

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VĨNH PHÚC**

**ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025
MÔN THI: TOÁN**

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đường Elip $\frac{x^2}{17} + \frac{y^2}{8} = 1$ có tiêu cự bằng

- A. 8. B. 9. C. 6. D. 3.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(-1; -2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z + 12 = 0$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[1; 4]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0; x = 1; x = 4$ là

- A. $S = \pi \int_1^4 f^2(x) dx$. B. $S = \int_1^4 f(x) dx$. C. $S = \int_1^4 f^2(x) dx$. D. $S = \pi \int_1^4 f(x) dx$.

Câu 4: Phương trình $2 \cos x + \sqrt{2} = 0$ có các nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{-\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{-3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{-\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có phương trình là

- A. $y = 1$. B. $x = 1$. C. $y = 2$. D. $x = 2$.

Câu 6: Phương trình $\sqrt{x^3 + 4x^2 + 2x} = x$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

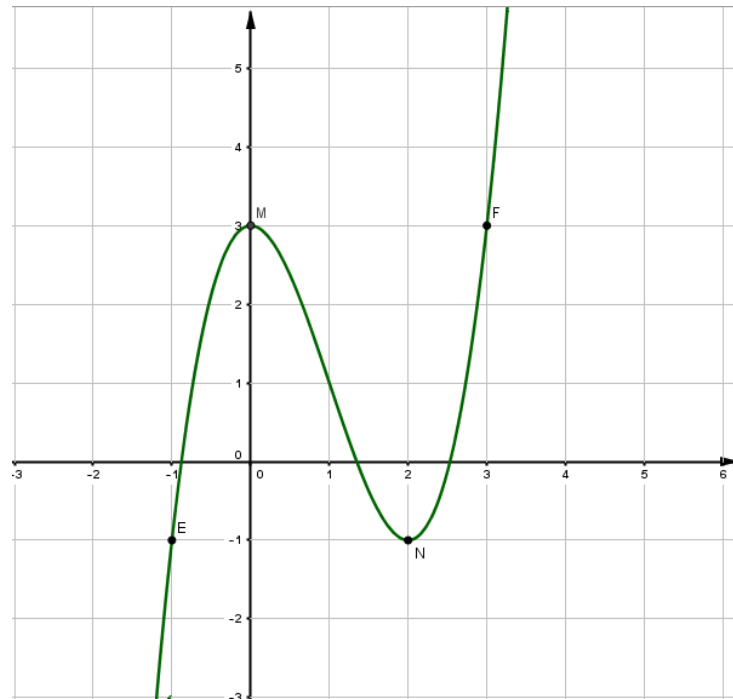
Câu 7: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ trên $\mathbb{R}$ là:

- A. $F(x) = \sin 2x$. B. $F(x) = \cos 2x$.

C. $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{2}$.

D. $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $F(3; 3)$.

B. $M(0; 3)$.

C. $E(-1; -1)$.

D. $N(2; -1)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; -1)$ và $\vec{b} = (2; -4; 2)$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

A. 8.

B. -8.

C. 12.

D. -12.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt đáy. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{4}{3}a^3$.

B. $2a^3$.

C. $4a^3$.

D. $4a^2$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): mx + 2y + mz - 12 = 0$ và $(Q): x + my + z + 2025 = 0$. Có bao nhiêu giá trị của m sao cho góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 45° ?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 0.

Câu 12: Lâm trường Tam Đảo thống kê đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi cho ở bảng sau:

Đường kính (cm)	[40 ; 45)	[45 ; 50)	[50 ; 55)	[55 ; 60)	[60 ; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 60.

B. 25.

C. 15.

D. 20.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ có đồ thị (C) .

- a) Đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C) .
- b) Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục Oy là đường thẳng $y = -2x + 1$.
- c) Đồ thị (C) cắt đường thẳng $y = x + 3$ tại hai điểm phân biệt.
- d) Điểm $I(2; 3)$ là giao điểm của các đường tiệm cận của đồ thị (C) .

Câu 2: Quan sát quá trình sinh trưởng và phát triển của một giống cà chua mới trong 18 tuần kể từ khi trồng, các kĩ sư thuộc một trung tâm giống cây trồng nhận thấy: Chiều cao thân cây sau t tuần kể từ khi trồng được tính xấp xỉ bởi hàm số $h(t) = 50 \log_3(2t+1) + 10$ (đơn vị: centimet, $0 \leq t \leq 18$). Sau 8 tuần kể từ khi trồng, hoa bắt đầu kết trái. Kể từ đó, đường kính trái cà chua ở tuần thứ t xấp xỉ bởi hàm số $d(t) = 3^{\frac{2t-15}{t-7}} - 3$ (đơn vị: centimet, $8 \leq t \leq 18$).

