

Họ và tên: ..... Số báo danh: ..... Mã đề 0101

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

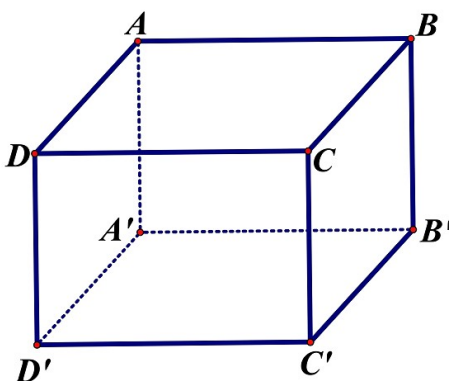
**Câu 1.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos x + x$  là

- A.  $-\sin x + C$  . B.  $-\sin x - x^2 + C$  . C.  $\sin x + \frac{x^2}{2} + C$  . D.  $-\sin x + \frac{x^2}{2} + C$  .

**Câu 2.** Nghiệm của phương trình  $3^{3x+1} = 81$  là

- A.  $x = 2$  . B.  $x = 1$  . C.  $x = \frac{3}{2}$  . D.  $x = \frac{5}{2}$  .

**Câu 3.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tính tổng  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{B'D'}$ .



- A.  $\overrightarrow{BD'}$  . B.  $\vec{0}$  . C.  $2\overrightarrow{B'D'}$  . D.  $2\overrightarrow{DB}$  .

**Câu 4.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 3y + z - 6 = 0$ . Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ ?

- A.  $\vec{n}_1 = (1; -3; 1)$  . B.  $\vec{n}_4 = (1; 3; 1)$  . C.  $\vec{n}_2 = (1; -3; -6)$  . D.  $\vec{n}_3 = (1; 1; -6)$  .

**Câu 5.** Mỗi ngày ông Bình đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị là km) của ông Bình trong  $^{39}$  ngày được thống kê lại ở bảng sau:

| Quãng đường (km) | [2, 5; 3, 0) | [3, 0; 3, 5) | [3, 5; 4, 0) | [4, 0; 4, 5) | [4, 5; 5, 0) |
|------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Số ngày          | 18           | 9            | 5            | 4            | 3            |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 2 . B. 1,8 . C. 2,5 . D. 2,1 .

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$ | $+$ | $0$       | $-$ |
| $y$  | $-\infty$ | $2$  | $1$ | $1$ | $3$       | $2$ |

Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 7. Tập nghiệm của phương trình  $\cos x = 1$  là

- A.  $S = k\pi | k \in \mathbb{Z}$  . B.  $S = 2k\pi | k \in \mathbb{Z}$  . C.  $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$  . D.  $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$  .

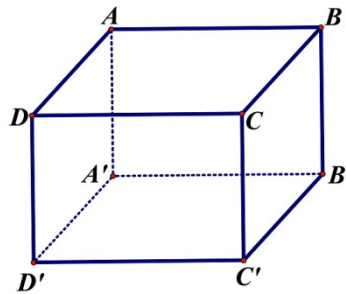
Câu 8. Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Giá trị của  $u_4$  bằng

- A. 54. B. 18. C. 108. D. 27.

Câu 9. Cho khối chóp  $O.ABC$  có  $OA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , tam giác  $ABC$  đều và  $OA = 2$ ,  $AB = 3$ . Thể tích của khối chóp  $O.ABC$  bằng

- A.  $3\sqrt{3}$  . B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  . C.  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$  . D.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$  .

Câu 10. Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Xét phép chiếu song song theo phương  $B'B$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$ . Ảnh của đoạn thẳng  $A'C'$  qua phép chiếu song song đó là



- A. đoạn thẳng  $A'C$  . B. đoạn thẳng  $AC$  .  
C. đoạn thẳng  $AB$  . D. đoạn thẳng  $BD$  .

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và nhận  $\vec{n} = (0; -2; 3)$  là một vector pháp tuyến có phương trình tổng quát là

- A.  $-2x + 3y = 0$  . B.  $-2y + 3z = 0$  . C.  $2y + 3z = 0$  . D.  $-2x + 3z = 0$  .

Câu 12. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 3x - 1$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 2$ ,  $x = 3$  được xác định bằng công thức

- A.  $S = \int_2^3 (3x - 1), dx$  . B.  $S = \int_2^3 (3x - 1)^2, dx$  . C.  $S = \pi \int_2^3 (3x - 1)^2, dx$  . D.  $S = \pi \int_2^3 (3x - 1), dx$  .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chỉ chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ .

- a)  $f(1) = a + b + c + 1$  .  
b)  $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$  .  
c) Nếu  $f(1) + 2 = f'(1)$  thì  $a = 2c$  .  
d) Nếu  $f(1) + 2 = f'(1)$  và  $f(x) + 2 \geq f'(x), \forall x \geq 0$  thì  $b = 4$  và  $a \geq 1$  .

