\infty)$. Vì vậy chọn B.

Câu 16. [TH]

Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = \log_4 x$?

- A. $(2; 16)$
 B. $(4; 4)$
 C. $(16; 2)$
 D. $(8; 3)$

Lời giải. Với điểm $(16; 2)$, ta có $\log_{416} = \log_4 4^2 = 2$.

Do đó $(16; 2)$ thuộc đồ thị. Các điểm còn lại không thỏa mãn công thức $y = \log_4 x$. Vì vậy chọn C.

Câu 17. [VD]

Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đi qua điểm $(27; 3)$. Biết $a > 1$. Khi đó a bằng

- A. 2
 B. 3
 C. 6
 D. 9

Lời giải. Điểm $(27; 3)$ thuộc đồ thị nên $\log_a 27 = 3$.

Theo định nghĩa lôgarit, $a^3 = 27$.

Vì $a > 1$, suy ra $a = 3$.

Vì vậy chọn B.

Câu 18. [NB]

Tập giá trị của hàm số $y = \log_6 x$ là

- A. $(0; +\infty)$
 B. $[0; +\infty)$
 C. $\mathbb{R}$
 D. Tập các số thực khác 0

Lời giải. Hàm số lôgarit $y = \log_a x$ với $a > 0$, $a \neq 1$ nhận mọi giá trị thực. Vì vậy tập giá trị là $\mathbb{R}$.

Chọn C.

Câu 19. [TH]

Nghiệm của phương trình $7^{2x-1} = \sqrt{7}$ là

- A. $x = \frac{1}{4}$
 B. $x = \frac{1}{2}$

- C. $x = \frac{3}{4}$
 D. $x = 1$

Lời giải. Ta viết $\sqrt{7} = 7^{\frac{1}{2}}$.

Do đó $7^{2x-1} = 7^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 2x-1 = \frac{1}{2}$.

Suy ra $2x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$.

Vì vậy chọn C.

Câu 20. [TH]

Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{4}\right)^{x-2} = 8$ là

A. $x = -\frac{1}{2}$

B. $x = \frac{1}{2}$

C. $x = \frac{3}{2}$

D. $x = 2$

Lời giải. Ta đưa hai vế về cơ số 2:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{x-2} = (2^{-2})^{x-2} = 2^{-2x+4}, \quad 8 = 2^3.$$

Suy ra $-2x+4=3$.

Do đó $x = \frac{1}{2}$.

Vì vậy chọn B.

Câu 21. [VD]

Phương trình $3^{x^2-4} = 27$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 0
 B. 1
 C. 2
 D. 3

Lời giải. Ta có $27 = 3^3$.

Do đó $3^{x^2-4} = 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 3$.

Suy ra $x^2 = 7$.

Phương trình có hai nghiệm thực $x = \sqrt{7}$ và $x = -\sqrt{7}$.

Vậy có 2 nghiệm thực, chọn C.

Câu 22. [TH]

Nghiệm của phương trình $\log_5(2x-1) = 2$ là

- A. $x = 5$
 B. $x = 10$

C. $x = 12$

D. $x = 13$

Lời giải. Điều kiện: $2x - 1 > 0$.

Theo định nghĩa lôgarit, $\log_5(2x - 1) = 2 \Leftrightarrow 2x - 1 = 5^2 = 25$.

Suy ra $2x = 26 \Leftrightarrow x = 13$.

Giá trị này thỏa mãn điều kiện. Vì vậy chọn **D**.

Câu 23. [VD]

Nghiệm của phương trình $\log_3(x - 2) + \log_3(x + 2) = 2$ là

A. $x = \sqrt{13}$

B. $x = -\sqrt{13}$

C. $x = 13$

D. $x = 5$

Lời giải. Điều kiện xác định: $x - 2 > 0$ và $x + 2 > 0$.

Suy ra $x > 2$.

Gộp hai lôgarit: $\log_3[(x - 2)(x + 2)] = 2$.

Do đó $(x - 2)(x + 2) = 3^2 = 9$.

Suy ra $x^2 - 4 = 9 \Leftrightarrow x^2 = 13$.

Ta được $x = \sqrt{13}$ hoặc $x = -\sqrt{13}$.

Do điều kiện $x > 2$, chỉ nhận $x = \sqrt{13}$.

Vì vậy chọn **A**.

Câu 24. [TH]

Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x+1} > 64$ là

A. $x < 2$

B. $x \leq 2$

C. $x > 2$

D. $x \geq 2$

Lời giải.