- a) Tốc độ tăng trưởng chiều cao của thân cây cà chua ở tuần thứ 7 (làm tròn đến hàng phần trăm) là 6,07 (cm/tuần).
- b) Khi được 4 tuần tuổi, chiều cao của thân cây cà chua là 110 cm.
- c) Sau 4 tuần kể từ khi kết trái, đường kính trái cà chua lớn hơn 9,98 cm.
- d) Chiều cao của thân cây cà chua liên tục tăng trong suốt 18 tuần.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ vị trí $A(1; 2; 3)$ hướng đến vị trí $B(0; 1; -6)$, bia chắn là mặt phẳng $(P): 4x - y + 2z + 13 = 0$, đơn vị là kilomet.

- a) Điểm B thuộc mặt phẳng (P) .
- b) Giả sử viên đạn chuyển động thẳng đều theo hướng vectơ $\vec{v}(-2; -2; -18)$ với vận tốc 800 m/s (bỏ qua mọi lực cản và chướng ngại vật), sau một phút viên đạn bắn ra đi qua điểm B .
- c) Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P) (làm tròn đến hàng đơn vị) là 60° .
- d) Hình chiếu vuông góc của A trên (Oxy) là $H(0; 2; 3)$.

Câu 4: Một vật đang ở nhiệt độ 100°C thì được đặt vào môi trường X có nhiệt độ 25°C . Kể từ đó, nhiệt độ của vật giảm dần theo tốc độ $T'(t) = -150 \cdot e^{-2t}$ ($^{\circ}\text{C}/\text{phút}$), trong đó $T(t)$ là nhiệt độ tính theo $^{\circ}\text{C}$ tại thời điểm t phút kể từ khi được đặt trong môi trường X . Khi đó:

a) $T(t) = 75e^{-2t} + 20$.

b) Nhiệt độ của vật tại thời điểm $t = 3$ phút là $T(t) = \int_0^3 T'(t) dt$.

c) $T(t) = \int T'(t) dt$ với $T(0) = 100$.

d) Tốc độ giảm nhiệt độ của vật tăng dần theo thời gian.

Phần III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một hộp chứa 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4, 6 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 6, 8 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp. Gọi P là xác suất để 3 viên bi lấy ra vừa khác màu, vừa khác số. Tính $8160P$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo trên các trục là kilomet, một ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000; 600; 14)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $Q(1400; 800; 16)$. Biết một khẩu pháo ở tọa độ vị trí điểm $E(100; 150; 9, 5)$ được bắn ra với vận tốc không đổi gấp 5 lần vận tốc máy bay nhằm bắn trúng máy bay tại vị trí điểm N . Sau bao nhiêu phút khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn?

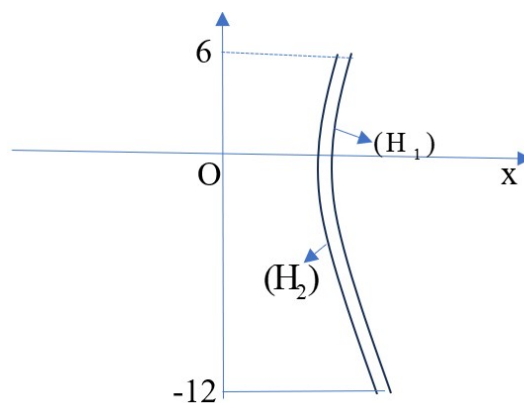
Câu 3: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có mặt đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên $AA' = 12$. Gọi M, O lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và $A'C'$. Biết thể tích tứ diện $AMOB'$ bằng 36, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, CO (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4: Một khu đất có hình dạng là một nửa hình tròn bán kính 18m. Người ta muốn xây dựng một khu vui chơi hình chữ nhật ở bên trong nửa đường tròn đó, biết rằng một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của nửa đường tròn (tham khảo hình vẽ). Tính diện tích lớn nhất của khu vui chơi có thể xây dựng.



Câu 5: Một chủ cửa hàng kinh doanh phần ăn uống đồng giá có chiến lược kinh doanh như sau: Phí cố định được ước tính trong một năm là 60 triệu đồng; chi phí một lần ăn ước tính khoảng 25 nghìn đồng; giá niêm yết trên thực đơn là 35 nghìn đồng. Giả định rằng tất cả các phần ăn chế biến sẵn đều được bán hết và kí hiệu x là số phần ăn trong một năm, x là số nguyên thuộc $[5000; 25000]$. Mục tiêu của chủ nhà hàng là tạo ra lợi nhuận ít nhất 155 triệu đồng mỗi năm. Biết rằng nhà hàng mở cửa 300 ngày một năm, hỏi trung bình mỗi ngày nhà hàng phải phục vụ ít nhất bao nhiêu phần ăn để đạt được mục tiêu trên?