Câu 2. Trong hộp thứ nhất gồm 3 viên bi màu xanh và 4 viên bi màu đỏ, hộp thứ hai gồm 5 viên bi màu xanh và 3 viên bi màu đỏ. Bạn Anna lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ nhất và cho sang hộp thứ hai, sau đó bạn Lisa lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai.

a) Xác suất bạn Anna lấy được 2 viên bi khác màu là  $\frac{4}{7}$ .

b) Biết rằng bạn Anna lấy được 2 viên bi khác màu, xác suất bạn Lisa lấy được 2 viên bi cùng màu là  $\frac{3}{5}$ .

c) Xác suất bạn Lisa lấy được 2 viên bi cùng màu lớn hơn 50%.

d) Biết rằng bạn Lisa lấy được 2 viên bi cùng màu, xác suất bạn Anna lấy được 2 viên bi khác màu là  $\frac{19}{37}$ .

**Câu 3.** Một hạt proton chuyển động trong điện trường từ điểm  $A(2;1;5)$  (đơn vị mm) theo một đường thẳng hướng lên trên. Hướng chuyển động của hạt tạo với mặt phẳng  $(Oxy)$  một góc  $30^\circ$ . Biết hình chiếu vuông góc của hướng chuyển động lên mặt phẳng  $(Oxy)$  hợp với trục  $Ox$  một góc  $45^\circ$ . Vận tốc của hạt tại thời điểm  $t$  (giây) là  $v(t) = ke^{0.5t}$  (mm/s) với  $k$  là hằng số dương. Biết rằng trong  $2\ln 2$  giây đầu tiên, hạt đi được quãng đường là 20 mm. Gọi  $B(x_B; y_B; z_B)$  là vị trí của hạt tại thời điểm  $t = 2$  (giây).

a) Vector đơn vị hướng chuyển động  $\vec{u} = (a; b; c)$  có cao độ  $c = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ .

$$\vec{u} = \left( \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2} \right)$$

b) Vector đơn vị hướng chuyển động của hạt là

c) Hằng số  $k$  trong công thức vận tốc có giá trị bằng 10.

d) Tại vị trí  $B$ , cao độ  $z_B$  của hạt là 20 mm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

**Câu 4.** Để bảo tồn loài chim Sếu đầu đỏ, các nhà khoa học đã thả một số cá thể vào khu sinh thái và theo dõi sự phát triển của chúng. Gọi  $y(t)$  (đơn vị: trăm cá thể) là số lượng chim tại thời điểm  $t$  năm ( $t \geq 0$ ). Tốc độ tăng trưởng của quần thể chim tỉ lệ thuận với số lượng cá thể hiện có, thỏa mãn phương trình  $y'(t) = k \cdot y(t)$  ( $t \geq 0$ ,  $k$  là hằng số dương). Qua theo dõi, các nhà khoa học ghi nhận:

Tại thời điểm  $t = 5$  (năm), số lượng chim là 400 cá thể.

Tại thời điểm  $t = 10$  (năm), số lượng chim là 800 cá thể.

Giả sử  $y(t) = e^{g(t)}$  với  $t \geq 0$ .

a)  $g(t) = kt + C$  với  $C$  là một hằng số.

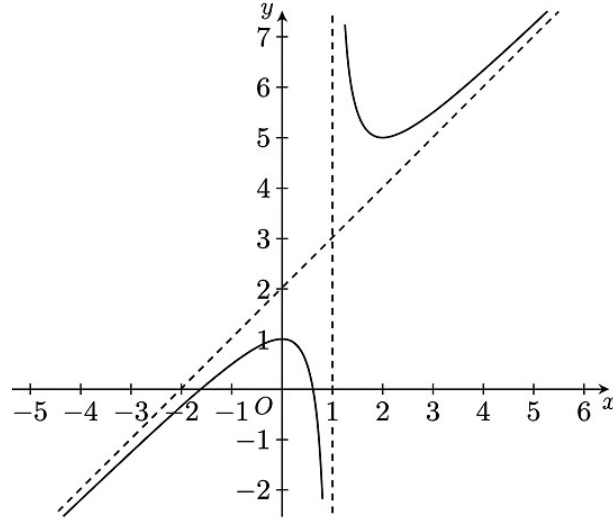
b)  $k = \frac{\ln 2}{5}$ .

c)  $C = 2\ln 2$ .

d) Tại thời điểm  $t = 20$  (năm) kể từ khi bắt đầu theo dõi, số lượng chim Sếu đầu đỏ đạt trên 4000 cá thể.

**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  (với  $a > 0$ ,  $m \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi trong các hệ số  $b, c, m, n$  có bao nhiêu hệ số dương?



