

Câu 1. Cho biểu thức $A = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \sqrt[3]{27} - \sqrt{4}$

Câu 2. Cho phương trình $2x^2 + 11x + 7 = 0$.

a) Chứng minh phương trình trên có hai nghiệm phân biệt

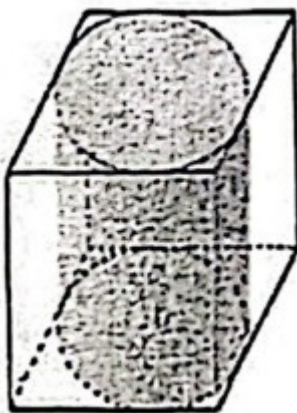
b) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên.

Tính giá trị của biểu thức $T = (x_1 + x_2)^2 + x_1 x_2$

Câu 3.

a) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$$

b) Một bình nước có dạng hình trụ được đặt khít vào trong một hộp giấy cứng dạng hình hộp chữ nhật (hình vẽ bên). Biết thể tích của bình đựng nước là 2000cm^3 (coi bề dày của bình đựng nước không đáng kể). Tính thể tích của hộp giấy.



Câu 4.

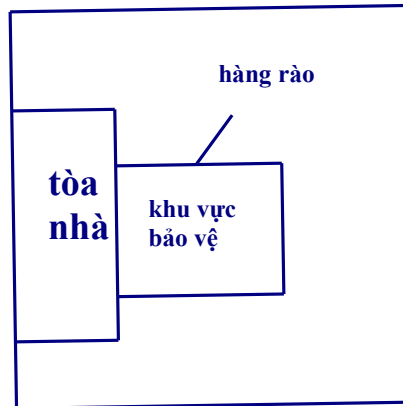
a) Thống kê điểm kiểm tra cuối kì 2 môn Toán của 45 học sinh lớp 9A. Kết quả cho ở bảng sau:

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	2	4	m	m + 2	m + 1	3	1

(với m là số tự nhiên)

Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh lớp 9A. Tính xác suất để chọn được học sinh có điểm kiểm tra cuối kì 2 môn Toán lớn hơn 7.

b) Người ta cần lập hàng rào quanh khu vực bảo vệ có dạng hình chữ nhật cho một tòa nhà (hình vẽ bên). Hỏi nếu có 100 mét hàng rào bao quanh 3 mặt như trên thì diện tích tối đa của khu vực bảo vệ là bao nhiêu?



Câu 5. Cho $\triangle ABC$ nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp

b) Gọi K là giao điểm của EF và CB. Chứng minh $KE \cdot KF = KB \cdot KC$

c) Gọi S là điểm đối xứng của A qua O, P là giao điểm của AH và KE, Q là giao điểm của AS và BC. Chứng minh rằng QP song song với HS.

Câu 1.

a) $A = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} + \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ (với $x \geq 0, x \neq 1$)

$$A = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1}$$

$$A = \sqrt{x} + 1 + \sqrt{x} = 2\sqrt{x} + 1$$

b) $x = \sqrt[3]{27} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1$

$x = 1$ không thỏa mãn ĐKXD nên không tính được A

Câu 2.

a) $2x^2 + 11x + 7 = 0$

Ta có: $\Delta = 11^2 - 4 \cdot 2 \cdot 7 = 65 > 0$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

b) Áp dụng Viet:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-11}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{7}{2} \end{cases}$$

$$T = (x_1 + x_2)^2 + x_1 x_2 = \left(\frac{-11}{2}\right)^2 + \frac{7}{2} = \frac{135}{4}$$

Câu 3.

a)
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 3y = 15 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x = 14 \\ y = 5 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$.

b) Gọi r là bán kính đáy, h là chiều cao, V_1 là thể tích hình trụ

Suy ra: $V_1 = 2000$

V_2 là thể tích hình hộp chữ nhật

Suy ra: $V_2 = 2r \cdot 2r \cdot h = 4r^2 h$

Do đó: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi r^2 h}{4r^2 h} = \frac{\pi}{4}$

Hay $\frac{2000}{V_2} = \frac{\pi}{4}$

Suy ra: $V_2 = \frac{8000}{\pi} (\text{cm}^3)$

Vậy thể tích hộp là $V_2 = \frac{8000}{\pi} (\text{cm}^3)$.

Câu 4.