Câu 6: Lớp vỏ của một lò phản ứng hạt nhân bằng kim loại và được tạo bởi hình phẳng (S) giới hạn bởi nhánh bên phải trục tung của các đường hyperbol $(H_1); (H_2)$ và hai đường thẳng $y = -12; y = 6$ khi quay quanh trục Oy (tham khảo hình vẽ)



Biết (H_1) đi qua điểm $(\sqrt{30}; 0)$ và có tiêu cự bằng $10\sqrt{6}$; (H_2) đi qua điểm $(5; 0)$ và có tiêu cự bằng $10\sqrt{5}$ và đơn vị trên các trục tọa độ đo bằng mét. Thể tích khối kim loại cần sử dụng để làm vỏ lò phản ứng hạt nhân bằng bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đường Elip $\frac{x^2}{17} + \frac{y^2}{8} = 1$ có tiêu cự bằng

A. 8.

B. 9.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Từ phương trình chính tắc của Elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) ta có

$$\begin{cases} a^2 = 17 \\ b^2 = 8 \end{cases} \text{ có } c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{17 - 8} = 3 \Rightarrow 2c = 6. \text{ Vậy Elip có tiêu cự bằng } 6.$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(-1; -2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z + 12 = 0$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 1$.

Lời giải

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x = 0$. Ta có $d(I, (Oyz)) = 1$, mặt cầu có tâm $I(-1; -2; 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(Oyz) \Rightarrow d(I, (Oyz)) = R$ Phương trình mặt cầu là $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[1; 4]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0; x = 1; x = 4$ là

- A. $S = \pi \int_1^4 f^2(x) dx$. B. $S = \int_1^4 f(x) dx$. C. $S = \int_1^4 f^2(x) dx$. D. $S = \pi \int_1^4 f(x) dx$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0; x = 1; x = 4$ là

$$S = \int_1^4 |f(x)| dx = \int_1^4 f(x) dx. \quad (\text{Vì hàm số } y = f(x) \text{ liên tục và không âm trên đoạn } [1; 4])$$

Câu 4: Phương trình $2 \cos x + \sqrt{2} = 0$ có các nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{-\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{-3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{-\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

$$2 \cos x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{-\sqrt{2}}{2} = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{-3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có phương trình là

A. $y = 1$.

B. $x = 1$.

C. $y = 2$.

D. $x = 2$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\left(2 - \frac{1}{x}\right)}{x\left(1 - \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2$$

Ta có , nên $y = 2$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x\left(2 - \frac{1}{x}\right)}{x\left(1 - \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2$$

Mặt khác , nên $y = 2$ là một tiệm cận ngang duy nhất của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 6: Phương trình $\sqrt{x^3 + 4x^2 + 2x} = x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Điều kiện: $x \geq 0$. Phương trình đã cho dẫn đến $x^3 + 4x^2 + 2x = x^2$ có ba nghiệm $x = 0$, $x = -1$ và $x = -2$. So với điều kiện, ta nhận $x = 0$. Vậy phương trình đã cho có một nghiệm.

Câu 7: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ trên $\mathbb{R}$ là:

A. $F(x) = \sin 2x$.

B. $F(x) = \cos 2x$.

C. $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{2}$.

D. $F(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}$.

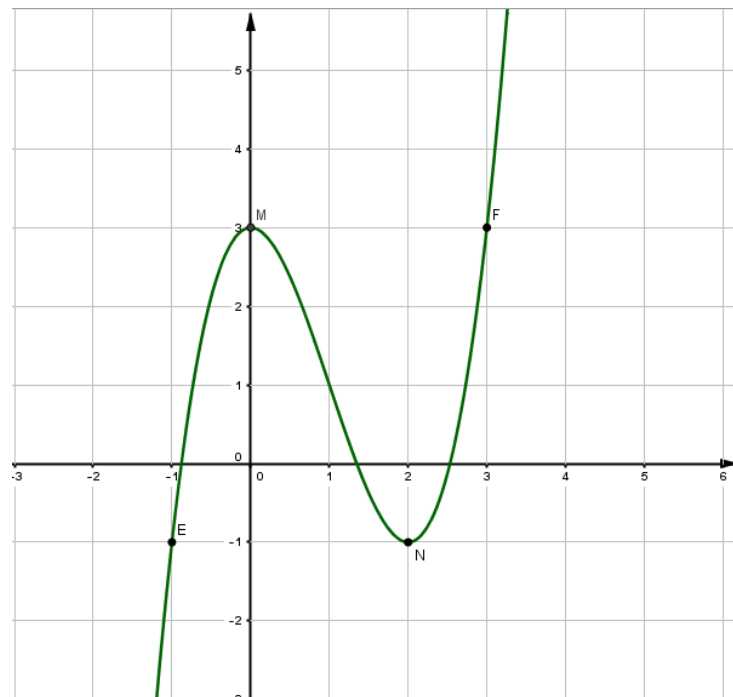
Lời giải

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} = \frac{1}{2} - \frac{\cos 2x}{2}$$

Áp dụng công thức hạ bậc ta có:

Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là: $\int f(x) dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $F(3;3)$.