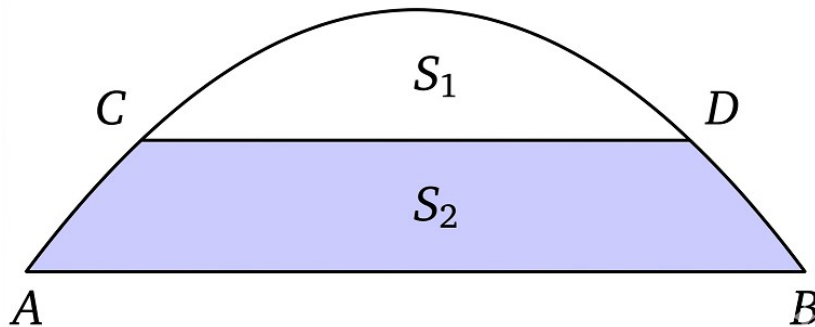
**Câu 2.** Vào ngày 10 tháng 1 năm 2025, anh An gửi vào ngân hàng 1 tỷ đồng với lãi suất  $0,6\%$ /tháng. Kể từ tháng 2 năm 2025, cứ vào ngày 10 mỗi tháng anh An đến ngân hàng rút ra 25 triệu đồng để chi tiêu. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh An rút hết tiền trong ngân hàng (ở tháng cuối cùng, số tiền rút ra có thể ít hơn 25 triệu đồng).

**Câu 3.** Cho một hình bát giác đều có 8 đỉnh. Người ta gắn ngẫu nhiên vào 8 đỉnh này 8 số tự nhiên 1, 4, 7, 9, 11, 13, 16, 19 (mỗi số gắn đúng một đỉnh). Chọn ngẫu nhiên một tam giác có 3 đỉnh lấy từ 8 đỉnh của bát giác đã cho. Gọi  $P$  là xác suất để chọn được một tam giác vuông với 3 số gắn trên 3 đỉnh của tam giác

đó (theo một thứ tự nào đó) lập thành một cấp số cộng. Biết  $P = \frac{a}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{N}$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản). Tính  $a + b$ .

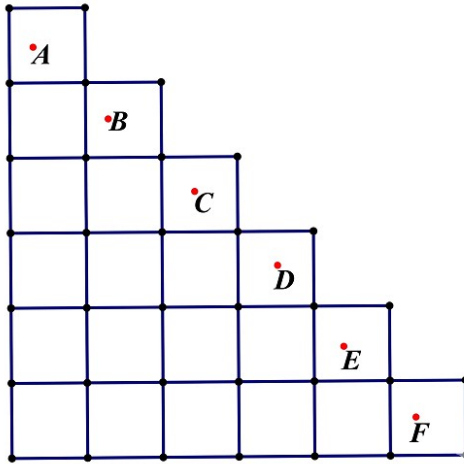
**Câu 4.** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có  $AC = 2$ ,  $BC = 3$ ,  $\angle ACB = 120^\circ$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AM$  và  $CC'$ . (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

**Câu 5.** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi một phần đồ thị Parabol  $(P)$  và đoạn thẳng  $AB$ . Biết  $AB = 8$  và khoảng cách từ đỉnh  $(P)$  đến  $AB$  bằng 2. Lấy hai điểm  $C$  và  $D$  nằm trên  $(P)$  { sao cho }  $CD$  song song với  $AB$ . Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $(P)$  và  $CD$ ;  $S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $(P)$ ,  $CD$  và  $AB$  (tham khảo hình vẽ). Biết  $S_1 = S_2$ , tính độ dài đoạn thẳng  $CD$  (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



**Câu 6.** Từ tập  $A = \{1; 2; 3; \dots; 49; 50\}$  gồm 50 số tự nhiên liên tiếp, cần chọn ra 21 số phân biệt để gắn vào 21 ô vuông đơn vị như hình vẽ. Gọi  $T$  là số cách chọn số sao cho mọi số ở hàng trên luôn nhỏ hơn mọi số ở

hàng dưới, mọi số bên trái luôn nhỏ hơn mọi số bên phải cùng hàng, đồng thời các số thuộc các ô  $A, B, C, D, E, F$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị  $\log(T)$  bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



### ĐÁP ÁN THAM KHẢO

#### Phần I.

| Câu    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| Đáp án | C | B | C | A | C | C | B | A | D | B  | B  | A  |

#### Phần II.

| Câu | a | b | c | d |
|-----|---|---|---|---|
| 1   | Đ | Đ | S | S |
| 2   | Đ | S | S | S |
| 3   | Đ | S | Đ | S |
| 4   | Đ | Đ | S | S |

#### Phần III.

| Câu    | 1 | 2  | 3   | 4   | 5   | 6   |
|--------|---|----|-----|-----|-----|-----|
| Đáp án | 2 | 46 | 205 | 1,2 | 6,3 | 8,5 |