Ta có $64 = 4^3$.

Vì cơ số $4 > 1$, hàm số mũ đồng biến, nên $4^{x+1} > 4^3 \Leftrightarrow x + 1 > 3$.

Suy ra $x > 2$.

Vì vậy chọn **C**.

Câu 25. [TH]

Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{2x-1} \leq 25$ là

A. $x \leq -\frac{1}{2}$

B. $x < -\frac{1}{2}$

C. $x \geq -\frac{1}{2}$

D. $x > -\frac{1}{2}$

$$25 = 5^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}.$$

Lời giải. Viết về phải theo cùng cơ số:

Vì $0 < \frac{1}{5} < 1$, hàm số mũ nghịch biến, nên khi so sánh hai lũy thừa ta đổi chiều bất đẳng thức của số mũ:
 $2x - 1 \geq -2.$

$$2x \geq -1 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}.$$

Suy ra

Vì vậy chọn **C**.

Câu 26. [VD]

Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-3x} \leq 1$ là

A. $x \leq 0$ hoặc $x \geq 3$

B. $[0; 3]$

C. $(0; 3)$

D. $x \leq 3$

Lời giải. Ta có $1 = 2^0$.

Vì cơ số $2 > 1$, ta được $2^{x^2-3x} \leq 2^0 \Leftrightarrow x^2 - 3x \leq 0$.

Suy ra $0 \leq x \leq 3$.

Vậy tập nghiệm là $[0; 3]$, chọn **B**.

Câu 27. [TH]

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > -2$ là

A. $x > 5$

B. $1 < x < 5$

C. $x < 5$

D. $1 \leq x \leq 5$

Lời giải. Điều kiện xác định: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Ta có $-2 = \log_{\frac{1}{2}} 4$ vì $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$.

Do cơ số $\frac{1}{2}$ nhỏ hơn 1, hàm lôgarit nghịch biến, nên $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}} 4 \Leftrightarrow x-1 < 4$.

Suy ra $x < 5$.

Kết hợp điều kiện: $1 < x < 5$.

Vì vậy chọn **B**.

Câu 28. [VD]

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x+1) \leq 2$ là

A. $x \leq 4$

B. $-\frac{1}{2} < x \leq 4$

- C. $-\frac{1}{2} \leq x < 4$
 D. $x > 4$

$$2x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}.$$

Lời giải. Điều kiện xác định:

Vì cơ số $3 > 1$, hàm lôgarit đồng biến, nên $\log_3(2x+1) \leq 2 \Leftrightarrow 2x+1 \leq 3^2$.

Suy ra $2x+1 \leq 9 \Leftrightarrow x \leq 4$.

Kết hợp điều kiện: $-\frac{1}{2} < x \leq 4$.

Vì vậy chọn B.

Câu 29. [VD]

Sức mua của một khoản tiền được mô hình hóa bởi $A = 250(1 - 0,04)^n$,

trong đó A tính bằng triệu đồng và n là số năm. Sau 3 năm, sức mua của khoản tiền xấp xỉ bao nhiêu triệu đồng? Làm tròn đến hàng phần mười.

- A. 221,2
 B. 230,4
 C. 238,0
 D. 240,1

Lời giải. Với $n = 3$,

$$A = 250(1 - 0,04)^3 = 250(0,96)^3.$$

Tính được $A = 221,184$.

Làm tròn đến hàng phần mười:

$$A \approx 221,2.$$

Vậy sức mua sau 3 năm xấp xỉ 221,2 triệu đồng, chọn A.

Câu 30. [VD]

Số lượng vi khuẩn trong một mẫu nuôi được mô hình hóa bởi $N(t) = 800e^{0,25t}$, trong đó t tính bằng giờ. Sau 4 giờ, số lượng vi khuẩn gần nhất với số nào sau đây?

- A. 1740
 B. 2000
 C. 2175
 D. 2400

Lời giải. Thay $t = 4$ vào công thức: $N(4) = 800e^{0,25 \cdot 4} = 800e$.

Với $e \approx 2,71828$, ta có $N(4) \approx 800 \cdot 2,71828 \approx 2174,6$.

Số gần nhất là 2175. Vì vậy chọn C.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Câu 1. [NB]

Cho $a > 0$.

a) $a^0 = 1$.