B. $M(0;3)$

C. $E(-1;-1)$.

D. $N(2;-1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta có điểm cực đại của đồ thị hàm số là $M(0;3)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{a} = (1; -2; -1)$ và $\vec{b} = (2; -4; 2)$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

A. 8

B. -8 .

C. 12.

D. -12 .

Lời giải

Ta có:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 + (-2) \cdot (-4) + (-1) \cdot 2 = 8$$

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt đáy. Thể tích khối chóp đã cho bằng

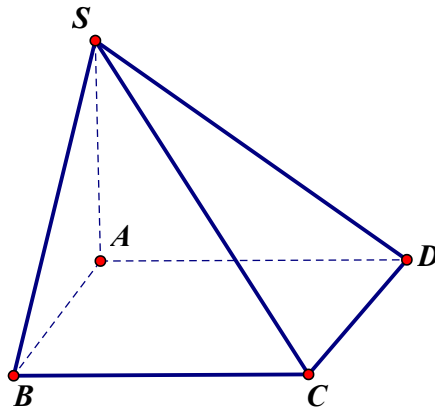
A. $\frac{4}{3}a^3$

B. $2a^3$.

C. $4a^3$.

D. $4a^2$.

Lời giải



Áp dụng công thức: $V_{S..ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a \cdot 2a = \frac{4}{3} a^3$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): mx + 2y + mz - 12 = 0$ và $(Q): x + my + z + 2025 = 0$. Có bao nhiêu giá trị của m sao cho góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 45° ?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Ta có: $(P): mx + 2y + mz - 12 = 0 \Rightarrow \vec{n}_{(P)}(m; 2; m)$

$(Q): x + my + z + 2025 = 0 \Rightarrow \vec{n}_{(Q)}(1; m; 1)$

$$\cos((P); (Q)) = \left| \cos(\vec{n}_{(P)}; \vec{n}_{(Q)}) \right| = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)}|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{n}_{(Q)}|} = \frac{|m \cdot 1 + 2 \cdot m + m \cdot 1|}{\sqrt{m^2 + 2^2 + m^2} \cdot \sqrt{1^2 + m^2 + 1^2}}$$

Mà

$$\Leftrightarrow \cos(45^\circ) = \frac{|4m|}{\sqrt{2m^2 + 4} \cdot \sqrt{m^2 + 2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|4m|}{\sqrt{2m^2 + 4} \cdot \sqrt{m^2 + 2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|4m|}{\sqrt{2} \sqrt{m^2 + 2} \cdot \sqrt{m^2 + 2}}$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2 = |4m|$$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 2)^2 = 16m^2$$

$$\Leftrightarrow m^4 - 12m^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 6 + 4\sqrt{2} \\ m^2 = 6 - 4\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm\sqrt{6 + 4\sqrt{2}} \\ m = \pm\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} \end{cases}$$

Vậy có 4 giá trị m để góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 45° .

Câu 12: Lâm trường Tam Đảo thống kê đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi cho ở bảng sau:

Đường kính (cm)	[40 ; 45)	[45 ; 50)	[50 ; 55)	[55 ; 60)	[60 ; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 60.

B. 25.

C. 15.

D. 20.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 65 - 40 = 25$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ có đồ thị (C) .

a) Đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C) .

b) Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của (C) với trục Oy là đường thẳng $y = -2x + 1$.

c) Đồ thị (C) cắt đường thẳng $y = x + 3$ tại hai điểm phân biệt.

d) Điểm $I(2; 3)$ là giao điểm của các đường tiệm cận của đồ thị (C) .

Lời giải

1	Giải chi tiết(giải thích)
a) S	Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là $x = 2$.
b) S	<p>Gọi $A(x; y)$ là tọa độ giao điểm của (C) với trục Oy:</p> $x = 0 \Rightarrow y = \frac{3 \cdot 0 + 2}{0 - 2} = -1$ $\Rightarrow A(0; -1)$ $y' = \frac{3 \cdot (-2) - 2 \cdot 1}{(x - 2)^2} = \frac{-8}{(x - 2)^2}, \text{ hệ số góc của tiếp tuyến tại } A(0; -1) \text{ là}$ $k = \frac{-8}{(0 - 2)^2} = -2$ <p>Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(0; -1)$ là:</p> $y = k(x - x_0) + y_0 = -2 \cdot (x - 0) - 1 = -2x - 1$

c) Đ	<p>Gọi $B(x; y)$ là tọa độ giao điểm của (C) với đường thẳng $y = x + 3$.</p> <p>Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và $y = x + 3$</p> $\frac{3x+2}{x-2} = x+3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2 = (x+3)(x-2) \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 6 = 3x + 2 \\ x \neq 2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 8 = 0 \\ x \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$ <p>Vậy đồ thị (C) cắt đường thẳng $y = x + 3$ tại hai điểm phân biệt.</p>
d) Đ	<p>Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận ngang là $y = \frac{3}{1} = 3$.</p> <p>Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là $x = 2$.</p> <p>Giao điểm của các đường tiệm cận của đồ thị (C) là $I(2; 3)$.</p>