### LỜI GIẢI THAM KHẢO

#### PHẦN I

$$f(x) = \cos x + x$$

Câu 1. Tìm họ nguyên hàm của

Ta có

$$\int (\cos x + x), dx = \int \cos x, dx + \int x, dx = \sin x + \frac{x^2}{2} + C$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

$$3^{3x+1} = 81$$

**Câu 2.** Giải phương trình

$$81 = 3^4$$

Vì nên

$$3x + 1 = 4 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

$$ABCD.A'B'C'D' \quad \overline{BA} + \overline{BC} + \overline{B'D'}$$

**Câu 3.** Cho hình hộp . Tính

Trong hình hộp, ta có

$$\overline{B'D'} = \overline{BA} + \overline{BC}$$

Suy ra

$$\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{B'D'} = 2\overline{B'D'}$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

$$(P): x - 3y + z - 6 = 0$$

**Câu 4.** Với mặt phẳng , một vector pháp tuyến là

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (a; b; c)$$

Mặt phẳng có dạng thì một vector pháp tuyến là .

$$\vec{n} = (1; -3; 1)$$

Ở đây, vector pháp tuyến là .

Vậy đáp án đúng là **A**.

**Câu 5.** Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm.

Khoảng biến thiên bằng giá trị lớn nhất trừ giá trị nhỏ nhất:

$$5,0 - 2,5 = 2,5$$

Vậy đáp án đúng là **C**.

**Câu 6.** Dựa vào bảng biến thiên, hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị.

Từ bảng biến thiên:

- tại  $x = -1$ ,  $y'$  đổi dấu từ + sang - nên có một cực đại;
- tại  $x = 1$ ,  $y'$  đổi dấu từ + sang - nên có một cực đại nữa;
- tại  $x = 0$  hàm không có cực trị.

Vậy hàm số có **2** điểm cực trị.

Đáp án đúng là **C**.

**Câu 7.** Giải phương trình  $\cos x = 1$ .

Ta biết

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

**Câu 8.** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$ , công bội  $q = 3$ . Tính  $u_4$ .

Ta có

$$u_4 = u_1 q^{4-1} = 2 \cdot 3^3 = 2 \cdot 27 = 54$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

**Câu 9.** Tính thể tích khối chóp  $O.ABC$  biết  $OA \perp (ABC)$ , tam giác  $ABC$  đều,  $OA = 2$ ,  $AB = 3$ .

Diện tích đáy:

$$S_{ABC} = \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

Chiều cao khối chóp là  $OA = 2$ .

Suy ra thể tích:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot OA = \frac{1}{3} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

**Câu 10.** Phép chiếu song song theo phương  $B'B$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  biến đoạn  $A'C'$  thành gì?

Vì chiếu theo phương các cạnh bên nên:

- $A'$  chiếu thành  $A$ ,
- $C'$  chiếu thành  $C$ .

Do đó đoạn  $A'C'$  chiếu thành đoạn  $AC$ .

Vậy đáp án đúng là **B**.

$$\vec{n} = (0; -2; 3)$$

**Câu 11.** Mặt phẳng đi qua gốc tọa độ, có vector pháp tuyến

Phương trình có dạng

$$0x - 2y + 3z = 0 \Leftrightarrow -2y + 3z = 0$$

Vậy đáp án đúng là **B**.

**Câu 12.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = 3x - 1$ , trục hoành,  $x = 2$ ,  $x = 3$ .

Trên đoạn  $[2, 3]$ , ta có  $3x - 1 > 0$ , nên diện tích là

$$S = \int_2^3 (3x - 1) dx$$

Vậy đáp án đúng là **A**.

## PHẦN II

**Câu 1**

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

Cho

$$f(1) = 1 + a + b + c = a + b + c + 1$$

a)

Mệnh đề **đúng**.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

b)

Mệnh đề **đúng**.

$$f(1) + 2 = f'(1)$$

c) Nếu thì

$$f(1) = 1 + a + b + c$$

$$f'(1) = 3 + 2a + b$$

Điều kiện cho:

$$1 + a + b + c + 2 = 3 + 2a + b$$

$$\Leftrightarrow a + c = 2a$$

$$\Leftrightarrow c = a$$

$$a = 2c$$

Mệnh đề nói nên **sai**.

d) Xét

$$f(x) + 2 - f'(x) = x^3 + (a - 3)x^2 + (b - 2a)x + (c - b + 2)$$

$$c = a$$

Từ câu trên có , nên

$$f(x) + 2 - f'(x) = x^3 + (a - 3)x^2 + (b - 2a)x + (a - b + 2)$$

$$f(1) + 2 = f'(1) \quad 0 \quad x = 1 \quad (x - 1)$$

Do nên biểu thức trên bằng tại , do đó có nhân tử :

$$f(x) + 2 - f'(x) = (x - 1)(x^2 + (a - 2)x + b - a - 2)$$

$$f(x) + 2 \geq f'(x) \quad x \geq 0 \quad x = 1 \quad x = 1$$

Vì yêu cầu với mọi , đặc biệt quanh , nên nghiệm phải là nghiệm bội chẵn.  
 Suy ra tiếp tục phải có  
 $1 + (a - 2) + b - a - 2 = 0 \Rightarrow b = 3$

Khi đó

$$f(x) + 2 - f'(x) = (x - 1)^2 (x + a - 1)$$

Để biểu thức này không âm với mọi thì cần với mọi , tức là

$$b = 3 \quad a \geq 1 \quad b = 4$$

Vậy điều đúng là và , không phải .  
 Mệnh đề **sai**.