Đúng. Với mọi cơ số dương a , quy ước lũy thừa số mũ 0 cho $a^0 = 1$.

b) $a^{-3} = \frac{1}{a^3}$.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

Đúng. Theo định nghĩa số mũ nguyên âm,
Với $n = 3$ ta có ngay kết quả đã cho.

c) $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$.

Đúng. Vì $a > 0$, theo định nghĩa lũy thừa với số mũ hữu tỉ, $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$.

d) $a^r + a^s = a^{r+s}$ với mọi $r, s \in \mathbb{R}$.

Sai. Công thức cộng số mũ áp dụng cho phép nhân: $a^r a^s = a^{r+s}$, không áp dụng cho tổng $a^r + a^s$.

Kết luận: a) Đ; b) Đ; c) Đ; d) S.

Câu 2. [TH]

Cho $a > 0$, $a \neq 1$ và $M, N > 0$.

a) $\log_a 1 = 0$.

Đúng. Vì $a^0 = 1$, nên theo định nghĩa lôgarit, $\log_a 1 = 0$.

b) $\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$.

Đúng. Đây là quy tắc lôgarit của tích.

c) $\log_a \frac{M}{N} = \log_a N - \log_a M$.

Sai. Công thức đúng là

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N.$$

Hai số hạng ở vế phải đã bị đổi thứ tự.

d) $\log_a (M + N) = \log_a M + \log_a N$.

Sai. Không có quy tắc tách lôgarit của một tổng theo cách này. Quy tắc cộng lôgarit chỉ xuất hiện khi số lấy lôgarit là một tích.

Kết luận: a) Đ; b) Đ; c) S; d) S.

Câu 3. [VD]

Biết $\log_2 5 = p$.

a) $\log_4 25 = p$.

Đúng. Đổi về cơ số 2:

$$\log_{425} = \frac{\log_{225}}{\log_{24}} = \frac{2\log_{25}}{2} = p.$$

b) $\log_8 125 = p$.

$$\log_{8125} = \frac{\log_{2125}}{\log_{28}} = \frac{3\log_{25}}{3} = p.$$

Đúng. Ta có

c) $\log_{\frac{1}{2}} 5 = -p$.

$$\log_{\frac{1}{2}} 5 = \frac{\log_{25}}{\log_{\frac{1}{2}2}} = \frac{p}{-1} = -p.$$

Đúng. Vì

d) $\log_{52} = -\frac{1}{p}.$

$$\log_{52} = \frac{1}{\log_{25}} = \frac{1}{p}.$$

Sai. Theo công thức đổi cơ số,
Không có dấu âm.

Kết luận: a) Đ; b) Đ; c) Đ; d) S.

Câu 4. [TH]

Cho hàm số $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x.$

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}.$

Đúng. Hàm số mũ với cơ số dương khác 1 xác định với mọi $x \in \mathbb{R}.$

b) Tập giá trị của hàm số là $(0; +\infty).$

Đúng. Với mọi x , ta luôn có $\left(\frac{3}{2}\right)^x > 0,$ và hàm số nhận mọi giá trị dương.

c) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}.$

Sai. Vì $\frac{3}{2} > 1,$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}.$

d) $f(-1) = \frac{2}{3}.$

Đúng. Ta có

$$f(-1) = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{3}.$$

Kết luận: a) Đ; b) Đ; c) S; d) Đ.

Câu 5. [TH]

Cho hàm số $g(x) = \log_{\frac{1}{3}} x.$

a) Tập xác định của hàm số là $(0; +\infty).$

Đúng. Số lấy lôgarit phải dương nên $x > 0.$

b) Tập giá trị của hàm số là $\mathbb{R}.$

Đúng. Mọi hàm số lôgarit cơ số dương khác 1 đều có tập giá trị là $\mathbb{R}.$

c) Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty).$

Sai. Vì $0 < \frac{1}{3} < 1,$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty).$

d) $g\left(\frac{1}{9}\right) = 2.$

Đúng. Vì $\frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2,$ nên $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = 2.$

Kết luận: a) Đ; b) Đ; c) S; d) Đ.

Câu 6. [TH]

Xét phương trình $5^{2x-1} = 125.$

a) Có thể viết $125 = 5^3$.

Đúng. Ta có trực tiếp $5^3 = 125$.

b) Phương trình tương đương với $2x - 1 = 3$.

Đúng. Sau khi viết $125 = 5^3$, ta được $5^{2x-1} = 5^3$.