Câu 2: Quan sát quá trình sinh trưởng và phát triển của một giống cà chua mới trong 18 tuần kể từ khi trồng, các kĩ sư thuộc một trung tâm giống cây trồng nhận thấy: Chiều cao thân cây sau t tuần kể từ khi trồng được tính xấp xỉ bởi hàm số $h(t) = 50 \log_3(2t+1) + 10$ (đơn vị: centimet, $0 \leq t \leq 18$). Sau 8 tuần kể từ khi trồng, hoa bắt đầu kết trái. Kể từ đó, đường kính trái cà chua ở tuần thứ t xấp xỉ bởi hàm số $d(t) = 3^{\frac{2t-15}{t-7}} - 3$ (đơn vị: centimet, $8 \leq t \leq 18$).

- a) Tốc độ tăng trưởng chiều cao của thân cây cà chua ở tuần thứ 7 (làm tròn đến hàng phần trăm) là 6,07 (cm/tuần).
- b) Khi được 4 tuần tuổi, chiều cao của thân cây cà chua là 110 cm.
- c) Sau 4 tuần kể từ khi kết trái, đường kính trái cà chua lớn hơn 9,98 cm.
- d) Chiều cao của thân cây cà chua liên tục tăng trong suốt 18 tuần.

Lời giải

2	Giải chi tiết (giải thích)
a) Đ	<p>Tốc độ tăng trưởng của cây cà chua ở tuần thứ t là $h'(t) = \frac{100}{(2t+1)\ln 3}$.</p> <p>Với $t=7$ ta có $h'(7) = \frac{100}{15\ln 3} \approx 6,07$ (cm/tuần).</p>
b) Đ	<p>Khi được 4 tuần tuổi, ta có $t=4$.</p> <p>$h(4) = 50 \log_3(9) + 10 = 110$ cm.</p>

c) S	Sau 4 tuần kể từ khi kết trái, ta có $t=12$. Suy ra $d(12)=3^{\frac{9}{5}}-3 \approx 4,225$ cm
d) Đ	Ta có $h'(t)=\frac{100}{(2t+1)\ln 3} > 0, \forall t \in [0; 18]$ Suy ra hàm số $h(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; 18)$. Do đó chiều cao cây cà chua liên tục tăng trong suốt 18 tuần.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ vị trí $A(1; 2; 3)$ hướng đến vị trí $B(0; 1; -6)$, bia chắn là mặt phẳng $(P): 4x - y + 2z + 13 = 0$, đơn vị là kilomet.

a) Điểm B thuộc mặt phẳng (P) .

b) Giả sử viên đạn chuyển động thẳng đều theo hướng vectơ $\vec{v}(-2; -2; -18)$ với vận tốc 800 m/s (bỏ qua mọi lực cản và phương ngại vật), sau một phút viên đạn bắn ra đi qua điểm B .

c) Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P) (làm tròn đến hàng đơn vị) là 60° .

d) Hình chiếu vuông góc của A trên (Oxy) là $H(0; 2; 3)$.

Lời giải

3	Giải chi tiết (giải thích)
a) Đ	Ta có: $4 \cdot 0 - 1 + 2 \cdot (-6) + 13 = 0 \Rightarrow B \in (P)$
b) Đ	$\overrightarrow{AB} = (-1; -1; -9)$ Ta thấy $\vec{v} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow$ Hướng chuyển động theo vectơ $\vec{v}$ chính là hướng chuyển động từ A đến B $AB = \sqrt{1^2 + 1^2 + 9^2} = \sqrt{83} \text{ (km)} = 1000\sqrt{83} \text{ (m)}$ Suy ra thời gian viên đạn bay từ A đến B là: $\frac{AB}{800} = \frac{5\sqrt{83}}{4} \approx 11,39$ giây. Do đó sau 1 phút viên đạn đã đi qua điểm B
c) S	$(1; 1; 9), \overrightarrow{n_{(P)}} = (4; -1; 2)$ $\cos(\angle(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{n_{(P)}})) = \frac{ \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{n_{(P)}} }{ \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{n_{(P)}} } = \frac{ 4 - 1 + 18 }{\sqrt{83} \cdot \sqrt{21}} = \frac{\sqrt{1743}}{83}$ $\angle(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{n_{(P)}}) \approx 30^\circ$

d) S	Hình chiếu vuông góc của A trên (Oxy) là $H(1; 2; 0)$
------	---

Câu 4: Một vật đang ở nhiệt độ $100^{\circ}C$ thì được đặt vào môi trường X có nhiệt độ $25^{\circ}C$. Kể từ đó, nhiệt độ của vật giảm dần theo tốc độ $T'(t) = -150.e^{-2t}$ ($^{\circ}C$ /phút), trong đó $T(t)$ là nhiệt độ tính theo $^{\circ}C$ tại thời điểm t phút kể từ khi được đặt trong môi trường X . Khi đó:

a) $T(t) = 75e^{-2t} + 20$.

b) Nhiệt độ của vật tại thời điểm $t = 3$ phút là $T(t) = \int_0^3 T'(t) dt$.

c) $T(t) = \int T'(t) dt$ với $T(0) = 100$.

d) Tốc độ giảm nhiệt độ của vật tăng dần theo thời gian.