Kết luận câu 1: **Đúng, Đúng, Sai, Sai.**

## Câu 2

Hộp 1:  $\begin{matrix} 3 & 4 \\ 5 & 3 \end{matrix}$  xanh, đỏ.

Hộp 2:  $\begin{matrix} 3 & 4 \\ 5 & 3 \end{matrix}$  xanh, đỏ.

Gọi:

- $A_1$  : Anna lấy 2 xanh,
- $A_2$  : Anna lấy 1 xanh 1 đỏ,
- $A_3$  : Anna lấy 2 đỏ.

Ta có

$$P(A_1) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{1}{7}$$

$$P(A_2) = \frac{\binom{3}{1} \binom{4}{1}}{\binom{7}{2}} = \frac{4}{7}$$

$$P(A_3) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{2}{7}$$

$$P(A_2) = \frac{4}{7}$$

a) Xác suất Anna lấy viên khác màu là .  
Mệnh đề **đúng**.

b) Nếu Anna lấy 1 xanh 1 đỏ thì hộp 2 có 6 xanh, 4 đỏ.

Xác suất Lisa lấy 2 viên cùng màu là

$$\frac{\binom{6}{2} + \binom{4}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{15 + 6}{45} = \frac{7}{15}$$

$$\frac{3}{5}$$

Không phải .  
Mệnh đề **sai**.

c) Xác suất Lisa lấy 2 viên cùng màu là

$$P = \frac{1}{7} \cdot \frac{\binom{7}{2} + \binom{3}{2}}{45} + \frac{4}{7} \cdot \frac{\binom{6}{2} + \binom{4}{2}}{45} + \frac{2}{7} \cdot \frac{\binom{5}{2} + \binom{5}{2}}{45}$$

$$= \frac{1}{7} \cdot \frac{24}{45} + \frac{4}{7} \cdot \frac{21}{45} + \frac{2}{7} \cdot \frac{20}{45}$$

$$= \frac{8}{105} + \frac{4}{15} + \frac{8}{63} = \frac{148}{315} \approx 0,4698 < 0,5$$

Mệnh đề **sai**.

d) Theo Bayes:

$$P(A_2 | \text{Lisa cùng màu}) = \frac{P(A_2) \cdot P(\text{Lisa cùng màu} | A_2)}{P(\text{Lisa cùng màu})}$$

$$= \frac{\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{15}}{\frac{148}{315}} = \frac{\frac{4}{15}}{\frac{148}{315}} = \frac{21}{37}$$

$$\frac{19}{37}$$

Không phải  
Mệnh đề **sai**.

Kết luận câu 2: **Đúng, Sai, Sai, Sai**.

### Câu 3

Hạt proton đi từ  $A(2; 1; 5)$  theo đường thẳng hướng lên, hợp với  $(Oxy)$  góc  $30^\circ$ , hình chiếu trên  $(Oxy)$  hợp với  $Ox$  góc  $45^\circ$ , vận tốc  $v(t) = ke^{0,5t}$ .

a) Thành phần theo trục  $Oz$  của vector đơn vị đúng bằng  $c = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ .

Mệnh đề **đúng**.

b) Hình chiếu trên  $(Oxy)$  có độ dài  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Do hình chiếu hợp với  $Ox$   $45^\circ$  góc , nên

$$a = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

$$b = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

Vậy

$$\vec{u} = \left( \frac{\sqrt{6}}{4}; \frac{\sqrt{6}}{4}; \frac{1}{2} \right)$$

Mệnh đề đã cho sai.

Mệnh đề **sai**.

c) Trong  $2 \ln 2$  giây đầu, quãng đường đi được là

$$s = \int_0^{2 \ln 2} k e^{0.5t} dt = 2k \left[ e^{0.5t} \right]_0^{2 \ln 2} = 2k(2 - 1) = 2k$$

Theo đề,  $s = 20$  ,  $2k = 20 \Rightarrow k = 10$  , nên

Mệnh đề **đúng**.

d) Tại  $t = 2$  ,

$$s(2) = \int_0^2 10 e^{0.5t} dt = 20(e - 1)$$

Độ tăng theo phương  $Oz$  là

$$\Delta z = s(2) \cdot \frac{1}{2} = 10(e - 1)$$

Suy ra

$$z_B = 5 + 10(e - 1) = 10e - 5 \approx 22,18$$

Làm tròn đến hàng đơn vị được , không phải .  
Mệnh đề **sai**.