Ta có tổng số học sinh là 45

Hay $12 + 3m + 3 = 45$

Suy ra: $m = 10$

Số học sinh có điểm kiểm tra lớn hơn 7 là:

$$10 + 1 + 3 + 1 = 15$$

Nên $k = 15$

Tổng số học sinh $n = 45$

Gọi A: “Chọn học sinh lớn hơn 7”

$$P(A) = \frac{k}{n} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

b) Gọi x, y lần lượt là chiều dài, chiều rộng của khu vực bảo vệ ($x, y > 0$) (m)

Độ dài hàng rào bảo vệ: $x + 2y = 100$ (m)

Suy ra: $x = 100 - 2y$

Diện tích khu bảo vệ:

$$S = xy = (100 - 2y) \cdot y = -2y^2 + 100y$$

$$S = -2(y^2 - 50y)$$

$$S = -2(y - 25)^2 + 1250$$

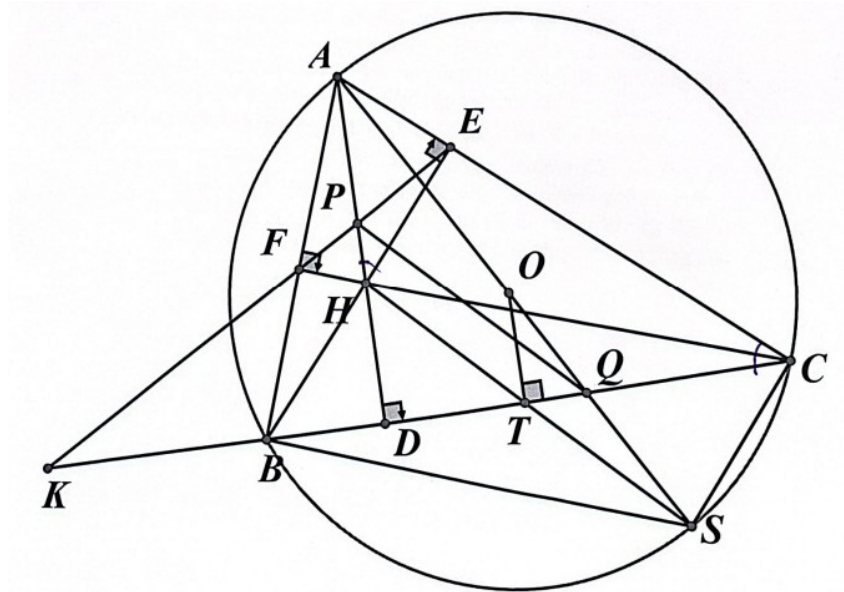
Ta có: $-2(y - 25)^2 \leq 0 \forall y$

Suy ra: $S \leq 1250$

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} y - 25 = 0 \\ x = 100 - 2y \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} y = 25 \\ x = 50 \end{cases}$

Vậy diện tích tối đa là 1250 m^2 khi chiều dài, chiều rộng lần lượt là 50m, 25m.

Câu 5.



a) CF, BE là hai đường cao của tam giác ABC

Suy ra $\angle BFC = \angle BEC = 90^\circ$

Tam giác BFC vuông tại F nên nội tiếp đường tròn đường kính BC

Tam giác BEC vuông tại E nên nội tiếp đường tròn đường kính BC

Suy ra: BFEC nội tiếp đường tròn đường kính BC

b) Xét $\triangle KBF$ và $\triangle KEC$ có

$\angle K$ chung; $\angle KBF = \angle KEC$ (vì BFEC nội tiếp)

Suy ra: $\triangle KBF \sim \triangle KEC$ (g.g)

$$\text{Nên } \frac{KB}{KF} = \frac{KE}{KC}$$

Suy ra: $KE.KF = KB.KC$ (đpcm)

c) Ta có: AS là đường kính nên $\angle ABS = 90^\circ$

Ta có: $\angle BAD = \angle BCF$ (cùng phụ $\angle ABC$)

Suy ra: $\angle BAD + \angle HAO = \angle HAO + \angle OAF$

Suy ra: $\angle BAQ = \angle CAD$ hay $\angle PAE = \angle BAQ$

Xét $\triangle PAE$ và $\triangle QAB$ có

$$\angle PAE = \angle BAQ, \angle AEP = \angle ABQ \text{ (vì FECB nội tiếp)}$$

Suy ra: $\triangle PAE \sim \triangle QAB$ (g.g)

$$\text{Suy ra: } \frac{AP}{AQ} = \frac{AE}{AB} \quad (1)$$

Ta chứng minh tương tự câu a suy ra HDCE là tứ giác nội tiếp

Nên $\angle AHE = \angle ACB$

Mà $\angle ACB = \angle ASB$

Suy ra $\angle AHE = \angle ASB$

Xét $\triangle AHE$ và $\triangle ASB$ có

$$\angle AHE = \angle ASB, \angle AEH = \angle ABS = 90^\circ$$

Suy ra: $\triangle AHE \sim \triangle ASB$ (g-g)

$$\text{Suy ra: } \frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AS} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) suy ra } \frac{AQ}{AP} = \frac{AS}{AH}$$

Suy ra: $PQ \parallel HS$ (Thales đảo)