Lời giải

Câu	a	b	c	d
Đáp án	S	S	Đ	Đ

a) Sai. Ta có $\int T'(t) dt = \int -150.e^{-2t} dt = 75e^{-2t} + C$

$T(0) = 100 \Rightarrow 75e^{-2 \cdot 0} + C = 100 \Rightarrow C = 25$.

Vậy $T(t) = 75e^{-2t} + 25$.

b) Sai. Nhiệt độ của vật tại thời điểm $t = 3$ phút là $T(3) = \int_0^3 T'(t) dt + T(0)$.

c) Đúng. $T(t) = \int T'(t) dt$ với $T(0) = 100$.

d) Đúng. Ta có: $T''(t) = (-150.e^{-2t})' = 300.e^{-2t} > 0, \forall t \geq 0$.

Suy ra hàm số $T'(t)$ đồng biến khi $t > 0$.

Do đó tốc độ giảm nhiệt độ của vật tăng dần theo thời gian.

Phần III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: [Mức độ 2] Một hộp chứa 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4, 6 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 6, 8 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp. Gọi P là xác suất để 3 viên bi lấy ra vừa khác màu, vừa khác số. Tính $8160P$.

Lời giải

Đáp án: 1200

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{18}^3$.

Gọi A là biến cố: “3 viên bi lấy ra vừa khác màu, vừa khác số”.

Chọn 1 viên bi màu đỏ trong 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4 có 4 cách.

Chọn 1 viên bi màu xanh trong 6 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 6 và khác số của viên bi đỏ có 5 cách.

Chọn 1 viên bi màu vàng trong 8 viên bi màu vàng được đánh số từ 1 đến 8 và khác số của viên bi màu đỏ và xanh có 6 cách.

Vậy: $n(A) = 4.5.6 = 120$.

Xác suất của biến cố A là: $P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{120}{C_{18}^3} \Rightarrow 8160P = 1200$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo trên các trục là kilomet, một radar phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000; 600; 14)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $Q(1400; 800; 16)$. Biết một khẩu pháo ở tọa độ vị trí điểm $E(100; 150; 9, 5)$ được bắn ra với vận tốc không đổi gấp 5 lần vận tốc máy bay nhằm bắn trúng máy bay tại vị trí điểm N . Sau bao nhiêu phút khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn?

Lời giải

Đáp án: 6

Gọi $N(x, y, z)$

Ta có $\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{NQ} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1000 = 3(1400 - x) \\ y - 600 = 3(800 - y) \\ z - 14 = 3(16 - z) \end{cases} \Leftrightarrow N(1300; 750; 15, 5)$.

Vận tốc khẩu pháo bằng 5 lần vận tốc máy bay nên vận tốc khẩu pháo là $5 \cdot \frac{MN}{0,5} = 5\sqrt{450009} \text{ (km / h)}$

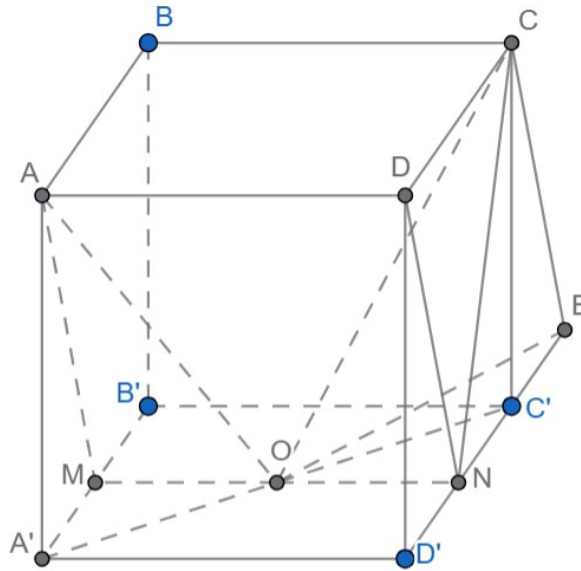
Thời gian kể từ khi bắn pháo từ điểm E đến vị trí điểm N là $\frac{EN}{5\sqrt{450009}} = 0,4 \text{ (h)} = 24 \text{ (phút)}$.

Vậy sau $30 - 24 = 6$ phút khi máy bay bay từ M thì người điều khiển pháo phải bắn.