Kết luận câu 3: **Đúng, Sai, Đúng, Sai**.

#### Câu 4

Mô hình tăng trưởng:  $y'(t) = ky(t)$  , với  $y(t)$  tính bằng **trăm cá thể**. Biết  $y(5) = 4$  ,  $y(10) = 8$  , và  $y(t) = e^{g(t)}$  .

$$y = e^{g(t)}$$

**a)** Từ suy ra

$$y' = g'(t)e^{g(t)} = g'(t)y$$

$$y' = ky \quad g'(t) = k$$

So sánh với ta được , nên  
 $g(t) = kt + C$

Mệnh đề **đúng**.

**b)** Từ

$$y(5) = Ce^{5k} = 4$$

$$y(10) = Ce^{10k} = 8$$

Chia hai đẳng thức:

$$e^{5k} = 2 \Rightarrow 5k = \ln 2 \Rightarrow k = \frac{\ln 2}{5}$$

Mệnh đề **đúng**.

$$Ce^{5k} = 4 \quad e^{5k} = 2$$

**c)** Thay vào với :

$$2C = 4 \Rightarrow C = 2 \quad y = Ce^{kt}$$

nếu viết .

$$y = e^{g(t)} = e^{kt+C}$$

Còn với thì

$$e^C = 2 \Rightarrow C = \ln 2$$

$$2 \ln 2$$

Không phải .

Mệnh đề **sai**.

**d)** Ta có

$$y(20) = e^{20k+C} = e^{4 \ln 2 + \ln 2} = e^{5 \ln 2} = 32$$

$$3200$$

$$4000$$

Vì đơn vị là trăm cá thể nên số lượng chim là cá thể, chưa vượt .

Mệnh đề **sai**.

Kết luận câu 4: **Đúng, Đúng, Sai, Sai**.

### PHẦN III

#### Câu 1

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n} \quad b, c, m, n$$

Cho đồ thị của hàm số , hỏi trong có bao nhiêu hệ số dương.

Nhìn vào đồ thị:

$$x = 1$$

- tiệm cận đứng là ;

$$y = x + 2$$

- tiệm cận xiên là ;

$$(0;1)$$

- đồ thị đi qua điểm .

Ta viết hàm dưới dạng

$$y = x + 2 + \frac{k}{x-1}$$

$$x = 0 \quad y = 1$$

Thay , vào:

$$1 = 0 + 2 + \frac{k}{-1}$$

$$\Rightarrow 1 = 2 - k \Rightarrow k = 1$$

Vậy

$$y = x + 2 + \frac{1}{x-1} = \frac{(x+2)(x-1)+1}{x-1} = \frac{x^2+x-1}{x-1}$$

Suy ra có thể chọn

$$a = 1, b = 1, c = -1, m = 1, n = -1$$

$$b, c, m, n$$

Trong các hệ số thì:

$$b = 1 > 0$$

• ,

$$c = -1 < 0$$

• ,

$$m = 1 > 0$$

• ,

$$n = -1 < 0$$

• .

Có 2 hệ số dương.

2

**Đáp án:** .

## Câu 2

1

0,6%

25

Anh An gửi tỉ đồng, lãi suất /tháng, mỗi tháng rút triệu từ tháng sau.

$u_n$

$n$

Đổi đơn vị về **triệu đồng**. Gọi là số tiền còn lại sau lần rút thứ .

Khi đó:

$$u_0 = 1000$$

• ,

$$u_n = 1,006u_{n-1} - 25$$

• .

Công thức tổng quát:

$$u_n = 1000 \cdot 1,006^n - 25 \frac{1,006^n - 1}{0,006}$$

Tính:

$$u_{45} \approx 21,79 > 0$$

,

$$u_{46} \approx -3,08 < 0$$

.

Điều này nghĩa là:

45

• sau tháng, anh An vẫn còn tiền;

46

25

• đến tháng thứ , số tiền trước khi rút không đủ triệu, nên anh An rút nốt phần còn lại và hết tiền.

Vậy sau **46 tháng** thì rút hết tiền.

46

**Đáp án:** .

### Câu 3

8

1, 4, 7, 9, 11, 13, 16, 19

Bát giác đều có đỉnh. Gắn ngẫu nhiên các số vào các đỉnh. Chọn ngẫu nhiên một tam

8

$a + b$

$$P = \frac{a}{b}$$

giác từ đỉnh. Tính nếu tối giản.

8

Tổng số tam giác lấy từ đỉnh là

$$\binom{8}{3} = 56$$

Một tam giác nội tiếp đường tròn là tam giác vuông khi và chỉ khi một cạnh là đường kính.