Vì hai vế có cùng cơ số dương khác 1 nên $2x - 1 = 3$.

c) Phương trình có nghiệm duy nhất $x = 2$.

Đúng. Giải phương trình bậc nhất: $2x - 1 = 3 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$.

d) $x = -1$ cũng là một nghiệm của phương trình.

$$5^{2(-1)-1} = 5^{-3} = \frac{1}{125} \neq 125.$$

Sai. Thay $x = -1$ vào vế trái:

Kết luận: a) Đ; b) Đ; c) Đ; d) S.

Câu 7. [VD]

Xét phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x-3) = 3$.

a) Điều kiện xác định là $x > 3$.

Đúng. Ta cần $x - 1 > 0$ và $x - 3 > 0$.

Điều kiện mạnh hơn là $x > 3$.

b) Phương trình tương đương với $(x-1)(x-3) = 8$ trong điều kiện xác định.

Đúng. Gộp hai lôgarit: $\log_2[(x-1)(x-3)] = 3$.

Suy ra $(x-1)(x-3) = 2^3 = 8$.

c) Phương trình đại số thu được có hai nghiệm $x = -1$ và $x = 5$.

Đúng. Ta có

$$(x-1)(x-3) = 8 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

Vì vậy phương trình đại số có hai nghiệm $x = 5$ và $x = -1$.

d) Phương trình lôgarit ban đầu có hai nghiệm thực.

Sai. Điều kiện là $x > 3$. Trong hai nghiệm của phương trình đại số, chỉ có $x = 5$ thỏa mãn. Vì vậy phương trình ban đầu chỉ có một nghiệm.

Kết luận: a) Đ; b) Đ; c) Đ; d) S.

Câu 8. [TH]

Xét bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} > 4$.

a) Có thể viết $4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4.$$

Đúng. Vì

b) Vì cơ số nhỏ hơn 1 nên bất phương trình tương đương với $x+1 < -2$.

Đúng. Hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^t$

ngược biến, nên khi so sánh hai lũy thừa cùng cơ số, chiều bất đẳng thức của số mũ bị đảo.

c) Tập nghiệm của bất phương trình là $x < -3$.

Đúng. Từ $x+1 < -2$ suy ra $x < -3$.

d) $x = -3$ là một nghiệm của bất phương trình.

Sai. Khi $x = -3$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$,

trong khi bất phương trình yêu cầu lớn hơn 4 chứ không phải lớn hơn hoặc bằng 4.

Kết luận: **a)** Đ; **b)** Đ; **c)** Đ; **d)** S.

Câu 9. [VD]

$$\log_{\frac{1}{3}}(2x-1) \leq -1.$$

Xét bất phương trình

a) Điều kiện xác định là $x > \frac{1}{2}$.

$$2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}.$$

Đúng. Điều kiện:

b) Vì cơ số nhỏ hơn 1 nên bất phương trình tương đương với $2x-1 \geq 3$.

$$-1 = \log_{\frac{1}{3}} 3 \quad \text{vì} \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3.$$

Đúng. Ta có

$$\log_{\frac{1}{3}}(2x-1) \leq \log_{\frac{1}{3}} 3 \Leftrightarrow 2x-1 \geq 3.$$

Do hàm lôgarit cơ số $\frac{1}{3}$ nghịch biến,

c) Tập nghiệm của bất phương trình là $x \geq 2$.

Đúng. Từ $2x-1 \geq 3$

suy ra $x \geq 2$.

Tập này tự động thỏa mãn điều kiện xác định.

d) $x = 1$ thỏa mãn bất phương trình.

Sai. Khi $x = 1$, $2x-1 = 1$ và $\log_{\frac{1}{3}} 1 = 0$.

Nhưng $0 \leq -1$ là sai.

Kết luận: **a)** Đ; **b)** Đ; **c)** Đ; **d)** S.

Câu 10. [VD]

Sức mua của một khoản tiền được mô hình hóa bởi $P_n = 120(0,94)^n$, trong đó P_n tính bằng triệu đồng và n là số năm.

a) Khi $n = 0$, sức mua ban đầu là 120 triệu đồng.

Đúng. Ta có

$$P_0 = 120(0,94)^0 = 120.$$

b) Sau 1 năm, sức mua là 112,8 triệu đồng.

Đúng. Ta tính $P_1 = 120 \cdot 0,94 = 112,8$.

c) Sức mua giảm khi n tăng.