Câu 3: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có mặt đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên $AA' = 12$. Gọi M, O lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và $A'C'$. Biết thể tích tứ diện $AMOB'$ bằng 36, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, CO (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 3,75



Gọi độ dài cạnh hình vuông đáy là x

$$V_{AMOB'} = 36 \Leftrightarrow \frac{1}{3} d(A, (MB'O)) \cdot S_{\Delta MB'O} = 36 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{x}{2} = 36 \Leftrightarrow x = 6\sqrt{2}$$

Gọi N là trung điểm của $C'D'$. Dựng hình bình hành $CDNE$ như hình vẽ.

Suy ra: $AM \perp (COE)$

Do đó: $d(AM, CO) = d(AM, (COE)) = d(M, (COE)) = d(N, (COE))$ (Vì O là trung điểm của MN)

Lại có:

$$V_{N,COE} = \frac{1}{3} \cdot d(N, (COE)) \cdot S_{\Delta COE} = \frac{1}{3} \cdot d(O, (CNE)) \cdot S_{\Delta CNE}$$

$$\Rightarrow d(N, (COE)) = \frac{d(O, (CNE)) \cdot S_{\Delta CNE}}{S_{\Delta COE}} = \frac{ON \cdot \frac{1}{2} \cdot CC' \cdot NE}{S_{\Delta COE}} = \frac{3\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6\sqrt{2}}{S_{\Delta COE}} = \frac{216}{S_{\Delta COE}} \quad (1)$$

Ta có:

$$CE = DN = \sqrt{DD'^2 + D'N^2} = \sqrt{144 + 18} = 9\sqrt{2}$$

$$OE = \sqrt{ON^2 + NE^2} = \sqrt{18 + 72} = 3\sqrt{10}$$

$$OC = \sqrt{CC'^2 + OC'^2} = \sqrt{144 + 36} = 6\sqrt{5}$$

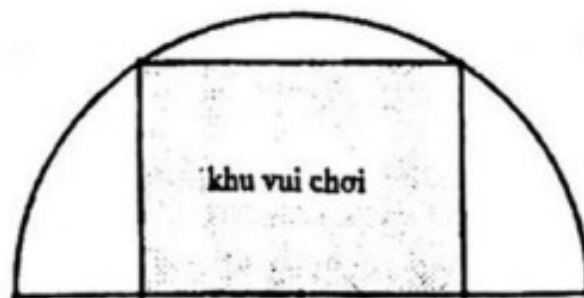
$$\Rightarrow p = \frac{CE + OE + OC}{2} = \frac{9\sqrt{2} + 3\sqrt{10} + 6\sqrt{5}}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta COE} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 9\sqrt{41}$$

$$\text{Thay vào (1) ta có} \quad d(N, (COE)) = \frac{24\sqrt{41}}{41}$$

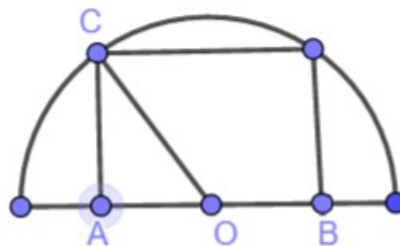
Vậy khoảng cách giữa hai đường chéo nhau AM, CO là $\frac{24\sqrt{41}}{41} \approx 3,75$

Câu 4: Một khu đất có hình dạng là một nửa hình tròn bán kính 18m. Người ta muốn xây dựng một khu vui chơi hình chữ nhật ở bên trong nửa đường tròn đó, biết rằng một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của nửa đường tròn (tham khảo hình vẽ). Tính diện tích lớn nhất của khu vui chơi có thể xây dựng.



Lời giải

Đáp án: 324



Gọi $AO = x \Rightarrow AB = 2x$; $AC = y$ ($dk: x, y > 0$). Khi đó diện tích hình chữ nhật (khu vui chơi) là:

$$S = 2x.y$$

Xét tam giác vuông CAO vuông tại A . Ta có: $AO^2 + AC^2 = OC^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 18^2$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương x, y ta có: $x^2 + y^2 \geq 2\sqrt{x^2 y^2} \Leftrightarrow xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$

Do đó: $S = 2xy \leq 2 \cdot \frac{x^2 + y^2}{2} \Leftrightarrow S \leq 18^2$. Dấu = xảy ra khi $x = y = 9\sqrt{2}$

Vậy giá trị lớn nhất của diện tích khu vui chơi là $324(m^2)$.

Câu 5: Một chủ cửa hàng kinh doanh phần ăn uống đồng giá có chiến lược kinh doanh như sau: Phí cố định được ước tính trong một năm là 60 triệu đồng; chi phí một lần ăn ước tính khoảng 25 nghìn đồng; giá niêm yết trên thực đơn là 35 nghìn đồng. Giả định rằng tất cả các phần ăn chế biến sẵn đều được bán hết và kí hiệu x là số phần ăn trong một năm, x là số nguyên thuộc $[5000; 25000]$. Mục tiêu của chủ nhà hàng là tạo ra lợi nhuận ít nhất 155 triệu đồng mỗi năm. Biết rằng nhà hàng mở cửa 300 ngày một năm, hỏi trung bình mỗi ngày nhà hàng phải phục vụ ít nhất bao nhiêu phần ăn để đạt được mục tiêu trên?