Bát giác đều có  $\frac{4}{6}$  cặp đỉnh đối diện, tức  $\frac{4}{6}$  đường kính.

Với mỗi đường kính, chọn đỉnh thứ ba trong  $\frac{4}{6}$  đỉnh còn lại.

Số tam giác vuông là  
 $4 \cdot 6 = 24$

Bây giờ đếm số bộ  $\frac{3}{6}$  số trong tập  $1, 4, 7, 9, 11, 13, 16, 19$  lập thành cấp số cộng:

(1, 4, 7)

• ,

(1, 7, 13)

• ,

(7, 9, 11)

• ,

(7, 13, 19)

• ,

(9, 11, 13)

• ,

(13, 16, 19)

• .

6

Có  $\frac{6}{6}$  bộ.

Vì việc gán số là ngẫu nhiên và độc lập với việc chọn tam giác, nên

$$P = \frac{24}{56} \cdot \frac{6}{56} = \frac{9}{196}$$

Suy ra

$$a = 9, b = 196 \Rightarrow a + b = 205$$

**Đáp án:** .

**Câu 4**

Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  với  $AC = 2$ ,  $BC = 3$ ,  $\angle ACB = 120^\circ$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BB'$ . Tính khoảng cách giữa  $AM$  và  $CC'$ .

Đặt hệ trục tọa độ:

$$C(0,0,0)$$

• ,

$$A(2,0,0)$$

• ,

$$B\left(3\cos 120^\circ, 3\sin 120^\circ, 0\right)=\left(-\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}, 0\right)$$

• .

Gọi chiều cao lăng trụ là  $h$ , khi đó

$$B'\left(-\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}, h\right)$$

.

Vì  $M$  là trung điểm  $BB'$  nên

$$M\left(-\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{h}{2}\right)$$

.

Vector chỉ phương của  $AM$  là

$$\vec{u} = \overrightarrow{AM} = \left(-\frac{7}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{h}{2}\right)$$

.

$CC'$

Vectơ chỉ phương của  $CC'$  là  
 $\vec{v} = (0, 0, 1)$

$AM$  và  $CC'$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $AM$  và  $CC'$  :

$$d = \frac{|\vec{CA} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})|}{|\vec{u} \times \vec{v}|}$$

Ta có

$$\vec{CA} = (2, 0, 0)$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \left( \frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{7}{2}, 0 \right)$$

Suy ra

$$|\vec{CA} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})| = 2 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{\left( \frac{3\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \left( \frac{7}{2} \right)^2} = \frac{\sqrt{76}}{2}$$

Vậy

$$d = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{76}/2} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{76}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{19}} \approx 1,19$$

1,2

Làm tròn đến hàng phần chục được .

1,2

**Đáp án:** .

**Câu 5**

Cho parabol có dây  $AB = 8$ , khoảng cách từ đỉnh đến  $CD \perp AB$  bằng  $2$ . Chọn dây  $\{ \text{sao cho } S_1 = S_2 \}$ .

Tính  $CD$ .

Đặt hệ trục sao cho:

- $AB$  là trục hoành,
- trung điểm  $AB$  là gốc tọa độ,
- đỉnh parabol là  $(0, 2)$ .

Vì  $AB = 8$  nên  $A(-4, 0)$   $B(4, 0)$ .

Parabol có dạng

$$y = 2 - ax^2$$

$$A(-4, 0)$$

Thay vào:

$$0 = 2 - 16a \Rightarrow a = \frac{1}{8}$$

Vậy phương trình parabol là

$$y = 2 - \frac{x^2}{8}$$

Gọi  $CD$  là đường thẳng  $y = t$ , cắt parabol tại  $x = \pm \alpha$ .

Khi đó

$$t = 2 - \frac{\alpha^2}{8}$$

và

$$CD = 2\alpha$$

$$S_1$$

Diện tích phần trên là

$$S_1 = \int_{-\alpha}^{\alpha} \left( 2 - \frac{x^2}{8} - t \right) dx$$

$$t = 2 - \frac{\alpha^2}{8}$$

Do nên

$$S_1 = \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{\alpha^2 - x^2}{8} dx = \frac{1}{8} \cdot 2 \int_0^{\alpha} (\alpha^2 - x^2) dx = \frac{1}{4} \left( \alpha^3 - \frac{\alpha^3}{3} \right) = \frac{\alpha^3}{6}$$

$$AB$$

Tổng diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và là

$$S = \int_{-4}^4 \left( 2 - \frac{x^2}{8} \right) dx = 16 - \frac{1}{8} \cdot \frac{128}{3} = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$$

$$S_1 = S_2$$

Vì nên

$$S_1 = \frac{S}{2} = \frac{16}{3}$$

Suy ra

$$\frac{\alpha^3}{6} = \frac{16}{3} \Rightarrow \alpha^3 = 32 \Rightarrow \alpha = \sqrt[3]{32}$$