Đúng. Vì $0 < 0,94 < 1$,

nên dãy giá trị $(0,94)^n$ giảm khi n tăng. Do đó P_n cũng giảm.

d) Sau 2 năm, sức mua vẫn lớn hơn 110 triệu đồng.

Sai. Ta có $P_2 = 120(0,94)^2 = 106,032$.

Vì $106,032 < 110$,

nên khẳng định sai.

Kết luận: a) Đ; b) Đ; c) Đ; d) S.

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. [TH]

Tính $125^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải. Ta có $125 = 5^3$.

Do đó $125^{\frac{2}{3}} = (5^3)^{\frac{2}{3}} = 5^2 = 25$.

Đáp án: 25.

Câu 2. [TH]

Tính $\log_2 72 - \log_2 9$.

Lời giải. Dùng quy tắc lôgarit của thương:

$$\log_{272} - \log_{29} = \log_2 \frac{72}{9} = \log_{28}.$$

Vì $8 = 2^3$, nên $\log_{28} = 3$.

Đáp án: 3.

Câu 3. [NB]

Biết $\log_5 x = 3$. Tìm x .

Lời giải. Theo định nghĩa lôgarit,

$$\log_5 x = 3 \Leftrightarrow x = 5^3.$$

Suy ra $x = 125$.

Đáp án: 125.

Câu 4. [TH]

Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ đi qua điểm $(3; 64)$. Tìm a .

Lời giải. Điểm $(3; 64)$ thuộc đồ thị nên $a^3 = 64$.

Vì $64 = 4^3$, nên $a = 4$.

Đáp án: 4.

Câu 5. [TH]

Tìm số nguyên lớn nhất thuộc tập xác định của hàm số $y = \log_2 (7 - 2x)$.

Lời giải. Điều kiện xác định: $7 - 2x > 0$.

Suy ra $-2x > -7$ hay $x < \frac{7}{2}$.

Số nguyên lớn nhất nhỏ hơn $\frac{7}{2}$ là 3.

Đáp án: 3.

Câu 6. [TH]

Giải phương trình $9^{x-1} = 27$.

Lời giải. Đưa hai vế về cơ số 3:

$$9^{x-1} = (3^2)^{x-1} = 3^{2x-2}, \quad 27 = 3^3.$$

Do đó $2x - 2 = 3$.

Suy ra $2x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$.

Vậy $x = 2, 5$.

Đáp án: 2,5.

Câu 7. [TH]

Giải phương trình $\log_4(3x+1) = 2$.

Lời giải. Điều kiện: $3x+1 > 0$.

Theo định nghĩa lôgarit, $\log_4(3x+1) = 2 \Leftrightarrow 3x+1 = 4^2 = 16$.

Suy ra $3x = 15 \Leftrightarrow x = 5$.

Giá trị này thỏa mãn điều kiện.

Đáp án: 5.

Câu 8. [VD]

Có bao nhiêu số nguyên x thuộc tập $\{0; 1; 2; \dots; 10\}$ thỏa mãn bất phương trình $2^{x-1} \leq 16$?

Lời giải. Ta có $16 = 2^4$.

Vì cơ số $2 > 1$,

$$2^{x-1} \leq 2^4 \Leftrightarrow x-1 \leq 4.$$

Suy ra $x \leq 5$.

Trong tập đã cho, các giá trị thỏa mãn là $0, 1, 2, 3, 4, 5$.

Có tất cả 6 số nguyên.

Đáp án: 6.

Câu 9. [VD]

Sức mua của 100 triệu đồng sau 2 năm được mô hình hóa bởi $A = 100(0,9)^2$. Tính A theo đơn vị triệu đồng.

Lời giải. Ta tính $A = 100(0,9)^2 = 100 \cdot 0,81 = 81$.

Vậy sức mua còn lại là 81 triệu đồng.

Đáp án: 81.

Câu 10. [VD]

Theo công thức Benford $P = \log \frac{d+1}{d}$, nếu $P = \log \frac{4}{3}$ thì chữ số đầu tiên d bằng bao nhiêu?

Lời giải. Ta có $\log \frac{d+1}{d} = \log \frac{4}{3}$.

Vì hai lôgarit cùng cơ số và các biểu thức đều dương, suy ra $\frac{d+1}{d} = \frac{4}{3}$.

Nhân chéo: $3(d+1) = 4d$.

Suy ra $3d+3 = 4d \Leftrightarrow d = 3$.

Đáp án: 3.