Lời giải

Đáp án: 72

Do x là số phần ăn trong một năm, x là số nguyên thuộc $[5000; 25000]$ nên ta có tổng chi phí hằng

năm cho x phần ăn này là: $C(x) = 25x + 60000$ (nghìn đồng).

Tổng lợi nhuận hằng năm cho x phần ăn được biểu thị bởi:

$$L(x) = 35x - (25x + 60000) = 10x - 60000 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Để đạt mục tiêu của chủ nhà hàng là tạo ra lợi nhuận ít nhất 155 triệu đồng mỗi năm thì số phần ăn cần bán được phải thỏa mãn bất phương trình sau:

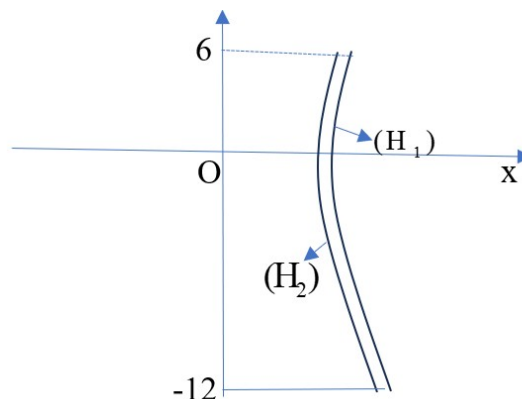
$$L(x) \geq 155000 \Leftrightarrow 10x - 60000 \geq 155000 \Leftrightarrow x \geq 21500.$$

Kết quả cho thấy hằng năm, nhà hàng cần phục vụ được tối thiểu 21500 phần ăn thì mới có lợi nhuận như mong muốn.

Do nhà hàng mở cửa 300 ngày một năm nên trung bình mỗi ngày nhà hàng cần phục vụ số phần ăn là: $21500 : 300 \approx 71.7$ phần ăn.

Vậy để đạt mục tiêu, trung bình mỗi ngày nhà hàng cần phục vụ ít nhất 72 phần ăn.

Câu 6: Lớp vỏ của một lò phản ứng hạt nhân bằng kim loại và được tạo bởi hình phẳng (S) giới hạn bởi nhánh bên phải trục tung của các đường hyperbol $(H_1); (H_2)$ và hai đường thẳng $y = -12; y = 6$ khi quay quanh trục Oy (tham khảo hình vẽ)



Biết (H_1) đi qua điểm $(\sqrt{30}; 0)$ và có tiêu cự bằng $10\sqrt{6}$; (H_2) đi qua điểm $(5; 0)$ và có tiêu cự bằng $10\sqrt{5}$ và đơn vị trên các trục tọa độ đo bằng mét. Thể tích khối kim loại cần sử dụng để làm vỏ lò phản ứng hạt nhân bằng bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải:

Đáp số: 283

+) Gọi phương trình $(H_1): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

(H_1) đi qua điểm $(\sqrt{30}; 0)$ và có tiêu cự bằng $10\sqrt{6}$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{30}{a^2} = 1 \\ 2c = 10\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 30 \\ c = 5\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 30 \\ c^2 = a^2 + b^2 = 150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 30 \\ b^2 = 120 \end{cases}$$

Vậy phương trình $(H_1): \frac{x^2}{30} - \frac{y^2}{120} = 1$. Suy ra $x^2 = 30(1 + \frac{y^2}{120}) \Rightarrow x = \sqrt{30(1 + \frac{y^2}{120})} = f(y)$

+) Gọi phương trình $(H_2): \frac{x^2}{m^2} - \frac{y^2}{n^2} = 1$

(H_2) đi qua điểm $(5; 0)$ và có tiêu cự bằng $10\sqrt{5}$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{25}{m^2} = 1 \\ 2c = 10\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 25 \\ c = 5\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 25 \\ c^2 = m^2 + n^2 = 125 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 25 \\ n^2 = 100 \end{cases}$$

Vậy phương trình $(H_2): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{100} = 1$ Suy ra $x^2 = 25(1 + \frac{y^2}{100}) \Rightarrow x = 5\sqrt{1 + \frac{y^2}{100}} = g(y)$

+) Thể tích của khối kim loại là:

$$V = \pi \int_{-12}^6 \left[f^2(y) - g^2(y) \right] dy = \pi \int_{-12}^6 \left[30\left(1 + \frac{y^2}{120}\right) - 25\left(1 + \frac{y^2}{100}\right) \right] dy \approx 283(m^3)$$

-----HẾT-----