Do đó

$$CD = 2\alpha = 2\sqrt[3]{32} \approx 6,35$$

$$6,3$$

Làm tròn đến hàng phần chục:

$$6,3$$

**Đáp án:** .

**Câu 6**

Từ  $A = 1, 2, 3, \dots, 50$  chọn  $21$  số gắn vào  $21$  ô như hình, sao cho:

- mọi số ở hàng trên nhỏ hơn mọi số ở hàng dưới;
- trong mỗi hàng, số bên trái nhỏ hơn số bên phải;

$A, B, C, D, E, F$

- các số ở  $\log(T)$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

Tính  $\log(T)$ .

$x_1 < x_2 < \dots < x_{21}$   $21$

Gọi  $x_i$  là số được chọn.

Do mọi số ở hàng trên đều nhỏ hơn mọi số ở hàng dưới, nên cách gắn là **duy nhất**:

- hàng 1 nhận  $x_1$  ;

- hàng 2 nhận  $x_2, x_3$  ;

- hàng 3 nhận  $x_4, x_5, x_6$  ;

- hàng 4 nhận  $x_7, x_8, x_9, x_{10}$  ;

- hàng 5 nhận  $x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}$  ;

- hàng 6 nhận  $x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20}, x_{21}$  .

Do đó các ô chéo là:

$A = x_1$      $B = x_3$      $C = x_6$      $D = x_{10}$   
 •    ,    •    ,    •    ,    •    ,

$E = x_{15}$      $F = x_{21}$   
 •    ,    •    .

$$x_1, x_3, x_6, x_{10}, x_{15}, x_{21}$$

Điều kiện cấp số cộng trở thành

6

là một cấp số cộng số hạng.

$$x_1 = a, x_3 = a + d, x_6 = a + 2d, x_{10} = a + 3d, x_{15} = a + 4d, x_{21} = a + 5d$$

Đặt

Giữa hai số liên tiếp của cấp số cộng, số lượng phần tử chen vào lần lượt là:

• giữa  $x_1$  và  $x_3$  : có 1 số,

• giữa  $x_3$  và  $x_6$  : có 2 số,

• giữa  $x_6$  và  $x_{10}$  : có 3 số,

• giữa  $x_{10}$  và  $x_{15}$  : có 4 số,

• giữa  $x_{15}$  và  $x_{21}$  : có 5 số.

Mỗi khoảng có  $d-1$  số nguyên nằm giữa hai đầu mút, nên với một cặp  $(a, d)$  cố định, số cách chọn là

$$\binom{d-1}{1} \binom{d-1}{2} \binom{d-1}{3} \binom{d-1}{4} \binom{d-1}{5}$$

Ngoài ra, cần  $a + 5d \leq 50$ , nên với  $d$  cố định, số cách chọn là  $a \leq 50 - 5d$ .

Muốn chọn được 5 số chen trong khoảng cuối thì cần  $d-1 \geq 5 \Rightarrow d \geq 6$ .

Lại có  $a \geq 1$  và  $a + 5d \leq 50$ , nên  $d \leq 9$ .

Vậy

$$T = \sum_{d=6}^9 (50-5d) \binom{d-1}{1} \binom{d-1}{2} \binom{d-1}{3} \binom{d-1}{4} \binom{d-1}{5}$$

Tính từng giá trị:

$$d = 6$$

• với  $\quad$  :

$$(50-30) \binom{5}{1} \binom{5}{2} \binom{5}{3} \binom{5}{4} \binom{5}{5} = 20 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 1 = 50,000$$

;

$$d = 7$$

• với  $\quad$  :

$$(50-35) \binom{6}{1} \binom{6}{2} \binom{6}{3} \binom{6}{4} \binom{6}{5} = 15 \cdot 6 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 15 \cdot 6 = 2,430,000$$

;

$$d = 8$$

• với  $\quad$  :

$$(50-40) \binom{7}{1} \binom{7}{2} \binom{7}{3} \binom{7}{4} \binom{7}{5} = 10 \cdot 7 \cdot 21 \cdot 35 \cdot 35 \cdot 21 = 37,815,750$$

;

$$d = 9$$

• với  $\quad$  :

$$(50-45) \binom{8}{1} \binom{8}{2} \binom{8}{3} \binom{8}{4} \binom{8}{5} = 5 \cdot 8 \cdot 28 \cdot 56 \cdot 70 \cdot 56 = 245,862,400$$

$$T = 50,000 + 2,430,000 + 37,815,750 + 245,862,400 = 286,158,150$$

Suy ra

$$\log(T) = \log_{10}(286,158,150) \approx 8,4566$$

Do đó

$$8,5$$

Làm tròn đến hàng phân chục được

$$8,5$$

**Đáp án:**  $\quad$  .